第一章 质点运动学

一、描述运动的物理量

1. 位矢、位移和路程

- 位矢
  - 定义：由坐标原点到质点位置的矢量 $\boldsymbol{r}$
  - 表达式：$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}$
  - 大小：$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- 运动方程
  - 矢量形式：$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$
  - 分量形式：

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

- 位移与路程
  - 位移：$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j}$
  - 大小：$|\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$
  - 路程：Δs（轨迹的实际长度，标量）

2. 速度

- 平均速度

$$\overline{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\boldsymbol{j}$$

- 瞬时速度

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dy}{dt}\boldsymbol{j} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j}$$

  - 大小：$|\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
  - 速率：$v = \dfrac{ds}{dt}$（速度的大小）

3. 加速度

- 平均加速度

$$\overline{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

- 瞬时加速度

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j}$$

  - 大小：$|\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

二、圆周运动

1. 线量与角量对应关系

物理量	线量表示	角量表示
位移	Δs	$\Delta\theta$
速度	$v = \frac{ds}{dt}$	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$
加速度	$a_\tau = \frac{dv}{dt}$ (切向) $a_n = \frac{v^2}{R}$ (法向)	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

2. 匀变速圆周运动公式

- 线量关系

$$\begin{cases} v = v_0 + a_\tau t \\ s = v_0 t + \frac{1}{2}a_\tau t^2 \\ v^2 - v_0^2 = 2a_\tau s \end{cases}$$

- 角量关系

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \alpha t \\ \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta \end{cases}$$

第二章 动量与能量守恒

一、质点动量定理与守恒

1. 基本概念

- 动量：$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$
- 冲量：$\boldsymbol{I} = \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}\, dt$

2. 动量定理

$\boldsymbol{I} = \Delta \boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}_2 - m\boldsymbol{v}_1$

分量形式：

$$\begin{cases} I_x = \int F_x\, dt = m(v_{2x} - v_{1x}) \\ I_y = \int F_y\, dt = m(v_{2y} - v_{1y}) \end{cases}$$

3. 动量守恒定律

当系统所受合外力为零时：

$\sum \boldsymbol{F}_{\text{ext}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum m_i \boldsymbol{v}_i = \text{常量}$

二、动能定理与机械能守恒

1. 基本概念

- 动能：$E_k = \frac{1}{2}mv^2$
- 功：$W = \int \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$

2. 动能定理

$W_{\text{net}} = \Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

3. 机械能守恒条件

若仅有保守力做功：

$$W_{\text{非保守力}} = 0 \quad \Rightarrow \quad E = E_k + U = \text{常量}$$

第三章 刚体力学

一、刚体运动学

1. 运动分类

运动类型	描述	速度公式
平动	各点运动相同	$\boldsymbol{v}_P = \boldsymbol{v}_{\text{cm}}$
定轴转动	绕固定轴旋转	$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}$
平面运动	平动与转动的合成	$\boldsymbol{v}_P = \boldsymbol{v}_{\text{cm}} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{P/\text{cm}}$

二、转动惯量与转动定律

1. 力矩的定义

- 力矩（$\boldsymbol{M}$）是描述力对物体产生转动效果的物理量，定义为：
  $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$
  其中：
  - $\boldsymbol{r}$ 是从转轴到力的作用点的位矢（单位：m）
  - $\boldsymbol{F}$ 是作用力（单位：N）
  - $\boldsymbol{M}$ 是力矩（单位：$\mathrm{N{\cdot}m}$）
    力矩的方向由右手定则确定：四指从 $\boldsymbol{r}$ 转向 $\boldsymbol{F}$，拇指方向即为力矩方向

2. 转动惯量计算方法

- 基本定义

- 离散质点系：$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$
- 连续刚体：$J = \int r^2 \, dm$

- 计算技巧
  - 分解法：复杂刚体分解为简单几何形状之和，$J_{\text{总}} = J_1 + J_2 + \cdots + J_n$
  - 平行轴定理：$J = J_{\text{cm}} + Md^2$
  - 垂直轴定理（薄板）：$J_z = J_x + J_y$

刚体形状	转动惯量公式	转动轴描述
细棒	$J = \frac{ml^2}{12}$	转动轴通过中心与棒垂直
圆柱体	$J = \frac{mR^2}{2}$	转动轴沿几何轴
薄圆环	$J = mR^2$	转动轴沿几何轴
球体	$J = \frac{2mR^2}{5}$	转动轴沿球的任一直径
圆筒（空心圆柱）	$J = \frac{m}{2}(R_1^2 + R_2^2)$	转动轴沿几何轴
细棒	$J = \frac{ml^2}{3}$	转动轴通过棒的一端

3. 转动定律

- $\sum \boldsymbol{M} = J\boldsymbol{\alpha}$

三、角动量守恒

1. 角动量定义

- $\boldsymbol{L} = J\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$

2. 角动量守恒的条件

- 当合外力矩为零时：
  $\sum \boldsymbol{M}_{\text{ext}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{L} = \text{常量}$

四、角能量

1. 角动能定义

- 角动能（E_k）是刚体绕固定轴转动时所具有的动能，定义为：
  $$E_k = \frac{1}{2}J\omega^2$$
  其中：
  - J 是刚体的转动惯量（单位：$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$）
  - ω 是刚体的角速度（单位：$\mathrm{rad/s}$）
  - E_k 的单位是焦耳（J）

    角动能是刚体转动状态的一种能量表现形式，类似于平动动能 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

2. 角动能定理

- 角动能定理描述了外力对刚体所做的功与刚体角动能变化的关系：
  $$W = \Delta E_k = \frac{1}{2}J\omega_2^2 - \frac{1}{2}J\omega_1^2$$
  其中：
  - W 是外力对刚体所做的功
  - ω_1 和 ω_2 分别是刚体的初角速度和末角速度

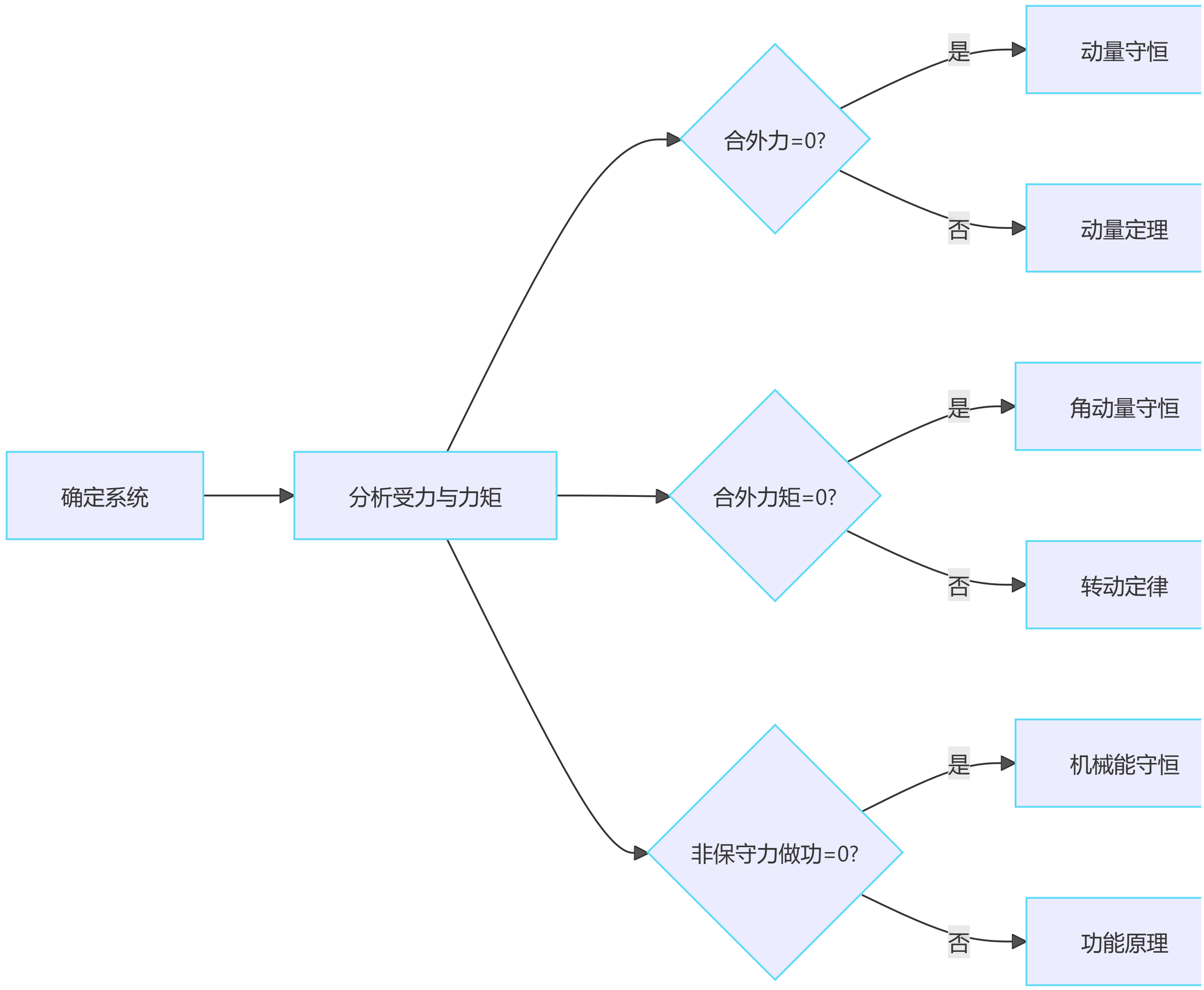
3. 角动能与转动定律的关系

- 结合转动定律 $\sum \boldsymbol{M} = J\boldsymbol{\alpha}$ 和角动能定理，可以得到：
  $$W = \int M d\theta = \Delta E_k$$
  其中：
  - W 是外力矩对刚体所做的功
  - M 是力矩
  - θ 是刚体的角位移
  - ΔE_k 是角动能的变化量

4. 角能量守恒

- 当系统不受外力矩作用时（$\sum \boldsymbol{M}_{\text{ext}} = 0$），系统的总角能量守恒：
  $$E_k = \frac{1}{2}J\omega^2 = 常量$$
  此时，系统的角动能不会因内部作用而改变

五、守恒定律的选择



第四章、狭义相对论

一、基本假设

1. 相对性原理

- 所有惯性参考系中，物理定律具有相同形式
    - 不存在"绝对静止"的参考系
    - 物理规律与惯性系的运动状态无关

2. 光速不变原理

- 真空中的光速c在所有惯性系中相同
  - 与光源和观察者的运动状态无关
  - $c \approx 3 \times 10^8 \mathrm{m/s}$

二、洛伦兹变换

1. 坐标变换公式

- 正变换($S \to S'$)

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{vx}{c^2}\right) \end{cases}$$

- 逆变换($S' \to S$)

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + vt) \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma(t' + \dfrac{vx'}{c^2}) \end{cases}$$

- 洛伦兹因子

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (\gamma \geq 1)$$

2. 矩阵形式

- 正变换矩阵

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- 逆变换矩阵

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta & 0 & 0 \\ \gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

3. 广义洛伦兹变换

$$\begin{aligned} ct' &= \gamma\left(ct - \frac{\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{r}}{c}\right) \\ \boldsymbol{r}' &= \boldsymbol{r} + \boldsymbol{\beta}\left(\frac{\gamma-1}{\beta^2}(\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{r}) - \gamma ct\right) \end{aligned} \qquad \boxed{\boldsymbol{\beta} = \frac{\boldsymbol{v}}{c}}$$

4. 速度变换

$$u_x' = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}, \quad u_y' = \frac{u_y}{\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)}, \quad u_z = \frac{u_z}{\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)}$$

三、相对论效应

1. 时间膨胀（钟慢效应）

- $\Delta t = \gamma \Delta t_0$
  - Δt_0：固有时（本征时间）
  - Δt：运动观测时间

2. 长度收缩

- $L = \frac{L_0}{\gamma}$
  - L_0：固有长度（静止长度）
  - L：运动观测长度

3. 同时性的相对性

- 不同惯性系对"同时事件"的判断可能不同
- 时序关系取决于$\frac{v\Delta x}{c^2}$

四、相对论动力学

1. 质速关系

- $m=\gamma m_0=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$
  - m_0：静质量
  - m：动质量

2. 动量-能量关系

物理量	公式
动量	$\boldsymbol{p}=\gamma m_0\boldsymbol{v}$
总能	$E=\gamma m_0c^2$
静能	$E_0=m_0c^2$
动能	$E_k=(\gamma-1)m_0c^2$
总能关系	$E^2=p^2c^2+m_0^2c^4$

3. 四维形式

- 四维位移

$$X^\mu=(ct,x,y,z)$$

- 四维动量

$$P^\mu=\left(\frac{E}{c},p_x,p_y,p_z\right)$$

第五章 热力学

一、平衡态与物态方程

1. 平衡态定义

- 系统各部分 压强相等、温度相同，物态参量（p, V, T）确定，与外界无能量/物质交换
- 近似平衡态：状态变化微小可忽略时视为平衡态

2. 理想气体的物态方程

- 微观形式
  $pV = NkT$
  - N：分子数；$k = 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$（玻耳兹曼常量）
- 宏观形式
  $pV = \nu RT$
  - ν：物质的量；$R = 8.314\,\mathrm{J{\cdot}mol^{-1} \cdot K^{-1}}$
- 分子数密度形式
  $p = nkT$
  - $n = N/V$：分子数密度

3. 热力学第零定律

- 若两系统分别与第三系统热平衡，则它们彼此热平衡
- 温度是热平衡的判据

二、理想气体的压强公式

1. 理想气体的微观模型

从气体动理论观点看，理想气体微观模型为：

- 分子本身大小可忽略（可视为质点）
- 除碰撞瞬间外，分子间相互作用力忽略（碰撞间作匀速直线运动）
- 分子间及分子与器壁碰撞为完全弹性碰撞（动能不损失）

2. 压强公式推导

设长方体容器尺寸为$x \times y \times z$，内含N个分子，单个分子质量m

(1) 单个分子对器壁作用

- 分子与A_1面碰撞时，动量变化：$\Delta p_x = -2mv_x$
- 相邻两次碰撞时间间隔：$\Delta t = \dfrac{2x}{v_x}$
- 单分子对A_1面平均作用力：$F_x = 2mv_x \cdot \dfrac{v_x}{2x} = \dfrac{mv_x^2}{x}$

(2) 所有分子对器壁作用

- N个分子对A_1面总作用力：

$$F = \sum_{i=1}^{N} \frac{mv_{ix}^2}{x} = \frac{m}{x} \sum_{i=1}^{N} v_{ix}^2$$

(3) 压强表达式

$$p = \frac{F}{yz} = \frac{m}{xyz} \sum_{i=1}^{N} v_{ix}^2 = \frac{Nm}{V} \cdot \frac{\sum v_{ix}^2}{N}$$

其中分子数密度$n = N/V$，x方向速度平方平均值：

$$\overline{v_x^2} = \frac{\sum_{i=1}^{N} v_{ix}^2}{N}$$

(4) 统计规律应用

- 气体平衡态具有各向同性：

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$$

- 分子平均平动动能：

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{1}{2}m\overline{v^2}$$

3. 理想气体压强公式

$$p = \frac{1}{3}nm\overline{v^2} = \frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_k} = \frac{1}{3}\rho\overline{v^2}$$

其中：

- n：分子数密度（m^{-3}）
- $\overline{\varepsilon_k}$：分子平均平动动能（J）

- $\rho = nm$：气体密度（kg/m^3）

4. 此过程可得到的其他结论

$$\because p = \frac{3}{2}n\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right) \qquad p = nkT$$
$$\therefore \varepsilon_k = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$$

三、分子自由度与热容

1. 能量均分原理

- 气体处于平衡态时，分子在任何一个方向的运动都不比其他方向占有优势，分子在各个方向运动的概率是相等的

2. 不同分子自由度与热容

分子类型	自由度 i	组成（平动+转动+振动）	$C_{V,m}$	$C_{p,m}$	$\gamma = \frac{C_{p,m}}{C_{V,m}}$
单原子分子（如He）	3	$3+0+0$	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	$\frac{5}{3} \approx 1.67$
刚性双原子分子（如 O_2）	5	$3+2+0$	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	$\frac{7}{5} = 1.40$
非刚性双原子分子	7	$3+2+2$	$\frac{7}{2}R$	$\frac{9}{2}R$	$\frac{9}{7} \approx 1.29$
刚性多原子分子（如 CO_2）	6	$3+3+0$	$3R$	$4R$	$\frac{4}{3} \approx 1.33$
非刚性多(n)原子分子	$3n$	线性：$3+2+3n-5$ 非线性：$3+3+3n-6$	$\frac{3n}{2}R$	$\frac{3n+2}{2}R$	$\frac{3n+2}{3n}$

3. 热容公式

- 摩尔定容热容：$C_{V,m} = \frac{i}{2}R$
- 摩尔定压热容：$C_{p,m} = C_{V,m} + R$
- 热容比：$\gamma = 1 + \frac{2}{i}$

四、麦克斯韦速率分布

1. 速率分布函数

$$f(v)=\lim_{\Delta x\to\infty}\frac{\Delta N}{N\Delta v}=\frac{1}{n}\lim_{n\to\infty}\frac{\Delta N}{\Delta v}$$

$$\text{则}\qquad\frac{dN}{N}=f(v)dv$$

$$\text{麦克斯韦速率分布函数：}\quad f(v)=4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}v^2e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

2. 三种速率

- 最概然速率：$v_p=\sqrt{\frac{2kT}{m}}$
- 平均速率：$\overline{v}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$
- 方均根速率：$v_{\text{rms}}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}$

3. $p-V$图特性

- 等温线：双曲线 $pV=$常量
- 绝热线：$pV^{\gamma}=$常量（比等温线陡峭）

五、玻尔兹曼能量分布律与等温气压公式

1. 玻尔兹曼能量分布律

$$dN=N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}e^{-\frac{\varepsilon_k}{kT}}4\pi v^{2dv}$$

$$n=n_0e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}}=n_0e^{-\frac{mgz}{kT}}$$

2. 重力场中的等温气压公式

$$p = p_0\, e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}} = p_0\, e^{-\frac{mgz}{kT}}$$
$$z = \frac{kT}{mg}\ln\frac{p_0}{p} = \frac{RT}{Mg}\ln\frac{p_0}{p}$$

六、分子的平均碰撞频率与平均自由程

1. 基本概念与定义

- 平均碰撞频率 $\overline{Z}$：单位时间内分子与其他分子碰撞的平均次数
- 平均自由程 $\overline{\lambda}$：分子连续两次碰撞间通过路程的平均值
- 核心关系：

$$\overline{\lambda} = \frac{\overline{v}}{\overline{Z}}$$

  其中 $\overline{v}$ 为分子平均速率
- 物理意义：
  - 分子碰撞实现动量、动能交换，驱动气体从非平衡态向平衡态过渡
  - 碰撞使温度均匀化（如容器内温度差异通过碰撞消除）

2. 平均碰撞频率推导

(1) 简化模型假设

- 选定分子α以平均速率$\overline{v}$运动，其余分子静止
- 分子视为直径d的弹性小球（碰撞完全弹性）
- 运动轨迹为折线，碰撞发生在球心距$\leq d$时

(2) 碰撞圆柱体模型

- 以分子α轨迹为轴，d为半径作圆柱体
- 圆柱体体积：$V = \pi d^2 \overline{v}$
- 球心在圆柱体内的分子均与α碰撞

(3) 初始公式与修正

- 未修正公式（仅分子α运动）：

$$\overline{Z} = \pi d^2 \overline{v} n$$

  其中n为分子数密度，πd^2称碰撞截面
- 实际修正（考虑所有分子运动）：

$$\overline{Z} = \sqrt{2} \pi d^2 \overline{v} n$$

  - 修正因子$\sqrt{2}$源于分子速率的麦克斯韦分布
- 影响因素：
  - $\overline{Z} \propto n$（分子数密度）
  - $\overline{Z} \propto \overline{v}$（分子平均速率）
  - $\overline{Z} \propto d^2$（分子有效直径平方）

3. 平均自由程公式

(1) 基本表达式

$$\overline{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}$$

(2) 压强与温度形式

- 由$p = nkT$得：

$$\overline{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 p}$$

- 物理含义：
  - 温度T一定时：$p \uparrow \Rightarrow \overline{\lambda} \downarrow$（气体密集则自由程短）
  - 压强p一定时：$T \uparrow \Rightarrow \overline{\lambda} \uparrow$（温度升高使碰撞间距增大）
- 与速率无关性：$\overline{\lambda}$独立于$\overline{v}$，仅取决于d, n, T, p

4. 有效直径与数量级

(1) 模型近似性说明

- 分子非理想球体，碰撞非完全弹性
- d为有效直径：综合反映分子相互作用

(2) 典型数值

- 标准状态下:
  - $\overline{Z} \sim 10^9\,\mathrm{s}^{-1}$ (每秒约十亿次碰撞)
  - $\overline{\lambda} \sim 10^{-8} - 10^{-7}\,\mathrm{m}$
- 碰撞频繁性：高频碰撞导致平均自由程极短

七、热力学第一定律及应用

1. 热力学第一定律

$$\Delta U = Q - W$$

2. 四种典型过程

- 原理

$$\Delta E = \Delta U = \nu C \Delta T$$

过程	条件	功 W	热量 Q	内能变化 ΔU
等容	$\Delta V = 0$	0	$Q_V = \nu C_{V,m} \Delta T$	$\Delta U = Q_V$
等压	$p =$常量	$p\Delta V$	$Q_p = \nu C_{p,m} \Delta T$	$\Delta U = Q_p - W$
等温	$T =$常量 $PV =$常量	$\nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$	$Q_T = W$	$\Delta U = 0$
绝热	$Q = 0$ $PV^\gamma =$常量	$W = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{\gamma - 1}$	0	$\Delta U = -W$

八、热机效率与制冷系数

1. 热机效率

- 热机效率公式:

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

- Q_1：吸热量；Q_2：放热量（取绝对值）
- 卡诺热机（两等温两绝热）效率：

$$\eta_{卡诺} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

  - T_1：高温热源温度（K）；T_2：低温热源温度（K）

2. 制冷系数

- 制冷系数公式：

$$e = \frac{Q_2}{|W|} = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2}$$

  - Q_1：吸热量（取绝对值）；Q_2：放热量
- 卡诺制冷机制冷系数

$$e_{卡诺} = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

  - T_1：高温热源温度（K）；T_2：低温热源温度（K）

九、热力学第二定律与卡诺定理

1. 热力学第二定律

- 开尔文表述：无法从单一热源吸热全部转化为功而不产生其他影响
- 克劳修斯表述：热量不能自发从低温传至高温

2. 卡诺定理

卡诺定理基本结论
在温度为T_1的高温热源和温度为T_2的低温热源之间工作的热机，必须满足：

- **(1)** 相同热源间的任意可逆机效率相同
- **(2)** 任何不可逆机效率均不大于可逆机效率

(1) 可逆机效率公式

以理想气体为工作物质的卡诺热机满足：

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

- Q_1：高温热源吸热量
- Q_2：低温热源放热量（取绝对值）
- T_1：高温热源温度（K）
- T_2：低温热源温度（K）

(2) 不可逆机效率关系

不可逆机效率η'满足：

$$\eta' \leqslant 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

- $=$：适用于可逆机
- $<$：适用于不可逆机

十、熵与统计解释

1. 熵的定义

- $\Delta S = \int \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$
- 熵增加原理：孤立系统中，$\Delta S \geq 0$（不可逆过程熵增加）

2. 玻耳兹曼熵公式

- $S = k \ln W$
  - W：热力学概率（微观状态数）

第六章、静电场

一、电荷守恒定律

1. 电荷的量子化

- 元电荷：电子电荷的绝对值e被称为元电荷，单位为库伦，简称库，符号为C

$$e = 1.602 \times 10^{-19}\ C$$

2. 电荷守恒定律

- 不管系统中的电荷如何转移，系统中电荷的代数和保持不变，这就是电荷守恒定律。

3. 库伦定律

- 库伦定义的表述：
  在真空中，两个静止的点电荷之间的相互作用力，其大小与它们电荷乘积成正比，与它们之间距离的二次方成反比；作用力的方向沿着两点电荷的连线，同号电荷相斥，异号电荷相吸。
- 公式表述

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\boldsymbol{e}_r$$

$$\begin{aligned}\text{其中}\quad \varepsilon_0 &= 8.85 \times 10^{-12}\ C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2} \\ &= 8.85 \times 10^{-12}\ F \cdot m^{-1}\end{aligned}$$

二、电场强度

1. 电场强度

> 定义：$\boldsymbol{E} = \dfrac{\boldsymbol{F}}{q_0}$，表明电场中某点处的电场强度$\mathbf{E}$等于位于该点处单位试验电荷所受的电场力。

反之，则有$\mathbf{F} = q\mathbf{E}$

2. 点电荷的电场强度

$$E = \frac{\boldsymbol{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\boldsymbol{e}_r, \text{其中Q为中心点电荷大小，}q_0\text{为试验电荷大小}$$

3. 电场强度叠加原理

- 遵循矢量加减原则

三、高斯定理

1. 电场强度通量

- 定义：我们把通过这个电场中某一个面的电场线数目，叫做通过这个面的电场强度通量，用符号Φ_e表示。
- $$\Phi_e \; = \; ES\cos\theta$$

2. 高斯定理

$$\Phi_e \; = \oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S} \; = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad \text{其中}q\text{为}S\text{面所围区域的电荷量}$$

推导：

$$\because \; E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}, d\Phi_e = \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S} = E\; dS\; \cos\theta = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dS\; \cos\theta}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dS'}{r^2}$$

$$\text{记}d\Omega = \frac{dS\cos\theta}{r^2}, \text{即}d\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\; d\Omega$$

$$\therefore \Phi_e = \oint_S d\Phi_e = \oint_s \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\oint_S d\Omega$$

$$\text{而}\oint_S d\Omega = 4\pi$$

$$\therefore \Phi_e \; = \oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S} \; = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

四、电势能

1. 静电场力所做的功

- $W = q_0 \int \boldsymbol{E}\; d\boldsymbol{l}$

对于点电荷的直线运动（$A \to B$），则为$W = \frac{q\,q_0}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B})$

2. 静电场的环路定理

$$q_0 \oint_l \boldsymbol{E}\, d\boldsymbol{l} = 0$$

五、电势

1. 电势

$$V = \frac{E_p}{q_0} \quad 其中E_p为电势能$$

2. 点电荷电场的电势

$$V = \int_r^{\infty} \boldsymbol{E}\, d\boldsymbol{l} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$

六、电场强度与电势梯度

1. 等势面

- 电场中电势相等的点所构成的面，叫做等势面

2. 电场强度和电势梯度

- 电场中某一点的电场强度沿任一方向的分量，等于这一点的电势沿该方向的电势变化率的负值。

$$\begin{aligned}
&即 \quad E_n = -\frac{dV}{dl_n}\ （标量式） \ \leftrightarrow\ \boldsymbol{E} = -\frac{dV}{dl_n}\boldsymbol{e}_n\ （矢量式）\\
&矢量表达式为\ \ \boldsymbol{E} = -(\frac{\partial V}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\boldsymbol{k})\\
&梯度表达为\ \ \boldsymbol{E} = -gradV = -\,\nabla V
\end{aligned}$$

七、静电场中的导体

1. 静电平衡条件

- (1) 导体内部任何一点出的电场强度为零
- (2)导体表面处电场的方向都与导体表面垂直（即$U=\int_{AB}\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}=0$)

2. 静电平衡时导体上的电荷分布

(1) 导体内

$$\text{由于导体内有 } \boldsymbol{E}=0\text{，则 } \mathit{\Phi}_e=\oint_S\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=0=\frac{q}{\varepsilon_0}$$

- 即静电平衡时，导体所带的电荷只能分布在导体的表面上，导体内没有净电荷。

(2) 导体表面

$$\begin{gathered}\text{记电荷面密度为 } \sigma\text{，则 } \Delta q=\sigma\Delta S\\ \oint_S\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=E\Delta S=\frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}\\ \text{则 } E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\end{gathered}$$

(3) 静电屏蔽

- 在静电场中，因导体的存在使某些特定的区域不受电场影响的现象称为静电屏蔽
- 空腔导体（无论接地与否）将使空腔内空间不受外电场的影响；而接地空腔导体将使外部空间不受空腔内电场的影响。这就是空腔导体的静电屏蔽作用。

3. 静电场中的电介质

(1) 相对电容率

$$E=\frac{E_0}{\varepsilon_r}$$

式中ε_r叫做电介质的相对电容率。相对电导率ε_r与真空电导率ε_0的乘积$\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$叫做电容率。

(2) 电偶极子

- 电偶极矩：$\boldsymbol{p}=q\boldsymbol{r}_0$
- 力矩：$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{p}\times\boldsymbol{E}$
- 平衡时，有 $E_p=-\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{E}$

(3) 电极化强度

$$P=\frac{\sum p}{\Delta V}$$ 式中P叫做电极化强度，它的单位是$C\cdot m^{-2}$

特殊地，对于量平行板的间电介质的电极化强度的大小，与电介质表面极化电荷面密度的大小相等。

$$P=\frac{\sum p}{\Delta V}=\frac{\sigma'\Delta Sl}{\Delta Sl}=\sigma'$$

(4) 极化电荷与自由电荷的关系

- 电场强度关系

$$E=E_0+E'$$ 其中，E为叠加电场，E_0为外电场，E'为极化电场

- 电极化强度关系

$$P=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0 E=\chi_e\varepsilon_0 E$$ 式中$\chi_e=\varepsilon_r-1$称为电介质的电极化率

在高频条件下，电介质的相对电容率ε_r和外电场的频率f是有关的。

4. 电位移（有电介质时的高斯定理）

$$\oint_S E\,dS=\frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

令$D=\varepsilon_0\varepsilon_r E=\varepsilon E$ 式中D称为电位移，单位为$C\cdot m^{-2}$.

而 $P=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_o E$

$\therefore D=P+\varepsilon_0 E$

则有 $\oint_S D\,dS=Q$

5. 电容 电容器

$$C=\frac{Q}{V}$$

对于球形电容器（半径为R） $C=4\pi\varepsilon_0 R$

对于平行金属板电容器（两板间距离为d，面积为S） $C=\frac{Qd}{S}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}$

- 电容器的并联

$$C=\sum C_i$$

- 电容器的串联

$$\frac{1}{C}=\sum\frac{1}{C_i}$$

6. 静电场的能量

(1) 电容器的电能

$$\text{电容器的能量为}\quad W_e=\frac{Q^2}{2C}=\frac{1}{2}QU=\frac{1}{2}CU^2$$

(2) 静电场的能量

$$W_e=\frac{C}{U^2}=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon S}{d}(Ed)^2=\frac{1}{2}\varepsilon E^2Sd$$

(3) 电场的能量密度

$$\omega_e=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{1}{2}ED$$