

时间测量中随机误差的分布规律

版权所有© 2021 南方科技大学 禁止转载

一 实验目的

认识多次重复等精度测量过程中随机误差的离散性和分布规律,学习直接测量量的不确定度计算和表示方法。

二 实验原理

本实验使用秒表重复测量电子节拍器的周期 T_0 , 测量结果计为 T_1, T_2, \dots, T_n 。如果测量次数足够多, 那么测量结果处于 T 附近的概率密度趋近于正态分布

$$p(T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(T - \bar{T})^2}{2\sigma^2}\right]$$

其中, $\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n T_j$ 表示周期测量值的平均值, $\sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^n (T_j - \bar{T})^2 / (n - 1)}$ 表示周期测量值的标准差。

正态分布理论表明, 测量结果处于置信区间 $[\bar{T} - \sigma, \bar{T} + \sigma]$, $[\bar{T} - 2\sigma, \bar{T} + 2\sigma]$ 和 $[\bar{T} - 3\sigma, \bar{T} + 3\sigma]$ 内的置信概率 P 分别为0.683, 0.954和0.997, 即

$$\int_{\bar{T}-\sigma}^{\bar{T}+\sigma} p(T) dT = 0.683$$

$$\int_{\bar{T}-2\sigma}^{\bar{T}+2\sigma} p(T) dT = 0.954$$

$$\int_{\bar{T}-3\sigma}^{\bar{T}+3\sigma} p(T) dT = 0.997$$

基于标准差, 可以计算周期测量的A类标准不确定度

$$u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

本次实验中, 周期测量的B类标准不确定度主要来源于实验者的估计误差(反应时间) $\Delta_{估}$ 和秒表的仪器误差 $\Delta_{仪}$

$$u_B = \sqrt{\Delta_{估}^2 + \Delta_{仪}^2} / C$$

其中, C 为置信系数。两类不确定度的合成和扩展公式为

$$u_P = \sqrt{(t_P u_A)^2 + (k_P u_B)^2}$$

其中， k_P 和 t_P 分别为置信因子和 t 因子。

最后，节拍器周期测量结果表示为

$$T = \bar{T} \pm u_P, P = 0.95$$

三 实验仪器

电子节拍器，秒表

四 实验内容

1. 用秒表测量电子节拍器周期，测量 n 组数据， $n = 210$ 。
2. 计算测量结果的平均值 \bar{T} 和标准差 σ 。
3. 根据测量结果的离散程度和极限差 $R = T_{max} - T_{min}$ ，合理设置小区间步长 ΔT 和个数 K 。
4. 统计区间 $[T_i - \Delta T/2, T_i + \Delta T/2]$ 内的频率 n_i （数据点个数）、概率 P_i （ n_i/n ）和概率密度 p_i （ $P_i/\Delta T$ ），并绘制 p_i 随区间中值 T_i 变化的直方图。
5. 计算正态分布函数 $p(T) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-\frac{(T-\bar{T})^2}{2\sigma^2}]$ 在各中值 T_i 位置的函数值。
6. 在 $p_i \sim T_i$ 直方图上添加 $p(T_i) \sim T_i$ 散点图，检验测量结果是否符合正态分布。
7. 分别统计测量结果出现在置信区间 $[\bar{T} - \sigma, \bar{T} + \sigma]$ ， $[\bar{T} - 2\sigma, \bar{T} + 2\sigma]$ 和 $[\bar{T} - 3\sigma, \bar{T} + 3\sigma]$ 内的概率 P ，并与理论值比较。
8. 计算测量结果的 A 类标准不确定度和 B 类标准不确定度，并写出置信概率为 $P = 0.95$ 时的测量结果完整表达式。

五 思考题

1. 若测量结果偏离正态分布，请分析其主要原因。
2. 在不考虑系统误差的前提下，多次等精度测量的随机误差分布有哪些特征？

报告要求

实验名称

时间测量中随机误差的分布规律

实验目的

认识多次重复等精度测量过程中随机误差的离散性和分布规律，学习直接测量量的不确定度计算和表示方法。

实验仪器

电子节拍器，秒表

实验原理

阅读实验讲义，重点弄清以下问题。

本实验使用秒表重复测量电子节拍器的周期 T ，测量结果计为 T_1, T_2, \dots, T_n 。如果测量次数足够多，那么测量结果处于 T 附近的概率密度趋近于正态分布。

1. 写出周期测量结果的概率密度函数的理论公式；写出周期测量结果的平均值和标准差的理论公式；
2. 写出测量结果处于置信区间 $[\bar{T} - \sigma, \bar{T} + \sigma]$, $[\bar{T} - 2\sigma, \bar{T} + 2\sigma]$ 和 $[\bar{T} - 3\sigma, \bar{T} + 3\sigma]$ 内的置信概率 P 的理论值；
3. 写出计算周期测量的 A 类、B 类、合成不确定度的理论计算公式；
4. 写出周期测量结果的正确表达的理论公式。

实验内容

阅读实验讲义，简要概括。

数据记录

用秒表测量电子节拍器周期，记录 210 组周期测量数据。

以下内容课后完成部分

数据处理

阅读实验讲义，完成实验内容中每一项的计算。

思考题

回答实验讲义中的思考题。

实验结论

简要陈述实验方法及结果，写出测量结果的正确表达。