

Mini relatório referente ao exercício 2 das aulas 9 e 10

Este exercício nos apresenta o método dos mínimos quadrados (veja pags 27 e 28 de [1]) que utilizamos para realizar a implementação de um programa que obtém o melhor ajuste de um conjunto de pontos experimentais da forma (x_k, y_k) como proposto em [2].

2) a-

Neste item foi proposto escrever as expressões analíticas para o sistema de equações obtida pelas derivadas em relação aos parâmetros a e b de 1 e fornecer sua solução, isto é, fornecer as formulas de como obtemos os coeficientes angular a e linear b da função dos y_k e x_k experimentais.

$$S = \sum_{k=1}^n (f(x_k; a, b) - y_k)^2 \quad (1)$$

Sabemos que $f(x_k; a, b) = ax + b$, logo substituindo em 1 e calculando as derivadas parciais em relação aos parâmetros a e b e igualarmos elas a zero, isto é, $\partial S / \partial a = 0$ e $\partial S / \partial b = 0$, obtemos as seguintes relações :

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \sum_{k=1}^n (ax_k + b - y_k)x_k = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = \sum_{k=1}^n (ax_k + b - y_k) = 0 \quad (3)$$

Fazendo

$$A = \sum_{k=1}^n x_k \quad (4)$$

$$B = \sum_{k=1}^n y_k \quad (5)$$

$$C = \sum_{k=1}^n x_k^2 \quad (6)$$

$$D = \sum_{k=1}^n x_k y_k \quad (7)$$

Substituindo 4 5 6 7 nas derivadas parciais 2 3 encontramos o seguinte sistema de equações:

$$aC + bA = D \quad (8)$$

$$aA + nb = B \quad (9)$$

Resolvendo o sistema de equações assim encontramos :

$$a = \frac{nD - AB}{nC - A^2} \quad (10)$$

$$b = \frac{BC - AD}{nC - A^2} \quad (11)$$

2) b-

Neste item utilizamos as equações do item anterior, item a, e implementamos uma subrotina para calcularmos os coeficientes angular e linear **a** e **b** respectivamente dos pontos experimentais dados pelo arquivo millikan e através do gnuplot calculamos também os valores de **a** e **b** para podermos compará-los, o programa correspondente a este item está na pasta 02b nesta pasta também encontra-se o script do gnuplot feito para calcular o fit linear e obter os valores de **a** e **b**.

Os valores de **a** e **b** obtidos pelo meu programa foram de :

$$a = 1.6382785714285741 \quad (12)$$

$$b = 2.8535714285681024E - 002 \quad (13)$$

Os valores de **a** e **b** obtidos pelo fit do gnuplot foram de :

$$a = 1.63828 \quad (14)$$

$$b = 0.0285357 \quad (15)$$

Podemos observar que a única coisa que mudou de um método para o outro foi a precisão.

2) c-

Aqui foi pedido para realizarmos os mesmos calculos do item a considerando o coeficiente linear sendo zero, isto é, **b** = 0. Deste modo obtemos as seguintes equações:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \sum_{k=1}^n (ax_k - y_k)x_k = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = \sum_{k=1}^n (ax_k - y_k) = 0 \quad (17)$$

utilizando as relações 4 5 6 7 obtemos duas relações que nos da o coeficiente angular **a**

$$aC - D = 0 \Rightarrow a = \frac{D}{C} \quad (18)$$

$$aA - B = 0 \Rightarrow a = \frac{B}{A} \quad (19)$$

Podemos utilizar qualquer uma das duas relações encontradas anteriormente para implementarmos um programa e obter o coeficiente angular **a**, eu escolhi a equação 18 e implementei o programa que se encontra na pasta 02c e o valor de **a** encontrado foi de:

$$a = 1.6405260143198093 \quad (20)$$

2) d-

Aqui foi pedido para criarmos um gráfico incluindo os dados experimentais, a função de ajuste com os parâmetros obtidos no item b pela minha subrotina, e a função de ajuste utilizando os parâmetros obtidos no item c.

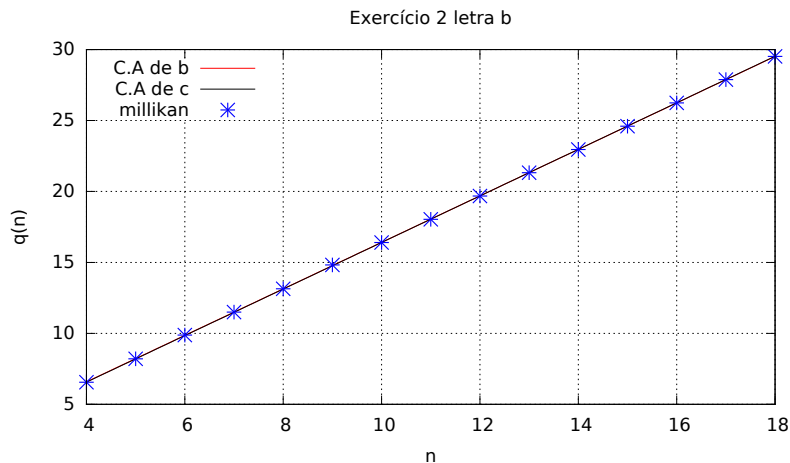


Figura 1: O gráfico mostra os pontos experimentais de azul e as retas das regressões obtidas pelos programas das letras b e c representadas pelas cores vermelho e preto respectivamente.

2) e-

Neste experimento o coeficiente angular **a** representa a carga de um único elétron e o coeficiente linear **b** representa algum erro de medida ou a atuação de algum agente externo durante a realização do experimento, como não fui eu que o realizou não posso afirmar com certeza quais coisas poderiam alterar o valor das cargas.

O Valor do erro relativo em relação aos itens b e c são respectivamente 21 22 :

$$E = 2.2\% \tag{21}$$

$$E = 2.4\% \tag{22}$$

Bibliografia

- [1] C. Scherer. Metodos Computacionais da Física (2nd ed.,2010)
- [2] AULAS 9 E 10: FIS-271 - Física Computacional I