第一部分 恒定磁场

一、恒定电流

1. 电流强度

电流强度 (I)

单位时间内通过导体截面的电荷，即：

$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

- 方向：规定为正电荷运动的方向。
- 微观表达式：$I = en\bar{v}S$，其中$\bar{v}$为电荷定向移动的平均速率。

2. 电流密度

电流密度 (J)

电流密度是一个矢量：

- 大小：$J=\frac{\mathrm{d}I_n}{\mathrm{d}S}$，即该点处单位垂直截面的电流。
- 方向：正电荷在该点的运动方向。

通过任意曲面S的电流为：

$$I=\iint_S \boldsymbol{J}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\iint_S J\cos\theta\mathrm{d}S$$

电流连续性方程

对闭合曲面，流出的净电流等于内部电荷量的减少率：

$$\oint_S \boldsymbol{J}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=-\frac{\mathrm{d}q_{int}}{\mathrm{d}t}$$

注意

1. 单一载流子：若载流子带电量为q，数密度为n，速度为$\boldsymbol{v}$，则 $\boldsymbol{J}=nq\boldsymbol{v}$。
2. 多种载流子：$\boldsymbol{J}=\sum_i \boldsymbol{J}_i=\sum_i n_i q_i \boldsymbol{v}_i$。

3. 恒定电流与基尔霍夫第一方程

恒定电流性质

对于恒定电流，任何闭合曲面内电荷量不变，因此流入和流出的电流相等。

$$\oint_S \boldsymbol{J}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=0$$

基尔霍夫第一方程 (节点电流方程)

在电路的任一节点，流入节点的电流代数和为零。

$$\sum_i I_i=0$$

- 规定：流出节点为正，流入节点为负。

4. 恒定电场与基尔霍夫第二方程

恒定电场

在恒定电流情况下，导体中电荷分布不随时间变化形成的电场。

- 恒定电场与静电场具有相似性质（高斯定理和环路定理），可引入电势概念。
- 恒定电场的存在伴随能量的转换。

基尔霍夫第二方程

在恒定电场中，电场力是保守力，其环路积分为零。

$$\boxed{\oint_L \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = 0}$$

- 物理意义：在恒定电流电路中，沿任何闭合回路一周的电势降落的代数和为0。

5. 电阻定律与欧姆定律的微分形式

电阻相关定律

- 欧姆定律：$U = IR$
- 电阻定律：$R = \rho\frac{l}{S} = \frac{l}{\sigma S}$ (其中ρ为电阻率，σ为电导率)
- 电阻率与温度关系：$\rho_2 = \rho_1[1 + \alpha(T_2 - T_1)]$

欧姆定律的微分形式

描述导体内某点电流密度$\boldsymbol{J}$与该点电场强度$\boldsymbol{E}$之间关系的定律。

$$\boxed{\boldsymbol{J} = \sigma\boldsymbol{E} \quad \text{或} \quad \boldsymbol{E} = \rho\boldsymbol{J}}$$

- 适用性：对金属和电解液在很大范围内成立，但对半导体等材料不成立（非欧姆导电特性）。

二、电源与电动势

1. 电源与非静电力

📖 非静电力

在电源内部，一种能将正电荷从负极（低电势）搬运到正极（高电势）的作用力，其方向与静电场力相反。

📖 电源

提供非静电力的装置。

2. 电动势

📖 电动势 ($\mathcal{E}$)

将单位正电荷在电源内部从负极移到正极时，非静电力所做的功。

- 定义式：$\mathcal{E} = \dfrac{A_{ne}}{q}$
- 积分形式：$\mathcal{E} = \int_{-}^{+} \boldsymbol{E}_{ne} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \oint_L \boldsymbol{E}_{ne} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$
  - 其中$\boldsymbol{E}_{ne}$为非静电场强度。

关于电动势的说明

- 单位：伏特 (V)。
- 方向：在电源内部，从负极指向正极，是电势升高的方向。
- 性质：电动势是标量，其大小由电源自身性质决定，与外电路无关。

三、磁感强度与磁通量

1. 磁感强度

📖 磁感强度 ($\boldsymbol{B}$)

描述磁场强弱和方向的物理量，是矢量。

- 大小：运动电荷在磁场中沿特定方向运动时不受力，当其垂直于该方向运动时受力最大(F_{max})，定义磁感强度大小为：

$$B = \frac{F_{max}}{qv}$$

- 方向：当正电荷垂直于特定直线运动时，$\boldsymbol{F}_{max}$的方向与$\boldsymbol{v}$的方向构成右手螺旋关系，$\boldsymbol{B}$的方向即为该螺旋关系的方向。
- 单位：特斯拉 (Tesla, T)，$1\mathrm{T} = 1\mathrm{N}/(\mathrm{A}\cdot\mathrm{m})$

洛伦兹力

运动电荷在磁场中所受的力。

$$\boxed{\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})}$$

2. 磁感线

磁感线特点

1. 是闭合曲线，无起点和终点。
2. 任意两条磁感线不相交。
3. 磁感线的疏密程度表示磁感强度的大小，切线方向表示磁感强度的方向。

3. 磁通量与磁场的高斯定理

磁通量 (Φ)

通过某一曲面的磁感线净数量。

$$\Phi = \iint_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \iint_S B \cos\theta \mathrm{d}S$$

- 单位：韦伯 (Weber, Wb)，$1\mathrm{Wb} = 1\mathrm{T}\cdot\mathrm{m}^2$

磁场的高斯定理

通过任意闭合曲面的磁通量恒为零。

$$\boxed{\oint_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0}$$

- 物理意义：磁场是无源场，不存在独立的磁单极。

四、毕奥—萨伐尔定律

1. 毕奥—萨伐尔定律

毕奥—萨伐尔定律

电流元 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 在空间某点 P 产生的磁感强度 $\mathrm{d}\boldsymbol{B}$ 为：

$$\mathrm{d}\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{r^3}$$

- 大小：$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$
- 真空磁导率：$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}$

磁感强度叠加原理

空间某点的总磁感强度是所有电流元在该点产生的磁感强度的矢量和。

$$\boldsymbol{B} = \int \mathrm{d}\boldsymbol{B} = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{r^3}$$

例1：载流长直导线的磁场

- 有限长直导线：$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$
- 无限长直导线：

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$

- 半无限长直导线：$B_p = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}$

例2：圆形载流导线轴线上的磁场

- 轴线上任一点 **P**：$B_x = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$
- 圆心处 **(**$x = 0$**)**：

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2R}}$$

例3：载流密绕直螺线管的磁场

- 无限长螺线管内部：

$$\boxed{B = \mu_0 n I}$$

  其中，n 为单位长度匝数。
- 半无限长螺线管端口处：$B = \frac{1}{2}\mu_0 n I$

2. 磁偶极矩

磁偶极矩 ($\boldsymbol{m}$)

描述电流环磁效应的物理量。

$$\boldsymbol{m} = IS\hat{\boldsymbol{e}}_n$$

- 方向：由右手螺旋定则确定，与电流I和环路方向相关。
- 在远场（$x \gg R$）情况下，圆形电流的磁场可表示为：

$$\boldsymbol{B} \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\boldsymbol{m}}{x^3}$$

五、安培环路定理

安培环路定理

在真空中，磁感强度$\boldsymbol{B}$沿任意闭合路径L的线积分（环量），等于该路径所包围的传导电流的代数和乘以真空磁导率μ_0。

$$\boxed{\oint_L \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \mu_0 \sum I_i}$$

- 电流正负规定：环路L的绕行方向与电流I成右手螺旋关系时，I为正，反之为负。
- 适用条件：稳恒磁场。

应用安培环路定理计算长直螺线管磁场

问题：
设有一无限长密绕直螺线管，单位长度上的匝数为 n，通有电流 I。求螺线管内部的磁感应强度 B。

分析与假设：

1. 对称性分析：由于是无限长密绕螺线管，其内部磁场可以看作是匀强磁场，方向平行于螺线管的轴线。
2. 场外假设：螺线管外部各处磁场相互抵消，可认为外部磁感应强度为零 ($B_{外} \approx 0$)。

解题步骤：

1. 选取安培环路：
   选取一个矩形闭合路径 `abcd`。其中 `ab` 边在螺线管内部，长度为 L，与磁场方向平行；`cd` 边在螺线管外部；`bc` 和 `da` 两边垂直于磁场方向。

2. 计算 **B** 的环路积分：
   根据安培环路定理 $\oint_L \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$，我们将积分分为四段：

$$\oint_{abcd} \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_a^b \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} + \int_b^c \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} + \int_c^d \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} + \int_d^a \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

   - 路径 **ab**：$\boldsymbol{B}$ 与 $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 同向，$\int_a^b \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_a^b B\mathrm{d}l = BL$
   - 路径 **bc** 和 **da**：$\boldsymbol{B}$ 与 $\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 垂直，$\boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = 0$，所以积分为 0。
   - 路径 **cd**：在螺线管外部，$B_{外} \approx 0$，所以积分为 0。

   因此，总的环路积分为：

$$\oint_L \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = BL + 0 + 0 + 0 = BL$$

3. 计算环路包围的电流：
矩形环路 `abcd` 包围的导线匝数为 $N = nL$。
所以，环路包围的总电流为：

$$\sum I_i = N \cdot I = nLI$$

4. 应用安培环路定理求解 **B**：
根据安培环路定理 $\oint_L \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \mu_0 \sum I_i$，我们有：

$$BL = \mu_0(nLI)$$

消去两侧的 L，得到最终结果。

结论：
无限长直螺线管内部的磁感应强度为：

$$\boxed{B = \mu_0 nI}$$

该结果表明，内部磁场是匀强磁场，其大小与单位长度匝数 n 和电流 I 成正比。

六、带电粒子在电场和磁场中的运动

1. 洛伦兹力

洛伦兹力 (完整形式)

运动电荷在电磁场中所受的合力。

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$$

2. 带电粒子在磁场中的运动

运动分析

- $\boldsymbol{v} \perp \boldsymbol{B}$：粒子做匀速圆周运动。

- 回旋半径：$R=\dfrac{mv}{qB}$
- 回旋周期：$T=\dfrac{2\pi m}{qB}$

- $\boldsymbol{v}$与$\boldsymbol{B}$不垂直：粒子做螺旋线运动。
  - 螺距：$d=v_{\parallel}T=(v\cos\theta)\dfrac{2\pi m}{qB}$

3. 霍尔效应

霍尔效应

将载流导体置于磁场中，若磁场方向与电流方向垂直，则在导体另外两侧会产生电势差，这种现象称为霍尔效应。

- 霍尔电压：$U_H=R_H\dfrac{IB}{d}$
- 霍尔系数：$R_H=\dfrac{1}{nq}$，可用于判断载流子类型（正或负）和计算载流子浓度n。

七、载流导线在磁场中受的力

1. 安培力

安培定律 (力)

磁场对电流元 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$ 的作用力。

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F}=I(\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{B})$$

- 总安培力：对整个导线积分 $\boldsymbol{F}=\int_l I(\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{B})$

2. 磁力矩

磁力矩 ($\boldsymbol{M}$)

均匀磁场对载流线圈的作用力矩。

$$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{m}\times\boldsymbol{B}$$

- $\boldsymbol{m}$ 为线圈的磁偶极矩。

- 对于有N匝的线圈：$\boldsymbol{M} = N(I\boldsymbol{S} \times \boldsymbol{B})$
- 受力特点：在均匀磁场中，闭合载流线圈所受合力为零，但合力矩不一定为零。

八、磁介质的分类及磁化机制

1. 磁介质的分类

磁介质

在外磁场作用下会发生磁化，并反过来影响磁场的物质。

相对磁导率 (μ_r)

描述磁介质磁化性质的物理量。

$$\mu_r = \frac{B}{B_0}$$

- 抗磁质：$\mu_r < 1$，会减弱原磁场。
- 顺磁质：$\mu_r > 1$，会增强原磁场。
- 铁磁质：$\mu_r \gg 1$，能极大地增强原磁场。

2. 有磁介质时的安培环路定理

磁场强度 ($\boldsymbol{H}$)

为考虑磁介质影响而引入的辅助物理量。

$$\boldsymbol{H} = \frac{\boldsymbol{B}}{\mu} \quad \text{或} \quad \boldsymbol{B} = \mu_0 \mu_r \boldsymbol{H}$$

有磁介质时的安培环路定理

磁场强度$\boldsymbol{H}$沿任意闭合路径的环量，等于该路径所包围的传导电流的代数和。

$$\boxed{\oint_L \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \sum I_{传导}}$$

- 此定理的优点在于右侧不包含束缚电流，简化了计算。(介质)

3. 铁磁质

铁磁质的主要宏观性质

1. 高磁导率：$\mu_r \gg 1$，可使原磁场大幅度增加。
2. 非线性关系：B与H的关系由磁化曲线描述，是非线性的。
3. 磁滞现象：磁化过程不可逆，形成磁滞回线，具有剩磁和矫顽力。
4. 居里温度：高于此温度，铁磁性消失，转变为顺磁性。

第二部分 电磁感应与电磁场

一、电磁感应定律

1. 电磁感应现象

电磁感应现象

当穿过一个闭合导体回路的磁通量发生变化时，回路中就产生电流，这种现象叫电磁感应现象。

- 感应电流：电磁感应现象中产生的电流。
- 感应电动势：电磁感应现象中产生的电动势，是感应电流产生的原因。

2. 法拉第电磁感应定律

法拉第电磁感应定律

闭合回路中产生的感应电动势的大小，正比于穿过该回路磁通量对时间的变化率。

$$\boxed{\mathcal{E}_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$$

- 负号：表示感应电动势的方向，其具体物理意义由楞次定律阐明。
- 多匝线圈：若回路是 N 匝密绕线圈，则总电动势为：

$$\mathcal{E} = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}$$

其中 $\Psi = N\Phi$ 称为磁链。

3. 感应电动势方向的判断

楞次定律

闭合回路中感应电流的磁场，总是要反抗（阻碍）引起感应电流的磁通量的变化。

- “阻碍”的含义：
  - 若原磁通量增加，则感应电流的磁场方向与原磁场相反。
  - 若原磁通量减少，则感应电流的磁场方向与原磁场相同。
- 实质：能量守恒定律在电磁感应现象中的体现。获得感应电流的电能，是以外界克服安培力做功为代价的。

应用楞次定律判断感应电流方向的步骤

1. 确定原磁场 $\boldsymbol{B}$ 的方向。
2. 判断穿过回路的磁通量 Φ 是增加还是减少。
3. 根据楞次定律确定感应电流的磁场 $\boldsymbol{B}'$ 的方向。
4. 利用右手螺旋定则，由 $\boldsymbol{B}'$ 的方向确定感应电流 I 的方向。

关于感应电量

在 $\Delta t = t_2 - t_1$ 时间内，通过回路的感应电量 q 只与磁通量的改变量和回路总电阻 R 有关，与变化快慢无关。

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I_i \mathrm{d}t = \int \frac{\mathcal{E}_i}{R}\mathrm{d}t = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2}\mathrm{d}\Phi = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}$$

二、动生电动势与感生电动势

1. 动生电动势

动生电动势

由于导体（或回路的一部分）在磁场中运动而产生的感应电动势。

- 非静电力来源：洛伦兹力对导体内部自由电荷的作用。$\boldsymbol{f}_m = q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$
- 计算公式：

$$\mathcal{E}_i = \int_A^B (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

- 方向判断：使用右手定则。伸开右手，使磁感线垂直穿过手心，大拇指指向导体运动方向，则四指所指方向即为电动势方向（电势高的一端）。

动生电动势的理解

- 动生电动势的产生不要求必须有闭合回路。
- 本质是导体切割磁感线，其大小等于运动导线在单位时间内切割的磁感线条数。

2. 感生电动势

感生电动势

由于导体不动而磁场本身随时间变化所产生的感应电动势。

- 非静电力来源：变化的磁场在其周围空间激发的一种有旋电场（也称感生电场或涡旋电场），该电场对自由电荷的作用力。
- 感生电场：
  - 感生电场的电场线是闭合的曲线，是无源场。
  - 感生电场是非保守场，其环流不为零：

$$\oint_L \boldsymbol{E}_v \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\iint_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

总感应电动势

当回路中既有导体运动，又有磁场变化时，总感应电动势等于动生电动势与感生电动势的代数和：

$$\mathcal{E}_{总} = \int_L (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} + \oint_L \boldsymbol{E}_v \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

三、自感与互感

1. 自感现象

🕮 自感现象

当一个回路中的电流随时间变化时，穿过回路本身的磁通量也发生变化，从而在回路中产生感应电动势的现象。

- 自感电动势：自感现象中产生的电动势。

🕮 自感系数 (L)

描述线圈产生自感电动势能力的物理量，也称电感。

$$\Phi = LI$$

- 自感电动势：

$$\mathcal{E}_L = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

- 单位：亨利 (H)，$1\mathrm{H} = 1\mathrm{Wb/A}$。
- 性质：L仅由线圈的形状、大小、匝数及周围磁介质的磁导率决定。

2. 互感现象

🕮 互感现象

当一个线圈中的电流发生变化时，在邻近的另一个线圈中引起感应电动势的现象。

- 互感电动势：互感现象中产生的电动势。

📖 **互感系数 (M)**

描述两个线圈之间相互影响能力的物理量。

$$\Phi_{21} = M_{21} I_1 \quad \text{且} \quad \Phi_{12} = M_{12} I_2$$

理论可证 $M_{21} = M_{12} = M$。

- 互感电动势：

$$\mathcal{E}_{21} = -M \frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t} \quad \text{和} \quad \mathcal{E}_{12} = -M \frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$$

- 性质：M由两个线圈的几何形状、相对位置及周围磁介质决定。

四、磁场的能量

1. 磁能

ⓘ **磁能的来源**

在电流建立的过程中，电源做功的一部分能量没有转化为焦耳热，而是储存在磁场中，成为磁场的能量。

📖 **磁场能量**

储存在载有电流 I 的电感 L 中的能量为：

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2$$

2. 磁能密度

📖 **磁能密度 (w_m)**

单位体积内所储存的磁场能量。

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2}BH$$

- 磁场总能量：可通过对整个磁场分布空间进行积分得到 $W_m = \int_V w_m \mathrm{d}V$。

五、位移电流与麦克斯韦方程组

1. 位移电流

⚠ 安培环路定理的局限性

原始的安培环路定理 $\oint_L \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \sum I_{传导}$ 只适用于稳恒电流。对于变化的电场（例如电容器充电），该定律会导出矛盾。

位移电流

麦克斯韦提出的一个核心概念，认为变化的电场也等效于一种电流，并能激发磁场。这种等效的电流被称为位移电流。

- 位移电流密度：$\boldsymbol{j}_D = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$ (其中 $\boldsymbol{D}$ 是电位移矢量)
- 位移电流：$I_D = \iint_S \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}$

2. 全电流安培环路定理

全电流安培环路定理

磁场强度 $\boldsymbol{H}$ 沿任意闭合路径的环流，等于该路径所包围的传导电流与位移电流的总和（全电流）。

$$\boxed{\oint_L \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \sum (I_c + I_d)}$$

3. 麦克斯韦方程组 (积分形式)

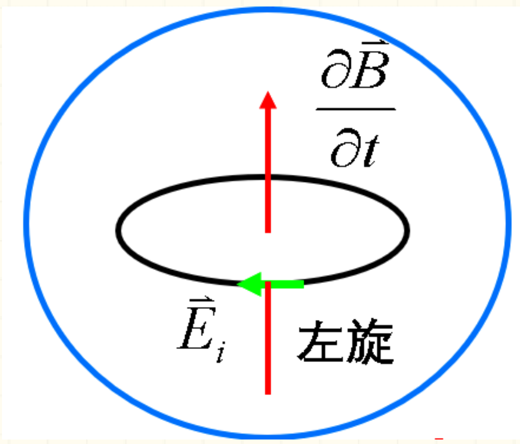
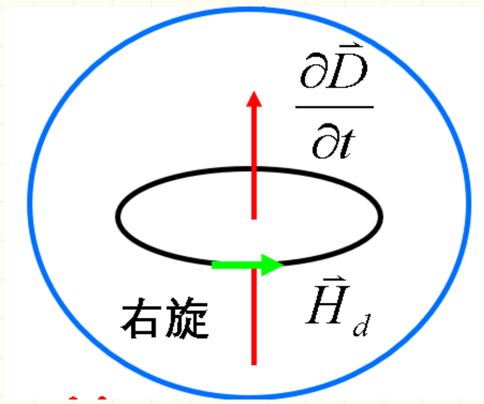
麦克斯韦方程组

宏观电磁场理论的基础，由以下四个方程构成：

1. 电场的高斯定理：$\oint_S \boldsymbol{D} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \sum q_i$
   - *物理意义*：电荷是电场的源头（有源场）。
2. 磁场的高斯定理：$\oint_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0$
   - *物理意义*：磁场是无源的，不存在磁单极。
3. 法拉第电磁感应定律：$\oint_L \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\iint_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$
   - *物理意义*：变化的磁场能激发出涡旋电场。
4. 全电流安培环路定理：$\oint_L \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \iint_S (\boldsymbol{j}_c + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$
   - *物理意义*：传导电流和变化的电场都能激发涡旋磁场。

对称之美：变化的电场与磁场的相互激发

麦克斯韦理论的核心揭示了变化的电场和磁场之间存在着深刻的对称关系，它们互为源泉，相互激发，共同构成了统一的电磁场。

现象	变化的磁场激发电场	变化的电场激发磁场
定律	法拉第电磁感应定律	全电流安培环路定理（位移电流项）
数学形式	$\oint_L \boldsymbol{E}_i \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\iint_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$	$\oint_L \boldsymbol{H}_d \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \iint_S \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$
图像		
方向关系	感应电场 $\boldsymbol{E}_i$ 的环绕方向与磁场变化率 $\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$ 的方向成左旋关系（由负号决定）。	感生磁场 $\boldsymbol{H}_d$ 的环绕方向与电场变化率 $\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$ 的方向成右旋关系。

这种近乎完美的对称性（仅相差一个负号和左右手定则的别），是电磁理论“对称美”的集中体现。

第三部分 振动与波

一、简谐运动

振动 (Vibration)

任何一个物理量随时间的周期性变化都可称为振动。

- 机械振动：物体围绕其平衡位置的往复运动。
- 简谐运动 **(Simple Harmonic Motion, SHM)**：最简单、最基本的振动形式。任何复杂的周期振动都可以分解为若干个简谐运动的合成。

1. 简谐运动的动力学与运动学方程

简谐运动 (SHM)

物体在与其位移大小成正比、方向相反的线性回复力作用下的运动。

- 动力学方程：$F=-kx$
- 微分方程：

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-\omega^2x$$

其中，固有圆频率 $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$。

简谐运动的运动学方程

简谐运动微分方程的解，描述了振动位移随时间变化的规律。

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \phi)}$$

2. 描述简谐运动的物理量

物理量	符号/公式	物理意义
振幅 (Amplitude)	A	振动物体离开平衡位置的最大距离，表示振动的强弱。
周期 (Period)	$T = \frac{2\pi}{\omega}$	完成一次全振动所需的时间。
频率 (Frequency)	$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$	单位时间内完成全振动的次数。
圆频率 (Angular Freq.)	ω	2π 秒内振动的次数，决定了振动变化的快慢。
相位 (Phase)	$\omega t + \phi$	决定了振动系统在任一时刻的运动状态（位置和速度）。
初相 (Initial Phase)	ϕ	$t = 0$ 时刻的相位，决定了振动的初始状态。

振幅与初相的确定

振幅 A 和初相 ϕ 是由初始条件 ($t = 0$ 时的 x_0 和 v_0) 决定的积分常数。

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$$

$$\tan\phi = -\frac{v_0}{\omega x_0}$$

3. 旋转矢量法

旋转矢量法

简谐运动可以看作一个矢量 $\vec{A}$ 以角速度 ω 绕原点 O 匀速转动时，其端点在某一坐标轴（如 x 轴）上投影点的运动。

- 矢量长度 $\Leftrightarrow$ 振幅 A
- 旋转角速度 $\Leftrightarrow$ 圆频率 ω
- 矢量与x轴夹角 $\Leftrightarrow$ 相位 $\omega t + \phi$
- 初始时刻的夹角 $\Leftrightarrow$ 初相 ϕ

二、简谐运动的合成

1. 同一直线上同频率的简谐运动合成

合成规律

两个同一直线上、同频率的简谐运动合成后，仍然是一个新的简谐运动，其频率不变。

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \phi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \phi_2)$$

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \phi)$$

- 合振幅：$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\phi_2 - \phi_1)}$
- 合初相：$\tan\phi = \dfrac{A_1\sin\phi_1 + A_2\sin\phi_2}{A_1\cos\phi_1 + A_2\cos\phi_2}$

相位差 $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ 的影响

- 同相：$\Delta\phi = 2k\pi$。合振幅最大，$A = A_1 + A_2$ (相互加强)。
- 反相：$\Delta\phi = (2k+1)\pi$。合振幅最小，$A = |A_1 - A_2|$ (相互削弱)。

2. 同一直线上不同频率的简谐运动合成（拍）

拍 (Beat)

两个频率相近（$|\nu_2 - \nu_1| \ll \nu_1 + \nu_2$）、振幅相近的同方向简谐运动合成时，合振动的振幅发生周期性强弱变化的现象。

- 拍频：合振幅每秒钟变化的次数，等于两个分振动频率之差。

$$\nu_{\text{拍}} = |\nu_2 - \nu_1|$$

3. 相互垂直的同频率简谐运动合成

合成轨迹

合成运动的轨迹通常是一个椭圆，其形状和旋向取决于两个分振动的振幅和相位差 $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$。

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2}\cos(\Delta\phi) = \sin^2(\Delta\phi)$$

- $\Delta\phi = 0$ 或 π：轨迹为直线。
- $\Delta\phi = \pm\frac{\pi}{2}$：轨迹为标准椭圆；若 $A_1 = A_2$，则轨迹为圆。

三、简谐运动的能量

简谐运动的能量

- 动能：$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi)$
- 势能：$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \phi)$
- 总机械能：

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$$

结论：由于线性回复力是保守力，简谐运动系统的总机械能守恒，且总能量与振幅的平方成正比。

四、电磁振荡

LC 振荡电路

由电感 L 和电容 C 组成的电路，是能够产生电磁振荡的最基本单元。

无阻尼自由电磁振荡

在不计电阻的 LC 电路中，电荷量 q 和电流 i 会发生简谐振荡。

- 微分方程:

$$\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{1}{LC}q$$

- 类比：该方程与弹簧振子 $\ddot{x} = -\frac{k}{m}x$ 形式完全相同。
- 振荡圆频率：$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
- 电荷方程：$q = Q_0\cos(\omega t + \phi)$
- 电流方程：$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = -I_0\sin(\omega t + \phi)$
- 能量：电路总能量守恒，在电场能和磁场能之间相互转化。

$$W_{总} = W_e + W_m = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2 = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{1}{2}LI_0^2$$