

# 二叉树、树与森林

张晓平

2016 年 11 月 8 日

**定义 1.** 森林是  $n \geq 0$  棵不相交树的集合。

## I 树转换为二叉树

将树转换为二叉树的步骤：

1. **加线**：在所有兄弟结点之间加一条连线。
2. **去线**：对树中每个结点，只保留它和第一个孩子结点的连线，删除它与其他孩子结点之间的连线。
3. **层次调整**：以树的根结点为轴心，将整棵树顺时针旋转一定角度，使之结构层次分明。注意第一个孩子是二叉树结点的左孩子，其兄弟转换过来的孩子是其右孩子。

## 2 森林转换为二叉树

1. 把每棵树转换为二叉树。
2. 第一棵二叉树不动，从第二棵二叉树开始，依次把后一棵二叉树的根结点作为前一棵二叉树的根结点的右孩子，用线连接起来。当所有的二叉树连接起来后就得到了由森林转换来的二叉树。

## 3 二叉树转换为树

1. **加线**：若某结点的左孩子存在，则将这个左孩子的右孩子、右孩子的右孩子、右孩子的右孩子的右孩子、 $\dots$ ，即左孩子的  $n$  个右孩子作为此结点的孩子。将该结点与这些右孩子用线连接起来。

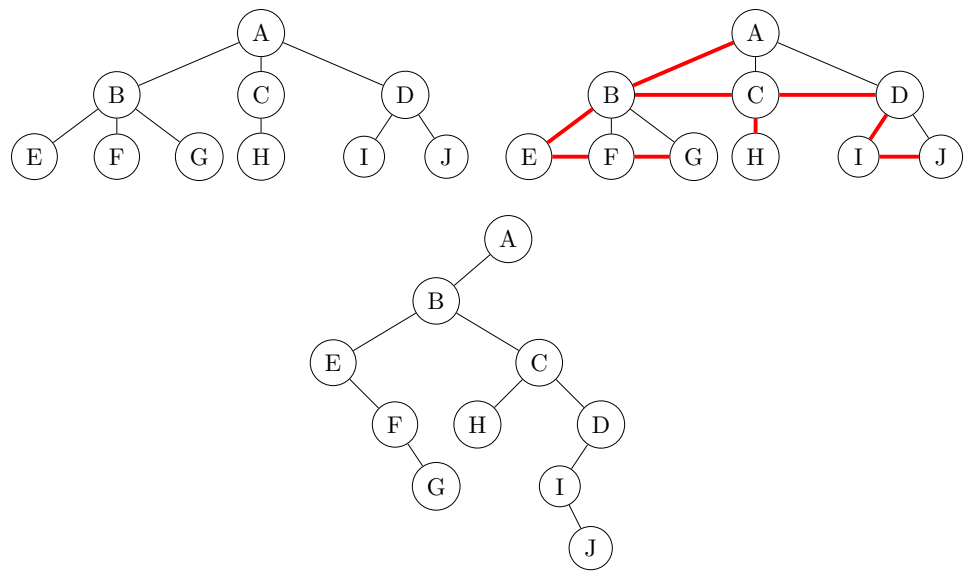


图 1: 树转换为二叉树

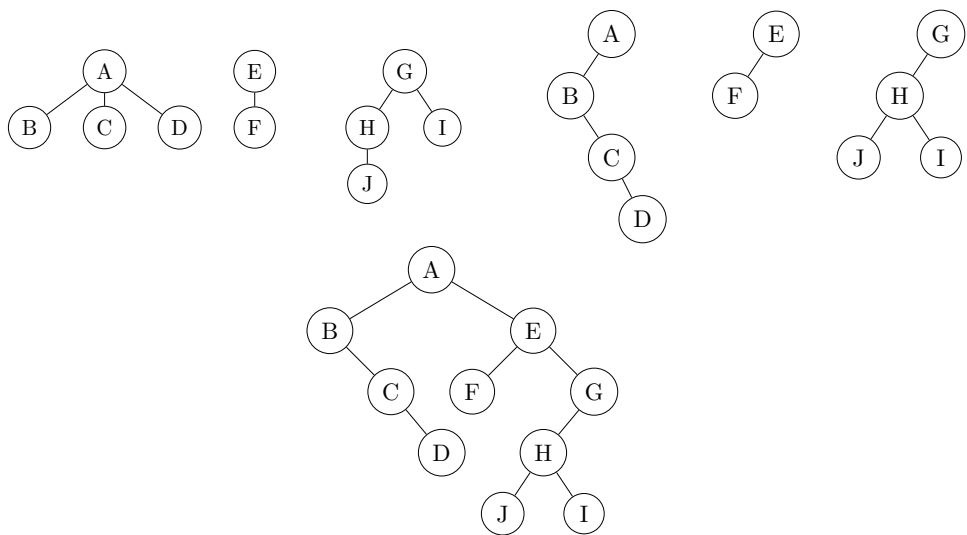


图 2: 森林转换为二叉树

2. **去线**：删除原二叉树中所有结点与其右孩子的连线。
3. **层次调整**：使之结构层次分明。

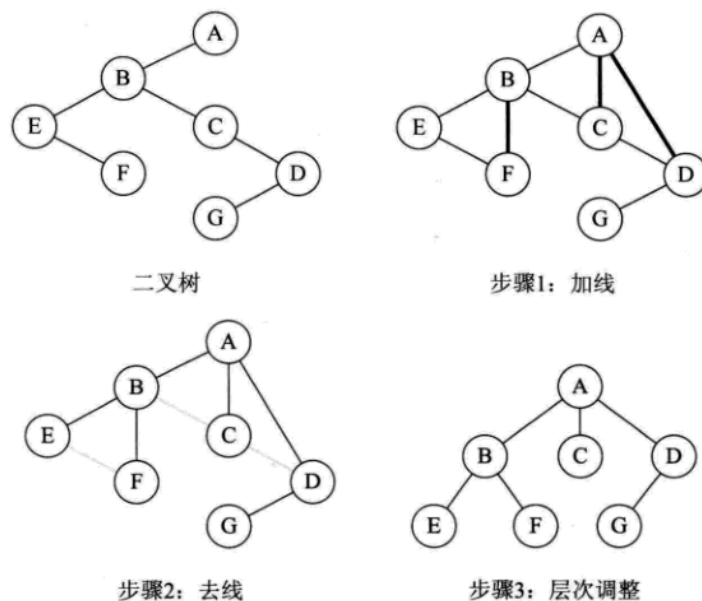


图 3: 二叉树转换为树

## 4 二叉树转换为森林

判断一棵二叉树能够转换成一棵树还是森林，只要看这棵二叉树的根结点有没有右孩子，有就是森林，没有就是一棵树。转换成森林的步骤：

1. 从根结点开始，若右孩子存在，则把与右孩子结点的连线删除，再查看分离后的二叉树，若右孩子存在，则连线删除，…，直到所有右孩子连线都删除为止，得到分离的二叉树。
2. 再将每棵分离后的二叉树转换为树即可。

## 5 树和森林的遍历

### 5.1 树的遍历

树的遍历分为两种方式：

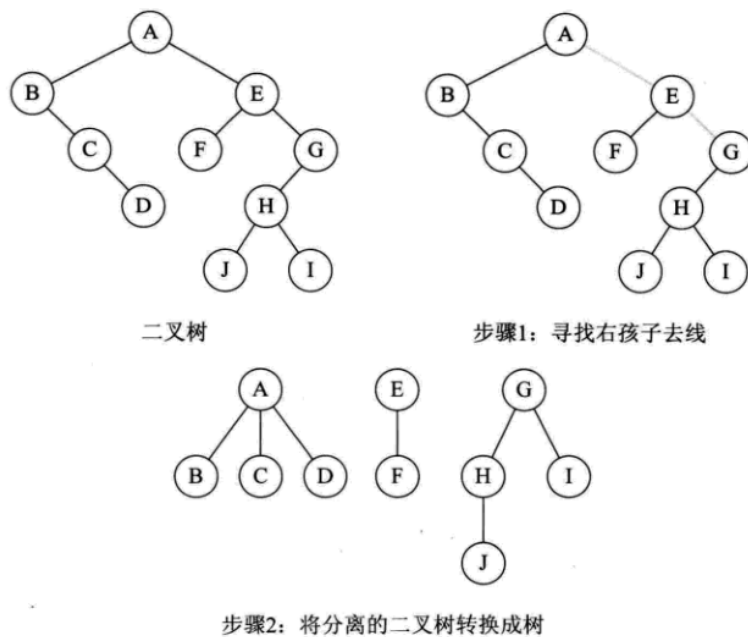


图 4: 二叉树转换为森林

1. **先根遍历**：先访问树的根结点，然后依次先根遍历根的每棵子树。
2. **后根遍历**：先依次后根遍历每棵子树，然后再访问根结点。

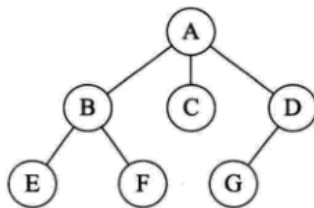


图 5: 先根遍历序列为 ABEFCDG；后根遍历序列为 EFBCGDA。

## 5.2 森林的遍历

记森林  $F$  转换而成的树为  $T$ 。先序遍历森林  $F$  与先序遍历  $T$  自然对应；中序遍历森林  $F$  与中序遍历  $T$  自然对应。

先序遍历  $T$  等价于  $F$  的森林先序遍历，定义如下：

- (1) 若 F 为空, 返回 ;
- (2) 访问 F 中的第一棵树的树根 ;
- (3) 森林先序遍历 F 中第一棵树的所有子树 ;
- (3) 森林先序遍历 F 中除第一棵树以外的所有子树。

中序遍历 T 等价于 F 的森林中序遍历, 定义如下 :

- (1) 若 F 为空, 返回 ;
- (2) 森林中序遍历 F 中第一棵树的所有子树 ;
- (3) 访问 F 中的第一棵树的树根 ;
- (3) 森林中序遍历 F 中除第一棵树以外的所有子树。

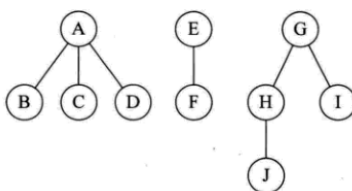


图 6: 先序遍历序列为 ABCDEFGHJI ; 中序遍历序列为 BCDAFEJHIG。

先序、中序遍历森林等价于先序、中序遍历对应的二叉树, 而后序遍历森林与后序遍历对应的二叉树无自然对应。森林后序遍历定义如下 :

- (1) 若 F 为空, 返回 ;
- (2) 森林后序遍历 F 中第一棵树的所有子树 ;
- (3) 森林后序遍历 F 中除第一棵树以外的所有子树 ;
- (3) 访问 F 中的第一棵树的树根。