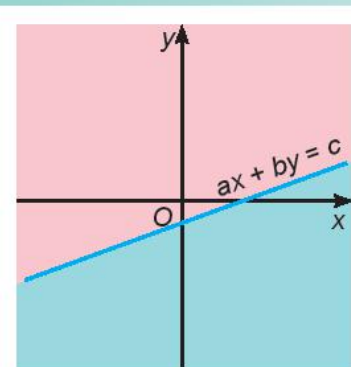


## CHƯƠNG II

# BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Các bất phương trình bậc nhất hai ẩn và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn xuất hiện trong nhiều bài toán kinh tế, như là những ràng buộc trong các bài toán sản xuất, bài toán phân phối hàng hoá, ... Chương này cung cấp cách biểu diễn miền nghiệm của các bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng tọa độ.



### Bài 3

## BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

### THUẬT NGỮ

- Bất phương trình bậc nhất hai ẩn
- Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

### KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

- Nhận biết bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Biết biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng tọa độ.
- Vận dụng kiến thức về bất phương trình bậc nhất hai ẩn vào giải quyết bài toán thực tiễn.

Nhân ngày Quốc tế Thiếu nhi 1-6, một rạp chiếu phim phục vụ các khán giả một bộ phim hoạt hình. Vé được bán ra có hai loại:

Loại 1 (dành cho trẻ từ 6-13 tuổi): 50 000 đồng/vé;

Loại 2 (dành cho người trên 13 tuổi): 100 000 đồng/vé.

Người ta tính toán rằng, để không phải bù lỗ thì số tiền vé thu được ở rạp chiếu phim này phải đạt tối thiểu 20 triệu đồng.

Hỏi số lượng vé bán được trong những trường hợp nào thì rạp chiếu phim phải bù lỗ?



## 1. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

» **HĐ1.** Trong tình huống mở đầu, gọi  $x$  là số vé loại 1 bán được và  $y$  là số vé loại 2 bán được. Viết biểu thức tính số tiền bán vé thu được (đơn vị nghìn đồng) ở rạp chiếu phim đó theo  $x$  và  $y$ .

a) Các số nguyên không âm  $x$  và  $y$  phải thỏa mãn điều kiện gì để số tiền bán vé thu được đạt tối thiểu 20 triệu đồng?

b) Nếu số tiền bán vé thu được nhỏ hơn 20 triệu đồng thì  $x$  và  $y$  thỏa mãn điều kiện gì?

Mỗi hệ thức liên hệ giữa  $x$  và  $y$  thu được trong HĐ1a và HĐ1b được gọi là một *bất phương trình bậc nhất hai ẩn*.

**Bất phương trình bậc nhất hai ẩn**  $x, y$  có dạng tổng quát là:

$$ax + by \leq c \quad (ax + by \geq c, \quad ax + by < c, \quad ax + by > c)$$

trong đó  $a, b, c$  là những số thực đã cho,  $a$  và  $b$  không đồng thời bằng 0,  $x$  và  $y$  là các ẩn số.

» **Ví dụ 1.** Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

$$2x + 3y < 1; \quad 2x^2 + 3y < 1.$$

**Giải**

Bất phương trình  $2x + 3y < 1$  là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Bất phương trình  $2x^2 + 3y < 1$  không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì chứa  $x^2$ .

» **HĐ2.** Cặp số  $(x; y) = (100; 100)$  thỏa mãn bất phương trình bậc nhất hai ẩn nào trong hai bất phương trình thu được ở HĐ1? Từ đó cho biết rạp chiếu phim có phải bù lỗ hay không nếu bán được 100 vé loại 1 và 100 vé loại 2.

Trả lời câu hỏi tương tự với cặp số  $(x; y) = (150; 150)$ .

Cặp số  $(x_0; y_0)$  được gọi là một **nghiệm** của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $ax + by \leq c$  nếu bất đẳng thức  $ax_0 + by_0 \leq c$  đúng.

» **Ví dụ 2.** Cho bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x + 2y > 5$ . Cặp số nào sau đây là một nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên?

a)  $(x; y) = (3; 4);$

b)  $(x; y) = (0; -1).$

**Giải**

a) Vì  $3 + 2 \cdot 4 = 11 > 5$  nên cặp số  $(3; 4)$  là một nghiệm của bất phương trình đã cho.

b) Vì  $0 + 2 \cdot (-1) = -2 < 5$  nên cặp số  $(0; -1)$  không phải là một nghiệm của bất phương trình đã cho.

» **Luyện tập 1.** Cho bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x + 2y \geq 0$ .

a) Hãy chỉ ra ít nhất hai nghiệm của bất phương trình trên.

b) Với  $y = 0$ , có bao nhiêu giá trị của  $x$  thỏa mãn bất phương trình đã cho?

**Nhận xét.** Bất phương trình bậc nhất hai ẩn luôn có vô số nghiệm.

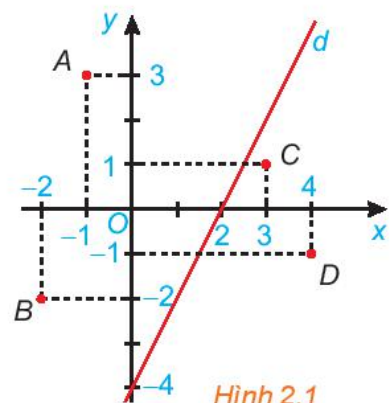
## 2. BIỂU DIỄN MIỀN NGHIỆM CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN TRÊN MẶT PHẪNG TOẠ ĐỘ

» **HĐ3.** Cho đường thẳng  $d: 2x - y = 4$  trên mặt phẳng tọa độ Oxy (H.2.1). Đường thẳng này chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng  $d$  không?

a) Các điểm  $O(0; 0)$ ,  $A(-1; 3)$  và  $B(-2; -2)$  có thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng  $d$  không?

Tính giá trị của biểu thức  $2x - y$  tại các điểm đó và so sánh với 4.

b) Trả lời câu hỏi tương tự như câu a với các điểm  $C(3; 1)$ ,  $D(4; -1)$ .



Hình 2.1



- Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, tập hợp các điểm có toạ độ là nghiệm của bất phương trình  $ax + by \leq c$  được gọi là **miền nghiệm** của bất phương trình đó.
  - Người ta chứng minh được rằng đường thẳng  $d$  có phương trình  $ax + by = c$  chia mặt phẳng toạ độ Oxy thành hai nửa mặt phẳng bờ  $d$ :
    - Một nửa mặt phẳng (không kể bờ  $d$ ) gồm các điểm có toạ độ  $(x; y)$  thoả mãn  $ax + by > c$ ;
    - Nửa mặt phẳng còn lại (không kể bờ  $d$ ) gồm các điểm có toạ độ  $(x; y)$  thoả mãn  $ax + by < c$ .
- Bờ  $d$  gồm các điểm có toạ độ  $(x; y)$  thoả mãn  $ax + by = c$ .

» **Ví dụ 3.** Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình  $x + y \geq 100$  trên mặt phẳng toạ độ.

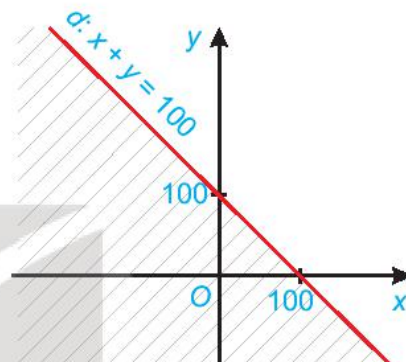
**Giải (H.2.2)**

Ta biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x + y \geq 100$  như sau:

**Bước 1.** Vẽ đường thẳng  $d: x + y = 100$  trên mặt phẳng toạ độ Oxy.

**Bước 2.** Lấy một điểm bất kì không thuộc  $d$  trên mặt phẳng rồi thay vào biểu thức  $x + y$ . Chẳng hạn, lấy  $O(0;0)$ , ta có:  $0 + 0 < 100$ .

Do đó miền nghiệm của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng bờ  $d$  không chứa gốc toạ độ (miền không bị gạch).



Hình 2.2

Cách biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $ax + by \leq c$ .

- Vẽ đường thẳng  $d: ax + by = c$  trên mặt phẳng toạ độ Oxy.
- Lấy một điểm  $M_0(x_0; y_0)$  không thuộc  $d$ .
- Tính  $ax_0 + by_0$  và so sánh với  $c$ .
- Nếu  $ax_0 + by_0 < c$  thì nửa mặt phẳng bờ  $d$  chứa  $M_0$  là miền nghiệm của bất phương trình. Nếu  $ax_0 + by_0 > c$  thì nửa mặt phẳng bờ  $d$  không chứa  $M_0$  là miền nghiệm của bất phương trình.

- Nếu  $c \neq 0$ , ta thường chọn  $M_0$  chính là gốc toạ độ.
- Nếu  $c = 0$ , ta thường chọn  $M_0$  có toạ độ  $(1; 0)$  hoặc  $(0; 1)$ .



» **Ví dụ 4.** Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình  $5x - 7y \leq 0$  trên mặt phẳng toạ độ.

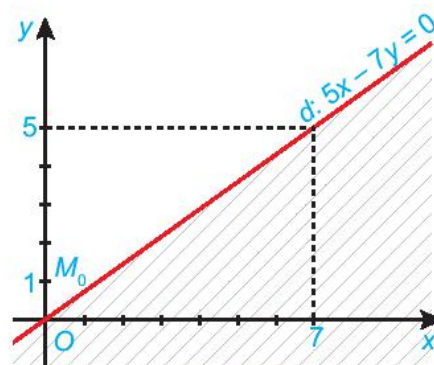
**Giải (H.2.3)**

**Bước 1.** Vẽ đường thẳng  $d: 5x - 7y = 0$  trên mặt phẳng toạ độ Oxy.

**Bước 2.** Lấy điểm  $M_0(0; 1)$  không thuộc  $d$  và thay  $x = 0$ ,  $y = 1$  vào biểu thức  $5x - 7y$  ta được:  $5 \cdot 0 - 7 \cdot 1 = -7 < 0$ .

Do đó miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ  $d$  chứa điểm  $M_0$  (miền không bị gạch).

**Chú ý.** Miền nghiệm của bất phương trình  $ax + by < c$  là miền nghiệm của bất phương trình  $ax + by \leq c$  bỏ đi đường thẳng  $ax + by = c$  và biểu diễn đường thẳng bằng nét đứt.



Hình 2.3

» **Luyện tập 2.** Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình  $2x + y < 200$  trên mặt phẳng toạ độ.

► **Ví dụ 5.** Giải bài toán ở tình huống mở đầu.

**Giải**

Gọi  $x$  là số lượng vé loại 1 bán được ( $x \in \mathbb{N}$ ) và  $y$  là số lượng vé loại 2 bán được ( $y \in \mathbb{N}$ ) thì số tiền bán vé thu được là  $50x + 100y$  (nghìn đồng). Người ta sẽ phải bù lỗ trong trường hợp số tiền bán vé nhỏ hơn 20 triệu đồng, tức là:  $50x + 100y < 20\,000$  hay  $x + 2y < 400$ .

Như vậy, việc giải quyết bài toán mở đầu dẫn đến việc đi tìm miền nghiệm của bất phương trình  $x + 2y < 400$ .

Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn này được xác định như sau:

- Vẽ đường thẳng  $d: x + 2y = 400$ .
- Ta lấy gốc toạ độ  $O(0; 0)$  và tính  $0 + 2 \cdot 0 = 0 < 400$ .

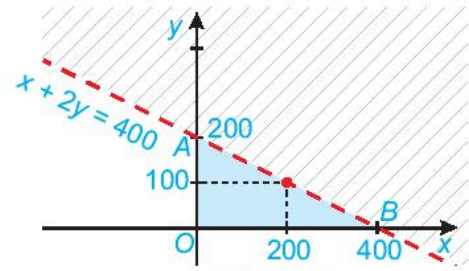
Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ  $d$  chứa gốc toạ độ không kể đường thẳng  $d$  (H.2.4).

Vậy, nếu bán được số vé loại 1 là  $x$  và số vé loại 2 là  $y$  mà điểm  $(x; y)$  nằm trong miền tam giác  $OAB$  không kể cạnh  $AB$  thì rạp chiếu phim sẽ phải bù lỗ.

Nếu điểm  $(x; y)$  nằm trên đoạn thẳng  $AB$  thì rạp chiếu phim hoà vốn.

**Nhận xét**

- Nếu bán được 150 vé loại 1 và 150 vé loại 2 thì rạp chiếu phim có lãi.
- Nếu bán được 200 vé loại 1 và 100 vé loại 2 thì rạp chiếu phim hoà vốn.
- Nếu bán được 100 vé loại 1 và 100 vé loại 2 thì rạp chiếu phim phải bù lỗ.



Hình 2.4

Miền tam giác gồm các điểm bên trong và các điểm trên ba cạnh của tam giác.



► **Vận dụng.** Một công ty viễn thông tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng và 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Em có thể sử dụng bao nhiêu phút gọi nội mạng và bao nhiêu phút gọi ngoại mạng trong một tháng nếu em muốn số tiền phải trả ít hơn 200 nghìn đồng?

**BÀI TẬP**

**2.1.** Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- a)  $2x + 3y > 6$ ;      b)  $2^2x + y \leq 0$ ;      c)  $2x^2 - y \geq 1$ .

**2.2.** Biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình sau trên mặt phẳng toạ độ:

- a)  $3x + 2y \geq 300$ ;      b)  $7x + 20y < 0$ .

**2.3.** Ông An muốn thuê một chiếc ô tô (có lái xe) trong một tuần. Giá thuê xe được cho như bảng sau:

	Phí cố định (nghìn đồng/ngày)	Phí tính theo quãng đường di chuyển (nghìn đồng/kilômét)
Từ thứ Hai đến thứ Sáu	900	8
Thứ Bảy và Chủ nhật	1 500	10

a) Gọi  $x$  và  $y$  lần lượt là số kilômét ông An đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa  $x$  và  $y$  sao cho tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu đồng.

b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình ở câu a trên mặt phẳng toạ độ.



## THUẬT NGỮ

- Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn
- Miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

## KIẾN THỨC, KỸ NĂNG

- Nhận biết hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Biết biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng toạ độ.
- Vận dụng kiến thức hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn vào giải quyết bài toán thực tiễn.

Trong năm nay, một cửa hàng điện lạnh dự định kinh doanh hai loại máy điều hoà: điều hoà hai chiều và điều hoà một chiều với số vốn ban đầu không vượt quá 1,2 tỉ đồng.

	Điều hoà hai chiều	Điều hoà một chiều
Giá mua vào	20 triệu đồng/1 máy	10 triệu đồng/1 máy
Lợi nhuận dự kiến	3,5 triệu đồng/1 máy	2 triệu đồng/1 máy

Cửa hàng ước tính rằng tổng nhu cầu của thị trường sẽ không vượt quá 100 máy cả hai loại. Nếu là chủ cửa hàng thì em cần đầu tư kinh doanh mỗi loại bao nhiêu máy để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

## 1. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

**HĐ1.** Trong tình huống mở đầu, gọi  $x$  và  $y$  lần lượt là số máy điều hoà loại hai chiều và một chiều mà cửa hàng cần nhập. Tính số tiền vốn mà cửa hàng phải bỏ ra để nhập hai loại máy điều hoà theo  $x$  và  $y$ .

- Do nhu cầu của thị trường không quá 100 máy nên  $x$  và  $y$  cần thoả mãn điều kiện gì?
- Vì số vốn mà chủ cửa hàng có thể đầu tư không vượt quá 1,2 tỉ đồng nên  $x$  và  $y$  phải thoả mãn điều kiện gì?
- Tính số tiền lãi mà cửa hàng dự kiến thu được theo  $x$  và  $y$ .

Như vậy,  $x$  và  $y$  trong HĐ1 phải thoả mãn một số bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

- **Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn** là một hệ gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Cặp số  $(x_0; y_0)$  là **ng nghiệm** của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn khi  $(x_0; y_0)$  đồng thời là nghiệm của tất cả các bất phương trình trong hệ đó.

» **Ví dụ 1.** Cho hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 150. \end{cases}$$

- a) Hệ trên có phải là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn không?  
b) Kiểm tra xem cặp số  $(x; y) = (0; 0)$  có phải là một nghiệm của hệ bất phương trình trên không.

**Giải**

- a) Hệ bất phương trình đã cho là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn  $x$  và  $y$ .  
b) Cặp số  $(x; y) = (0; 0)$  thoả mãn cả ba bất phương trình của hệ nên nó là một nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn đã cho.

» **Luyện tập 1.** Trong tình huống mở đầu, gọi  $x$  và  $y$  lần lượt là số máy điều hoà loại hai chiều và một chiều mà cửa hàng cần nhập. Từ HĐ1, viết hệ bất phương trình hai ẩn  $x, y$  và chỉ ra một nghiệm của hệ này.

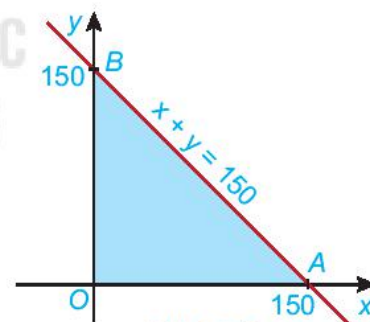
## 2. BIỂU DIỄN MIỀN NGHIỆM CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN TRÊN MẶT PHẪNG TOẠ ĐỘ

» **HĐ2.** Cho đường thẳng  $d: x + y = 150$  trên mặt phẳng toạ độ  $Oxy$ . Đường thẳng này cắt hai trục toạ độ  $Ox$  và  $Oy$  tại hai điểm  $A$  và  $B$ .

- a) Xác định các miền nghiệm  $D_1, D_2, D_3$  của các bất phương trình tương ứng  $x \geq 0; y \geq 0$  và  $x + y \leq 150$ .  
b) Miền tam giác  $OAB$  (H.2.5) có phải là giao của các miền  $D_1, D_2$  và  $D_3$  hay không?  
c) Lấy một điểm trong tam giác  $OAB$  (chẳng hạn điểm  $(1; 2)$ ) hoặc một điểm trên cạnh nào đó của tam giác  $OAB$  (chẳng hạn điểm  $(1; 149)$ ) và kiểm tra xem toạ độ của các điểm đó có phải là nghiệm của hệ bất phương trình sau hay không:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 150. \end{cases}$$

Phương trình của trục  $Ox$  là  $y = 0$  và phương trình của trục  $Oy$  là  $x = 0$ .



Hình 2.5

- Trong mặt phẳng toạ độ, tập hợp các điểm có toạ độ là nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là **miền nghiệm** của hệ bất phương trình đó.
- Miền nghiệm của hệ là giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.

» **Ví dụ 2.** Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình sau trên mặt phẳng toạ độ:

$$\begin{cases} 7x + 4y \leq 2\,400 \\ x + y \leq 100 \\ x \geq 0. \end{cases}$$



**Giải (H.2.6)**

**Bước 1.** Xác định miền nghiệm  $D_1$  của bất phương trình  $7x + 4y \leq 2\,400$  và gạch bỏ miền còn lại.

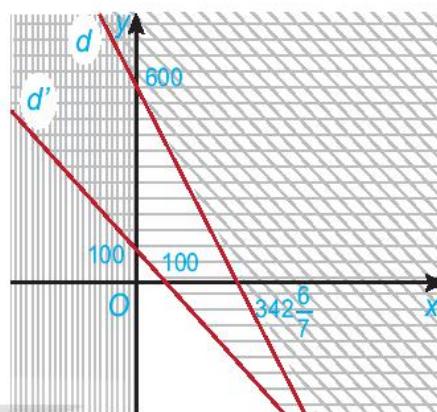
- Vẽ đường thẳng  $d: 7x + 4y = 2\,400$ .
- Vì  $7 \cdot 0 + 4 \cdot 0 = 0 < 2\,400$  nên toạ độ điểm  $O(0; 0)$  thoả mãn bất phương trình  $7x + 4y \leq 2\,400$ .

Do đó, miền nghiệm  $D_1$  của bất phương trình  $7x + 4y \leq 2\,400$  là nửa mặt phẳng bờ  $d$  chứa gốc toạ độ  $O$ .

**Bước 2.** Tương tự, miền nghiệm  $D_2$  của bất phương trình  $x + y \leq 100$  là nửa mặt phẳng bờ  $d'$  chứa gốc toạ độ  $O$ .

**Bước 3.** Tương tự, miền nghiệm  $D_3$  của bất phương trình  $x \geq 0$  là nửa mặt phẳng bờ  $Oy$  chứa điểm  $(1; 0)$ .

Khi đó, miền không bị gạch chính là giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ. Vậy miền nghiệm của hệ là miền không bị gạch trong Hình 2.6.



Hình 2.6

Cách xác định miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

- Trên cùng một mặt phẳng toạ độ, xác định miền nghiệm của mỗi bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong hệ và gạch bỏ miền còn lại.
- Miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

**Chú ý.** Nếu trong HĐ2, hệ được thay bởi  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y < 150 \end{cases}$  thì miền nghiệm sẽ là miền tam giác

$OAB$  bỏ đi cạnh  $AB$ .

► **Luyện tập 2.** Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau trên

mặt phẳng toạ độ:  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y > 0 \\ x + y \leq 100 \\ 2x + y < 120. \end{cases}$

### 3. ỨNG DỤNG CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

► **HĐ3.** Xét biểu thức  $F(x; y) = 2x + 3y$  với  $(x; y)$  thuộc miền tam giác  $OAB$  ở HĐ2. Toạ độ ba đỉnh là  $O(0; 0)$ ,  $A(150; 0)$  và  $B(0; 150)$  (H.2.5).

- Tính giá trị của biểu thức  $F(x; y)$  tại mỗi đỉnh  $O$ ,  $A$  và  $B$ .
- Nêu nhận xét về dấu của hoành độ  $x$  và tung độ  $y$  của điểm  $(x; y)$  nằm trong miền tam giác  $OAB$ . Từ đó suy ra giá trị nhỏ nhất của  $F(x; y)$  trên miền tam giác  $OAB$ .

c) Nêu nhận xét về tổng  $x + y$  của điểm  $(x; y)$  nằm trong miền tam giác  $OAB$ . Từ đó suy ra giá trị lớn nhất của  $F(x; y)$  trên miền tam giác  $OAB$ .

**Nhận xét.** Tổng quát, người ta chứng minh được rằng giá trị lớn nhất (hay nhỏ nhất) của biểu thức  $F(x; y) = ax + by$ , với  $(x; y)$  là tọa độ các điểm thuộc miền đa giác  $A_1A_2 \dots A_n$ , tức là các điểm nằm bên trong hay nằm trên các cạnh của đa giác, đạt được tại một trong các đỉnh của đa giác đó.

» **Ví dụ 3.** Giải bài toán ở tình huống mở đầu.

### Giải

Giả sử cửa hàng cần nhập số máy điều hoà hai chiều là  $x$  và số máy điều hoà một chiều là  $y$ . Khi đó ta có  $x \geq 0, y \geq 0$ .

Vì nhu cầu của thị trường không quá 100 máy nên  $x + y \leq 100$ .

Số tiền để nhập hai loại máy điều hoà với số lượng như trên là:  $20x + 10y$  (triệu đồng).

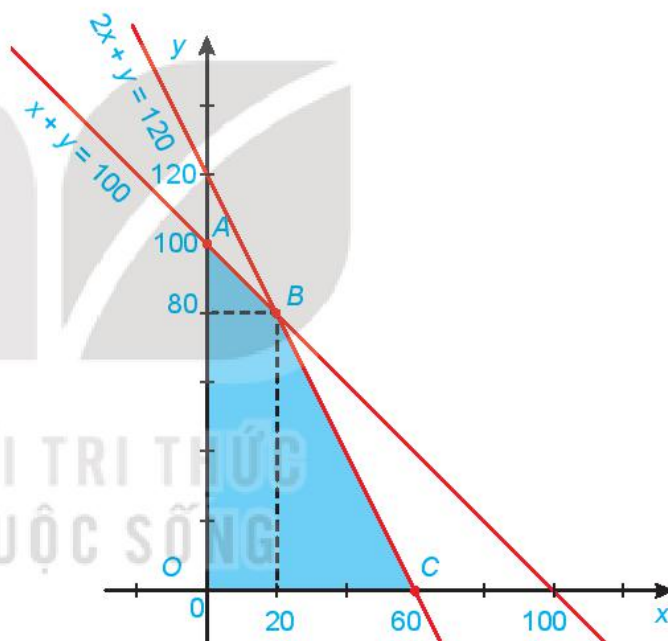
Số tiền tối đa để đầu tư cho hai loại máy là 1,2 tỉ đồng, nên ta có  $20x + 10y \leq 1200$  hay  $2x + y \leq 120$ .

Từ đó ta thu được hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 100 \\ 2x + y \leq 120. \end{cases}$$

Lợi nhuận thu được khi bán  $x$  máy điều hoà hai chiều và  $y$  máy điều hoà một chiều là  $F(x; y) = 3,5x + 2y$ .

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của  $F(x; y)$  khi  $(x; y)$  thoả mãn hệ bất phương trình trên.



Hình 2.7

**Bước 1.** Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình trên. Miền nghiệm là miền tứ giác  $OABC$  với tọa độ các đỉnh  $O(0; 0)$ ,  $A(0; 100)$ ,  $B(20; 80)$  và  $C(60; 0)$  (H.2.7).

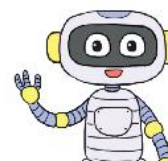
**Bước 2.** Tính giá trị của biểu thức  $F$  tại các đỉnh của tứ giác này:

$$F(0; 0) = 0, F(0; 100) = 200, F(20; 80) = 230, F(60; 0) = 210.$$

**Bước 3.** So sánh các giá trị thu được của  $F$  ở Bước 2, ta được giá trị lớn nhất cần tìm là  $F(20; 80) = 230$ .

Vậy cửa hàng cần đầu tư kinh doanh 20 máy điều hoà hai chiều và 80 máy điều hoà một chiều để lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Giá trị lớn nhất (hoặc nhỏ nhất) của  $F(x; y)$  đạt tại một trong các đỉnh của tứ giác  $OABC$ .





► **Vận dụng.** Một cửa hàng có kế hoạch nhập về hai loại máy tính A và B, giá mỗi chiếc lần lượt là 10 triệu đồng và 20 triệu đồng với số vốn ban đầu không vượt quá 4 tỉ đồng. Loại máy A mang lại lợi nhuận 2,5 triệu đồng cho mỗi máy bán được và loại máy B mang lại lợi nhuận là 4 triệu đồng mỗi máy. Cửa hàng ước tính rằng tổng nhu cầu hàng tháng sẽ không vượt quá 250 máy. Giả sử trong một tháng cửa hàng cần nhập số máy tính loại A là  $x$  và số máy tính loại B là  $y$ .

- Viết các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán thành một hệ bất phương trình rồi xác định miền nghiệm của hệ đó.
- Gọi  $F$  (triệu đồng) là lợi nhuận mà cửa hàng thu được trong tháng đó khi bán  $x$  máy tính loại A và  $y$  máy tính loại B. Hãy biểu diễn  $F$  theo  $x$  và  $y$ .
- Tìm số lượng máy tính mỗi loại cửa hàng cần nhập về trong tháng đó để lợi nhuận thu được là lớn nhất.

## BÀI TẬP

**2.4.** Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

a)  $\begin{cases} x < 0 \\ y \geq 0; \end{cases}$     b)  $\begin{cases} x + y^2 < 0 \\ y - x > 1; \end{cases}$     c)  $\begin{cases} x + y + z < 0 \\ y < 0; \end{cases}$     d)  $\begin{cases} -2x + y < 3^2 \\ 4^2x + 3y < 1. \end{cases}$

**2.5.** Biểu diễn miền nghiệm của mỗi hệ bất phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ:

a)  $\begin{cases} y - x < -1 \\ x > 0 \\ y < 0; \end{cases}$     b)  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 4; \end{cases}$     c)  $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y > 5 \\ x - y < 0. \end{cases}$

**2.6.** Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilôgam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kilôgam thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn; giá tiền 1 kg thịt bò là 250 nghìn đồng; 1 kg thịt lợn là 160 nghìn đồng. Giả sử gia đình đó mua  $x$  kilôgam thịt bò và  $y$  kilôgam thịt lợn.

- Viết các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán thành một hệ bất phương trình rồi xác định miền nghiệm của hệ đó.
- Gọi  $F$  (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho  $x$  kilôgam thịt bò và  $y$  kilôgam thịt lợn. Hãy biểu diễn  $F$  theo  $x$  và  $y$ .
- Tìm số kilôgam thịt mỗi loại mà gia đình cần mua để chi phí là ít nhất.

## BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG II

### A – TRẮC NGHIỆM

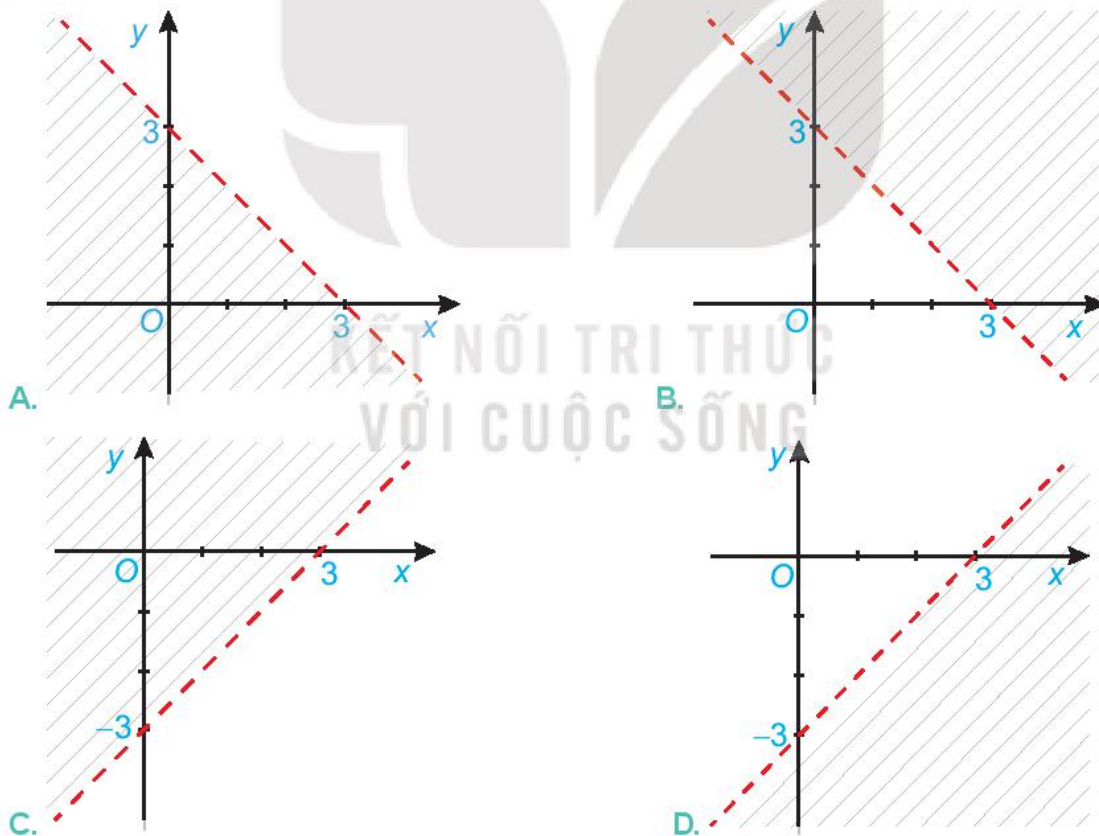
2.7. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.  $x + y > 3$ .    B.  $x^2 + y^2 \leq 4$ .    C.  $(x - y)(3x + y) \geq 1$ .    D.  $y^3 - 2 \leq 0$ .

2.8. Cho bất phương trình  $2x + y > 3$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Bất phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.  
 B. Bất phương trình đã cho vô nghiệm.  
 C. Bất phương trình đã cho có vô số nghiệm.  
 D. Bất phương trình đã cho có tập nghiệm là  $[3; +\infty)$ .

2.9. Hình nào sau đây biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình  $x - y < 3$ ?



2.10. Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A.  $\begin{cases} x - y < 0 \\ 2y \geq 0. \end{cases}$     B.  $\begin{cases} 3x + y^3 < 0 \\ x + y > 3. \end{cases}$     C.  $\begin{cases} x + 2y < 0 \\ y^2 + 3 < 0. \end{cases}$     D.  $\begin{cases} -x^3 + y < 4 \\ x + 2y < 1. \end{cases}$



**2.11.** Cho hệ bất phương trình  $\begin{cases} x - y < -3 \\ 2y \geq -4 \end{cases}$ . Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ đã cho?

A. (0; 0).

B. (-2; 1).

C. (3; -1).

D. (-3; 1).

## B – TỰ LUẬN

**2.12.** Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình  $\frac{x+y}{2} \geq \frac{2x-y+1}{3}$  trên mặt phẳng toạ độ.

**2.13.** Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x + y < 1 \\ 2x - y \geq 3 \end{cases}$  trên mặt phẳng toạ độ.

**2.14.** Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ y \leq 4 \\ x \leq 5 \\ x + y \geq -1 \end{cases}$  trên mặt phẳng toạ độ.

Từ đó tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $F(x, y) = -x - y$  với  $(x, y)$  thoả mãn hệ trên.

**2.15.** Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu: trái phiếu chính phủ với lãi suất 7% một năm, trái phiếu ngân hàng với lãi suất 8% một năm và trái phiếu doanh nghiệp rủi ro cao với lãi suất 12% một năm. Vì lí do giảm thuế, bác An muốn số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ gấp ít nhất 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng. Hơn nữa, để giảm thiểu rủi ro, bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp. Hỏi bác An nên đầu tư mỗi loại trái phiếu bao nhiêu tiền để lợi nhuận thu được sau một năm là lớn nhất?

**2.16.** Một công ty dự định chi tối đa 160 triệu đồng cho quảng cáo một sản phẩm mới trong một tháng trên các đài phát thanh và truyền hình. Biết cùng một thời lượng quảng cáo, số người mới quan tâm đến sản phẩm trên truyền hình gấp 8 lần trên đài phát thanh, tức là quảng cáo trên truyền hình có hiệu quả gấp 8 lần trên đài phát thanh.

Đài phát thanh chỉ nhận các quảng cáo có tổng thời lượng trong một tháng tối đa là 900 giây với chi phí là 80 nghìn đồng/giây. Đài truyền hình chỉ nhận các quảng cáo có tổng thời lượng trong một tháng tối đa là 360 giây với chi phí là 400 nghìn đồng/giây.

Công ty cần đặt thời gian quảng cáo trên các đài phát thanh và truyền hình như thế nào để hiệu quả nhất?

**Gợi ý.** Nếu coi hiệu quả khi quảng cáo 1 giây trên đài phát thanh là 1 (đơn vị) thì hiệu quả khi quảng cáo 1 giây trên đài truyền hình là 8 (đơn vị). Khi đó hiệu quả quảng cáo  $x$  (giây) trên đài phát thanh và  $y$  (giây) trên truyền hình là  $F(x, y) = x + 8y$ . Ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm  $F(x, y)$  với  $x, y$  thoả mãn các điều kiện trong đề bài.