



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE SISTEMAS
ELETRÔNICOS

Linda Crystal Ochoa Guerrero

**Otimização Não Linear Multiobjetivo Aplicada à Maximização de Hipertrofia e
Minimização de Custo Nutricional sob Restrições Temporais**
Disciplina: Introdução a processos de otimização utilizando técnicas de IA

Joinville
2025

SUMÁRIO

1	MODELO MATEMÁTICO	2
1.1	DEFINIÇÕES	2
1.2	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA	4
1.2.1	Definição de Conjuntos e Variáveis	4
1.2.2	Função de Custo Econômico	4
1.2.3	Função de Ganho Muscular	5
1.2.3.1	<i>Limites de volume de séries</i>	5
1.2.4	Função de Treino e Custo Temporal	6
1.2.4.1	<i>Condições de Y para tempo disponível do usuário</i>	6
1.2.5	Formulação da Função Objetivo	7
1.3	RESULTADOS NUMÉRICOS E SIMULAÇÃO	8
1.3.1	Cenário A: Restrição Temporal (45 min)	8
1.3.2	Cenário B: Alto Desempenho (100 min)	9
1.3.3	Discussão dos Resultados	9
	REFERÊNCIAS	10

1 MODELO MATEMÁTICO

1.1 DEFINIÇÕES

Taxa Metabólica Basal (BMR) Representa a quantidade mínima de energia (kcal/dia) que o sistema biológico precisa para manter suas funções vitais em estado repouso absoluto. O modelo é calculado a partir das Equações Harris-Benedict revisadas, que são funções lineares das variáveis fisiológicas do usuário (Wikipedia, 2024). É definido como

$$BMR = aW + bH + cT + d, \quad (1)$$

onde

- W : peso corporal em kg,
- H : altura em cm,
- T : idade em anos (Tempo),
- a, b, c, d : coeficientes de ajuste segundo a Tabela 1.

Tabela 1 – Coeficientes da Equação de Mifflin-St Jeor para o cálculo do BMR.

Coeficiente	Homens	Mulheres
a	10	10
b	6.25	6.25
c	-5	-5
d	+5	-161

Gasto Energético Total Diário (TDEE): O requerimento energético total é modelado como uma função linear do metabolismo basal (BMR), ajustado por um coeficiente de atividade física λ (Lambda).

$$TDEE = BMR \cdot \lambda, \quad (2)$$

onde λ é um fator adimensional que escala o gasto energético de acordo com o nível de atividade física do usuário. Os valores discretos de λ são definidos conforme os padrões de fisiologia do exercício citados por Cavaliere (Cavaliere, Jeff, 2024):

No modelo computacional, o valor de λ é selecionado dinamicamente em função da duração da sessão de treino (T) atribuída pelo otimizador.

Tabela 2 – Fatores de Atividade Física (λ) para o cálculo do TDEE.

Nível de Atividade	Descrição	Fator (λ)
Sedentário	Pouco ou nenhum exercício	1.200
Levemente Ativo	Exercício leve (1-3 dias/semana)	1.375
Moderadamente Ativo	Exercício moderado (3-5 dias/semana)	1.550
Muito Ativo	Exercício intenso (6-7 dias/semana)	1.725
Extremamente Ativo	Exercício muito intenso ou trabalho físico pesado	1.900

Superávit Energético para Hipertrofia (S_E): Para induzir um estado anabólico que permita a síntese de novo tecido muscular, o sistema impõe um balanço energético positivo. Definimos a Ingestão Energética Objetivo ($E_{objetivo}$) como:

$$E_{objetivo} = TDEE + S_E, \quad (3)$$

em que:

- $TDEE$: Gasto Energético Total Diário ($BMR \cdot \lambda$),
- S_E : Superávit Energético (kcal/dia).

Adotamos um intervalo conservador de $S_E \in [300, 500]$ kcal/dia. Este intervalo é suficiente para maximizar o ganho de massa magra, minimizando o acúmulo de tecido adiposo, conforme as recomendações padrão de nutrição esportiva (Cavaliere, Jeff, 2024). Da equação 3 obtemos um número que representa a energia metabólica necessária para hipertrofia.

Densidade Energética (Sistema Atwater) A energia contida nos alimentos pode ser convertida em massa metabólica de acordo com o princípio de conservação de energia.

A conversão de massa em energia metabólica é modelada utilizando os Fatores Gerais de Atwater. Define-se o vetor de coeficientes energéticos $\rho = [\rho_p, \rho_h, \rho_g]^T$, correspondente às densidades calóricas de proteínas, carboidratos e gorduras, respectivamente.

A energia total E_j fornecida por uma unidade de massa do alimento j é calculada como o produto escalar:

$$E_j = 4 \cdot p_j + 4 \cdot h_j + 9 \cdot g_j, \quad (4)$$

onde p_j, h_j, g_j representam a fração mássica de cada macronutriente no alimento j . Estes coeficientes são o padrão adotado para o cálculo energético.

1.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

Definimos um problema de Otimização Não Linear Multiobjetivo.

1.2.1 Definição de Conjuntos e Variáveis

Seja $J = \{1, \dots, n\}$ o conjunto de alimentos candidatos (baseados na base de dados TACO (Tabela brasileira de composição de alimentos) (NEPA/UNICAMP, 2011). Seja $M = \{p, c, g\}$ o conjunto dos macronutrientes. Definimos a matriz nutricional $A \in \mathbb{R}^{3 \times n}$ tal que:

$$A = \begin{pmatrix} p_1 & p_2 & \cdots & p_n \\ c_1 & c_2 & \cdots & c_n \\ g_1 & g_2 & \cdots & g_n \end{pmatrix},$$

onde A_{mj} representa a quantidade do macronutriente $m \in M$ presente em 1 g do alimento $j \in J$.

Definimos a primeira variável de decisão como:

- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_{\geq 0}^n$: vetor de quantidade de alimentos em gramas, donde x_i é a quantidade do alimento j .

1.2.2 Função de Custo Econômico

$$Q = \sum_{j=1}^n c_j x_j, \tag{5}$$

em que Q é o custo, C é o custo em Reais e x é o alimento. Queremos minimizar o custo da dieta e manter a energia ingerida dentro do intervalo:

$$[E_{\min}, E_{\max}] = [E_{\text{objetivo}} - 100, E_{\text{objetivo}} + 100].$$

Juntando com a Equação 4, temos:

$$E_{\text{objetivo}} = \sum_{j=1}^n x_j (4p_j + 4h_j + 9g_j).$$

Assim, a restrição energética pode ser escrita como:

$$E_{\text{objetivo}} - 100 \leq \sum_{j=1}^n x_j e_j \leq E_{\text{objetivo}} + 100.$$

Estabelecemos os limites dos macronutrientes de acordo com guias de nutrição (World Health Organization, 2023; NEPA/UNICAMP, 2011):

- **Proteínas:** $1.6w \leq \sum_{j=1}^n p_j x_j \leq 2.2w$
- **Carboidratos 45-65% da dieta.** $\frac{0.45 \cdot E_{objetivo}}{4} \leq \sum_{j=1}^n h_j x_j \leq \frac{0.65 \cdot E_{objetivo}}{4}$
- **Gorduras:** 20-30% da dieta. $\frac{0.20 \cdot E_{objetivo}}{9} \leq \sum_{j=1}^n g_j x_j \leq \frac{0.30 \cdot E_{objetivo}}{9}$
com $x_j \geq 0, \forall j$.

1.2.3 Função de Ganho Muscular

Os parâmetros escolhidos estão de acordo com o trabalho de (Pelland et al., 2024), que analisa sessões de exercício para hipertrofia e força.

Definimos a função de ganho como:

$$G(Y) = k \cdot \sqrt{Y}, \quad \text{sujeito a } Y_{\min} \leq Y \leq Y_{\max}, \quad (6)$$

onde $G(Y)$ representa o ganho muscular estimado em função do número de séries semanais (Y), sejam elas completas ou fracionadas.

O modelo proposto por (Pelland et al., 2024) descreve o ganho muscular como uma função não linear do tipo raiz quadrada, refletindo rendimentos decrescentes: após certo ponto, aumentos adicionais no volume de séries produzem ganhos cada vez menores.

A calibração do parâmetro k foi realizada considerando que o ganho marginal (taxa de variação) estimado no estudo é de 0.24% por série adicional no ponto médio de volume, $\bar{Y} = 12.25$ séries.

Derivando $G(Y)$, obtemos a taxa de ganho marginal:

$$G'(Y) = \frac{k}{2\sqrt{Y}}. \quad (7)$$

Substituindo os valores relatados ($G' = 0.24$ e $\bar{Y} = 12.25$):

$$0.24 = \frac{k}{2\sqrt{12.25}} \implies k = 0.24 \cdot 2 \cdot 3.5 \implies k = 1.68. \quad (8)$$

Portanto, no modelo adotamos $k = 1.68$.

1.2.3.1 Limites de volume de séries

Estabelecemos os limites de Y com base nos níveis de eficiência de volume apresentados por (Pelland et al., 2024). O estudo indica que, embora treinar mais séries geralmente aumente a hipertrofia, cada série extra passa a gerar benefícios menores depois de certo ponto.

A Tabela 3 resume a classificação dos intervalos de volume semanal e o impacto esperado no ganho muscular:

Dado que procuramos os melhores resultados, tomaremos apenas os níveis de eficiência mínimo, alto e intermediário.

Tabela 3 – Eficiência de Séries Semanais Fracionadas para Hipertrofia

Nível de Eficiência	Séries (Y)	Retorno Marginal Esperado
Dose Mínima Efetiva	4	Suficiente para hipertrofia detectável.
Alta Eficiência	5 – 10	Requer ~ 6 séries extras para ganho adicional.
Eficiência Intermediária	11 – 18	Requer ~ 8.5 séries extras para ganho adicional.
Baixa Eficiência	19 – 29	Requer ~ 10.75 séries extras (retorno decrescente).
Eficiência Mínima	30 – 42	Requer ~ 12.5 séries extras (saturação).
Indeterminado	43+	Dados insuficientes; risco de platô ou perda.

Fonte: Adaptado de (Pelland et al., 2024), Tabela 2A.

1.2.4 Função de Treino e Custo Temporal

Definimos a função

$$Z_{\text{treino}} = G(Y) - \gamma \cdot Y, \quad (9)$$

em que γ representa o custo temporal associado a cada série realizada. Considerando:

- repetições por série: 12,
- tempo médio por série: 40 segundos,
- intervalo de descanso: 108 segundos,
- tempo total por série: $148 \text{ s} \approx 2.5 \text{ min}$,

temos que:

$$\gamma \approx 2.5 \text{ min/ série.}$$

Assim, substituindo na expressão geral, obtemos:

$$Z_{\text{treino}} = 1.68\sqrt{Y} - 2.5Y.$$

1.2.4.1 Condições de Y para tempo disponível do usuário

Usando os tempos de sessão em minutos e de acordo com o fator λ de nível de atividade da tabela 2 e o nível de eficiência da tabela 3 estabeleceremos os limites para Y como sendo:

Intervalo de tempo	λ	Y
$30 \leq T_{\text{sessao}} \leq 75$	1.55	$Y = 4$
$75 < T_{\text{sessao}} \leq 120$	1.725	$5 \leq Y \leq 10$
$120 < T_{\text{sessao}} \leq 150$	1.9	$11 \leq Y < 20$

1.2.5 Formulação da Função Objetivo

O problema é modelado como uma otimização não linear multi-objetivo, onde buscamos maximizar o retorno biológico do treino e minimizar o custo da dieta associada.

Seja Y a variável de decisão inteira (número de séries) e x o vetor de decisão contínua (quantidade de alimentos). Definimos a Função Objetivo Global $F(Y, x)$ como uma soma ponderada:

$$F(Y, x) = \alpha Z_{\text{treino}}(Y) - \beta Q(x), \quad (10)$$

onde:

- $Z_{\text{treino}}(Y)$ representa o ganho fisiológico estimado decorrente da execução de Y séries. Trata-se de uma função crescente e côncava, refletindo a lei dos rendimentos decrescentes:

$$Z'_{\text{treino}}(Y) > 0, \quad Z''_{\text{treino}}(Y) < 0.$$

- $Q(x)$ representa o **custo financeiro e nutricional** da dieta necessária para sustentar o volume Y . Como o aumento do treino exige maior aporte calórico, o custo $Q(x)$ tende a subir naturalmente. O objetivo é encontrar a dieta de menor custo que satisfaça a demanda gerada pelo treino.
- $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ são parâmetros de ponderação (pesos) que ajustam a importância relativa entre o benefício biológico (hipertrofia) e o custo econômico (reais), permitindo a comparação na mesma escala.

O modelo não busca maximizar o treino infinitamente, mas sim encontrar o ponto de equilíbrio na Eq. (10) onde o ganho marginal do treino justifica o custo adicional da dieta.

O domínio viável de Y é restrito pelo tempo de sessão disponível ($T_{\text{sessão}}$), definido como um conjunto discreto por partes:

$$\mathcal{Y}(T_{\text{sessão}}) = \begin{cases} \{4\}, & 30 \leq T_{\text{sessão}} \leq 75, \\ \{5, 6, \dots, 10\}, & 75 < T_{\text{sessão}} \leq 120, \\ \{11, 12, \dots, 20\}, & 120 < T_{\text{sessão}} \leq 150. \end{cases}$$

Dessa forma, o volume ótimo recomendado é obtido por:

$$Y^* = \arg \max_{Y \in \mathcal{Y}} F(Y, x),$$

Isto é, o modelo seleciona o valor de Y que maximiza a utilidade global, respeitando os limites físicos de tempo e minimizando o impacto financeiro da alimentação necessária.

1.3 RESULTADOS NUMÉRICOS E SIMULAÇÃO

O modelo proposto foi implementado computacionalmente utilizando a biblioteca SciPy (Python), aplicando o algoritmo *Simplex* para a parte linear (dieta) e otimização escalar limitada para a parte não-linear (treino). As restrições de diversidade alimentar foram ativas, limitando a contribuição de cada alimento a no máximo 40% da cota de cada macronutriente.

Para validar a robustez do sistema, simulamos dois cenários distintos para um perfil de usuário feminino (55kg, 168cm, 39 anos), variando a disponibilidade de tempo.

1.3.1 Cenário A: Restrição Temporal (45 min)

Neste cenário, com $T = 45$ minutos, o modelo ajustou os parâmetros para a zona de manutenção/dose mínima:

- **Fator de Atividade (λ)**: 1.55 (Moderadamente Ativo).
- **Volume de Treino (Y^*)**: 4 séries.
- **Meta Energética (E_{alvo})**: 2325 kcal.

A dieta ótima resultante (Tabela 4) apresentou uma diversidade significativa, incluindo fontes de carboidratos mistas (arroz, pão, macarrão) para satisfazer a demanda energética com o menor custo possível.

Tabela 4 – Dieta Otimizada - Cenário A (45 min)

Alimento	Quantidade (g)	Custo Estimado (R\$)
Arroz (Cozido)	372.4	1.63
Ovo (Cozido)	217.6	2.90
Feijão (Cozido)	270.9	1.46
Pão Francês	178.6	2.95
Macarrão (Cru)	134.3	1.25
Lombo Suíno (Assado)	25.3	0.68
Azeite de Oliva	18.6	1.41
Custo Total Diário	–	R\$ 12.29

1.3.2 Cenário B: Alto Desempenho (100 min)

Com $T = 100$ minutos, o sistema elevou o nível de atividade para sustentar um volume de treino maior.

- **Fator de Atividade (λ)**: 1.725 (Muito Ativo).
- **Volume de Treino (Y^*)**: 9 séries (Zona de Alta Eficiência).
- **Meta Energética (E_{alvo})**: 2554 kcal (+229 kcal vs Cenário A).

Como o conjunto de dietas possíveis depende do nível de treino, isto é ($\mathbf{x} \in \Omega(Y)$), o modelo aumentou proporcionalmente as quantidades dos alimentos-base (arroz, feijão, pão) para cobrir o déficit calórico extra gerado pelo treino, mantendo a proporção de macronutrientes.

Tabela 5 – Dieta Otimizada - Cenário B (100 min)

Alimento	Quantidade (g)	Custo Estimado (R\$)
Arroz (Cozido)	409.0	1.80
Feijão (Cozido)	352.3	1.90
Ovo (Cozido)	239.0	3.19
Pão Francês	196.1	3.24
Macarrão (Cru)	147.5	1.38
Azeite de Oliva	22.7	1.72
Lombo Suíno (Assado)	6.4	0.17
Custo Total Diário	–	R\$ 13.39

1.3.3 Discussão dos Resultados

Vemos que o aumento no tempo de treino de 45 para 100 minutos resultou em um aumento de 5 séries de trabalho ($Y = 4 \rightarrow Y = 9$) e um custo marginal financeiro de **R\$ 1.10/dia** para suportar a demanda metabólica adicional.

As restrições de diversidade ($x_j \leq 40\%$) foram eficazes em prevenir dietas monótonas, forçando o otimizador a explorar o espaço de soluções além dos itens de custo mínimo absoluto.

REFERÊNCIAS

Cavaliere, Jeff. **BMR Calculator: How to Use One for Your Fitness Goals.** 2024. AthleanX, MSPT, CSCS. Disponível em: <https://athleanx.com/calculators/bmr-calculator>. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 3.

NEPA/UNICAMP. **Tabela brasileira de composição de alimentos (TACO).** 4. ed. Campinas, SP: Nepa-UNICAMP, 2011. 161 p. ISBN 978-85-86336-05-3. Citado na página 4.

PELLAND, Joshua C et al. The resistance training dose-response: Meta-regressions exploring the effects of weekly volume and frequency on muscle hypertrophy and strength gain. **SportRxiv**, 2024. Preprint. Disponível em: <https://osf.io/preprints/sportrxiv/e9q38/>. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 6.

Wikipedia. **Harris–Benedict equation.** 2024. Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/Harris%E2%80%93Benedict_equation. Citado na página 2.

World Health Organization. **WHO updates guidelines on fats and carbohydrates.** 2023. <https://www.who.int/news-room/detail/17-07-2023-who-updates-guidelines-on-fats-and-carbohydrates>. Citado na página 4.