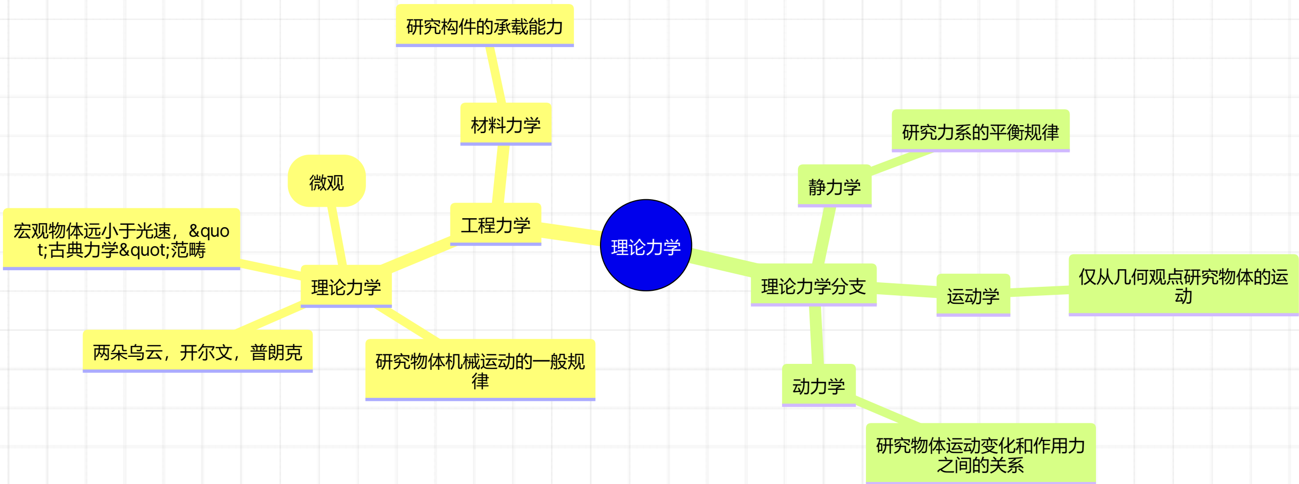
- 第一部分 静力学基础
  - 一、静力学公理和物体的受力分析
    - 1. 刚体与力系
    - 2. 静力学公理
    - 3. 推理与定理
  - 二、约束与约束力
    - 1. 约束类型
    - 2. 二力构件
  - 三、物体的受力分析
    - 1. 受力分析步骤
    - 2. 受力图示例
- 第二部分 平面力系
  - 一、力矩与力偶
    - 1. 力矩与力偶
    - 2. 合力矩定理
    - 3. 平面力偶系平衡
  - 二、平面汇交力系
  - 三、平面任意力系
    - 1. 力系的简化
      - (1) 力的平移定理
      - (2) 简化为主矢和主矩
    - 2. 平衡条件和平衡方程
      - (1) 平衡条件
      - (2) 平衡方程
  - 四、物体系的平衡
    - 1. 静定与超静定问题
    - 2. 结构分析方法
      - (1) 基本部分与附属部分
      - (2) 不可分结构
  - 五、平面简单桁架的内力计算
    - 1. 基本概念
    - 2. 内力计算方法
- 第三部分 空间力系
  - 一、空间汇交力系
    - 1. 合力与平衡条件
  - 二、力矩
    - 1. 力对点之矩（力矩矢）
    - 2. 力对轴之矩
  - 三、空间力偶与力系简化

    - 四、空间任意力系的平衡方程
    - 五、重心与形心
- 第四部分 摩擦
    - 一、滑动摩擦
        - 1. 静滑动摩擦
        - 2. 动滑动摩擦
    - 二、摩擦角和自锁现象
        - 1. 摩擦角
        - 2. 自锁现象 (摩擦自锁)
    - 三、滚动摩阻



第一部分 静力学基础

一、静力学公理和物体的受力分析

1. 刚体与力系

刚体

具有质量，在力的作用下内部任意两点间距离保持不变的物体。变形体受力后发生变形，实际应用中是否视为刚体取决于变形大小和问题要求。

力系

作用于物体上的若干个力所形成的集合。合力是与某力系等效的单一力。

2. 静力学公理

公理1：力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力可合成为一个合力，合力作用点不变，大小和方向由两力构成的平行四边形的对角线确定：

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

公理2：二力平衡条件

作用在刚体上的两个力平衡的充要条件：等值、反向、共线：

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

公理3：加减平衡力系原理

在已知力系上加减任意平衡力系，不改变原力系对刚体的作用。

公理4：作用和反作用定律

作用力与反作用力等值、反向、共线，分别作用于相互作用的两个物体。

公理5：刚化原理

变形体在力系作用下平衡时，若将其刚化为刚体，平衡状态保持不变。

3. 推理与定理

推理1：力的可传性

作用于刚体上的力可沿其作用线滑移至刚体内任意点，不改变对刚体的作用。

推理2：三力平衡汇交定理

作用于刚体上三个相互平衡的力，若其中两个力作用线汇交于一点，则三力共面且第三个力作用线通过该汇交点。

二、约束与约束力

1. 约束类型

约束

对非自由体位移起限制作用的周围物体。约束力是约束施加于被约束物体的力，方向与约束所能阻碍的位移方向相反。

约束类型	特点	约束力方向
光滑接触面	限制沿接触面公法线方向的运动	通过接触点，沿公法线指向被约束物体
柔索约束	只能限制沿柔索伸长方向的运动	沿柔索方向，指向柔索内部（拉力）
光滑铰链	包括向心轴承、圆柱铰链等，限制径向移动	通过铰链中心，以正交分力F_x, F_y表示
固定端约束	限制移动和转动	以正交分力和力矩表示

2. 二力构件

二力构件

只在两个力作用下平衡的构件。二力作用线必沿两力作用点连线，与构件形状无关。判断原则：构件仅在两处以铰链连接，不计自重。

三、物体的受力分析

1. 受力分析步骤

1. 取分离体：明确研究对象
2. 画主动力：标注已知主动力（如重力P）
3. 画约束力：在约束处解除约束，按约束类型画出约束力

2. 受力图示例

示例1：梁AB与杆CD系统

- 杆**CD**：二力构件，受力沿C、D连线
- 梁**AB**：受重力P、铰链约束力（正交分力）

示例2：三铰拱桥

- 左拱：受主动力、铰链A和C的约束力
- 右拱：受铰链B和C的约束力

第二部分 平面力系

一、力矩与力偶

1. 力矩与力偶

力矩

力使物体绕矩心转动效应的度量：

$$M_O(\vec{F}) = \pm Fh$$

其中h为力臂，正负表示转向（逆时针为正）。

力偶

等值、反向、不共线的两个平行力组成的力系。力偶矩为：

$$M = \pm Fd$$

力偶性质：无合力、只能与力偶平衡、对任意点之矩恒等于力偶矩。

2. 合力矩定理

合力矩定理

合力对某点之矩等于各分力对该点之矩的代数和：

$$M_O(\vec{F}_R) = \sum M_O(\vec{F}_i)$$

3. 平面力偶系平衡

平衡条件

平面力偶系平衡的充要条件是力偶矩代数和为零：

$$\sum M_i = 0$$

二、平面汇交力系

平面汇交力系的合成与平衡

平面汇交力系的合成与平衡可通过几何法和解析法求解

- 几何法：力多边形自行封闭时力系平衡
- 解析法：平衡方程为：

$$\begin{cases} \sum F_{xi} = 0 \\ \sum F_{yi} = 0 \end{cases}$$

三、平面任意力系

1. 力系的简化

(1) 力的平移定理

力的平移定理

作用在刚体上的力可以平移到刚体上任一点，但必须同时附加一力偶，此附加力偶的力偶矩等于原力对新作用点之矩。

- 数学表达：$M = M_B(\vec{F})$

(2) 简化为主矢和主矩

主矢和主矩

平面任意力系可简化为一个主矢 $\vec{F}'_R$ 和一个主矩 M_O。

$$\vec{F}'_R = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

$$M_O = \sum M_O(\vec{F}_i)$$

2. 平衡条件和平衡方程

(1) 平衡条件

平衡的充要条件

力系的主矢和力系对任意点的主矩都等于零。

$$\vec{F}'_R = 0, \quad M_O = 0$$

(2) 平衡方程

平衡方程的三种基本形式

1. 基本形式：

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_O = 0 \end{cases}$$

2. 二矩式：

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \end{cases}$$

3. 三矩式：

$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \\ \sum M_C = 0 \end{cases}$$

四、物体系的平衡

1. 静定与超静定问题

静定问题

未知量数目等于独立平衡方程数目的问题。可通过静力学平衡方程直接求解。

超静定问题

未知量数目大于独立平衡方程数目的问题。仅由静力学平衡方程不可解，需求助于材料力学等后续课程。

- 优点：提高结构的刚度和稳定性。
- 缺点：对加工/装配误差、温度变化等更敏感，易产生初始应力。

2. 结构分析方法

(1) 基本部分与附属部分

基本部分与附属部分

- 基本部分：靠自身可独立承受载荷的部分。
- 附属部分：靠自身不能独立承受载荷、需要依附于基本部分的部分。

分析方法

步骤：先分析附属部分，再分析基本部分或整体。优先处理二力杆等简单构件。

(2) 不可分结构

不可分结构分析方法

一般先分析整体，再分析局部以求解内力。

五、平面简单桁架的内力计算

1. 基本概念

桁架 (Truss)

一种由杆件彼此在两端用铰链连接而成的结构。理想桁架在节点荷载作用下，其几何形状基本保持不变。

平面理想桁架

满足以下假定的桁架：

1. 各杆件均为直杆，且轴线位于同一平面内。
2. 杆件之间用光滑铰链连接。

3. 所有载荷都作用在节点上。
4. 不计杆件自重。

在理想桁架中，所有杆件均为二力杆，只承受轴向拉力或压力。

2. 内力计算方法

节点法 (Method of Joints)

适用场景：求解桁架中所有杆件的内力。
原理：应用平面汇交力系的平衡条件。
步骤：

1. 求出支座约束力。
2. 从只有两个未知力的节点开始，逐个分析节点的平衡。
3. 对每个节点列平衡方程 $\sum F_x = 0$ 和 $\sum F_y = 0$ 求解。
    - *假设*：一般先假设所有杆件受拉力，若计算结果为负，则表示该杆件受压力。

截面法 (Method of Sections)

适用场景：求解桁架中某几个杆件的内力。
原理：应用平面任意力系的平衡条件。
步骤：
4. 求出支座约束力。
5. 用一个截面将桁架截开，切断所要求解的杆件（通常截断杆件不超过3个）。
6. 取截开后的任一部分作为研究对象，列出其平面任意力系的平衡方程求解。

第三部分 空间力系

一、空间汇交力系

1. 合力与平衡条件

空间汇交力系的合力

- 主矢（合力）： $\boldsymbol{F}_R = \sum \boldsymbol{F}_i$
- 合力分量：$F_{Rx} = \sum F_{ix}$, $F_{Ry} = \sum F_{iy}$, $F_{Rz} = \sum F_{iz}$
- 合力大小：$F_R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2 + (\sum F_z)^2}$

空间汇交力系平衡条件

空间汇交力系平衡的充分必要条件是力系的主矢（合力）为零。

$$\boldsymbol{F}_R = 0$$

其等效的标量方程为：$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0$

二、力矩

1. 力对点之矩（力矩矢）

力对点之矩 ($\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F})$)

描述力 $\boldsymbol{F}$ 使物体绕矩心 O 点转动效应的定位矢量。

- 表达式：$\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}) = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$
- 方向：遵循右手螺旋定则。

2. 力对轴之矩

力对轴之矩 ($M_z(\boldsymbol{F})$)

度量力 $\boldsymbol{F}$ 对绕定轴转动效果的代数量。其值等于力对点之矩矢量在该轴上的投影。

$$M_z(\boldsymbol{F}) = [\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F})]_z = xF_y - yF_x$$

三、空间力偶与力系简化

空间力偶

其转动效应由力偶矩矢 $\boldsymbol{M}$ 描述，是一个自由矢量。

主矢与主矩

空间任意力系向任意点 O 简化的结果，得到一个作用在 O 点的主矢 $\boldsymbol{F'}_R$ 和一个主矩 $\boldsymbol{M}_O$。

- 主矢：$\boldsymbol{F'}_R = \sum \boldsymbol{F}_i$
- 主矩：$\boldsymbol{M}_O = \sum \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_i)$

空间任意力系的最终简化结果

1. 合力：当 $\boldsymbol{F'}_R \neq 0, \boldsymbol{M}_O = 0$ 或 $\boldsymbol{F'}_R \perp \boldsymbol{M}_O$。
2. 合力偶：当 $\boldsymbol{F'}_R = 0, \boldsymbol{M}_O \neq 0$。
3. 力螺旋 **(Wrench)**：其它一般情况。
4. 平衡：当 $\boldsymbol{F'}_R = 0, \boldsymbol{M}_O = 0$。

四、空间任意力系的平衡方程

空间任意力系平衡条件

空间任意力系平衡的充分必要条件是：力系的主矢和对空间任意点的主矩都等于零。

$$\boldsymbol{F'}_R = 0, \quad \boldsymbol{M}_O = 0$$

其等效的六个标量方程为：

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0$$
$$\sum M_x = 0, \quad \sum M_y = 0, \quad \sum M_z = 0$$

五、重心与形心

重心与形心

重心是物体所受重力的合力作用点。对于均质物体，重心位置仅与几何形状有关，此时也称为形心。

确定重心/形心的方法

1. 对称法：形心必位于物体的对称元素（面、线、点）上。
2. 组合法：
   - 分割法：将复杂物体分割为若干简单部分。
   - 负面积/体积法：将挖去部分视为具有“负”的面积或体积。
3. 实验法：悬挂法、称重法等。

第四部分 摩擦

一、滑动摩擦

1. 静滑动摩擦

静滑动摩擦力（F_s）

- 方向：与相对滑动趋势相反。
- 大小：在 0 到最大静摩擦力 F_{max} 之间变化。

静摩擦定律

$$\boxed{F_{max} = f_s F_N}$$

其中 f_s 为静摩擦因数。

2. 动滑动摩擦

动滑动摩擦力 ($\boldsymbol{F}$)

- 方向：与相对滑动方向相反。
- 大小：为定值，$F = fF_N$，其中 f 为动摩擦因数，且通常 $f < f_s$。

二、摩擦角和自锁现象

1. 摩擦角

摩擦角 (φ_f)

临界平衡状态下，全约束力与法线方向的夹角。

$$\boxed{\tan\varphi_f = f_s}$$

2. 自锁现象 (摩擦自锁)

自锁现象

当主动力合力的作用线落在摩擦锥之内时，无论力多大，物体都无法被推动的现象。

- 自锁条件：主动力与法线夹角 $\theta \le \varphi_f$。

三、滚动摩阻

滚动摩阻

阻碍滚动的效应，表现为一个力偶，称为滚动摩阻力偶 (M_f)。

滚动摩阻定律

最大滚动摩阻力偶矩与法向约束力 F_N 成正比。

$$\boxed{M_{max} = \delta F_N}$$

- δ：滚动摩阻系数，量纲为长度。

滚动与滑动的比较

通常 $\frac{\delta}{r} \ll f_s$，因此维持滚动的力远小于维持滑动的力，即滚动比滑动省力。