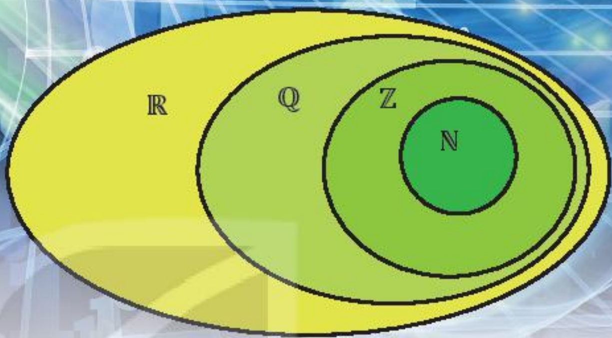
CHƯƠNG I

# MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP

Chương này cung cấp những khái niệm và kí hiệu lôgic thường dùng, củng cố và mở rộng hiểu biết ban đầu về lí thuyết tập hợp đã được học ở các lớp dưới. Từ đó góp phần hình thành khả năng suy luận có lí, khả năng tiếp nhận, diễn đạt các vấn đề một cách chính xác, tạo cơ sở để học tốt các nội dung toán học khác.




## Bài 1 MỆNH ĐỀ



**THUẬT NGỮ**

- Mệnh đề
- Mệnh đề phủ định
- Mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo
- Mệnh đề tương đương
- Điều kiện cần, điều kiện đủ, điều kiện cần và đủ
- Các kí hiệu: ∀, ∃

**KIẾN THỨC, KĨ NĂNG**

- Thiết lập và phát biểu mệnh đề phủ định, mệnh đề đảo, mệnh đề kéo theo, mệnh đề tương đương.
- Thiết lập và phát biểu các mệnh đề có chứa kí hiệu ∀, ∃.
- Xác định tính đúng sai của một mệnh đề trong những trường hợp đơn giản.

Có bao nhiêu con vật xuất hiện trong hình vẽ?

Có 5 con vật xuất hiện trong hình vẽ.

An

Có 6 con vật xuất hiện trong hình vẽ.

Khoa

## 1. MỆNH ĐỀ, MỆNH ĐỀ CHỨA BIẾN

### a. Mệnh đề

**HĐ1.** Trong các câu ở *tình huống mở đầu*:

a) Câu nào đúng?

b) Câu nào sai?

c) Câu nào không xác định được tính đúng sai?

Những câu nói của An và Khoa là những khẳng định có tính đúng hoặc sai. Người ta gọi mỗi câu như vậy là một mệnh đề lôgic (gọi tắt là mệnh đề). Những câu không xác định được tính đúng sai không phải là mệnh đề.

> Mỗi mệnh đề phải hoặc đúng hoặc sai.
>
> Một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.

**Chú ý.** Người ta thường sử dụng các chữ cái $P$, $Q$, $R$,... để biểu thị các mệnh đề.

**Ví dụ 1.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề? Câu nào không phải là mệnh đề?

a) Phương trình $3x^2 - 5x + 2 = 0$ có nghiệm nguyên;

b) $5 < 7 - 3$;

c) Có bao nhiêu dấu hiệu nhận biết hai tam giác đồng dạng?

d) Đấy là cách xử lí khôn ngoan!


**Giải**

Vì phương trình $3x^2 - 5x + 2 = 0$ có nghiệm nguyên $x = 1$ nên câu a là đúng. Câu b là sai. Do đó, câu a và câu b là những mệnh đề.

Câu c là câu hỏi; câu d là câu cảm thán, nêu lên ý kiến của người nói. Do đó, không xác định được tính đúng sai. Vậy các câu c và d không phải là mệnh đề.

**Chú ý.** Những mệnh đề liên quan đến toán học (các mệnh đề ở câu a và câu b trong Ví dụ 1) được gọi là mệnh đề toán học.

**Luyện tập 1.** Thay dấu "?" bằng dấu "x" vào ô thích hợp trong bảng sau:

| Câu | Không phải mệnh đề | Mệnh đề đúng | Mệnh đề sai |
|---|---|---|---|
| 13 là số nguyên tố. | ? | ? | ? |
| Tổng độ dài hai cạnh bất kì của một tam giác nhỏ hơn độ dài cạnh còn lại. | ? | ? | ? |
| Bạn đã làm bài tập chưa? | ? | ? | ? |
| Thời tiết hôm nay thật đẹp! | ? | ? | ? |

### b. Mệnh đề chứa biến

Xét câu "$n$ chia hết cho 2" (với $n$ là số tự nhiên).

Ta chưa khẳng định được tính đúng sai của câu này, do đó nó chưa phải là một mệnh đề.

Tuy nhiên, nếu thay $n$ bằng số tự nhiên cụ thể thì câu này cho ta một mệnh đề. Chẳng hạn:

- Với $n = 5$ ta được mệnh đề "5 chia hết cho 2". Đây là mệnh đề sai.
- Với $n = 10$ ta được mệnh đề "10 chia hết cho 2". Đây là mệnh đề đúng.

Ta nói rằng câu "$n$ chia hết cho 2" là một mệnh đề chứa biến.

? Xét câu "$x > 5$". Hãy tìm hai giá trị thực của $x$ để từ câu đã cho, ta nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

## 2. MỆNH ĐỀ PHỦ ĐỊNH

**HĐ2.** Quan sát biển báo trong hình bên.

Khoa nói: "Đây là biển báo đường dành cho người đi bộ".

An không đồng ý với ý kiến của Khoa.

Hãy phát biểu ý kiến của An dưới dạng một mệnh đề.

Để phủ định một mệnh đề $P$, người ta thường thêm (hoặc bớt) từ "không" hoặc "không phải" vào trước vị ngữ của mệnh đề $P$. Ta kí hiệu mệnh đề phủ định của mệnh đề $P$ là $\overline{P}$.

> Mệnh đề $P$ và mệnh đề $\overline{P}$ là hai phát biểu trái ngược nhau. Nếu $P$ đúng thì $\overline{P}$ sai, còn nếu $P$ sai thì $\overline{P}$ đúng.

**Ví dụ 2.** Phát biểu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau:

$P$: "17 là số chính phương";

$Q$: "Hình hộp không phải là hình lăng trụ".

**Giải**

Mệnh đề phủ định của $P$ là $\overline{P}$: "17 không phải là số chính phương".

Mệnh đề phủ định của $Q$ là $\overline{Q}$: "Hình hộp là hình lăng trụ".

**Luyện tập 2.** Phát biểu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xác định tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

$P$: "2 022 chia hết cho 5";

$Q$: "Bất phương trình $2x + 1 > 0$ có nghiệm".

**Vận dụng.** Cho mệnh đề $Q$: "Châu Á là châu lục có diện tích lớn nhất trên thế giới". Phát biểu mệnh đề phủ định $\overline{Q}$ và xác định tính đúng sai của hai mệnh đề $Q$ và $\overline{Q}$.

## 3. MỆNH ĐỀ KÉO THEO, MỆNH ĐỀ ĐẢO

### a. Mệnh đề kéo theo

**HĐ3.** Cặp từ quan hệ nào sau đây phù hợp với vị trí bị che khuất trong câu ghép ở hình bên?

A. Nếu ... thì ...

B. Tuy ... nhưng ...

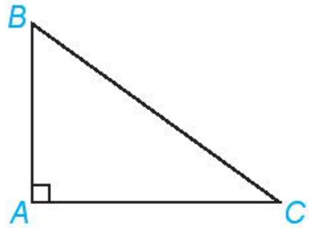
sử dụng rượu bia khi tham gia giao thông có thể bị xử phạt hành chính hoặc xử lí hình sự tuỳ theo mức độ vi phạm.

**HĐ4.** Cho hai câu sau:

*P*: "Tam giác *ABC* là tam giác vuông tại *A*";

*Q*: "Tam giác *ABC* có $AB^2 + AC^2 = BC^2$".

Hãy phát biểu câu ghép có dạng "Nếu *P* thì *Q*".



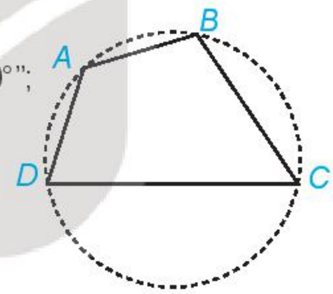

> Mệnh đề "Nếu *P* thì *Q*" được gọi là một **mệnh đề kéo theo** và kí hiệu là $P \Rightarrow Q$.

**Ví dụ 3.** Cho tứ giác *ABCD*, xét hai câu sau:

*P*: "Tứ giác *ABCD* có tổng số đo hai góc đối diện bằng 180°";

*Q*: "*ABCD* là tứ giác nội tiếp đường tròn".

Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và cho biết tính đúng sai của mệnh đề đó.




**Giải**

$P \Rightarrow Q$: "Nếu tứ giác *ABCD* có tổng số đo hai góc đối diện bằng 180° thì *ABCD* là tứ giác nội tiếp đường tròn".

Mệnh đề kéo theo này là mệnh đề đúng.

Các định lí toán học là những mệnh đề đúng và thường có dạng $P \Rightarrow Q$. Khi đó ta nói:

> *P* là giả thiết của định lí, *Q* là kết luận của định lí, hoặc
> "*P* là **điều kiện đủ** để có *Q*" hoặc "*Q* là **điều kiện cần** để có *P*".

### b. Mệnh đề đảo

**HĐ5.** Xét hai câu sau:

*P*: "Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt";

*Q*: "Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac > 0$".

a) Hãy phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

b) Hãy phát biểu mệnh đề $Q \Rightarrow P$.

Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

**Nhận xét.** Mệnh đề đảo của một mệnh đề đúng không nhất thiết là đúng.

**Ví dụ 4.** Hãy phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề: "Nếu tam giác $ABC$ là tam giác đều thì tam giác $ABC$ là tam giác cân" và xác định tính đúng sai của mệnh đề đảo này.

**Giải**

Mệnh đề đảo là: "Nếu tam giác $ABC$ là tam giác cân thì tam giác $ABC$ là tam giác đều".

Mệnh đề đảo này là sai.

**Luyện tập 3.** Cho các mệnh đề $P$: "$a$ và $b$ chia hết cho $c$";

$Q$: "$a + b$ chia hết cho $c$".

a) Hãy phát biểu định lí $P \Rightarrow Q$. Nêu giả thiết, kết luận của định lí và phát biểu định lí này dưới dạng điều kiện cần, điều kiện đủ.

b) Hãy phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ rồi xác định tính đúng sai của mệnh đề đảo này.

## 4. MỆNH ĐỀ TƯƠNG ĐƯƠNG

**HĐ6.** Hãy xác định tính đúng sai của mệnh đề sau:

"Một số tự nhiên chia hết cho 5 nếu số đó có chữ số tận cùng bằng 0 hoặc 5 và ngược lại".

Mệnh đề ở HĐ6 có thể phát biểu dưới dạng: "Một số tự nhiên chia hết cho 5 nếu và chỉ nếu số đó có chữ số tận cùng bằng 0 hoặc 5".

Mệnh đề "$P$ nếu và chỉ nếu $Q$" được gọi là một mệnh đề tương đương và kí hiệu là $P \Leftrightarrow Q$.



**Nhận xét.** Nếu cả hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng thì mệnh đề tương đương $P \Leftrightarrow Q$ đúng. Khi đó ta nói "$P$ tương đương với $Q$" hoặc "$P$ là điều kiện cần và đủ để có $Q$" hoặc "$P$ khi và chỉ khi $Q$".

**Ví dụ 5.** Cho hai mệnh đề:

$P$: "Tứ giác $ABCD$ là hình vuông";

$Q$: "Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau".

Hãy phát biểu mệnh đề tương đương $P \Leftrightarrow Q$ và xác định tính đúng sai của mệnh đề tương đương này.

**Giải**

Mệnh đề tương đương $P \Leftrightarrow Q$: "Tứ giác $ABCD$ là hình vuông khi và chỉ khi tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau". Mệnh đề tương đương này đúng vì cả hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng.

**Luyện tập 4.** Phát biểu điều kiện cần và đủ để số tự nhiên $n$ chia hết cho 2.

## 5. MỆNH ĐỀ CÓ CHỨA KÍ HIỆU ∀, ∃


- Câu "Mọi số thực đều có bình phương không âm" là một mệnh đề. Có thể viết mệnh đề này như sau:

$$P: \text{“}\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0\text{”}.$$

- Câu "Có một số hữu tỉ mà bình phương của nó bằng 2" là một mệnh đề. Có thể viết mệnh đề này như sau:

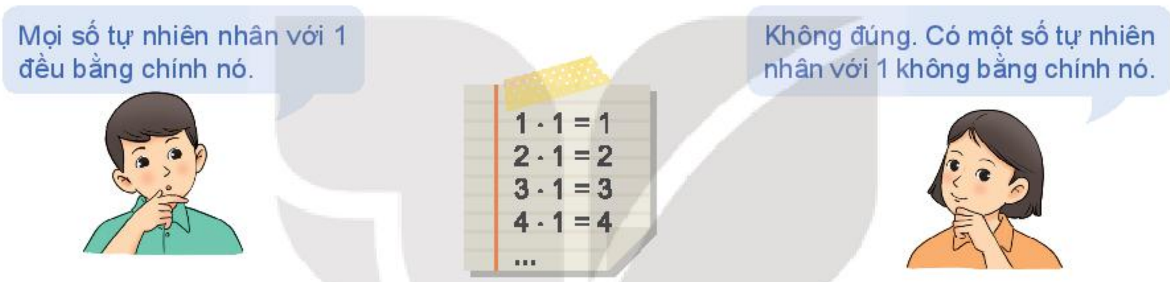
$$Q: \text{“}\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 = 2\text{”}.$$

❓ Em hãy xác định tính đúng sai của hai mệnh đề trên.

**Luyện tập 5.** Phát biểu bằng lời mệnh đề sau và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai.

$$\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 + 1 \leq 0.$$

Dưới đây ta xét mệnh đề phủ định của mệnh đề có chứa kí hiệu ∀, ∃.




Mệnh đề "Có một số tự nhiên nhân với 1 không bằng chính nó" là phủ định của mệnh đề "Mọi số tự nhiên nhân với 1 đều bằng chính nó".

Như vậy mệnh đề phủ định của $P$: "$\forall n \in \mathbb{N}, n \cdot 1 = n$" là mệnh đề $\overline{P}$: "$\exists n \in \mathbb{N}, n \cdot 1 \neq n$".



**Ví dụ 6**

Viết mệnh đề phủ định của mệnh đề sau và xác định tính đúng sai của nó.

$$P: \text{“}\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0\text{”}.$$

**Giải**

Mệnh đề $P$ có thể phát biểu là: "Tồn tại một số thực mà bình phương của nó cộng với 1 bằng 0".
Phủ định của mệnh đề $P$ là: "Không tồn tại một số thực mà bình phương của nó cộng với 1 bằng 0", tức là: "Mọi số thực đều có bình phương cộng với 1 khác 0".

Ta có thể viết mệnh đề phủ định của $P$ là $\overline{P}$: "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \neq 0$". Mệnh đề phủ định này đúng.

**Luyện tập 6**

Trong tiết học môn Toán, Nam phát biểu: "Mọi số thực đều có bình phương khác 1".

Mai phát biểu: "Có một số thực mà bình phương của nó bằng 1".

a) Hãy cho biết bạn nào phát biểu đúng.

b) Dùng kí hiệu ∀, ∃ để viết lại các phát biểu của Nam và Mai dưới dạng mệnh đề.

## BÀI TẬP

**1.1.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

a) Trung Quốc là nước đông dân nhất thế giới;

b) Bạn học trường nào?

c) Không được làm việc riêng trong giờ học;

d) Tôi sẽ sút bóng trúng xà ngang.

**1.2.** Xác định tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau:

a) $\pi < \frac{10}{3}$;

b) Phương trình $3x + 7 = 0$ có nghiệm;

c) Có ít nhất một số cộng với chính nó bằng 0;

d) 2 022 là hợp số.

**1.3.** Cho hai câu sau:

*P*: "Tam giác *ABC* là tam giác vuông";

*Q*: "Tam giác *ABC* có một góc bằng tổng hai góc còn lại".

Hãy phát biểu mệnh đề tương đương $P \Leftrightarrow Q$ và xác định tính đúng sai của mệnh đề này.

**1.4.** Phát biểu mệnh đề đảo của mỗi mệnh đề sau và xác định tính đúng sai của chúng.

*P*: "Nếu số tự nhiên *n* có chữ số tận cùng là 5 thì *n* chia hết cho 5";

*Q*: "Nếu tứ giác *ABCD* là hình chữ nhật thì tứ giác *ABCD* có hai đường chéo bằng nhau".

**1.5.** Với hai số thực *a* và *b*, xét các mệnh đề *P*: "$a^2 < b^2$" và *Q*: "$0 < a < b$".

a) Hãy phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

b) Hãy phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề ở câu a.

c) Xác định tính đúng sai của mỗi mệnh đề ở câu a và câu b.

**1.6.** Xác định tính đúng sai của mệnh đề sau và tìm mệnh đề phủ định của nó.

$$Q: \text{"}\exists\, n \in \mathbb{N},\ n \text{ chia hết cho } n + 1\text{"}.$$

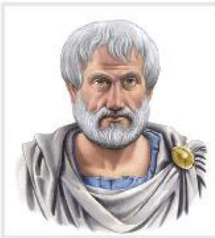
**1.7.** Dùng kí hiệu $\forall$, $\exists$ để viết các mệnh đề sau:

*P*: "Mọi số tự nhiên đều có bình phương lớn hơn hoặc bằng chính nó";

*Q*: "Có một số thực cộng với chính nó bằng 0".

**Em có biết?**

Lôgic mệnh đề lần đầu tiên được phát triển một cách có hệ thống bởi nhà triết học Hy Lạp Aristotle hơn 2 300 năm trước và được thảo luận bởi nhà toán học người Anh George Boole vào năm 1854 trong cuốn sách "The Laws of Think".



*Aristotle*

*George Boole*

# Bài 2 TẬP HỢP VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

**THUẬT NGỮ**

- Tập hợp, tập con, tập hợp bằng nhau, tập rỗng
- Hợp, giao, hiệu của hai tập hợp, phần bù của một tập con
- Biểu đồ Ven

**KIẾN THỨC, KĨ NĂNG**

- Nhận biết các khái niệm cơ bản về tập hợp.
- Thực hiện các phép toán trên tập hợp và vận dụng giải một số bài toán có nội dung thực tiễn.
- Sử dụng biểu đồ Ven để biểu diễn tập hợp và các phép toán trên tập hợp.

Câu lạc bộ Lịch sử có 12 thành viên (không có hai bạn nào trùng tên), tổ chức hai chuyên đề trên một phần mềm họp trực tuyến. Tên các thành viên tham gia mỗi chuyên đề được hiển thị trên màn hình (H.1.1).



*Hình 1.1*

Bài học này sẽ giúp em trả lời câu hỏi trên bằng kiến thức cơ bản về tập hợp và các phép toán trên tập hợp.

## 1. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ TẬP HỢP

### a. Tập hợp

**HĐ1.** Trong tình huống trên, gọi $A$ là tập hợp những thành viên tham gia Chuyên đề 1, $B$ là tập hợp những thành viên tham gia Chuyên đề 2.

a) Nam có là một phần tử của tập hợp $A$ không? Ngân có là một phần tử của tập hợp $B$ không?

b) Hãy mô tả các tập hợp $A$ và $B$ bằng cách liệt kê các phần tử.

**HĐ2.** Cho tập hợp:

$C$ = {châu Á; châu Âu; châu Đại Dương; châu Mĩ; châu Nam Cực; châu Phi}.

a) Hãy chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp $C$.

b) Tập hợp $C$ có bao nhiêu phần tử?

Có thể mô tả một tập hợp bằng một trong hai cách sau:
*Cách 1.* Liệt kê các phần tử của tập hợp;
*Cách 2.* Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

$a \in S$: phần tử $a$ thuộc tập hợp $S$.
$a \notin S$: phần tử $a$ không thuộc tập hợp $S$.

**Ví dụ 1.** Cho $D = \{n \in \mathbb{N} \mid n$ là số nguyên tố, $5 < n < 20\}$.

a) Dùng kí hiệu $\in$, $\notin$ để viết câu trả lời cho câu hỏi sau: Trong các số 5; 12; 17; 18, số nào thuộc tập $D$, số nào không thuộc tập $D$?

b) Viết tập hợp $D$ bằng cách liệt kê các phần tử. Tập hợp $D$ có bao nhiêu phần tử?

**Giải**

a) $5 \notin D$; $12 \notin D$; $17 \in D$; $18 \notin D$.

b) $D = \{7; 11; 13; 17; 19\}$. Tập hợp $D$ có 5 phần tử.

**Chú ý.** Số phần tử của tập hợp $S$ được kí hiệu là $n(S)$. Chẳng hạn, tập hợp $A$ trong HĐ1 có số phần tử là 7, ta viết $n(A) = 7$.


Tập hợp không chứa phần tử nào được gọi là tập rỗng, kí hiệu là $\varnothing$.

Chẳng hạn:

– Tập hợp các nghiệm của phương trình $x^2 + 1 = 0$ là tập rỗng;

– Tập hợp những người sống trên Mặt Trời là tập rỗng.

**Luyện tập 1.** Gọi $X$ là tập nghiệm của phương trình

$$x^2 - 24x + 143 = 0.$$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $13 \in X$; b) $11 \notin X$; c) $n(X) = 2$.

## b. Tập hợp con

**HĐ3.** Gọi $H$ là tập hợp các bạn tham gia Chuyên đề 2 trong *tình huống mở đầu* có tên bắt đầu bằng chữ H. Các phần tử của tập hợp $H$ có là phần tử của tập hợp $B$ trong HĐ1 không?

Nếu mọi phần tử của tập hợp $T$ đều là phần tử của tập hợp $S$ thì ta nói $T$ là một **tập hợp con** (**tập con**) của $S$ và viết là $T \subset S$ (đọc là $T$ chứa trong $S$ hoặc $T$ là tập con của $S$).

- Thay cho $T \subset S$, ta còn viết $S \supset T$ (đọc là $S$ chứa $T$).
- Kí hiệu $T \not\subset S$ để chỉ $T$ không là tập con của $S$.

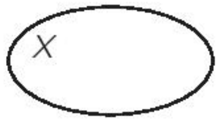
**Nhận xét**

- Từ định nghĩa trên, $T$ là tập con của $S$ nếu mệnh đề sau đúng:

$$\forall x, x \in T \Rightarrow x \in S.$$

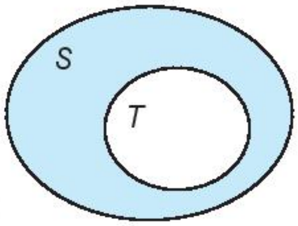
- Quy ước tập rỗng là tập con của mọi tập hợp.

Người ta thường minh hoạ một tập hợp bằng một hình phẳng được bao quanh bởi một đường kín, gọi là **biểu đồ Ven** (H.1.2).




Hình 1.2

Minh hoạ $T$ là một tập con của $S$ như Hình 1.3.



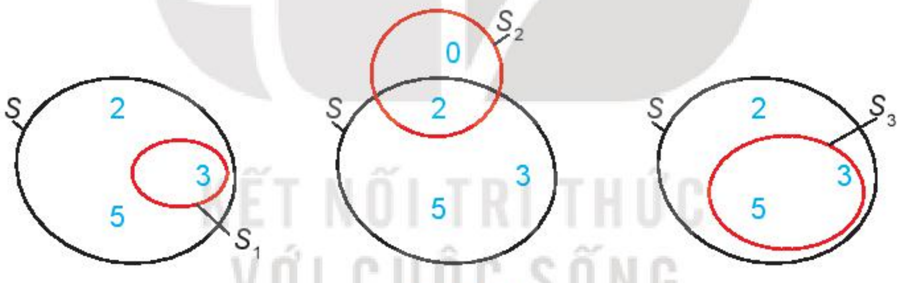

Hình 1.3

**Ví dụ 2.** Cho tập hợp $S = \{2; 3; 5\}$. Những tập hợp nào sau đây là tập con của $S$?

$S_1 = \{3\}$; $S_2 = \{0; 2\}$; $S_3 = \{3; 5\}$.

**Giải**

Các tập hợp $S_1 = \{3\}$, $S_3 = \{3; 5\}$ là những tập con của $S$ (H.1.4).




Hình 1.4

## c. Hai tập hợp bằng nhau

**HĐ4.** Sơn và Thu viết tập hợp các số chính phương nhỏ hơn 100 như sau:

Sơn: $S = \{0; 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81\}$;

Thu: $T = \{n \in \mathbb{N} \mid n$ là số chính phương; $n < 100\}$.

Hỏi bạn nào viết đúng?

Hai tập hợp $S$ và $T$ được gọi là **hai tập hợp bằng nhau** nếu mỗi phần tử của $T$ cũng là phần tử của tập hợp $S$ và ngược lại. Kí hiệu là $S = T$.

Nếu $S \subset T$ và $T \subset S$ thì $S = T$.

**Ví dụ 3.** Cho hai tập hợp:

$C = \{n \in \mathbb{N} \mid n$ là bội chung của 2 và 3; $n < 30\}$;

$D = \{n \in \mathbb{N} \mid n$ là bội của 6; $n < 30\}$.

Chứng minh $C = D$.

**Giải**

Ta có: $C = \{0; 6; 12; 18; 24\}$;

$D = \{0; 6; 12; 18; 24\}$.

Vậy $C = D$.

**Luyện tập 2.** Giả sử $C$ là tập hợp các hình bình hành có hai đường chéo vuông góc; $D$ là tập hợp các hình vuông.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $C \subset D$; b) $C \supset D$; c) $C = D$.

## 2. CÁC TẬP HỢP SỐ

### a. Mối quan hệ giữa các tập hợp số

- *Tập hợp các số tự nhiên* $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4;...\}$.
- *Tập hợp các số nguyên* $\mathbb{Z}$ gồm các số tự nhiên và các số nguyên âm:

$$\mathbb{Z} = \{...; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3;...\}.$$

- *Tập hợp các số hữu tỉ* $\mathbb{Q}$ gồm các số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$.

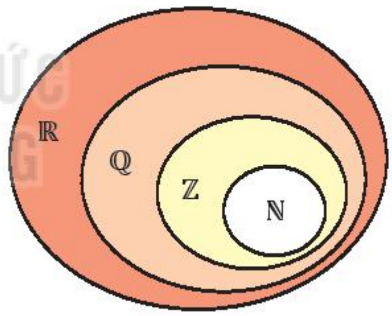
  Số hữu tỉ còn được biểu diễn dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn.
- *Tập hợp các số thực* $\mathbb{R}$ gồm các số hữu tỉ và các số vô tỉ. Số vô tỉ là các số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

**HĐ5.** Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mọi số nguyên đều viết được dưới dạng phân số;

b) Tập hợp các số thực chứa tập hợp các số hữu tỉ;

c) Tồn tại một số thực không là số hữu tỉ.



*Hình 1.5*

> Mối quan hệ giữa các tập hợp số: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

**Ví dụ 4.** Hãy xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $3,274 \in \mathbb{Q}$; b) $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$; c) $\frac{3}{4} \in \mathbb{Z}$.

**Giải**

a) $3,274 \in \mathbb{Q}$ là mệnh đề đúng.

b) $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$ là mệnh đề đúng.

c) $\frac{3}{4} \in \mathbb{Z}$ là mệnh đề sai.

**Luyện tập 3.** Cho tập hợp $C = \{-4; 0; 1; 2\}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $C$ là tập con của $\mathbb{Z}$; b) $C$ là tập con của $\mathbb{N}$; c) $C$ là tập con của $\mathbb{R}$.

## b. Các tập con thường dùng của $\mathbb{R}$

**HĐ6.** Cho hai tập hợp $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$ và $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $C$, $D$ là các tập con của $\mathbb{R}$;

b) $\forall x, x \in C \Rightarrow x \in D$;

c) $3 \in C$ nhưng $3 \notin D$;

d) $C = D$.

Một số tập con thường dùng của tập số thực $\mathbb{R}$:

- *Khoảng*

$(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$


$(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$


$(-\infty; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$


$(-\infty; +\infty)$


- *Đoạn*

$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$


- *Nửa khoảng*

$[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$


$(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$

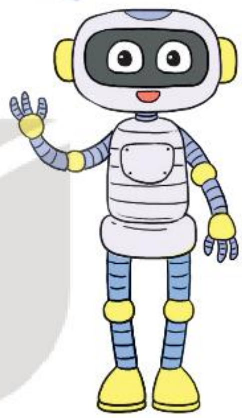

$[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$


$(-\infty; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$


Kí hiệu $+\infty$: Đọc là dương vô cực (hoặc dương vô cùng).

Kí hiệu $-\infty$: Đọc là âm vô cực (hoặc âm vô cùng).

*a*, *b* gọi là các đầu mút của đoạn, khoảng hay nửa khoảng.



**Ví dụ 5.** Viết các tập hợp sau dưới dạng các khoảng, đoạn, nửa khoảng trong $\mathbb{R}$ rồi biểu diễn trên trục số: $C = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 7\}$; $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$.

**Giải**

$C = [2; 7]$


$D = (-\infty; 2)$


**Luyện tập 4.** Hãy ghép mỗi dòng ở cột bên trái với một dòng thích hợp ở cột bên phải.

| | |
|---|---|
| 1) $x \in [2; 5]$ | a) $2 < x \leq 5$ |
| 2) $x \in (2; 5]$ | b) $x \geq 7$ |
| 3) $x \in [7; +\infty)$ | c) $7 < x < 10$ |
| 4) $x \in (7; 10)$ | d) $2 \leq x \leq 5$ |
| | e) $2 \leq x < 5$ |

# 3. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

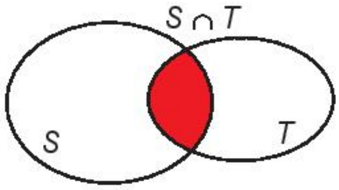
## a. Giao của hai tập hợp

**HĐ7.** Viết tập hợp $X$ gồm những thành viên tham gia cả hai chuyên đề 1 và 2 trong *tình huống mở đầu*.

Tập $X$ có phải là tập con của tập $A$ không? Tập $X$ có phải là tập con của tập $B$ không? ($A$, $B$ là các tập hợp trong HĐ1).

Tập hợp gồm các phần tử thuộc cả hai tập hợp $S$ và $T$ gọi là giao của hai tập hợp $S$ và $T$, kí hiệu là $S \cap T$.

$$S \cap T = \{ x \mid x \in S \text{ và } x \in T \}.$$



*Hình 1.6*

**Ví dụ 6**

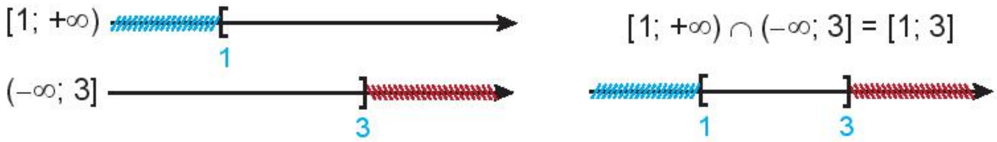
a) Cho hai tập hợp $C = \{4; 7; 27\}$ và $D = \{2; 4; 9; 27; 36\}$. Hãy xác định tập hợp $C \cap D$.

b) Cho hai tập hợp $E = [1; +\infty)$ và $F = (-\infty; 3]$. Hãy xác định tập hợp $E \cap F$.

**Giải**

a) Giao của hai tập hợp $C$ và $D$ là $C \cap D = \{4; 27\}$.

b) Giao của hai tập hợp $E$ và $F$ là $E \cap F = [1; 3]$.



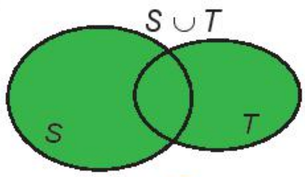

**Luyện tập 5.** Cho các tập hợp $C = [1; 5]$, $D = [-2; 3]$. Hãy xác định tập hợp $C \cap D$.

### b. Hợp của hai tập hợp

**HĐ8.** Trở lại *tình huống mở đầu*, hãy xác định tập hợp các thành viên tham gia Chuyên đề 1 hoặc Chuyên đề 2.

Tập hợp gồm các phần tử thuộc tập hợp $S$ hoặc thuộc tập hợp $T$ gọi là hợp của hai tập hợp $S$ và $T$, kí hiệu là $S \cup T$.

$$S \cup T = \{x \mid x \in S \text{ hoặc } x \in T\}.$$



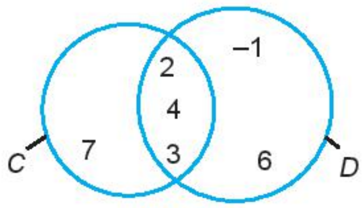
*Hình 1.7*

**Ví dụ 7.** Cho hai tập hợp: $C = \{2; 3; 4; 7\}$; $D = \{-1; 2; 3; 4; 6\}$.

Hãy xác định tập hợp $C \cup D$.

**Giải**

Hợp của hai tập hợp $C$ và $D$ là $C \cup D = \{-1; 2; 3; 4; 6; 7\}$.



*Hình 1.8*

**Ví dụ 8.** Trở lại câu hỏi trong *tình huống mở đầu*. Gọi $A$ là tập hợp những thành viên tham gia Chuyên đề 1, $B$ là tập hợp những thành viên tham gia Chuyên đề 2.

Ta có: $A \cup B$ = {Nam; Hương; Chi; Tú; Bình; Ngân; Khánh; Hân; Hiền; Lam}.

Tập $A \cup B$ có 10 phần tử, tức là có 10 thành viên tham gia một hoặc hai chuyên đề.

Số thành viên vắng mặt trong cả hai chuyên đề là:

$$12 - 10 = 2 \text{ (thành viên)}.$$

**Luyện tập 6.** Hãy biểu diễn tập hợp $A \cup B$ bằng biểu đồ Ven, với $A$, $B$ được cho trong HĐ1.

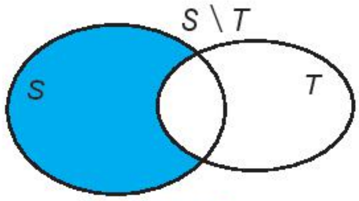
### c. Hiệu của hai tập hợp

**HĐ9.** Trở lại *tình huống mở đầu*, hãy xác định tập hợp các thành viên chỉ tham gia Chuyên đề 1 mà không tham gia Chuyên đề 2.

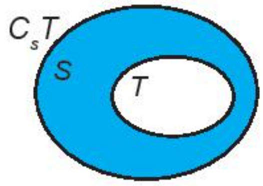
- Hiệu của hai tập hợp $S$ và $T$ là tập hợp gồm các phần tử thuộc $S$ nhưng không thuộc $T$, kí hiệu là $S \setminus T$.

  $S \setminus T = \{x \mid x \in S \text{ và } x \notin T\}$.

- Nếu $T \subset S$ thì $S \setminus T$ được gọi là phần bù của $T$ trong $S$, kí hiệu là $C_S T$.




*Hình 1.9*




*Hình 1.10*

**Chú ý.** $C_S S = \varnothing$.

**Ví dụ 9.** Cho các tập hợp: $D = \{-2; 3; 5; 6\}$; $E = \{x \mid x$ là số nguyên tố nhỏ hơn $10\}$;
$X = \{x \mid x$ là số nguyên dương nhỏ hơn $10\}$.

a) Tìm $D \setminus E$ và $E \setminus D$.

b) $E$ có là tập con của $X$ không? Hãy tìm phần bù của $E$ trong $X$ (nếu có).

**Giải**

a) Ta có: $E = \{2; 3; 5; 7\}$.
Do đó, $D \setminus E = \{-2; 6\}$; $E \setminus D = \{2; 7\}$.

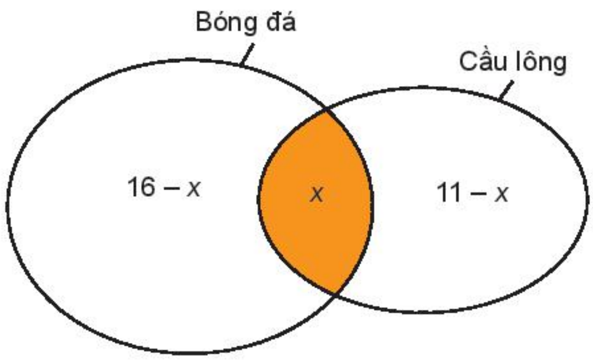
b) Ta có: $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Vậy $E$ là tập con của $X$.
Phần bù của $E$ trong $X$ là $X \setminus E = C_X E = \{1; 4; 6; 8; 9\}$.

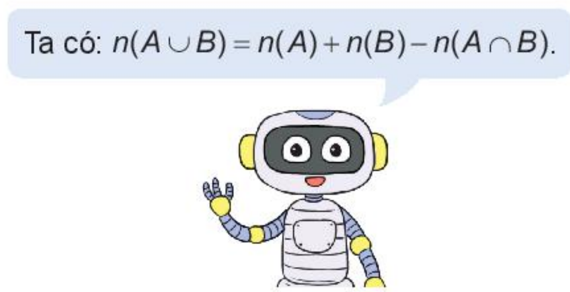
**Luyện tập 7.** Tìm phần bù của các tập hợp sau trong $\mathbb{R}$:

a) $(-\infty; -2)$; b) $[-5; +\infty)$.

**Vận dụng.** Lớp 10A có 24 bạn tham gia thi đấu bóng đá và cầu lông, trong đó có 16 bạn thi đấu bóng đá và 11 bạn thi đấu cầu lông. Giả sử các trận bóng đá và cầu lông không tổ chức đồng thời. Hỏi có bao nhiêu bạn lớp 10A tham gia thi đấu cả bóng đá và cầu lông?

*Gợi ý.* Gọi $x$ là số bạn tham gia thi đấu cả bóng đá và cầu lông.



## BÀI TẬP

**1.8.** Gọi $X$ là tập hợp các quốc gia tiếp giáp với Việt Nam. Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp $X$ và biểu diễn tập $X$ bằng biểu đồ Ven.

**1.9.** Kí hiệu $E$ là tập hợp các quốc gia tại khu vực Đông Nam Á.

a) Nêu ít nhất hai phần tử thuộc tập hợp $E$.

b) Nêu ít nhất hai phần tử không thuộc tập hợp $E$.

c) Liệt kê các phần tử thuộc tập hợp $E$. Tập hợp $E$ có bao nhiêu phần tử?

**1.10.** Hãy viết tập hợp sau bằng cách nêu tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp:

$$A = \{0; 4; 8; 12; 16\}.$$

**1.11.** Trong các tập hợp sau, tập nào là tập rỗng?

$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 6 = 0\}$; $\quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 6 = 0\}$.

**1.12.** Cho $X = \{a; b\}$. Các cách viết sau đúng hay sai? Giải thích kết luận đưa ra.

a) $a \subset X$; $\quad$ b) $\{a\} \subset X$; $\quad$ c) $\varnothing \in X$.

**1.13.** Cho $A = \{2; 5\}$, $B = \{5; x\}$, $C = \{2; y\}$. Tìm $x$ và $y$ để $A = B = C$.

**1.14.** Cho $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < 4\}$; $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid (5x - 3x^2)(x^2 + 2x - 3) = 0\}$.

a) Liệt kê các phần tử của hai tập hợp $A$ và $B$.

b) Hãy xác định các tập hợp $A \cap B$, $A \cup B$ và $A \setminus B$.

**1.15.** Xác định các tập hợp sau và biểu diễn chúng trên trục số.

a) $(-4; 1] \cap [0; 3)$; $\quad$ b) $(0; 2] \cup (-3; 1]$;

c) $(-2; 1) \cap (-\infty; 1]$; $\quad$ d) $\mathbb{R} \setminus (-\infty; 3]$.

**1.16.** Để phục vụ cho một hội nghị quốc tế, ban tổ chức huy động 35 người phiên dịch tiếng Anh, 30 người phiên dịch tiếng Pháp, trong đó có 16 người phiên dịch được cả hai thứ tiếng Anh và Pháp. Hãy trả lời các câu hỏi sau:

a) Ban tổ chức đã huy động bao nhiêu người phiên dịch cho hội nghị đó?

b) Có bao nhiêu người chỉ phiên dịch được tiếng Anh?

c) Có bao nhiêu người chỉ phiên dịch được tiếng Pháp?

# BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG I

## A – TRẮC NGHIỆM

**1.17.** Câu nào sau đây **không** là mệnh đề?

A. Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau.

B. $3 < 1$.

C. $4 - 5 = 1$.

D. Bạn học giỏi quá!

**1.18.** Cho định lí: "Nếu hai tam giác bằng nhau thì diện tích của chúng bằng nhau".

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần để diện tích của chúng bằng nhau.

B. Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần và đủ để chúng có diện tích bằng nhau.

C. Hai tam giác có diện tích bằng nhau là điều kiện đủ để chúng bằng nhau.

D. Hai tam giác bằng nhau là điều kiện đủ để diện tích của chúng bằng nhau.

**1.19.** Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 > 1 \Rightarrow x > -1$.

B. $\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 > 1 \Rightarrow x > 1$.

C. $\forall x \in \mathbb{R},\ x > -1 \Rightarrow x^2 > 1$.

D. $\forall x \in \mathbb{R},\ x > 1 \Rightarrow x^2 > 1$.

**1.20.** Cho tập hợp $A = \{a;\ b;\ c\}$. Tập $A$ có bao nhiêu tập con?

A. 4.

B. 6.

C. 8.

D. 10.

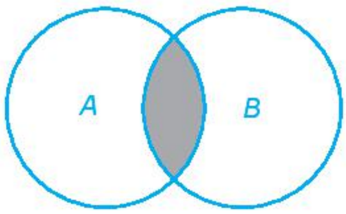
**1.21.** Cho các tập hợp $A$, $B$ được minh hoạ bằng biểu đồ Ven như hình bên. Phần tô màu xám trong hình là biểu diễn của tập hợp nào sau đây?

A. $A \cap B$.

B. $A \setminus B$.

C. $A \cup B$.

D. $B \setminus A$.




## B – TỰ LUẬN

**1.22.** Biểu diễn các tập hợp sau bằng biểu đồ Ven:

a) $A = \{0;\ 1;\ 2;\ 3\}$;

b) $B = \{\text{Lan; Huệ; Trang}\}$.

**1.23.** Phần không bị gạch trên trục số dưới đây biểu diễn tập hợp số nào?

**1.24.** Cho $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 7\}$; $B = \{1; 2; 3; 6; 7; 8\}$. Xác định các tập hợp sau:

$$A \cup B;\ A \cap B;\ A \setminus B.$$

**1.25.** Cho hai tập hợp $A = [-2; 3]$ và $B = (1; +\infty)$. Xác định các tập hợp sau:

$$A \cap B;\ B \setminus A \text{ và } C_{\mathbb{R}}B.$$

**1.26.** Xác định các tập hợp sau và biểu diễn chúng trên trục số.

a) $(-\infty; 1) \cap (0; +\infty)$; b) $(4; 7] \cup (-1; 5)$; c) $(4; 7] \setminus (-3; 5]$.

**1.27.** Một cuộc khảo sát về khách du lịch thăm vịnh Hạ Long cho thấy trong 1 410 khách du lịch được phỏng vấn có 789 khách du lịch đến thăm động Thiên Cung, 690 khách du lịch đến đảo Titop. Toàn bộ khách được phỏng vấn đã đến ít nhất một trong hai địa điểm trên. Hỏi có bao nhiêu khách du lịch vừa đến thăm động Thiên Cung vừa đến thăm đảo Titop ở vịnh Hạ Long?

**Em có biết?**

Đảo Titop nằm trong vịnh Hạ Long, thuộc thành phố Hạ Long, tỉnh Quảng Ninh, cách cảng tàu du lịch Bãi Cháy khoảng 7 – 8 km về phía đông nam. Dưới chân đảo là một bãi tắm có hình vầng trăng ôm trọn lấy chân đảo, bãi cát tuy nhỏ nhưng rất thoáng đãng và yên tĩnh, bốn mùa nước sạch và trong xanh. Ngày 22-11-1962, Chủ tịch Hồ Chí Minh cùng nhà du hành vũ trụ người Liên Xô G.Titop lên thăm đảo. Để ghi dấu kỉ niệm chuyến đi đó, Chủ tịch Hồ Chí Minh đã đặt tên cho đảo là đảo Titop.

(Theo *tuoitre.vn*)

*Đảo Titop, vịnh Hạ Long*