

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені Тараса Шевченка  
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ  
Кафедра програмних систем і технологій

Дисципліна  
«Ймовірнісні основи програмної інженерії»

Лабораторна робота № 4  
«Класичний та статистичний методи визначення ймовірності та  
обчислення»

Виконав:	Сирота Ангеліна Олександрівна	Перевірила:	Вечерковська Анастасія Сергіївна
Група	ІПЗ-21	Дата перевірки	
Форма навчання	денна	Оцінка	
Спеціальність	121		
2022			

**Мета** – навчитись використовувати на практиці набуті знання про центральні тенденції та міри.

## Хід роботи

### Постановка задачі:

Аналітичним шляхом розв'язати вказані задачі.

1. В магазин надійшла партія взуття одного фасону і розміру, але різного кольору. Партія містить 40 пар чорного кольору, 26 – коричневого, 22 – червоного і 12 пар синього. Коробки із взуттям виявились невідсортовані за кольором. Яка ймовірність того, що навмання взята коробка виявиться із взуттям червоного або синього кольору?
2. У банку працює 10 співробітників, 8 з яких є консультантами. Знайти ймовірність того, що серед навмання вибраних двох співробітників, хоча б один буде консультантом.
3. В компанії працює 10 менеджерів, серед яких двоє – родичі. Жеребкуванням вибирають трьох. Знайдіть ймовірність того, що серед вибраних фахівців буде принаймні один із родичів.
4. До мінімаркету з п'ятьма відділами прибував товар до одного з них. Ймовірність призначення товару для першого відділу  $p_1=0,15$ , для другого  $p_2=0,25$ , для третього  $p_3=0,2$ , а для четвертого  $p_4=0,1$ . Знайти ймовірність  $p_5$  того, що цей товар призначений для п'ятого відділу.
5. У графіку руху потягів на дільниці є 120 колій для вантажних потягів. З цієї дільниці на станцію прибувають за розбіркою 80 потягів. Знайти ймовірність прибуття двох розбіркових потягів по двох сусідніх коліях.
6. Ймовірність виготовлення стандартного виробу даним станком дорівнює 0,9. Ймовірність появи виробу першого ґатунку серед стандартних виробів становить 0,8. Визначити ймовірність виготовлення виробу першого ґатунку даним станком.
7. В групі з 10 студентів, які прийшли на екзамен, 3 підготовлені відмінно, 4 – добре, 2 – посередньо і 1 – погано. В екзаменаційних білетах є 20 питань. Студент, який підготовлений відмінно може відповісти на всі 20 питань, який підготовлений добре – на 16, посередньо – на 10, погано – на 5. Визваний навмання студент відповів на три довільно заданих питання. Знайти ймовірність того, що цей студент підготовлений: а) відмінно; б) погано.
8. На трьох автоматизованих лініях виготовляють однакові деталі, причому 40% - на першій лінії, 30% - на другій та 30% - на третій. Ймовірність виготовлення стандартної деталі для цих ліній становить відповідно 0,9, 0,95 та 0,95. Виготовлені деталі надходять на склад. Яка ймовірність того, що навмання взята деталь стандартна?
9. У лікарню поступають (в середньому) 40% хворих на пневмонію, 30% - на перитоніт та 30% хворих на ангіну. Ймовірність повного одужання

від пневмонії – 0,8; від перитоніту – 0,7 та ангіни – 0,85. Виписано хворого, який повністю одужав. Яка ймовірність того, що він був хворий на перитоніт?

10. 30% приладів збирає фахівець високої кваліфікації і 70% середньої. Надійність роботи приладу, зібраного фахівцем високої кваліфікації 0,9, надійність приладу, зібраного фахівцем середньої кваліфікації 0,8. Взятий прилад виявився надійним. Визначити ймовірність того, що він зібраний фахівцем високої кваліфікації.

### **Побудова математичної моделі:**

**Імовірність:** числова характеристика можливості того, що випадкова подія відбудеться в умовах, які можуть бути відтворені необмежену кількість разів.

$$0 \leq P \leq 1 \qquad P = \frac{m}{n}$$

n – загальна кількість подій

m – події, які відповідають умові

**Аксіома 1:** Імовірність всіх подій у вибірці = 1

$$P[\Omega] = 1$$

**Протилежна подія:**  $\bar{A}$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

**Комбінація:** спосіб вибору декількох речей з більшої групи, де (на відміну від розміщення) порядок не має значення.

$$C_n^k = \frac{n!}{k! (n - k)!}$$

### **Псевдокод алгоритму:**

Визначення факторіала:

```
if n = 1 or n = 0:
    return 1
else:
    return n * факторіал(n - 1)
```

Обчислення комбінації:

```
c = факторіал (n) / (факторіал (k) * факторіал (n - k))
return c
```

Задача 1:

```
black = 40
brown = 26
```

red = 22  
blue = 12

total = black + brown + red + blue

Pred = red / total  
Pblue = blue / total

P = Pred + Pblue

Задача 2-3:

nonSpecial = total - special

#обрати всі з протилежної події

P0 = Комбінація(з nonSpecial по select) / Комбінація(з total по select)

P = 1 - P0

Задача 4:

P1 = 0.15  
P2 = 0.25  
P3 = 0.2  
P4 = 0.1

P = 1 - P1 - P2 - P3 - P4

Задача 5:

railway = 120  
trains = 80

P = Комбінація(з trains по 2) / Комбінація(з railway по 2)

Задача 6:

Ps = 0.9  
P1s = 0.8 # серед стандартних

P = 0.9 \* 0.8

Задача 7:

total = 10  
perfect = 3  
good = 4  
normal = 2  
bad = 1

# питання  
qTotal = 20  
qPerfect = 20  
qGood = 16  
qNormal = 10

$$q_{\text{Bad}} = 5$$

# імовірність дати правильну відповідь на всі 3 питання для студентів кожного рівня підготовки

$$P_{\text{Perfect}} = \text{perfect} / \text{total} * q_{\text{Perfect}} / q_{\text{Total}} * (q_{\text{Perfect}} - 1) / (q_{\text{Total}} - 1) * (q_{\text{Perfect}} - 2) / (q_{\text{Total}} - 2)$$

$$P_{\text{Good}} = \text{good} / \text{total} * q_{\text{Good}} / q_{\text{Total}} * (q_{\text{Good}} - 1) / (q_{\text{Total}} - 1) * (q_{\text{Good}} - 2) / (q_{\text{Total}} - 2)$$

$$P_{\text{Normal}} = \text{normal} / \text{total} * q_{\text{Normal}} / q_{\text{Total}} * (q_{\text{Normal}} - 1) / (q_{\text{Total}} - 1) * (q_{\text{Normal}} - 2) / (q_{\text{Total}} - 2)$$

$$P_{\text{Bad}} = \text{bad} / \text{total} * q_{\text{Bad}} / q_{\text{Total}} * (q_{\text{Bad}} - 1) / (q_{\text{Total}} - 1) * (q_{\text{Bad}} - 2) / (q_{\text{Total}} - 2)$$

$$P_{\text{sum}} = P_{\text{Perfect}} + P_{\text{Good}} + P_{\text{Normal}} + P_{\text{Bad}}$$

$$P_a = P_{\text{Perfect}} / P_{\text{sum}}$$

$$P_b = P_{\text{Bad}} / P_{\text{sum}}$$

Задача 8:

# частка виготовлення деталей

$$\text{details1} = 0.4$$

$$\text{details2} = 0.3$$

$$\text{details3} = 0.3$$

$$P_{\text{Standard1}} = 0.9$$

$$P_{\text{Standard2}} = 0.95$$

$$P_{\text{Standard3}} = 0.95$$

# імовірність взяти деталь з кожної лінії

$$P_1 = \text{details1} * P_{\text{Standard1}}$$

$$P_2 = \text{details2} * P_{\text{Standard2}}$$

$$P_3 = \text{details3} * P_{\text{Standard3}}$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

Задача 9:

$$\text{pneumonia} = 0.4$$

$$\text{peritonitis} = 0.3$$

$$\text{angina} = 0.3$$

# імовірності одужання від хвороб

$$\text{pneum} = 0.8$$

$$\text{perit} = 0.7$$

$$\text{ang} = 0.85$$

# імовірність одужання

$$P_{\text{pneum}} = \text{pneumonia} * \text{pneum}$$

$$P_{\text{perit}} = \text{peritonitis} * \text{perit}$$

$$P_{\text{ang}} = \text{angina} * \text{ang}$$

$$P_{\text{sum}} = P_{\text{pneum}} + P_{\text{perit}} + P_{\text{ang}}$$

$$P = P_{\text{perit}} / P_{\text{sum}}$$

## Задача 10:

high = 0.3  
middle = 0.7

reliabilityH = 0.9  
reliabilityM = 0.8

# надійний прилад від кожного фахівця  
 $P_h = \text{high} * \text{reliabilityH}$   
 $P_m = \text{middle} * \text{reliabilityM}$

# прилад надійний  
 $P_{\text{sum}} = P_h + P_m$

$P = P_h / P_{\text{sum}}$

## Випробування алгоритму:

### Завдання 1

Умова:  
В магазин надійшла партія взуття одного фасону і розміру, але різного кольору. Партія містить 40 пар чорного кольору, 26 – коричневого, 22 – червоного і 12 пар синього. Коробки із взуттям виявились невідсортовані за кольором. Яка ймовірність того, що навімання взята коробка виявиться із взуттям червоного або синього кольору?

Відповідь: 0.34

### Завдання 2

Умова:  
У банку працює 10 співробітників, 8 з яких є консультантами. Знайти ймовірність того, що серед навімання вибраних двох співробітників, хоча б один буде консультантом.

Відповідь: 0.978

### Завдання 3

Умова:  
В компанії працює 10 менеджерів, серед яких двоє – родичі. Жеребкуванням вибирають трьох. Знайдіть ймовірність того, що серед вибраних фахівців буде принаймні один із родичів.

Відповідь: 0.533

### Завдання 4

Умова:  
До мінімаркету з п'ятьма відділами прибував товар до одного з них. Ймовірність призначення товару для першого відділу  $p_1=0,15$ , для другого  $p_2=0,25$ , для третього  $p_3=0,2$ , а для четвертого  $p_4=0,1$ . Знайти ймовірність  $p_5$  того, що цей товар призначений для п'ятого відділу.

Відповідь: 0.3

### Завдання 5

Умова:  
У графіку руху потягів на дільниці є 120 колій для вантажних потягів. З цієї дільниці на станцію прибувають за розбіркою 80 потягів. Знайти ймовірність прибуття двох розбіркових потягів по двох сусідніх коліях.

Відповідь: 0.443

Завдання 6

Умова:

Ймовірність виготовлення стандартного виробу даним станком дорівнює 0,9. Ймовірність появи виробу першого ґатунку серед стандартних виробів становить 0,8. Визначити ймовірність виготовлення виробу першого ґатунку даним станком.

Відповідь: 0.72

Завдання 7

Умова:

В групі з 10 студентів, які прийшли на екзамен, 3 підготовлені відмінно, 4 – добре, 2 – посередньо і 1 – погано. В екзаменаційних білетах є 20 питань. Студент, який підготовлений відмінно може відповісти на всі 20 питань, який підготовлений добре – на 16, посередньо – на 10, погано – на 5. Визначити ймовірність того, що цей студент підготовлений: а) відмінно; б) погано.

Відповідь:

а) 0.579

б) 0.0017

Завдання 8

Умова:

На трьох автоматизованих лініях виготовляють однакові деталі, причому 40% - на першій лінії, 30% - на другій та 30% - на третій. Ймовірність виготовлення стандартної деталі для цих ліній становить відповідно 0,9, 0,95 та 0,95. Виготовлені деталі надходять на склад. Яка ймовірність того, що навмання взята деталь стандартна?

Відповідь: 0.93

Завдання 9

Умова:

У лікарню поступають (в середньому) 40% хворих на пневмонію, 30% -на перитоніт та 30% хворих на ангіну. Ймовірність повного одужання від пневмонії – 0,8; від перитоніту – 0,7 та ангіни – 0,85. Виписано хворого, який повністю одужав. Яка ймовірність того, що він був хворий на перитоніт?

Відповідь: 0.268

Завдання 10

Умова:

30% приладів збирає фахівець високої кваліфікації і 70% середньої. Надійність роботи приладу, зібраного фахівцем високої кваліфікації 0,9, надійність приладу, зібраного фахівцем середньої кваліфікації 0,8. Взятий прилад виявився надійним. Визначити ймовірність того, що він зібраний фахівцем високої кваліфікації.

Відповідь: 0.325

PS E:\UNI\2 курс\YOPT\lab\_4> █

## Розв'язання задач вручну

### Лабораторна робота № 4

а - 40 пар  
к - 26 пар  
герб. - 22 пари  
с - 12 пар

герб. або шні?

Розв'язання:

Всього: 100 пар

$$P(\text{герб.}) = \frac{22}{100}$$

$$P(\text{шні}) = \frac{12}{100}$$

$$P = P(\text{герб.}) + P(\text{шні}) = \frac{34}{100} = \underline{0,34}$$

Всього: 10 співроб.

8 консультантів

Вибрати: 2 співроб. → хоча б 1 консультант

Розв'язання

- Знайдено імовірність, якщо кожен співробітник з ужитим не є консультантом

$$P_0 = \frac{C_2^8}{C_{10}^2} = \frac{2! \cdot 8!}{10!} = \frac{2}{10 \cdot 9} = \frac{1}{45} \approx 0,022$$

$$P = \bar{P}_0 = 1 - P_0 = \frac{44}{45} \approx \underline{0,978}$$

10 класів. → 2 родити

Вибирають трьох. Принаймні 1-родити

Розв'язання:

$P_0$  - всі вибрані не є родитями

$$P_0 = \frac{C_8^3}{C_{10}^3} = \frac{3! \cdot 7!}{10!} = \frac{7 \cdot 6}{10 \cdot 9} = \frac{7}{15}$$

$$P = \bar{P}_0 = 1 - P_0 = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15} \approx \underline{0,533}$$



4

5 Відгуків? Товар придбав до 1

$$p_1 = 0,15 \quad p_2 = 0,25 \quad p_3 = 0,2 \quad p_4 = 0,1 \quad p_5 = ?$$

Розв'язання:

Ймовірність того, що товар придбав до відгуку = 1

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1$$

$$p_5 = 1 - 0,15 - 0,25 - 0,2 - 0,1 = 1 - 0,7 = \underline{0,3}$$

$$1 + P(\text{випи}) = \underline{0,34}$$

120 копій 80 копій

Р - ? 2 копійки на 2 копійки усього?

Розв'язання:

Можливість виокремити по двох копійках:  $C_{120}^2$

Обрати 2 копійки з 80:  $C_{80}^2$

$$P = \frac{C_{80}^2}{C_{120}^2} = \frac{118! \cdot 2! \cdot 80!}{120! \cdot 78! \cdot 2!} = \frac{80 \cdot 79}{120 \cdot 119} \approx \underline{0,443}$$

бітників

стандарт — 0,9  
I — 0,8 (серед стандартів)  
РІ — ?

Розв'язання:

$$P_I = P_{\text{стандарт}} \cdot P_{\text{устанд}} = 0,9 \cdot 0,8 = \underline{0,72}$$

Всього: 10 студентів

20 питань у бітні

відмінно — 3 (А)

20 питань

добре — 4 (В)

16 питань

задовільно — 2 (С)

10 питань

погано — 1 (D)

5 питань

Кавтання на 3 питання

а) - відмінно - ?  
б) - погано - ?

Розв'язання:

Обрати студента, що відповість на всі питання



Для підготовки на відмінно:  $P_A = \frac{3}{10} \cdot \frac{20}{20} \cdot \frac{19}{19} \cdot \frac{18}{18} = 0,3$

Добре:  $P(B) = \frac{4}{10} \cdot \frac{16}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{14}{18} = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{7}{9} = \frac{56}{285} = 0,196$

Посередньо:  $P(C) = \frac{2}{10} \cdot \frac{18}{20} \cdot \frac{17}{19} \cdot \frac{16}{18} = \frac{2}{5} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{17}{19} \cdot \frac{8}{9} = \frac{2}{5} \cdot \frac{17}{19} \cdot \frac{8}{10} = \frac{136}{95} = 0,021$

Погано:  $P(D) = \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} \cdot \frac{3}{18} = 0,0009$

Імовірність, що студент відповість на 3 питання:

$$P_2 = 0,3 + 0,196 + 0,021 + 0,0009 = 0,5179$$

Імовірність того, що студент підготується відмінно

$$P(A) = \frac{0,3}{0,5179} = 0,579$$

$$P(D) = \frac{0,0009}{0,5179} = 0,00173$$

I - 40%  $P = 0,9$   
II - 30%  $P = 0,95$   
III - 30%  $P = 0,95$

Взята деталь - стандартна - ?

Розв'язання:

Імовірність того, що деталь з I лінії:  $P_1 = 0,4 \cdot 0,9 = 0,36$

II лінії:  $P_2 = 0,3 \cdot 0,95 = 0,285$

III лінії:  $P_3 = 0,3 \cdot 0,95 = 0,285$

Деталь може бути з або 1 або 2 або 3 ліній, тому:

$$P = 0,36 + 0,285 + 0,285 = 0,93$$

40% - пневмонія 0,8  
30% - перитоніт 0,7  
30% - дизентерія 0,85

випишено хворого яка імовірність того, що перитоніт

Результат: Розв'язання:

Імовірність одужання =  $P_{\text{пнев.}} + P_{\text{перит.}} + P_{\text{диз.}} =$

$$= 0,4 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,7 + 0,3 \cdot 0,85 = 0,32 + 0,21 + 0,255 = 0,785$$

$$P = \frac{P_{\text{перит.}}}{P_{\text{одуж.}}} = \frac{0,21}{0,785} = 0,267$$

B - 30%

C - 70%

Взято

Взв'язано

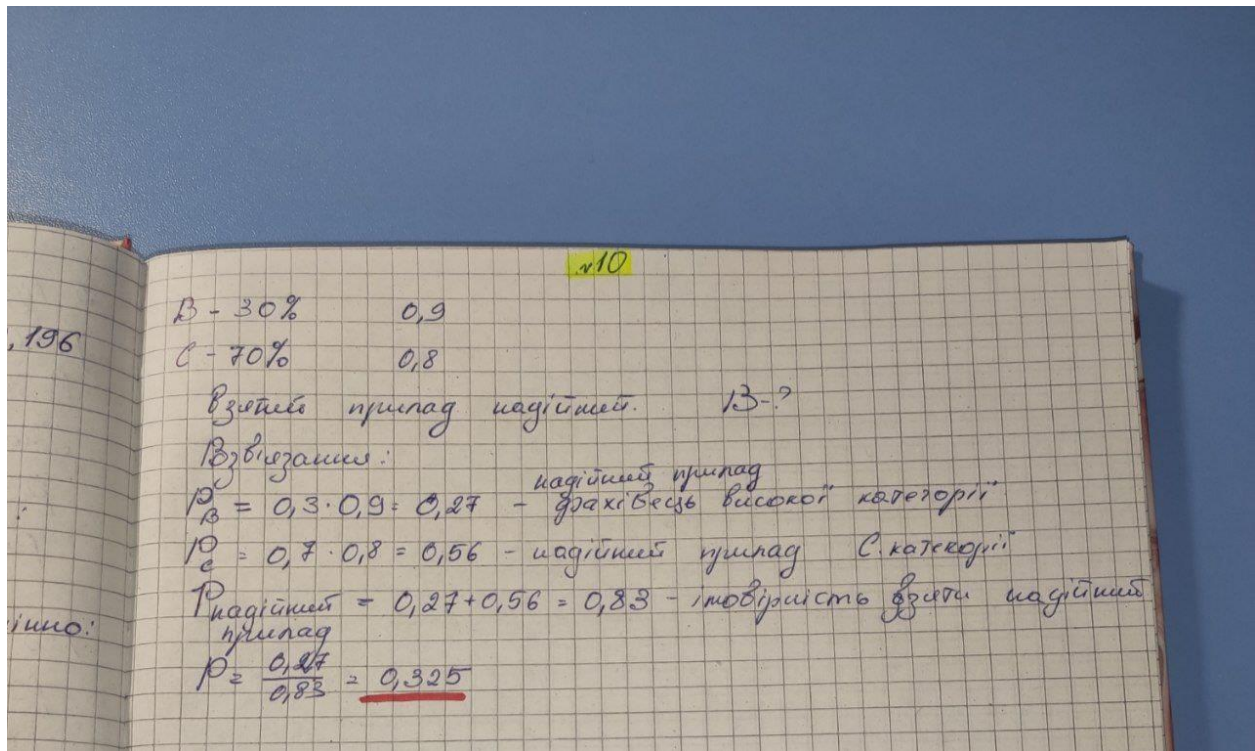
$P_B = 0,3 \cdot 0$

$P_C = 0,7 \cdot 1$

Надійшли

приклад

$P = \frac{0,21}{0,83}$



Результати, отримані при розв'язуванні задач вручну збігаються з результатами, отриманими в результаті роботи алгоритму. Отже, алгоритм працює правильно.

**Висновок:** в ході цієї лабораторної роботи було розв'язано 10 задач, умови яких можна побачити у пункті «Постановка задачі», написано програму, що розв'язує ці задачі і порівняно отримані результати. Результати виявились однаковими, з чого було зроблено висновок, що програма працює коректно. В ході розв'язання було використано класичне означення імовірності, аксіому про суму імовірностей всіх подій у вибірці, формулу комбінацій і інші теоретичні аспекти.