

Лицкеманн Никита, 874

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad - \text{управляемая система}$$

$$z = Hx(t) \quad - \text{наблюдаемая система}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 7 \end{pmatrix}_{3 \times 3}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}_{3 \times 2}, \quad H = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}_{1 \times 3}$$

1) $n = 3$ (порядок матрицы A), $p = 2$

$$Q = (B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B) \quad - \text{матрица управляемости}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 19 & 17 \\ 52 & 38 \\ 65 & 42 \end{pmatrix}$$
$$A^2B = \begin{pmatrix} 318 & 219 \\ 726 & 510 \\ 777 & 548 \end{pmatrix}$$
$$\Rightarrow Q = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 19 & 17 & 318 & 219 \\ 2 & 2 & 52 & 38 & 726 & 510 \\ 3 & 4 & 65 & 42 & 777 & 548 \end{pmatrix}$$

т.к. $\text{rank } Q = 3 = n \Rightarrow$ по Т. Калмана заданная автономная линейная система (АЛС) вполне управляема

2) $L = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Kx = 0\} \quad - \text{подпространство}$

$$L = \{x \mid 2x_1 + x_3 = 0\}$$

$$Kx = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{1 \times 3} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = 2x_1 + x_3 = 0 \Rightarrow K = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{1 \times 3}$$

АЛС будет вполне управляема относительно подпр-ва $L \Leftrightarrow \text{rank } Q_K = \text{rank } Q$

$$Q_k = (KB \quad KAB \quad KA^2B \quad \dots \quad KA^{n-1}B)$$

$$KB = (14 \ 4)$$

$$KAB = (90 \ 72) \Rightarrow Q_k = (14 \ 4 \ 90 \ 72 \ 1362 \ 948)$$

$$KA^2B = (1362 \ 948)$$

т.е. $Q_k = \text{rank } K = 1 \Rightarrow$ АЛС вполне управляема относительно подр-ва 4

3) Заданная наблюдаемая система будет являться вполне наблюдаемой \Leftrightarrow

$$\text{т.е. } Q_n = n, \text{ где } Q_n = (H \quad HA \quad HA^2 \quad \dots \quad HA^{n-1})^T$$

$$HA = (16 \ 21 \ 31)$$

$$HA^2 = (286 \ 261 \ 391)$$

$$\Rightarrow Q_n = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 16 & 21 & 31 \\ 286 & 261 & 391 \end{pmatrix}$$

т.е. $Q_n = 3 = n \Rightarrow$ заданная наблюдаемая система является вполне наблюдаемой

4) Заданная наблюдаемая система будет являться вполне идентифицируемой

(идентифицируемой в целом) \Leftrightarrow т.е. $Q_I = p$, где

$$Q_I = (HB \quad HAB \quad HA^2B \quad \dots \quad HA^{n-1}B)$$

$$HB = (41 \ 12)$$

$$HAB = (231 \ 182) \Rightarrow Q_I = (41 \ 12 \ 231 \ 182 \ 3411 \ 2804)$$

$$HA^2B = (3411 \ 2804)$$

т.е. $Q_I = 1 \neq p = 2 \Rightarrow$ заданная наблюдаемая система не является вполне идентифицируемой

5) Заданная наблюдаемая система будет являться идентифицируемой

по направлению $\bar{u} \Leftrightarrow$ среди векторов $H\bar{u}$, $HA\bar{u}$, $HA^2\bar{u}$, ... $HA^{n-1}\bar{u}$

найдется хотя бы один ненулевой.

$$\bar{u} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$H\bar{u} = (2 \ 4 \ 6) \neq \bar{0} \Rightarrow \text{заданная наблюдаемая система является}$$

идентифицируемой по направлению \bar{u}