École Nationale Supérieure d'Informatique pour l'Industrie et l'Entreprise

Rapport de Projet

Gestion des commandes dans un centre de distribution robotisé

Réalisé par :
EL HADDAJ Lina
MHICH Ilyas

Table des matières

Table des figures

Introduction

Dans le domaine complexe de l'optimisation opérationnelle, les problèmes de grande dimension posent des défis significatifs en termes de résolution efficace et de temps de calcul. Face à ces défis, la décomposition de problèmes en sous-problèmes plus petits et gérables émerge comme une stratégie cruciale. Ce projet explore l'application de la décomposition, utilisant spécifiquement les méthodes de sous-problèmes et de problème maître, pour résoudre un problème d'optimisation particulièrement ardu associé à la gestion des stocks et de la distribution dans un centre de distribution robotisé.

L'objectif principal de ce projet est de démontrer comment la décomposition peut non seulement simplifier la résolution de problèmes complexes mais aussi accélérer le processus d'optimisation en réduisant le fardeau computationnel sur un seul système. Ce rapport décrit l'approche adoptée pour fragmenter le problème d'optimisation global en sous-problèmes plus petits, chacun pouvant être résolu de manière indépendante avant que les résultats soient coordonnés par un problème maître. Cette méthode permet une meilleure scalabilité et une flexibilité accrue dans le traitement des contraintes et des variables diverses.

Le centre de distribution robotisé, cadre de notre étude, représente un excellent cas d'application pour cette méthode en raison de sa complexité opérationnelle et de la nécessité d'une réponse rapide et précise dans l'affectation des tâches aux robots et la gestion des flux de produits. En utilisant les multiplicateurs de Lagrange pour relaxer certaines des contraintes les plus restrictives, nous avons pu explorer des solutions innovantes qui optimisent l'utilisation des ressources tout en respectant les exigences opérationnelles.

Ce rapport détaille chaque étape du processus, de la formulation des sous-problèmes et du problème maître à l'implémentation pratique en utilisant Julia et JuMP, jusqu'à l'analyse des résultats obtenus. En offrant une vue d'ensemble ainsi que des détails techniques précis, ce document vise à fournir une compréhension claire de l'efficacité de la décomposition en tant qu'outil d'optimisation et son potentiel d'application dans d'autres domaines similaires.

Chapitre 1

Modèle MILP complet

1.1 Introduction au Modèle MILP

Le modèle MILP (Modèle de Programmation Linéaire en Nombres Entiers Mixtes) est approprié pour aborder des problèmes complexes de distribution dans des centres équipés de racks mobiles et de préparateurs de commandes. Ce modèle est essentiel pour trouver des solutions optimales qui respectent à la fois les contraintes opérationnelles et maximisent l'efficacité.

1.2 Formulation du Modèle MILP

Variables de décision

- x_{op} : Variable binaire indiquant si l'ordre o est assigné au préparateur p.
- y_{rp} : Variable binaire indiquant si le rack r est assigné au préparateur p.
- v_o : variable binaire pour les commandes du type S qui peuvent être traitées immédiatement ou plus tard.
- u_r : variable binaire pour les racks utilisés dans les affectations.

1.3 Fonction Objectif

Minimiser le nombre total de racks requis tout en maximisant le nombre de commandes de type S traitées. La fonction objective peut être formulée comme une combinaison linéaire des critères suivants :

$$\min \quad \sum_{r\in R}(S+1)u_r - \sum_{o\in S} v_o$$

1.4 Contraintes

Contraintes d'assignation

Contrainte d'assignation des commandes de type F (First) : $\sum_{p\in P} x_{op} = 1 \quad \forall o \in F$

Contrainte d'assignation des commandes de type S (Second) : $\sum_{p\in P} x_{op} = v_o \quad \forall o \in S$

Contrainte d'assignation des racks : $\sum_{p\in P} y_{rp} = u_r \quad \forall r \in R$

Contraintes de capacité

$$\sum_{o \in O} x_{op} \leq C_p \quad \forall p \in P$$

Contraintes de l'offre

$$\sum_{r \in R} s_{ir} y_{rp} \geq \sum_{o \in O} q_{io} x_{op} \quad \forall p \in P, i \in N$$

1.5 Transition vers la Décomposition

1.5.1 Justification de la Décomposition

La nécessité de décomposer le problème provient de la difficulté à résoudre le MILP directement pour de grandes instances, en raison du temps de calcul prohibitif et des limitations de mémoire.

1.5.2 Objectifs de la Décomposition

La décomposition vise à simplifier le problème global, améliorer l'efficacité computationnelle, et permettre une meilleure gestion des caractéristiques structurelles du problème.

Chapitre 2

Décomposition du Problème

La méthode de décomposition utilisée pour aborder le problème de distribution robotisée dans un centre de distribution se divise en deux sous-problèmes principaux, en fonction des types de variables et de contraintes associées à chaque sous-ensemble du problème initial.

2.1 Formulation des Sous-Problèmes

Le problème initial est divisé en deux sous-problèmes indépendants :

- Le premier sous-problème concerne l'affectation des commandes aux préparateurs. Il inclut les variables x et v.
- Le second sous-problème traite de l'affectation des racks aux préparateurs, incluant les variables y et u.

Chaque sous-problème est optimisé séparément avec sa propre fonction objectif, sous les contraintes relaxées par la relaxation lagrangienne des contraintes de couplage. Les fonctions objectifs pour chaque sous-problème sont définies comme suit :

Les fonctions objectifs pour chaque sous-problème sont définies comme suit :

$$min - \sum_{o \in S} v_o + \sum_{o \in O} \sum_{p \in P} \sum_{i \in N} \alpha_{pi} q_{io} x_{op} \quad (Sous - problme1)$$

$$min \sum_{r \in R} (S+1) u_r + \sum_{r \in R} \sum_{p \in P} \sum_{i \in N} (-\alpha_{pi}) s_{ir} y_{rp} \quad (Sous - problme2)$$

2.2 Problème Maître et Coordination

Le problème maître coordonne les solutions des deux sous-problèmes en ajustant les multiplicateurs de Lagrange α_{pi}, qui modulent les coûts associés à la non-satisfaction des contraintes dans le problème initial. La fonction objectif du problème maître cherche à minimiser la somme des coûts des deux sous-problèmes tout en ajustant ces multiplicateurs pour améliorer la solution globale :

$$\min_{\alpha} \{CoutSous - Problme1(\alpha) + CoutSous - Problme2(\alpha)\}$$

Il est important de noter que la solution obtenue par le problème maître ne représente pas nécessairement la solution optimale du problème original, mais plutôt une borne inférieure (LB) de cette solution optimale. Cette borne est obtenue en raison de la relaxation des contraintes du problème initial, ce qui permet de trouver des valeurs inférieures qui ne seraient pas réalisables sous les contraintes strictes du problème complet.

Les contraintes de convexité sont également intégrées pour chaque sous-problème afin de garantir une solution faisable au problème global.

2.3 Challenges et Améliorations des Résultats

Bien que l'approche de décomposition Dantzig-Wolfe soit théoriquement puissante pour traiter des problèmes de grande dimension, l'implémentation actuelle a rencontré des difficultés pour atteindre des solutions optimales. Cette section discute des défis identifiés et des mesures prises pour améliorer la qualité des solutions obtenues.

2.3.1 Précision des Sous-Problèmes

Les sous-problèmes, bien que correctement isolés en termes de contraintes et d'objectifs locaux, ont parfois produit des résultats qui, une fois intégrés dans le problème maître, n'ont pas conduit à l'optimalité du système global. Cela peut être dû à une représentation incomplète ou inexacte des interactions entre les variables ou des coûts indirects non capturés par les multiplicateurs de Lagrange.

Formulation des Sous-Problèmes

Une révision de la formulation des sous-problèmes a été entreprise pour s'assurer que toutes les contraintes pertinentes sont incluses et que les fonctions objectifs reflètent plus précisément les coûts globaux. Les ajustements incluent la réévaluation des paramètres de coût et la redéfinition des contraintes pour mieux aligner chaque sous-problème avec l'objectif global.

2.3.2 Ajustement des Multiplicateurs de Lagrange

L'ajustement des multiplicateurs de Lagrange est crucial pour aligner les solutions des sous-problèmes avec les contraintes globales. Les méthodes initiales d'ajustement ont parfois échoué à stabiliser ces multiplicateurs, menant à des solutions suboptimales.

Méthode de Sous-Gradient

La méthode de sous-gradient, utilisée pour ajuster les multiplicateurs, a été modifiée pour améliorer la convergence. Le taux d'apprentissage et les conditions d'arrêt ont été ajustés pour permettre une convergence plus stable et robuste des multiplicateurs à des valeurs qui minimisent l'écart global.

2.3.3 Résolution du Problème Maître

La coordination par le problème maître est essentielle pour assurer que les solutions partielles correspondent à une solution globalement acceptable. Des problèmes dans cette coordination ont été abordés par l'introduction de contraintes de convexité plus strictes et par l'examen des stratégies de résolution alternatives.

2.3.4 Conclusion sur les résultats

Les tentatives d'implémentation de la méthode de sous-gradient pour ajuster les multiplicateurs de Lagrange ont révélé des limitations, principalement la génération de coûts nuls qui ne reflètent pas fidèlement les interactions complexes ou les coûts cachés du système. Cela souligne la difficulté de paramétrer correctement les ajustements sans introduire des erreurs dans l'évaluation des coûts.

Parallèlement, l'approche actuelle basée sur la décomposition a réussi à produire une borne inférieure (LB) compétitive, bien que les solutions obtenues, tout en étant réalisables, ne soient pas optimales. Ces résultats suggèrent que, bien que l'approche de décomposition soit valide pour simplifier le problème et atteindre rapidement des solutions faisables, elle nécessite des améliorations pour optimiser les résultats finaux.

En conclusion, bien que les résultats actuels aient montré certaines promesses, ils indiquent également la nécessité d'une réévaluation critique des méthodes utilisées et des modèles appliqués. Les prochaines phases du projet se concentreront sur ces améliorations et tests supplémentaires pour mieux comprendre et exploiter le potentiel de l'approche de décomposition dans ce contexte complexe.

Chapitre 3

Décomposition selon les préparateurs

La décomposition selon les préparateurs représente une stratégie clé pour aborder le problème complexe de l'allocation des racks et des commandes dans un environnement de distribution robotisée. Cette méthode permet une parallélisation efficace des calculs et une personnalisation des solutions adaptées aux capacités et aux contraintes individuelles de chaque préparateur.

3.1 Principe de la Décomposition

La méthode de décomposition employée dans ce projet s'inspire de la décomposition de Dantzig-Wolfe, adaptée pour segmenter le problème global en sous-problèmes multiples, chacun correspondant à un préparateur spécifique. Chaque sous-problème traite de l'attribution des racks et des commandes de manière indépendante, en fonction des critères et des contraintes qui lui sont propres.

3.1.1 Formulation des Sous-Problèmes

Chaque sous-problème est formulé pour optimiser l'allocation des ressources disponibles (racks et commandes) en fonction des besoins et des capacités du préparateur concerné. Les objectifs sont définis pour minimiser les coûts associés à l'affectation non optimale et pour maximiser l'efficacité des opérations de préparation des commandes.

— **Variables de décision :** Pour chaque préparateur, nous définissons des variables binaires indiquant l'attribution des racks (x_{op}) et des commandes (y_{rp}), ainsi que des variables continues (v_o et u_r) pour gérer les flexibilités des attributions.
— **Contraintes :** Les contraintes incluent l'assurance que chaque rack est assigné conformément aux demandes et que les capacités de traitement des préparateurs ne sont pas dépassées.
— **Fonction objectif :** L'objectif minimise le coût total de non-satisfaction des demandes tout en pénalisant les attributions inefficaces.

3.1.2 Résolution des Sous-Problèmes

Les sous-problèmes sont résolus de manière indépendante en utilisant le solveur GLPK, permettant une analyse rapide et efficace des meilleures stratégies d'allocation pour chaque préparateur.

3.2 Coordination par le Problème Maître

Le rôle du problème maître est de coordonner les solutions obtenues des sous-problèmes. Il ajuste les multiplicateurs de Lagrange pour aligner les solutions locales avec les objectifs globaux du système de distribution.

3.2.1 Formulation du Problème Maître

Le problème maître utilise une approche de programmation linéaire pour intégrer les résultats des sous-problèmes :

- **Variables lambda :** Ces variables contrôlent la pondération des solutions des sous-problèmes dans la fonction objectif globale.
- **Fonction objectif :** Elle est formulée pour minimiser la somme pondérée des coûts des sous-problèmes ajustés par les contributions des solutions individuelles.

3.3 Conclusion

La décomposition selon les préparateurs a introduit une structure prometteuse pour aborder le problème complexe de distribution dans notre centre. Cependant, les résultats obtenus jusqu'à présent n'ont pas atteint les niveaux d'efficacité et d'optimisation escomptés. Bien que chaque sous-problème ait été résolu de manière optimale sur le plan local, l'intégration de ces solutions dans une stratégie globale cohérente s'est avérée problématique, notamment en raison de difficultés dans l'ajustement adéquat des multiplicateurs de Lagrange et de la coordination générale.

Ces défis mettent en évidence des lacunes potentielles dans notre approche actuelle, notamment la nécessité d'améliorer les méthodes de coordination et d'ajustement des paramètres dans le problème maître. Les futures itérations du projet devront explorer des stratégies alternatives pour la résolution du problème maître, peut-être en intégrant des techniques avancées de programmation mathématique ou en recalibrant les paramètres de décomposition pour mieux aligner les solutions partielles avec les objectifs globaux. “‘

Chapitre 4

Limitations et Résultats Numériques

Ce chapitre aborde les limitations inhérentes aux méthodes de résolution utilisées dans ce projet et présente un aperçu quantitatif des résultats obtenus à travers des simulations numériques. Ces informations sont essentielles pour comprendre les domaines nécessitant des améliorations et pour évaluer l'efficacité des approches utilisées.

4.1 Limitations

Bien que les méthodes de décomposition et la programmation MILP aient offert des avantages substantiels, elles comportent plusieurs limitations significatives qui ont affecté la performance globale du système de distribution.

4.1.1 Complexité et Scalabilité

La complexité croissante des données et la scalabilité des méthodes employées posent des défis majeurs. Le MILP, en particulier, devient rapidement intractable à mesure que la taille du problème augmente, ce qui limite son utilité pour des applications à grande échelle sans recourir à des simplifications qui peuvent réduire la précision des résultats.

4.1.2 Intégration des Solutions Partielles

La décomposition en sous-problèmes a souvent conduit à des solutions qui, bien que performantes localement, ne s'intègrent pas toujours bien dans une solution globale cohérente. Ce manque d'intégration peut entraîner des inefficacités et des conflits entre les objectifs locaux et globaux.

4.2 Résultats Numériques

Cette section présente les résultats obtenus pour les trois méthodes de résolution implémentées : MILP, décomposition simple, et décomposition selon les préparateurs. Chaque tableau ci-dessous résume les performances et les résultats de chaque méthode.

Résultats de la méthode MILP

Instance	Valeur PLNE	Valeur obtenue	Temps CPU (sec)
Data_test_N5_R4_O3_RS2	4	4	0.49
Data_test_N5_R3_O3_RS5	4	4	0.41
Data_test_N10_R10_O10_RS7	24	24	1.98

Table 4.1 – Résultats obtenus avec la méthode MILP

Les résultats de la méthode MILP montrent une adéquation parfaite avec les valeurs PLNE attendues, indiquant que la méthode est capable de trouver la solution optimale pour les instances testées, et ce, dans des temps de calcul très courts pour les petites instances.

Résultats de la décomposition simple

Instance	Valeur PLNE	LB	Valeur obtenue	Temps CPU (sec)
Data_test_N5_R4_O3_RS2	4	1.53	4	2.16
Data_test_N5_R3_O3_RS5	4	2.46	4	2.00
Data_test_N10_R10_O10_RS7	24	14.14	6	3.36

Table 4.2 – Résultats obtenus avec la décomposition simple

La décomposition simple, bien qu'efficace pour obtenir des résultats rapides, montre une divergence significative entre les valeurs obtenues et les PLNE, en particulier pour les instances plus grandes, indiquant que cette méthode peut lutter pour atteindre l'optimalité dans des scénarios plus complexes.

Résultats de la décomposition selon les préparateurs

Instance	Valeur PLNE	LB	Temps CPU (sec)
N100_R50_O50_RS25	122	0.2	2.7
N100_R100_O100_RS25	173	0.2	2.2

Table 4.3 – Résultats obtenus avec la décomposition selon les préparateurs

Les résultats de la décomposition selon les préparateurs révèlent une faible adéquation avec les valeurs PLNE, ce qui souligne les défis de cette méthode à fournir des solutions compétitives, particulièrement pour des instances de grande taille.

4.3 Améliorations Possibles

Pour renforcer la performance et la fiabilité de nos simulations, plusieurs améliorations techniques du code peuvent être envisagées. Ces améliorations sont orientées vers l'optimisation des ressources computationnelles et l'augmentation de la précision des modèles utilisés.

- **Refactoring du Code :** Revoir et restructurer le code pour améliorer sa lisibilité et sa maintenabilité. Le refactoring peut également aider à identifier des erreurs non évidentes et à simplifier l'ajout de nouvelles fonctionnalités.

- **Optimisation des Algorithmes :** Analyser et optimiser les algorithmes clés pour réduire la complexité temporelle et spatiale. Cela peut inclure l'optimisation des boucles, la sélection de structures de données plus efficaces, et la parallélisation de certaines tâches.
- **Documentation du Code :** Améliorer la documentation interne du code pour faciliter la compréhension et le travail en équipe, surtout lors de l'introduction de nouveaux membres dans le projet.

Ces améliorations visent à surmonter les limites actuelles tout en exploitant les nouvelles technologies et les dernières avancées en recherche opérationnelle et en intelligence artificielle.

4.4 Perspective sur les Résultats Obtenus

Malgré les limitations et les défis inhérents aux méthodes utilisées, il est important de prendre du recul et de reconnaître les avancées que nous avons réalisées. Les méthodes développées ont permis de mieux comprendre les dynamiques complexes du centre de distribution et ont fourni une base solide pour l'analyse quantitative et la prise de décision. Les résultats, bien que non optimaux dans tous les cas, ont démontré la faisabilité de décomposer un problème complexe en composantes plus gérables et ont mis en lumière des domaines spécifiques pour des améliorations futures.

Conclusion

Ce rapport a exploré plusieurs méthodologies avancées pour résoudre le problème complexe de distribution dans un centre de distribution robotisé. Nous avons adopté une série d'approches méthodiques, à partir de la programmation linéaire mixte en nombres entiers (MILP), suivi par des stratégies de décomposition, pour finalement aboutir à une décomposition spécifique selon les préparateurs. Chacune de ces méthodes a été mise en œuvre dans le but d'améliorer l'efficacité et la précision du système de distribution global.

Synthèse des Méthodologies Employées

Programmation Linéaire Mixte en Nombres Entiers (MILP)

Nous avons initialement configuré notre problème sous forme de MILP pour profiter de sa robustesse et de sa capacité à fournir des solutions optimales pour des problèmes de taille modérée. Cette approche a permis de poser une solide fondation théorique et de comprendre les limitations intrinsèques liées à la complexité croissante des données de notre centre de distribution.

Décomposition Simple

Face aux défis posés par la taille et la complexité du problème avec MILP, nous avons implémenté une stratégie de décomposition simple. Cette méthode a divisé le problème global en sous-problèmes plus petits et plus gérables, chacun étant optimisé indépendamment. Bien que cette approche ait facilité une certaine amélioration en termes de temps de calcul et de gestion des ressources, elle a aussi révélé des difficultés dans la coordination des solutions partielles.

Décomposition selon les Préparateurs

Pour adresser plus efficacement les spécificités opérationnelles de notre centre, nous avons adopté une décomposition selon les préparateurs. Cette approche a permis d'aligner plus étroitement les solutions avec les capacités et contraintes individuelles de chaque préparateur, favorisant une optimisation personnalisée et potentiellement plus précise.

Évaluation des Résultats

Bien que chaque méthode ait offert des avantages distincts, les solutions obtenues n'ont pas toujours satisfait aux critères d'efficacité globale escomptés. Les difficultés majeures rencontrées comprenaient l'intégration des solutions partielles en une stratégie cohérente et l'ajustement précis des paramètres de coordination dans le cas des décompositions.

Perspectives d'Avenir et Améliorations

Les leçons apprises de ces approches multiples sont inestimables. Elles soulignent la nécessité de continuer à explorer des méthodes de résolution plus sophistiquées et peut-être hybrides, qui pourraient combiner les forces des différentes méthodologies explorées. De plus, l'application de techniques d'optimisation basées sur l'intelligence artificielle pourrait offrir de nouvelles voies pour affiner davantage les ajustements des multiplicateurs et améliorer la coordination des sous-systèmes.

Conclusion

En conclusion, bien que les défis restent significatifs, notre engagement envers l'amélioration continue et l'innovation dans la gestion de la distribution robotisée est inébranlable. Nous sommes optimistes quant à la capacité de notre équipe à surmonter ces obstacles grâce à une réflexion stratégique renouvelée et à l'adoption de technologies avancées. Les efforts futurs se concentreront sur l'amélioration des performances globales du système, avec pour objectif ultime de réaliser une distribution à la fois efficace, économique et adaptée aux exigences dynamiques de notre environnement opérationnel.