第一部分 质点运动学

一、描述运动的物理量

1. 位矢、位移和路程

> **位矢**
>
> 由坐标原点到质点位置的矢量 $\boldsymbol{r}$
>
> - 表达式：$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}$
> - 大小：$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

- 运动方程
    - 矢量形式：$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$
    - 分量形式：

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

🕮 位移与路程

- 位移：$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A = \Delta x \boldsymbol{i} + \Delta y \boldsymbol{j}$
- 大小：$|\Delta \boldsymbol{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$
- 路程：Δs（轨迹的实际长度，标量）

2. 速度

🕮 平均速度

$$\overline{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \boldsymbol{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \boldsymbol{j}$$

🕮 瞬时速度

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \boldsymbol{i} + \frac{dy}{dt} \boldsymbol{j} = v_x \boldsymbol{i} + v_y \boldsymbol{j}$$

- 大小：$|\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
- 速率：$v = \dfrac{ds}{dt}$ (速度的大小)

3. 加速度

🕮 平均加速度

$$\overline{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

🕮 瞬时加速度

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2 \boldsymbol{r}}{dt^2} = a_x \boldsymbol{i} + a_y \boldsymbol{j}$$

- 大小：$|\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

二、圆周运动

1. 线量与角量对应关系

物理量	线量表示	角量表示
位移	Δs	$\Delta\theta$
速度	$v = \frac{ds}{dt}$	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$
加速度	$a_\tau = \frac{dv}{dt}$ (切向) $a_n = \frac{v^2}{R}$ (法向)	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

2. 匀变速圆周运动公式

线量关系

$$\begin{cases} v = v_0 + a_\tau t \\ s = v_0 t + \frac{1}{2} a_\tau t^2 \\ v^2 - v_0^2 = 2a_\tau s \end{cases}$$

角量关系

$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \alpha t \\ \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \\ \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta \end{cases}$$

第二部分 动量与能量守恒

一、质点动量定理与守恒

1. 基本概念

动量

质点的动量定义为质量与速度的乘积

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$$

冲量

力在一段时间内对物体作用效果的量度

$$\boldsymbol{I} = \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}\,dt$$

2. 动量定理

物体所受冲量等于物体动量的变化量

$$\boldsymbol{I} = \Delta\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}_2 - m\boldsymbol{v}_1$$

分量形式:

$$\begin{cases} I_x = \int F_x\,dt = m(v_{2x} - v_{1x}) \\ I_y = \int F_y\,dt = m(v_{2y} - v_{1y}) \end{cases}$$

3. 动量守恒定律

当系统所受合外力为零时，系统总动量保持不变：

$$\sum \boldsymbol{F}_{\text{ext}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum m_i \boldsymbol{v}_i = \text{常量}$$

二、动能定理与机械能守恒

1. 基本概念

动能

物体由于运动而具有的能量

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

功

力沿位移方向的积分

$$W = \int \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$$

2. 动能定理

合外力对物体所做的功等于物体动能的变化量

$$W_{\text{net}} = \Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

3. 机械能守恒条件

若仅有保守力做功，则系统机械能守恒：

$$W_{\text{非保守力}} = 0 \quad \Rightarrow \quad E = E_k + U = \text{常量}$$

第三部分 刚体力学

一、刚体运动学

1. 运动分类

运动类型	描述	速度公式
平动	各点运动相同	$\boldsymbol{v}_P = \boldsymbol{v}_{\text{cm}}$
定轴转动	绕固定轴旋转	$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}$
平面运动	平动与转动的合成	$\boldsymbol{v}_P = \boldsymbol{v}_{\text{cm}} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{P/\text{cm}}$

二、转动惯量与转动定律

1. 力矩

定义

力矩（M）是描述力对物体产生转动效果的物理量，定义为：

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$$

其中：

- $\boldsymbol{r}$ 是从转轴到力的作用点的位矢（单位：m）

- $\boldsymbol{F}$ 是作用力（单位：N）
- $\boldsymbol{M}$ 是力矩（单位：N·m）

力矩的方向由右手定则确定：四指从 $\boldsymbol{r}$ 转向 $\boldsymbol{F}$，拇指方向即为力矩方向

2. 转动惯量计算方法

转动惯量

基本定义

- 离散质点系：$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$
- 连续刚体：$J = \int r^2\, dm$

计算技巧

- 分解法：复杂刚体分解为简单几何形状之和，$J_{总} = J_1 + J_2 + \cdots + J_n$
- 平行轴定理：$J = J_{\text{cm}} + Md^2$
- 垂直轴定理（薄板）：$J_z = J_x + J_y$

刚体形状	转动惯量公式	转动轴描述
细棒	$J = \frac{ml^2}{12}$	转动轴通过中心与棒垂直
圆柱体	$J = \frac{mR^2}{2}$	转动轴沿几何轴
薄圆环	$J = mR^2$	转动轴沿几何轴
球体	$J = \frac{2mR^2}{5}$	转动轴沿球的任一直径
圆筒（空心圆柱）	$J = \frac{m}{2}(R_1^2 + R_2^2)$	转动轴沿几何轴
细棒	$J = \frac{ml^2}{3}$	转动轴通过棒的一端

3. 转动定律

刚体绕固定轴转动时，合外力矩等于转动惯量与角加速度的乘积：

$$\sum \boldsymbol{M} = J\boldsymbol{\alpha}$$

三、角动量守恒

1. 角动量

定义

刚体绕固定轴转动时的角动量定义为：

$$\boldsymbol{L} = J\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$$

2. 角动量守恒的条件

角动量守恒定律

当合外力矩为零时，系统的角动量保持不变：

$$\sum \boldsymbol{M}_{\text{ext}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{L} = \text{常量}$$

四、角能量

1. 角动能

定义

角动能（E_k）是刚体绕固定轴转动时所具有的动能，定义为：

$$E_k = \frac{1}{2}J\omega^2$$

其中:

- J 是刚体的转动惯量（单位：$\mathrm{kg{\cdot}m^2}$）
- ω 是刚体的角速度（单位：$\mathrm{rad/s}$）
- E_k 的单位是焦耳（J）

角动能是刚体转动状态的一种能量表现形式，类似于平动动能 $E_k = \dfrac{1}{2}mv^2$

2. 角动能定理

角动能定理描述了外力对刚体所做的功与刚体角动能变化的关系:

$$W = \Delta E_k = \frac{1}{2}J\omega_2^2 - \frac{1}{2}J\omega_1^2$$

其中:

- W 是外力对刚体所做的功
- ω_1 和 ω_2 分别是刚体的初角速度和末角速度

3. 角动能与转动定律的关系

结合转动定律 $\sum \boldsymbol{M} = J\boldsymbol{\alpha}$ 和角动能定理，可以得到:

$$W = \int M d\theta = \Delta E_k$$

其中:

- W 是外力矩对刚体所做的功
- M 是力矩
- θ 是刚体的角位移
- ΔE_k 是角动能的变化量

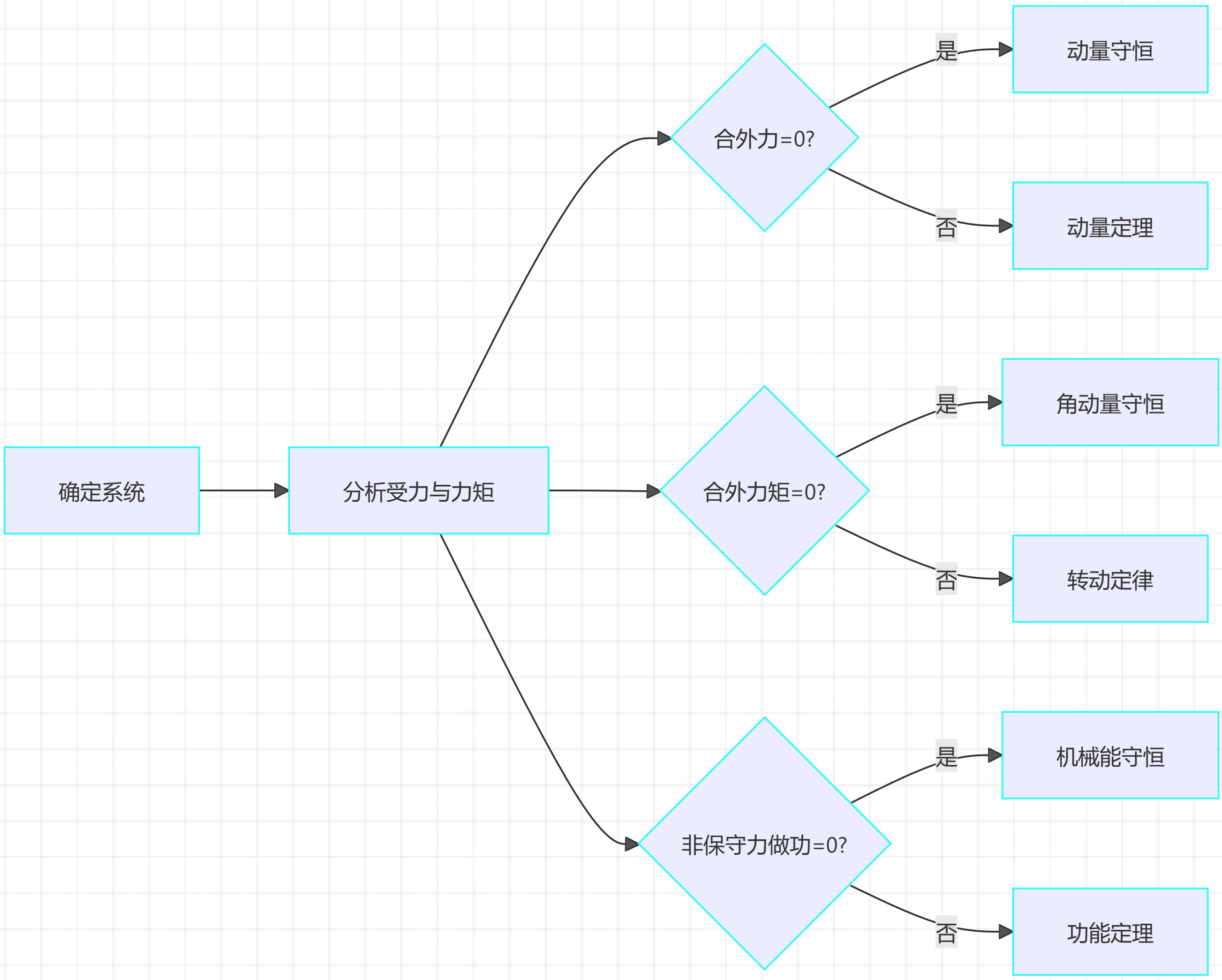
4. 角能量守恒

当系统不受外力矩作用时（$\sum M_{\text{ext}} = 0$），系统的总角能量守恒：

$$E_k = \frac{1}{2}J\omega^2 = 常量$$

此时，系统的角动能不会因内部作用而改变

五、守恒定律的选择



第四部分 狭义相对论

一、基本假设

1. 相对性原理

定义

所有惯性参考系中，物理定律具有相同形式

- 不存在"绝对静止"的参考系
- 物理规律与惯性系的运动状态无关

2. 光速不变原理

定义

真空中的光速c在所有惯性系中相同

- 与光源和观察者的运动状态无关
- $c \approx 3 \times 10^8 \mathrm{m/s}$

二、洛伦兹变换

1. 坐标变换公式

正变换($S \rightarrow S'$)

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{vx}{c^2}\right) \end{cases}$$

逆变换($S' \rightarrow S$)

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + vt) \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma\left(t' + \dfrac{vx'}{c^2}\right) \end{cases}$$

洛伦兹因子

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (\gamma \geq 1)$$

2. 矩阵形式

正变换矩阵

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

逆变换矩阵

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta & 0 & 0 \\ \gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

3. 广义洛伦兹变换

$$
ct' = \gamma\left(ct - \frac{\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{r}}{c}\right)
$$

$$
\boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} + \boldsymbol{\beta}\left(\frac{\gamma-1}{\beta^2}(\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{r}) - \gamma ct\right)
$$

其中: $\boxed{\boldsymbol{\beta} = \frac{\boldsymbol{v}}{c}}$

4. 速度变换

速度变换公式

$$
u_x' = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}, \quad u_y' = \frac{u_y}{\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)}, \quad u_z' = \frac{u_z}{\gamma\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)}
$$

三、相对论效应

1. 时间膨胀（钟慢效应）

时间膨胀

$$
\Delta t = \gamma \Delta t_0
$$

其中:

- Δt_0：固有时（本征时间）
- Δt：运动观测时间

2. 长度收缩

长度收缩

$$
L = \frac{L_0}{\gamma}
$$

其中:

- L_0：固有长度（静止长度）
- L：运动观测长度

3. 同时性的相对性

同时性的相对性

- 不同惯性系对"同时事件"的判断可能不同
- 时序关系取决于$\frac{v\Delta x}{c^2}$

四、相对论动力学

1. 质速关系

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

其中:

- m_0：静质量
- m：动质量

2. 动量-能量关系

物理量	公式
动量	$\boldsymbol{p} = \gamma m_0 \boldsymbol{v}$
总能	$E = \gamma m_0 c^2$
静能	$E_0 = m_0 c^2$
动能	$E_k = (\gamma - 1) m_0 c^2$
总能关系	$E^2 = \boldsymbol{p}^2 c^2 + m_0^2 c^4$

3. 四维形式

四维位移

$$X^\mu = (ct, x, y, z)$$

四维动量

$$P^\mu = \left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z\right)$$

第五部分 热力学

一、平衡态与物态方程

1. 平衡态

定义

系统各部分 压强相等、温度相同，物态参量（p, V, T）确定，与外界无能量/物质交换

- 近似平衡态：状态变化微小可忽略时视为平衡态

2. 理想气体的物态方程

微观形式

$$pV = NkT$$

- N：分子数
- $k = 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J{\cdot}K^{-1}}$（玻耳兹曼常量）

宏观形式

$$pV = \nu RT$$

- ν：物质的量
- $R = 8.314\,\mathrm{J{\cdot}mol^{-1} \cdot K^{-1}}$

分子数密度形式

$$p = nkT$$

- $n = N/V$：分子数密度

3. 热力学第零定律

热力学第零定律

若两系统分别与第三系统热平衡，则它们彼此热平衡

- 温度是热平衡的判据

二、理想气体的压强公式

1. 理想气体的微观模型

定义

从气体动理论观点看，理想气体微观模型为：

- 分子本身大小可忽略（可视为质点）
- 除碰撞瞬间外，分子间相互作用力忽略（碰撞间作匀速直线运动）

- 分子间及分子与器壁碰撞为完全弹性碰撞（动能不损失）

2. 压强公式推导

推导前提

设长方体容器尺寸为$x \times y \times z$，内含N个分子，单个分子质量m

单个分子对器壁作用

- 分子与A_1面碰撞时，动量变化：$\Delta p_x = -2mv_x$
- 相邻两次碰撞时间间隔：$\Delta t = \frac{2x}{v_x}$
- 单分子对A_1面平均作用力：$F_x = 2mv_x \cdot \frac{v_x}{2x} = \frac{mv_x^2}{x}$

所有分子对器壁作用

$$F = \sum_{i=1}^{N} \frac{mv_{ix}^2}{x} = \frac{m}{x} \sum_{i=1}^{N} v_{ix}^2$$

压强表达式

$$p = \frac{F}{yz} = \frac{m}{xyz} \sum_{i=1}^{N} v_{ix}^2 = \frac{Nm}{V} \cdot \frac{\sum v_{ix}^2}{N}$$

其中：

- 分子数密度$n = N/V$
- x方向速度平方平均值：

$$\overline{v_x^2} = \frac{\sum_{i=1}^{N} v_{ix}^2}{N}$$

统计规律应用

- 气体平衡态具有各向同性:

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$$

- 分子平均平动动能:

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{1}{2}m\overline{v^2}$$

3. 理想气体压强公式

$$p = \frac{1}{3}nm\overline{v^2} = \frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_k} = \frac{1}{3}\rho\overline{v^2}$$

其中:

- n：分子数密度（m^{-3}）
- $\overline{\varepsilon_k}$：分子平均平动动能（J）
- $\rho = nm$：气体密度（kg/m^3）

4. 推导结论

能量关系

$$\because p = \frac{3}{2}n\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right) \qquad p = nkT$$
$$\therefore \varepsilon_k = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$$

三、分子自由度与热容

1. 能量均分原理

气体处于平衡态时，分子在任何一个方向的运动都不比其他方向占有优势，分子在各个方向运动的概率是相等的

2. 不同分子自由度与热容

分子类型	自由度 i	组成（平动+转动+振动）	$C_{V,m}$	$C_{p,m}$	$\gamma = \frac{C_{p,m}}{C_{V,m}}$
单原子分子（如He）	3	$3+0+0$	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	$\frac{5}{3} \approx 1.67$
刚性双原子分子（如 O_2）	5	$3+2+0$	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	$\frac{7}{5} = 1.40$
非刚性双原子分子	7	$3+2+2$	$\frac{7}{2}R$	$\frac{9}{2}R$	$\frac{9}{7} \approx 1.29$
刚性多原子分子（如 CO_2）	6	$3+3+0$	$3R$	$4R$	$\frac{4}{3} \approx 1.33$
非刚性多(n)原子分子	$3n$	线性：$3+2+3n-5$ 非线性：$3+3+3n-6$	$\frac{3n}{2}R$	$\frac{3n+2}{2}R$	$\frac{3n+2}{3n}$

3. 热容公式

摩尔定容热容

$$C_{V,m} = \frac{i}{2}R$$

摩尔定压热容

$$C_{p,m} = C_{V,m} + R$$

热容比

$$\gamma = 1 + \frac{2}{i}$$

四、麦克斯韦速率分布

1. 速率分布函数

定义

$$f(v) = \lim_{\Delta x \to \infty} \frac{\Delta N}{N \Delta v} = \frac{1}{n} \lim_{n \to \infty} \frac{\Delta N}{\Delta v}$$
$$\text{则} \quad \frac{dN}{N} = f(v)dv$$

麦克斯韦速率分布函数

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

2. 三种速率

分子速率统计值

- 最概然速率：$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$
- 平均速率：$\overline{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$
- 方均根速率：$v_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$

3. p-V图特性

p-V图特征

- 等温线：双曲线 $pV=$ 常量
- 绝热线：$pV^{\gamma}=$ 常量（比等温线陡峭）

五、玻尔兹曼能量分布律与等温气压公式

1. 玻尔兹曼能量分布律

定义

$$dN = N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\varepsilon_k}{kT}} 4\pi v^{2dv}$$
$$n = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}} = n_0 e^{-\frac{mgz}{kT}}$$

2. 重力场中的等温气压公式

$$p = p_0 e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}} = p_0 e^{-\frac{mgz}{kT}}$$
$$z = \frac{kT}{mg}\ln\frac{p_0}{p} = \frac{RT}{Mg}\ln\frac{p_0}{p}$$

六、分子的平均碰撞频率与平均自由程

1. 基本概念与定义

平均碰撞频率

$$\overline{Z} = \text{单位时间内分子与其他分子碰撞的平均次数}$$

平均自由程

$$\overline{\lambda} = \text{分子连续两次碰撞间通过路程的平均值}$$

核心关系

$$\overline{\lambda} = \frac{\overline{v}}{\overline{Z}}$$

其中 $\overline{v}$ 为分子平均速率

物理意义

- 分子碰撞实现动量、动能交换，驱动气体从非平衡态向平衡态过渡
- 碰撞使温度均匀化（如容器内温度差异通过碰撞消除）

2. 平均碰撞频率推导

推导步骤

1. 简化模型假设：
   - 选定分子a以平均速率$\overline{v}$运动，其余分子静止
   - 分子视为直径d的弹性小球（碰撞完全弹性）
   - 运动轨迹为折线，碰撞发生在球心距$\leq d$时
2. 碰撞圆柱体模型：

- 圆柱体体积：$V=\pi d^2\overline{v}$
- 球心在圆柱体内的分子均与α碰撞

3. 公式推导：
   - 未修正公式：$\overline{Z}=\pi d^2\overline{v}n$
   - 实际修正：$\overline{Z}=\sqrt{2}\pi d^2\overline{v}n$（修正因子$\sqrt{2}$源于麦克斯韦分布）

影响因素

- $\overline{Z}\propto n$（分子数密度）
- $\overline{Z}\propto\overline{v}$（分子平均速率）
- $\overline{Z}\propto d^2$（分子有效直径平方）

3. 平均自由程公式

基本表达式

$$\overline{\lambda}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$$

压强与温度形式

$$\overline{\lambda}=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

物理含义

- 温度T一定时：$p\uparrow\Rightarrow\overline{\lambda}\downarrow$
- 压强p一定时：$T\uparrow\Rightarrow\overline{\lambda}\uparrow$
- $\overline{\lambda}$独立于$\overline{v}$，仅取决于d,n,T,p

4. 有效直径与数量级

模型近似性

- 分子非理想球体，碰撞非完全弹性
- d为有效直径：综合反映分子相互作用

典型数值

- 标准状态下：
  - $\overline{Z} \sim 10^9\,\mathrm{s}^{-1}$
  - $\overline{\lambda} \sim 10^{-8} - 10^{-7}\,\mathrm{m}$

七、热力学第一定律及应用

1. 热力学第一定律

$$\Delta U = Q - W$$

2. 四种典型过程

过程	条件	功 W	热量 Q	内能变化 ΔU
等容	$\Delta V = 0$	0	$Q_V = \nu C_{V,m} \Delta T$	$\Delta U = Q_V$
等压	$p =$常量	$p\Delta V$	$Q_p = \nu C_{p,m} \Delta T$	$\Delta U = Q_p - W$
等温	$T =$常量 $PV =$常量	$\nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$	$Q_T = W$	$\Delta U = 0$
绝热	$Q = 0$ $PV^\gamma =$常量	$W = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{\gamma - 1}$	0	$\Delta U = -W$

八、热机效率与制冷系数

1. 热机效率

热机效率

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

卡诺热机效率

$$\eta_{卡诺} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

2. 制冷系数

制冷系数

$$e = \frac{Q_2}{|W|} = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2}$$

卡诺制冷系数

$$e_{卡诺} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

九、热力学第二定律与卡诺定理

1. 热力学第二定律

开尔文表述

无法从单一热源吸热全部转化为功而不产生其他影响

克劳修斯表述

热量不能自发从低温传至高温

2. 卡诺定理

基本结论

在温度为T_1的高温热源和温度为T_2的低温热源之间工作的热机，必须满足：

1. 相同热源间的任意可逆机效率相同
2. 任何不可逆机效率均不大于可逆机效率

(1) 可逆机效率公式

卡诺热机效率

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

其中：

- Q_1：高温热源吸热量（单位：J）
- Q_2：低温热源放热量（取绝对值，单位：J）
- T_1：高温热源温度（单位：K）
- T_2：低温热源温度（单位：K）

(2) 不可逆机效率关系

不可逆机效率限制

$$\eta' \leqslant 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

- $=$：适用于可逆机
- $<$：适用于不可逆机

十、熵与统计解释

1. 熵的定义

熵变

$$\Delta S = \int \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$$

熵增加原理

孤立系统中，$\Delta S \geq 0$（不可逆过程熵增加）

2. 玻耳兹曼熵公式

统计熵

$$S = k \ln W$$

其中:

- k：玻耳兹曼常数（1.38×10^{-23} J/K）
- W：热力学概率（微观状态数）

第六部分 静电场

一、电荷守恒定律

1. 电荷的量子化

定义

电子电荷的绝对值e被称为元电荷

$$e = 1.602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

2. 电荷守恒定律

不管系统中的电荷如何转移，系统中电荷的代数和保持不变

3. 库伦定律

定义

在真空中，两个静止的点电荷之间的相互作用力：

- 大小与电荷乘积成正比
- 与距离平方成反比
- 方向沿两点电荷连线

公式表述：

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\boldsymbol{e_r}$$

其中：

$$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{C}^2 \cdot \mathrm{N}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-2} = 8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{F} \cdot \mathrm{m}^{-1}$$

二、电场强度

1. 电场强度定义

定义

$$\boldsymbol{E}=\frac{\boldsymbol{F}}{q_0}$$

表明电场中某点处的电场强度$\boldsymbol{E}$等于位于该点处单位试验电荷所受的电场力

2. 点电荷的电场强度

点电荷场强

$$\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\boldsymbol{e}_r$$

其中:

- Q：源点电荷大小
- q_0：试验电荷大小

3. 电场强度叠加原理

电场强度遵循矢量叠加原则

三、高斯定理

1. 电场强度通量

定义

$$\Phi_e = ES\cos\theta$$

2. 高斯定理

$$\Phi_e = \oint_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

其中q为闭合曲面S所包围的净电荷量

推导

$$\because E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}$$
$$d\Phi_e = \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S} = EdS\cos\theta = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dS\cos\theta}{r^2}$$
$$\text{令} d\Omega = \frac{dS\cos\theta}{r^2}$$
$$\therefore \Phi_e = \oint_S d\Phi_e = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\oint_S d\Omega = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

四、电势能

1. 静电场力做功

静电力做功

$$W = q_0\int \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}$$

点电荷直线运动:

$$W=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right)$$

2. 静电场的环路定理

$$q_0\oint_l \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}=0$$

五、电势

1. 电势

电势

$$V=\frac{E_p}{q_0}$$

其中E_p为电势能

2. 点电荷电势

点电荷电势

$$V=\int_r^{\infty}\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{l}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$

六、电场强度与电势梯度

1. 等势面

定义

电场中电势相等的点构成的面

2. 电场强度与电势梯度

$$\boldsymbol{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\boldsymbol{k}\right)$$

七、静电场中的导体

1. 静电平衡条件

1. 导体内部电场强度为零
2. 导体表面电场方向与表面垂直

2. 导体电荷分布

- 导体内部无净电荷
- 表面电荷密度σ与场强关系：

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

3. 静电屏蔽

定义

导体空腔可屏蔽外部电场对内部的影响

八、静电场中的电介质

1. 相对电容率

定义

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

其中:

- ε：电介质电容率（单位：F/m）
- ε_0：真空电容率（8.85×10^{-12} F/m）

2. 电极化强度

定义

$$\boldsymbol{P} = \frac{\sum \boldsymbol{p}}{\Delta V}$$

单位：$\mathrm{C \cdot m^{-2}}$

3. 电位移

定义

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \boldsymbol{E} = \varepsilon \boldsymbol{E}$$

有介质时的高斯定理

$$\oint_S \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{S} = Q$$

九、电容器

1. 电容

定义

$$C = \frac{Q}{V}$$

2. 常见电容器

平行板电容器

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}$$

球形电容器

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R$$

3. 电容组合

并联

$$C = \sum C_i$$

串联

$$\frac{1}{C}=\sum\frac{1}{C_i}$$

十、静电场的能量

1. 电容器能量

$$W_e=\frac{1}{2}CU^2$$

2. 电场能量密度

$$\omega_e=\frac{1}{2}\varepsilon E^2$$