số Học

CHUONG III

Số NGUYÂN

Số âm được cho là lần đầu xuất hiện trong khoảng từ năm 202 trước Công nguyên đến năm 220. Số dương và số âm dùng để biểu thị các đại lượng đối lập nhau. Người ta cũng coi số âm là kết quả của việc lấy số nhỏ trừ đi số lớn.

Chương này sẽ giúp các em tìm hiểu về số nguyên âm, số nguyên dương và các quy tắc tính toán liên quan đến số nguyên nói chung. Nếu hiểu rõ về số âm, các em sẽ thấy số âm không có gì bí ẩn. Trái lại số âm còn làm cho thế giới các con số thêm thú vi và hữu ích.





TẬP HỢP CÁC SỐ NGUYÊN

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Số nguyên Số nguyên dương Số nguyên âm Tập hợp số nguyên Trục số, chiều dương, chiều âm

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

- Nhận biết, đọc và viết số nguyên.
- Nhận biết tập hợp số nguyên.
- Nhận biết ý nghĩa của số nguyên âm trong một số tình huống thực tế.
- Biểu diễn số nguyên trên trục số.
- So sánh hai số nguyên.



Hình 3.1



Hình 3.2

Quan sát hình 3.1 và 3.2, các em thấy ngoài các số quen thuộc như 6 hay 10 gọi là những số dương, còn có các số với dấu "-" đứng trước, đó là các số âm. Vậy số âm có ý nghĩa gì trong đời sống và có quan hệ như thế nào với các số đã học?

1. LÀM QUEN VỚI SỐ NGUYÊN ÂM

300

Số nguyên dương, số nguyên âm

HĐ1 Số –3 đọc là "âm 3". Tương tự, hãy đọc các số âm mà em thấy trên bản đồ thời tiết (h.3.1) và trên chiếc nhiệt kế (h.3.2).

HĐ2 Bằng cách sử dụng dấu "-", hãy viết các số âm được nói đến trong hình 3.3.

- Độ cao trung bình của thềm lục địa Việt Nam là âm 65 mét

- Độ cao của đáy Vịnh Cam Ranh là khoảng âm 30 mét.

Hình 3.3

- Các số tự nhiên 1, 2, 3, 4, ... còn được gọi là các số nguyên dương.
- Các số –1, –2, –3, ... gọi là các số nguyên âm.
- Tập hợp Z gồm các số nguyên âm, số 0 và các số nguyên dương gọi là tập hợp số nguyên.

 $\mathbb{Z} = \{\ldots; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; \ldots\}$

Chú ý

- 1. Số 0 không là số nguyên dương, cũng không là số nguyên âm.
- Đôi khi ta còn viết thêm dấu "+" ngay trước một số nguyên dương. Chẳng hạn số 6 còn viết là +6 (đọc là "dương sáu").

Luyên tâp 1

- a) Viết ba số nguyên dương và ba số nguyên âm;
- b) Đoc các số mà em đã viết.



Khi nào người ta dùng số âm?

Số dương và số âm được dùng để biểu thị các đại lượng đối lập nhau, hoặc có hướng ngược nhau:

Số dương biểu thị	Số âm biểu thị	
Nhiệt độ <i>trên</i> 0°C	Nhiệt độ <i>dưới</i> 0°C	
Độ cao <i>trên</i> mực nước biển	Độ cao <i>dưới</i> mực nước biển (h.3.4)	
Số tiền hiện có	Số tiền còn <i>nợ</i>	
Số tiền <i>lãi</i>	Số tiền <i>l</i> ỗ	
Độ <i>viễn thị</i>	Độ <i>cận thị</i>	



- Đỉnh Phan-xi-păng (Việt Nam) cao khoảng 3 143 m (trên mực nước biển). Độ cao của rãnh Mariana (Tây Bắc Thái Bình Dương) là -10 971 m, nghĩa là rãnh này sâu 10 971 m (dưới mực nước biển). (Người ta quy ước độ cao của mực nước biển là 0 m).
- Kính 1 dioptre (đi-ốp) là kính viễn thị; Kính -1 dioptre là kính cận thị.





Sau khi đo đạc bằng các phương pháp hiện đại, cơ quan chức năng đã xác định được độ cao của đỉnh Phan-xi-păng là 3 147,3 m.

Độ cạo này cao hơn sọ với kết quả vẫn được sử dụng trên nhiều tài liệu từ 110 năm qua là 3 143 m. (Theo Pháp luật Việt Nam)

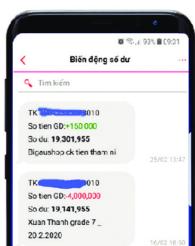
🌠 Khi được hỏi còn tiền không, Nam hóm hỉnh đáp: "Trong túi tớ còn âm mười nghìn đồng". Em hiểu câu nói đó của Nam có nghĩa là gì?

Vận dụng 1

Ông M nhận được hai tin nhắn từ một ngân hàng với nội dung như sau:

- 1. "Tài khoản ...010. Số tiền giao dịch: +160 000. ..."
- 2. "Tài khoản ...010. Số tiền giao dịch: 4 000 000. ..."

Em hãy giải thích ý nghĩa của số âm và số dương trong mỗi tin nhắn trên.



2. THỨ TỰ TRONG TẬP SỐ NGUYÊN

Cho hai số tự nhiên a và b. Ta đã biết trên tia số nếu điểm a nằm bên trái điểm b thì a < b (h.3.5).



Đối với số nguyên, điều đó còn đúng hay không?



Truc số

 Ta biểu diễn các số 0, 1, 2, 3,... và các số nguyên âm –1, –2, –3,... như hình 3.6. Khi đó ta được một trục số gốc O.



Hình 3.6

- Chiều từ trái sang phải là chiều dương; chiều ngược lại là chiều âm.
- Điểm biểu diễn số nguyên a gọi là điểm a.
- Cho hai số nguyên a và b. Trên trục số, nếu điểm a nằm bên trái điểm b thì số a nhỏ hơn số b, kí hiệu a < b.

Chú ý. Ta cũng có thể vẽ trục số như hình 3.7.



🌠 Trên trục số, mỗi điểm sau nằm cách gốc O bao nhiêu đơn vị?

- a) Điểm 2;
- b) Điểm -4.

Luyên tập 2

Xuất phát từ gốc O, ta sẽ đi đến điểm nào nếu:

- a) Di chuyển 5 đơn vị theo chiều dương?
- b) Di chuyển 5 đơn vị theo chiều âm?



Hình 3.7

📆 So sánh hai số nguyên

HĐ3 Trên trục số các số nguyên âm nằm ở bên trái hay bên phải gốc O? Từ đó em hãy sắp xếp ba số 0, 1 và -1 theo thứ tự từ nhỏ đến lớn.

HĐ4 Quan sát trên trục số (h.3.6), ta thấy:

$$3 < 5$$
 nhưng $-3 > -5$;

$$4 > 1$$
 nhưng $-4 < -1$.

Theo em, trong hai số – 12 và – 15, số nào lớn hơn?

- 1. Mọi số nguyên âm đều nhỏ hơn 0, do đó nhỏ hơn mọi số nguyên dương.
- 2. Nếu a, b là hai số nguyên dương và a > b thì -a < -b.

Chú ý. Kí hiệu $a \le b$ có nghĩa là "a < b hoặc a = b".

Ví du 1

- a) 10 là số nguyên dương, -29 là số nguyên âm nên -29 < 10;
- b) Vì 57 > 1 nên -57 < -1.

Luyện tập 3

- Sắp xếp các số sau theo thứ tự tăng dần: 2; -4; 0; 5; -11; -3; 9.
- 2 Trong tập $\{x \in \mathbb{Z} \mid -5 < x \le 2\}$, những số nào lớn hơn −1?

Vận dụng 2

Độ cao luồng vào cảng của một số cảng biển ở Việt Nam được cho trong bảng bên (số liệu gần đúng). Hãy sắp xếp các cảng đó theo thứ tự giảm dần về độ cao.

Cảng	Độ cao
Cảng Nha Trang (Khánh Hoà)	–12 m
Cảng Tân Vũ (Hải Phòng)	–7 m
Cảng Cát Lái (Vũng Tàu)	–13 m



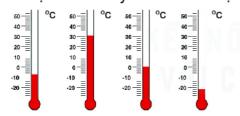
Tranh luân

Một con kiến bò trên sợi dây (giống như một trục số). Nếu nó đi được 4 đơn vị theo chiều dương, ta nói kiến bò được 4 đơn vị; nếu nó đi được 4 đơn vị nhưng theo chiều âm, ta nói kiến bò được -4 đơn vị.

- a) Em hiểu thế nào nếu nói: "Kiến A bò được 12 đơn vị" và "Kiến B bò được 15 đơn vị"?
- b) Từ nhận xét rằng 12 > -15, An kết luận: Kiến A bò được quãng đường dài hơn kiến B. Em có đồng ý với An không?

BÀI TẬP

3.1. Mỗi nhiệt kế dưới đây chỉ bao nhiêu độ C?



- 3.2. Hãy sử dụng số nguyên âm để diễn tả lại ý nghĩa của các câu sau đây:
- a) Độ sâu trung bình của vịnh Thái Lan khoảng 45 m và độ sâu lớn nhất là 80 m dưới mực nước biển;
- b) Mùa đông ở Siberia (Nga) dài và khắc nghiệt, với nhiệt độ trung bình tháng 1 là 25°C dưới 0°C;
- c) Năm 2012, núi lửa Havre (Bắc New Zealand) phun ra cột tro từ độ sâu 700 m dưới mưc nước biển.
- 3.3. Em hiểu ý nghĩa của mỗi câu sau như thế nào (diễn tả bằng một câu không sử dụng số âm):

- a) Khi máy bay ở độ cao 10 000 m, nhiệt độ bên ngoài có thể xuống đến −50°C;
- b) Cá voi xanh có thể lặn được -2 500 m.
- 3.4. Hãy biểu diễn các số sau đây trên cùng một trục số: 3; -3; -5; 6; -4; 4.
- 3.5. Các điểm A, B, C, D và E trong hình dưới đây biểu diễn những số nào?



3.6. Hãy sắp xếp các số sau theo thứ tự tăng dần.

$$-3$$
: +4: 7: -7 : 0: -1 : +15: -8 : 25.

- 3.7. So sánh hai số:
- a) -39 và -54;
- b) -3 179 và -3 279.
- 3.8. Liêt kê các phần tử của mỗi tập hợp sau:
- a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \le x < 4\}$;
- b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x \le 4\}.$



PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ SỐ NGUYÊN

KHÁI NIÊM, THUẬT NGỮ

Tính chất giao hoán của phép cộng Tính chất kết hợp của phép cộng

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

- Thực hiện phép cộng, trừ hai số nguyên.
- Vận dụng các tính chất của phép cộng để tính nhẩm, tính hợp lí.
- Giải toán thực tiễn liên quan đến phép cộng hay trừ hai số nguyên.

Nhiệt độ ban ngày ở đỉnh Mẫu Sơn (Lạng Sơn) vào một ngày mùa đông là -3° C. Nếu ban đêm giảm thêm 5° C nữa thì nhiệt độ ở đó sẽ là bao nhiều?

1. CỘNG HAI SỐ NGUYÊN CÙNG DẦU

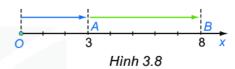
Em đã biết phép cộng hai số nguyên dương, chẳng hạn 3 + 5 = 8, có thể minh hoạ trên tia số (h.3.8).

Khi tính toán, ta cần chú ý rằng mỗi số nguyên (dương hoặc âm) có hai phần: phần dấu và phần số tự nhiên (h.3.9).



Hình 3.9

Để biết nhiệt độ ban đêm ở đỉnh Mẫu Sơn trong tình huống trên, ta cần tính tổng (-3) + (-5).

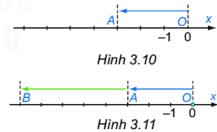


Phần dấu của số 5 là gì nhỉ?



Cộng hai số nguyên âm

- HĐ1 Từ gốc O trên trục số, di chuyển sang trái 3 đơn vị đến điểm A (h.3.10). Điểm A biểu diễn số nào?
- HĐ2 Di chuyển tiếp sang trái thêm 5 đơn vị đến điểm *B* (h.3.11). *B* chính là điểm biểu diễn kết quả của phép cộng (-3) + (-5). Điểm *B* biểu diễn số nào? Từ đó suy ra giá trị của tổng (-3) + (-5).



Quy tắc cộng hai số nguyên âm

Muốn cộng hai số nguyên âm, ta cộng phần số tự nhiên của chúng với nhau rồi đặt dấu "-" trước kết quả.

Ví dụ 1

$$(-28) + (-37) = -(28 + 37) = -65.$$

Luyện tập 1

Thực hiện các phép cộng sau:

$$(-12) + (-48)$$
; $(-236) + (-1025)$.

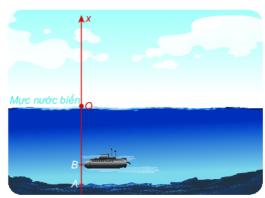
Tổng của hai số nguyên âm là một số nguyên âm.



Vận dụng 1

Sử dụng phép cộng hai số nguyên âm để giải bài toán sau (h.3.12):

Một chiếc tàu ngầm cần lặn (coi là theo phương thẳng đứng) xuống điểm A dưới đáy biển. Khi tàu đến điểm B ở độ cao – 135 m, máy đo báo rằng tàu còn cách A một khoảng 45 m. Hỏi điểm A nằm ở đô cao bao nhiêu mét?



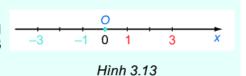
Hình 3.12

2. CỘNG HAI SỐ NGUYÊN KHÁC DẤU



Hai số đối nhau

Trên trục số (h.3.13), hai điểm 3 và -3 có cùng khoảng cách đến gốc O. Ta gọi 3 và -3 là hai số đối nhau (-3 là số đối của 3 và 3 là số đối của −3). Tương tự 1 và −1 cũng là hai số đối nhau.





🙀 Tìm số đối của 4, – 5, 9, – 11.

Chú ý

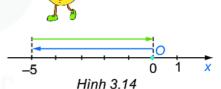
- 1. Ta quy ước số đối của 0 là chính nó.
- 2. Trên hình 3.14, ta thấy (-5) + 5 = 0.

Một cách tổng quát: Tổng của hai số đối nhau luôn bằng 0.

 Kí hiệu số đối của số nguyên a là – a. Ta có số đối của –a la - (-a) = a. Chẳng hạn số đối của -5 la - (-5) = 5.



Muốn tìm số đối của một số, ta



Luyện tập 2

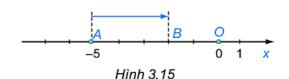
Tìm số đối của mỗi số 5 và −2 rồi biểu diễn chúng trên cùng một trục số.



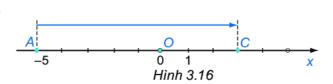
Tổng của hai số nguyên khác dấu

Một ngày tại Paris có nhiệt độ là −5°C. Theo dư báo thời tiết ngày hôm sau tặng thêm 3°C nhưng thực tế lại tăng thêm 8°C. Hỏi nhiệt độ dự báo và thực tế của ngày hôm sau sẽ là bao nhiêu?

HĐ3 Từ điểm A biểu diễn số -5 trên trục số di chuyển sang phải 3 đơn vị (h.3.15) đến điểm B. Điểm B biểu diễn kết quả phép cộng nào?



HĐ4 Từ điểm A di chuyển sang phải 8 đơn vị (h.3.16) đến điểm C. Điểm C biểu diễn kết quả của phép cộng nào?



Quy tắc cộng hai số nguyên khác dấu

- 1. Hai số nguyên đối nhau thì có tổng bằng 0.
- 2. Muốn cộng hai số nguyên khác dấu (không đối nhau), ta tìm hiệu hai phần số tự nhiên của chúng (số lớn trừ số nhỏ) rồi đặt trước hiệu tìm được dấu của số có phần số tự nhiên lớn hơn.

Ví du 2

- a) 9 + (-9) = 0.
- b) 9 + (-5) = 9 5 = 4 (do 9 > 5).
- c) (-12) + 9 = -(12 9) = -3 (do 12 > 9).

Luyện tập 3

Thực hiện phép tính: a) 203 + (-195); b) (-137) + 86.

Vận dụng 2

Sử dụng phép cộng hai số nguyên khác dấu để giải bài toán sau:

Một máy thăm dò đáy biển ngày hôm trước hoạt động ở độ cao −946 m. Ngày hôm sau người ta cho máy nổi lên 55 m so với hôm trước. Hỏi ngày hôm sau máy thăm dò đáy biển hoạt động ở độ cao nào?



Tranh luận

Đố bạn: tổng của hai số nguyên khác dấu là số dương hay số âm?



???



Em hãy trả lời giúp Vuông.

3. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CỘNG



1D5 Tính và so sánh giá trị của a + b và b + a với a = -7, b = 11.

HĐ6 Tính và so sánh giá trị của (a + b) + c và a + (b + c) với a = 2, b = -4, c = -6.

Phép cộng số nguyên có các tính chất:

- Giao hoán: a + b = b + a:
- Kết hợp: (a + b) + c = a + (b + c).

Mỗi số cộng với 0 thì bằng chính số đó: a + 0 = 0 + a = a.



Chú ý

Ta cũng nói đến tổng của nhiều số nguyên tương tự như số tự nhiên.

Ví du 3

Tính một cách hợp lí:

a)
$$137 + (-40) + 2020 + (-157)$$
; b) $5 + (-7) + 9 + (-11) + 13 + (-15)$.

Giải

a)
$$137 + (-40) + 2020 + (-157) = 137 + (-157) + (-40) + 2020$$
 \leftarrow Tính chất giao hoán $= [137 + (-157)] + [(-40) + 2020]$ \leftarrow Tính chất kết hợp $= -(157 - 137) + (2020 - 40) = (-20) + 1980 = 1980 - 20 = 1960.$ \leftarrow Cộng hai số trái dấu b) $5 + (-7) + 9 + (-11) + 13 + (-15) = [5 + (-7)] + [9 + (-11)] + [13 + (-15)] \leftarrow$ Tính chất kết hợp $= (-2) + (-2) + (-2) = -(2 + 2 + 2) = -6.$ \leftarrow Cộng ba số âm

Luyên tập 4

Tính một cách hợp lí:

a)
$$(-2\ 019) + (-550) + (-451)$$
; b) $(-2) + 5 + (-6) + 9$.

b)
$$(-2) + 5 + (-6) + 9$$

4. TRÙ HAI SỐ NGUYÊN



HĐ7 Nửa tháng đầu một cửa hàng bán lẻ lãi được 5 triệu đồng, nửa tháng sau bị lỗ 2 triệu đồng. Hỏi tháng đó cửa hàng lãi hay lỗ bao nhiêu triệu đồng?

Giải bài toán trên bằng hai cách:

Cách 1. Tính hiệu giữa số tiền lãi và số tiền lỗ.

Cách 2. Hiểu lỗ 2 triệu là "lãi" –2 triệu để quy về tính tổng của hai số nguyên.

HĐ8 Hãy quan sát ba dòng đầu và dự đoán kết quả ở hai dòng cuối:

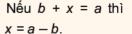
$$3-1=3+(-1)$$

$$3-2=3+(-2)$$

$$3 - 3 = 3 + (-3)$$

$$3 - 4 = ?$$

$$3 - 5 = ?$$





Quy tắc trừ hai số nguyên

Muốn trừ số nguyên a cho số nguyên b, ta cộng a với số đối của b:

$$a - b = a + (-b)$$
.

Ví du 4

a)
$$7 - 10 = 7 + (-10) = -(10 - 7) = -3$$

b) Trở lại HĐ7, ta có: 5 – 2 = 5 + (–2) = 3. Vậy cửa hàng lãi 3 triệu đồng.

Luyện tập 5

Tính các hiệu sau: a) 5 - (-3); b) (-7) - 8.

Vận dụng 3

Nhiệt độ bên ngoài của một máy bay ở độ cao 10 000 m là -48° C. Khi hạ cánh, nhiệt độ ở sân bay là 27° C. Hỏi nhiệt độ bên ngoài của máy bay khi ở độ cao 10 000 m và khi hạ cánh chênh lệch bao nhiêu độ C?

BÀI TẬP

3.9. Tính tổng hai số cùng dấu:

a)
$$(-7) + (-2)$$
;

b)
$$(-8) + (-5)$$
;

c)
$$(-11) + (-7)$$
;

d)
$$(-6) + (-15)$$
.

3.10. Tính tổng hai số khác dấu:

a)
$$6 + (-2)$$
;

b)
$$9 + (-3)$$
;

c)
$$(-10) + 4$$
;

d)
$$(-1) + 8$$
.

3.11. Biểu diễn -4 và số đối của nó trên cùng một trục số.

3.12. Thực hiện các phép trừ sau:

b)
$$(-7) - 4$$
;

d)
$$(-63) - (-15)$$
.

3.13. Vẽ trục số và dùng phép cộng hai số khác dấu để giải bài toán:

Giả sử có một con ếch nhảy dọc theo một trục số. Đầu tiên ếch nhảy từ gốc O đến điểm A biểu diễn số 4. Tiếp theo, ếch nhảy theo chiều ngược lại đến điểm B cách điểm A một khoảng bằng 6 đơn vị. Hỏi điểm B biểu diễn số nào trên trục số?



3.14. Mỗi hình sau đây mô phỏng phép tính nào? (Tất cả đều xuất phát từ gốc O)





3.15. Tính nhẩm:

a)
$$(-3) + (-2)$$
;

b)
$$(-8) - 7$$
;

c)
$$(-35) + (-15)$$
;

d)
$$12 - (-8)$$
.

3.16. Tính một cách hợp lí:

a)
$$152 + (-73) - (-18) - 127$$
;

b)
$$7 + 8 + (-9) + (-10)$$
.

3.17. Tính giá trị của biểu thức (-156) - x, khi:

a)
$$x = -26$$
;

b)
$$x = 76$$
;

c)
$$x = (-28) - (-143)$$
.

3.18. Thay mỗi dấu "*" bằng một chữ số thích hợp để có:

a)
$$(-\overline{6^*}) + (-34) = -100$$
;

b)
$$(-789) + \overline{2^{**}} = -515$$
.



QUY TẮC DẦU NGOẶC

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Quy tắc dấu ngoặc

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

Nhận biết và áp dụng quy tắc dấu ngoặc trong tính toán, nhất là để tính nhẩm hay tính hợp lí.

Đối với một biểu thức có dấu ngoặc, ta thường thực hiện các phép tính trong dấu ngoặc trước. Nhưng đôi khi việc bỏ đi các dấu ngoặc sẽ làm cho việc tính toán trở nên thuận lợi hơn.



Bỏ dấu ngoặc trong trường hợp đơn giản

 Các số âm (hay dương) trong một dãy tính thường được viết trong dấu ngoặc. Nhờ quy tắc cộng hay trừ số nguyên, ta có thể viết dãy tính dưới dạng không có dấu ngoặc. Ví dụ:

$$2 + (-9) = 2 - 9$$

 $(-2) - (-9) = -2 + 9$
 $3 - (+7) + (-4) - (-8) = 3 - 7 - 4 + 8$.

 Vì phép trừ chuyển được về phép cộng nên các dãy tính như trên cũng được gọi là một *tống*.



Viết tổng sau dưới dạng không có dấu ngoặc rồi tính giá trị của nó:

$$(-23) - 15 - (-23) + 5 + (-10)$$
.



Dấu của một số hạng khi bỏ dấu ngoặc

HĐ1 Tính và so sánh kết quả của 4 + (12 – 15) và 4 + 12 – 15.

HĐ2 Tính và so sánh kết quả của 4 – (12 – 15) và 4 – 12 + 15. Hãy nhận xét về sự thay đổi dấu của các số hạng trong dấu ngoặc trước và sau khi bỏ dấu ngoặc.

Quy tắc dấu ngoặc

- Khi bỏ dấu ngoặc có dấu "+" đằng trước, ta giữ nguyên dấu của các số hạng trong ngoặc;
- Khi bỏ dấu ngoặc có dấu "-" đằng trước, ta phải đổi dấu tất cả các số hạng trong dấu ngoặc: dấu "+" đổi thành "-" và dấu "-" đổi thành "+".

Ví du

$$794 + [136 - (136 + 794)] = 794 + [136 - 136 - 794]$$
 $\leftarrow Bổ dấu ngoặc tròn$
= $794 + [-794] = 0$.

Luyên tập 1

Bỏ dấu ngoặc rồi tính các tổng sau:

Chú ý

Áp dụng các tính chất giao hoán, kết hợp và quy tắc dấu ngoặc, trong một biểu thức, ta có thể:

Thay đổi tuỳ ý vị trí của các số hạng kèm theo dấu của chúng.

$$a - b - c = -b + a - c = -c - b + a$$
.

Chẳng han,
$$50 - 90 - 30 = -90 + 50 - 30 = -30 - 90 + 50 = -70$$
.

 Đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tuỳ ý. Nếu trước dấu ngoặc là dấu "-" thì phải đổi dấu tất cả các số hạng trong ngoặc.

$$a-b-c=(a-b)-c=a-(b+c)$$
.

Chẳng hạn,
$$50 - 90 - 30 = (50 - 90) - 30 = 50 - (90 + 30) = -70$$
.

Luyện tập 2

Tính một cách hợp lí:

b)
$$(35-17)-(25-7+22)$$
.



Thử thách nhỏ

Cho bảng 3 × 3 ô vuông như hình 3.17.

- a) Biết rằng tổng các số trong mỗi hàng, mỗi cột, mỗi đường chéo đều bằng 0. Tính tổng các số trong bảng đó.
- b) Hãy thay các chữ trong bảng bởi số thích hợp sao cho tổng các số trong mỗi hàng, mỗi cột, mỗi đường chéo đều bằng 0.

a	-2	– 1	
-4	b	С	
d	е	g	

Hình 3.17

BÀI TẬP

3.19. Bỏ dấu ngoặc và tính các tổng sau:

a)
$$-321 + (-29) - 142 - (-72)$$
;

b)
$$214 - (-36) + (-305)$$
.

3.20. Tính một cách hợp lí:

a)
$$21 - 22 + 23 - 24$$
;

3.21. Bỏ dấu ngoặc rồi tính:

a)
$$(56 - 27) - (11 + 28 - 16)$$
;

b)
$$28 + (19 - 28) - (32 - 57)$$
.

3.22. Tính một cách hợp lí:

a)
$$232 - (581 + 132 - 331)$$
;

b)
$$[12 + (-57)] - [-57 - (-12)]$$
.

3.23. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a)
$$(23 + x) - (56 - x)$$
 với $x = 7$;

b)
$$25 - x - (29 + y - 8)$$
 với $x = 13$, $y = 11$.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví du 1

Tính giá trị của biểu thức: A = 25 - (-115) - [315 + (-105)].

Giải

$$A = 25 + 115 - [315 - 105]$$

$$= (25 + 115) - 210$$

$$= 140 - 210 = -(210 - 140) = -70.$$

Ví du 2

Tính nhanh: 283 - 286 - 83 + 86.

Giải

$$283 - 286 - 83 + 86$$

$$= 283 - 83 - 286 + 86$$

$$= (283 - 83) - (286 - 86)$$

$$= 200 - 200 = 0.$$

BÀI TÂP

- 3.24. Dùng số nguyên âm hoặc số nguyên dương để diễn tả các thông tin sau:
- a) Khi đọc sách, bạn Quang thường đưa trang sách lại quá gần mắt. Bạn ấy đã phải mang kính cân 1 dioptre.
- b) Ông của bạn Quang đã già nên phải dùng kính lão 2 dioptre để đọc sách báo.
- 3.25. Điểm A nằm trên trục số và cách gốc O một khoảng bằng 12 đơn vị (trục số nằm ngang và có chiều dương từ trái sang phải). Hỏi điểm A biểu diễn số nguyên nào nếu:
- a) A nằm ở bên phải gốc O;
- b) A nằm ở bên trái gốc O.
- 3.26. Liệt kê các phần tử của tập hợp sau rồi tính tổng của chúng:

a)
$$S = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \le 3\};$$

b) T = {
$$x \in \mathbb{Z} \mid -7 < x \le -2$$
 }.

3.27. Tính giá trị của biểu thức:

a)
$$(27 + 86) - (29 - 5 + 84)$$
;

b)
$$39 - (298 - 89) + 299$$
.

3.28. Tính giá trị của biểu thức

$$(-314) - (75 + x)$$
 nếu:

a)
$$x = 25$$
;

b)
$$x = -313$$
.

3.29. Tính một cách hợp lí:

b)
$$(11 + 12 + 13) - (1 + 2 + 3)$$
.

3.30. Có ba chiếc hộp đựng những miếng bìa. Trên mỗi miếng bìa có ghi một số như đã cho trong hình dưới đây. Hãy chuyển một miếng bìa từ hộp này sang hộp khác sao cho tổng các số ghi trên các miếng bìa trong mỗi hộp đều bằng nhau.



3.31. Trong một trò chơi, bạn Minh nhận được yêu cầu: "Hãy tính tổng của tất cả các số trong tập hợp

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid -25 \le x \le 25\}$$
".

Minh trả lời ngay: "Bằng 0". Em có thể giải thích tại sao Minh tính nhanh thế không?



PHÉP NHÂN SỐ NGUYÊN

THUẬT NGỮ, KHÁI NIỆM

Tính chất *giao hoán*Tính chất *kết hợp*Tính chất *phân phối* của phép nhân đối với phép cộng

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

- Thực hiện phép nhân hai số nguyên.
- Vận dụng các tính chất của phép nhân để tính nhẩm, tính hợp lí.
- Giải toán thực tiễn liên quan đến phép nhân số nguyên.

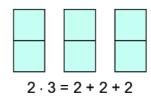
Để quản lí chi tiêu cá nhân, bạn Cao dùng số nguyên âm để ghi vào sổ tay các khoản chi của mình. Cuối tháng, bạn Cao thấy trong sổ có ba lần ghi –15 000 đồng. Trong ba lần ấy, bạn Cao đã chi tất cả bao nhiêu tiền?

Em có thể giải bài toán trên mà không dùng phép cộng các số âm hay không?

1. NHÂN HAI SỐ NGUYÊN KHÁC DẦU

Nếu a và b là hai số tự nhiên thì:

$$1 \cdot a = a \cdot 1 = a$$
; $v \ge a \cdot b = b \cdot a = \underbrace{a + a + ... + a}_{(b \le \acute{o} a)} (b \ge 2)$,



Ta có thể làm tương tự đối với phép nhân hai số nguyên khác dấu.

300

Tích của hai số nguyên khác dấu

- HĐ1 Dựa vào phép cộng các số âm, hãy tính tích (–11) · 3 rồi so sánh kết quả với –(11 · 3).
- HĐ2 Hãy dự đoán kết quả của các phép nhân 5 · (-7) và (-6) · 8.

Quy tắc nhân hai số nguyên khác dấu

Muốn nhân hai số nguyên khác dấu, ta nhân phần số tự nhiên của hai số đó với nhau rồi đặt dấu "-" trước kết quả nhận được.

Nếu $m, n \in \mathbb{N}^*$ thì $m \cdot (-n) = (-n) \cdot m = -(m \cdot n)$.

Ví dụ 1

a)
$$25 \cdot (-4) = -(25 \cdot 4) = -100$$
;
b) $(-10) \cdot 11 = -(10 \cdot 11) = -110$.

Luyên tâp 1

- Thực hiện các phép nhân sau: a) (−12) · 12;
 b) 137 · (−15).
- 2 Tính nhẩm: 5 · (−12).

Vận dụng 1

Sử dụng phép nhân hai số nguyên khác dấu để giải bài toán mở đầu.

Tích của hai số nguyên khác dấu luôn là một số nguyên âm.



2. NHÂN HAI SỐ NGUYÊN CÙNG DẤU

Ta đã biết cách nhân hai số nguyên dương (cũng là hai số tự nhiên). Dưới đây ta sẽ tìm hiểu cách nhân hai số nguyên âm.



Tích của hai số nguyên âm

HĐ3 Quan sát ba dòng đầu và nhận xét về dấu của tích mỗi khi đổi dấu một thừa số và giữ nguyên thừa số còn lại.

HĐ4 Dựa vào nhận xét ở HĐ3, hãy dự đoán kết quả của (-3) · (-7).

 $(-3) \cdot (-7) = ?$

Quy tắc nhân hai số nguyên âm

Muốn nhân hai số nguyên âm, ta nhân phần số tự nhiên của hai số đó với nhau.

Nếu $m, n \in \mathbb{N}^*$ thì $(-m) \cdot (-n) = (-n) \cdot (-m) = m \cdot n$.

Tích của hai số nguyên cùng dấu luôn là số nguyên dương



Ví du 2

$$(-10) \cdot (-15) = 10 \cdot 15 = 150.$$

Luyện tập 2

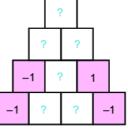
Thực hiện các phép nhân sau:

Chú ý. Tích của một số nguyên với 0 luôn bằng 0:

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$
.



Thay mỗi dấu "?" bằng số sao cho số trong mỗi ô ở hàng trên bằng tích các số trong hai ô kề với nó ở hàng dưới (h.3.18).



Hình 3.18

3. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP NHÂN



Tương tư như phép nhân các số tư nhiên:

Phép nhân các số nguyên có các tính chất:

Giao hoán: $a \cdot b = b \cdot a$

Kết hợp: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

Phân phối của phép nhân đối với phép cộng: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.



Inh a(b + c) và ab + ac khi a = -2, b = 14, c = -4.

Chú ý. Tích của nhiều số nguyên cũng được hiểu tương tự như tích của nhiều số tự nhiên.

Ví du 3

Thực hiện phép tính:

b)
$$(-2) \cdot (150 + 14)$$
.

Giải

a)
$$(-25) \cdot (-17) \cdot 4 = (-25) \cdot 4 \cdot (-17)$$
 $\leftarrow \text{Dổi chỗ } (-17) \text{ và } 4$
= $[(-25) \cdot 4] \cdot (-17)$ $\leftarrow \text{Nhóm hai thừa số } (-25) \text{ và } 4$
= $(-100) \cdot (-17) = 100 \cdot 17 = 1700$.

b)
$$(-2) \cdot (150 + 14) = (-2) \cdot 150 + (-2) \cdot 14 \leftarrow T(nh chất phân phối = (-300) + (-28) = -328.$$

Phép nhân cũng có tính chất phân phối đối với phép trừ :

$$a(b-c)=ab-ac$$
.

Luyện tập 3

- **1** a) Tính giá trị của tích $P = 3 \cdot (-4) \cdot 5 \cdot (-6)$;
 - b) Tích P sẽ thay đổi thế nào nếu ta đổi dấu tất cả các thừa số?
- 2 Tính 4 · (−39) − 4 · (−14).



BÀI TẬP

- 3.32. Nhân hai số khác dấu:
- a) 24 · (-25);
- b) (-15) · 12.
- 3.33. Nhân hai số cùng dấu:
- a) (-298) · (-4);
- b) (-10) · (-135).
- 3.34. Một tích nhiều thừa số sẽ mang dấu dương hay âm nếu trong tích đó có
- a) Ba thừa số mang dấu âm, các thừa số khác đều dương?
- b) Bốn thừa số mang dấu âm, các thừa số khác đều dương?
- 3.35. Tính một cách hợp lí:
- a) $4 \cdot (1930 + 2019) + 4 \cdot (-2019)$;
- b) $(-3) \cdot (-17) + 3 \cdot (120 17)$.
- 3.36. Cho biết tích của hai số tự nhiên n và m là 36. Mỗi tích $n \cdot (-m)$ và $(-n) \cdot (-m)$ bằng bao nhiêu?
- 3.37. Tính giá trị của biểu thức sau một cách hợp lí:
- a) $(-8) \cdot 72 + 8 \cdot (-19) (-8)$;
- b) $(-27) \cdot 1011 27 \cdot (-12) + 27 \cdot (-1)$.

3.38. Ba bạn An, Bình, Cường chơi ném tiêu với bia gồm năm vòng như hình 3.19. Kết quả được ghi lại trong bảng sau:

Vòng	10 điểm	7 điểm	3 điểm	−1 điểm	−3 điểm
An	1	2	0	1	1
Bình	2	0	1	0	2
Cường	0	3	1	1	0

Hỏi trong ba bạn, bạn nào đạt điểm cao nhất?



Hình 3.19



ƯỚC VÀ BỘI CỦA MỘT SỐ NGUYÊN

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Phép chia hết

Ước

Bội

KIẾN THỰC, KĨ NĂNG

- Thực hiện phép chia hết đối với số nguyên.
- Nhận biết quan hệ chia hết trong tập số nguyên.
- Nhận biết, tìm ước và bội của một số nguyên.

Ước và bội của một số nguyên có gì giống và khác ước và bội của một số tự nhiên mà chúng ta đã học?

Bài này sẽ giúp chúng ta tìm hiểu điều đó.

1. PHÉP CHIA HẾT



Cho $a, b \in \mathbb{Z}$ với $b \neq 0$. Nếu có số nguyên q sao cho a = bq thì ta có phép chia hết a : b = q (trong đó ta cũng gọi a là số b; chia, b là số chia và q là thương). Khi đó ta nói a chia hết cho b, kí hiệu là a : b.

Ví dụ 1

a)
$$12 : (-3) \text{ vi}$$
 $12 = (-3) \cdot (-4)$. Ta có $12 : (-3) = -4$.

b)
$$(-35)$$
: 7 vì $-35 = 7 \cdot (-5)$. Ta có -35 : $7 = -5$.

Nhận xét

Từ 12:3 = 4, ta suy ra được những phép chia hết sau:

$$12: (-3) = -4;$$
 $(-12): 3 = -4$ và $(-12): (-3) = 4.$

Dấu của thương (+):(+)→(+)

$$(-):(-)\to(+)$$

$$(+):(-)\to(-)$$

$$(-): (+) \to (-)$$



Luyện tập 1

- ullet Thực hiện phép chia 135 : 9. Từ đó suy ra thương của các phép chia 135 : (-9) và (-135) : (-9).
- 2 Tính:
- a) (-63): 9;
- b) (-24): (-8).

2. ƯỚC VÀ BÔI



Khi a : b $(a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0)$, ta còn gọi a là một bội của b và b là một ước của a.

Ví du 2

- a) 3 là một ước của -12 vì (-12) : 3.
- b) –35 là một bội của –7 vì (–35) : (–7).

Nhận xét

- 1. Nếu a là một bội của b thì -a cũng là một bội của b.
- 2. Nếu b là một ước của a thì -b cũng là một ước của a.

Ví dụ 3

Tìm các ước của 4 và các ước của 6.

Giải

• Ta có các ước dương của 4 là 1; 2; 4. Do đó tất cả các ước của 4 là: 1; –1; 2; –2; 4; –4.

Ta có các ước dương của 6 là 1; 2; 3; 6. Do đó tất cả các ước của 6 là: 1; -1; 2; -2; 3; -3; 6; -6.

Để tìm các ước của số nguyên a, ta lấy các ước dương của a cùng với các số đối của chúng.



Chú ý

Ta thấy các số –2; –1; 1 và 2 vừa là ước của 6, vừa là ước của 4. Chúng được gọi là những ước chung của 6 và 4.

Ví du 4

Tìm các bôi của 7.

Giải

Lần lượt nhân 7 với 0; 1; 2; 3; ... , ta được các bội dương của 7 là: 0; 7; 14; 21; ... Do đó các bội của 7 là 0; 7; –7; 14; –14; 21; –21; ...

Luyện tập 2

- a) Tìm các ước của -9;
- b) Tìm các bội của 4 lớn hơn -20 và nhỏ hơn 20.



Có hai số nguyên a, b khác nhau nào mà a : b và b : a không?



Sao mà thế được!



A ha, tớ vừa tìm thấy hai số như vậy đấy!...



Không biết Tròn tìm được hai số nguyên nào nhỉ?

BÀI TẬP

3.39. Tính các thương:

a) 297: (-3);

b) (-396): (-12);

c) (-600): 15.

3.40.

a) Tìm các ước của mỗi số: 30; 42; -50;

b) Tìm các ước chung của 30 và 42.

3.41. Viết tập hợp sau bằng cách liệt kê phần tử:

 $M = \{x \in \mathbb{Z} \mid x : 4 \text{ và } -16 \le x < 20\}.$

3.42. Tìm hai ước của 15 có tổng bằng -4.

3.43. Giải thích tại sao: Nếu hai số cùng chia hết cho –3 thì tổng và hiệu của hai số đó cũng chia hết cho –3. Hãy thử phát biểu một kết luận tổng quát.

LUYÊN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Tính một cách hợp lí: (-154) · (-235) + 154 · (-35).

Giải

$$(-154) \cdot (-235) + 154 \cdot (-35) = 154 \cdot 235 + 154 \cdot (-35)$$

= $154 \cdot (235 - 35)$
= $154 \cdot 200 = 30800$.

Ví du 2

Sử dụng các phép tính với số nguyên (có cả số nguyên âm) để giải bài toán:

Một xí nghiệp may mỗi ngày được 200 bộ quần áo nữ và 150 bộ quần áo nam. Khi may theo mẫu mới, với cùng khổ vải, chiều dài vải để may mỗi bộ quần áo nữ tăng thêm 2 dm; chiều dài vải để may mỗi bộ quần áo nam giảm 3 dm. Hỏi chiều dài vải (với cùng khổ vải) dùng để may 200 bộ quần áo nữ và 150 bộ quần áo nam tăng hay giảm bao nhiêu mét so với trước khi may theo mẫu mới? Hãy viết lời giải thành một biểu thức số, sau đó tính giá trị của biểu thức đó.

Giải

Khi may theo mẫu mới:

- Chiều dài vải để may 200 bộ quần áo nữ tăng 2 ⋅ 200 (dm)
- − Giảm 3 dm có thể hiểu là "tăng" (–3) dm nên chiều dài vải để may 150 bộ quần áo nam "tăng" (–3) · 150 (dm).
- Chiều dài vải để may 200 bộ quần áo nữ và 150 bộ quần áo nam "tăng":

Ta có: $2 \cdot 200 + (-3) \cdot 150 = 400 - 450 = -50$ (dm).

"Tăng" –50 dm tức là giảm 50 dm. Ta có 50 dm = 5 m. Vậy khi may theo mẫu mới, chiều dài vải để may 200 bộ quần áo nữ và 150 bộ quần áo nam giảm 5 mét.

BÀI TẬP

3.44. a) Xác định dấu của tích

$$P = (-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5);$$

- b) Dấu của *P* thay đổi thế nào nếu đổi dấu ba thừa số của nó?
- 3.45. Tính giá trị của biểu thức:

a)
$$(-12) \cdot (7 - 72) - 25 \cdot (55 - 43)$$
;

b)
$$(39-19)$$
: (-2) + $(34-22) \cdot 5$.

3.46. Tính giá trị của biểu thức:

$$A = 5ab - 3(a + b)$$
 với $a = 4, b = -3$.

3.47. Tính một cách hợp lí:

3.48.

- a) Tìm các ước của 15 và các ước của -25;
- b) Tìm các ước chung của 15 và -25.
- 3.49. Sử dụng các phép tính với số nguyên (có cả số nguyên âm) để giải bài toán sau:

Công nhân của một xưởng sản xuất được hưởng lương theo sản phẩm như sau:

- Làm ra một sản phẩm đạt chất lượng thì được 50 000 đồng.
- Làm ra một sản phẩm không đạt chất lượng thì bị phạt 10 000 đồng.

Tháng vừa qua một công nhân làm được 230 sản phẩm đạt chất lượng và 8 sản phẩm không đạt chất lượng. Hỏi công nhân đó được lĩnh bao nhiều tiền lượng?

CHƯƠNG III CHÚNG TA ĐÃ HOC NHỮNG GÌ?

Số NGUYÊN

TẬP HƠP SỐ NGUYÊN

$$\mathbb{Z} = \{ \dots; -3; -2; -1; \quad 0; 1; 2; 3; \dots \}$$

Số nguyên âm Số nguyên dương

Số dương và số âm dùng để mô tả hai đại lượng đối lập hay có hướng ngược nhau.

SO SÁNH HAI SÓ NGUYÊN

- Mọi số nguyên âm đều nhỏ hơn 0.
- Nếu n = m thì -n = -m $(n, m \in \mathbb{N}^*)$.
- Nếu n < m thì -n > -m $(n, m \in \mathbb{N}^*)$.
- Trên trục số, nếu a < b (a, b ∈ Z) thì điểm a nằm bên trái điểm b.

CÁC PHÉP TOÁN TRONG TẬP SỐ NGUYÊN

PHÉP CỘNG SỐ NGUYÊN

Với $n, m ∈ \mathbb{N}^*$:

$$(-n) + (-m) = -(n + m)$$

$$n + (-m) = (-m) + n = n - m \text{ khi } n > m$$

$$n + (-m) = (-m) + n = -(m - n)$$
 khi $n < m$.

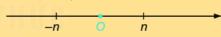
$$a + 0 = 0 + a = a$$
.

Tính chất:

- Giao hoán: a + b = b + a.
- Kết hợp: a + (b + c) = (a + b) +c.

TRỪ HAI SỐ NGUYÊN

Với n∈ N*, n và –n là hai số đối nhau.



- Kí hiệu số đối của số nguyên a là -a.
- Số đối của 0 là 0.
- a b = a + (-b).

PHÉP NHÂN SỐ NGUYÊN Với $n, m \in \mathbb{N}^*$:

$$(-n) \cdot (-m) = n \cdot m$$

 $n \cdot (-m) = (-m) \cdot n = -(n \cdot m).$
 $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a; \ a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0.$

Tính chất:

- Giao hoán: $a \cdot b = b \cdot a$.
- Kết hợp: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$.
- Phân phối đối với phép cộng:
 a · (b + c) = a · b + a · c

ƯỚC VÀ BỘI TRONG Z

- Nếu có số nguyên q sao cho a = bq thì a : b (a chia hết cho b).
- Nếu a : b thì b là một ước của a và a là một bội của b.

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG III

- 3.50. Dùng số âm để diễn tả các thông tin sau:
- a) Ở nơi lạnh nhất thế giới, nhiệt độ có thể xuống đến 60°C dưới 0°C.
- b) Do dịch bệnh, một công ty trong một tháng đã bị lỗ 2 triệu đồng.
- 3.51. Trong các số a, b, c, d, số nào dương, số nào âm nếu:

$$d \leq -2$$
.

3.52. Liệt kê các phần tử của tập hợp sau rồi tính tổng của chúng:

a)
$$S = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 < x \le 5\};$$

b)
$$T = \{x \in \mathbb{Z} \mid -7 \le x < 1\}.$$

- 3.53. Tính một cách hợp lí:
- a) 15 · (-236) + 15 · 235;
- b) $237 \cdot (-28) + 28 \cdot 137$;
- c) $38 \cdot (27 44) 27 \cdot (38 44)$.
- 3.54. Tính giá trị của biểu thức $P = (-35) \cdot x (-15) \cdot 37$ trong mỗi trường hợp sau:

a)
$$x = 15$$
;

b)
$$x = -37$$
.

- 3.55. Có hay không hai số nguyên a và b mà hiệu a b:
- a) lớn hơn cả a và b;
- b) lớn hơn a nhưng nhỏ hơn b?

Trong mỗi trường hợp, hãy cho ví dụ minh hoạ bằng số.

3.56. Cho 15 số có tính chất: Tích của 5 số bất kì trong chúng đều âm. Hỏi tích của 15 số đó mang dấu gì?