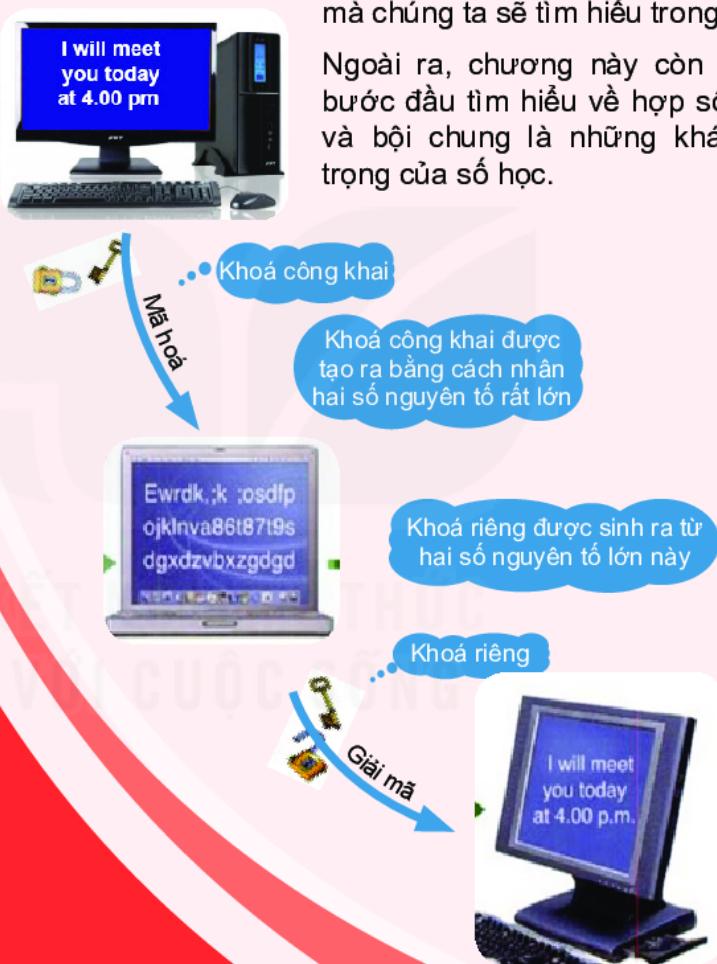


TÍNH CHIA HẾT TRONG TẬP HỢP CÁC SỐ TỰ NHIÊN

Hình vẽ bên mô tả quá trình mã hoá một văn bản. Việc mã hóa được dùng trong điện thoại di động, thẻ tín dụng, máy tính,... Một trong những khái niệm toán học được dùng nhiều để mã hóa thông tin là số nguyên tố mà chúng ta sẽ tìm hiểu trong chương này.

Ngoài ra, chương này còn giúp các em bước đầu tìm hiểu về hợp số, ước chung và bội chung là những khái niệm quan trọng của số học.



- Quan hệ chia hết và tính chất
- Dấu hiệu chia hết
- Số nguyên tố
- Ước chung. Ước chung lớn nhất
- Bội chung. Bội chung nhỏ nhất

BÀI
8

QUAN HỆ CHIA HẾT VÀ TÍNH CHẤT

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Chia hết
Ước
Bội

KIẾN THỨC, KỸ NĂNG

- Nhận biết quan hệ chia hết, khái niệm ước và bội.
- Tìm các ước và bội của một số tự nhiên.
- Nhận biết tính chia hết của một tổng cho một số.

Trong đợt tổng kết học kì I, lớp 6A được Hội cha mẹ học sinh thưởng 50 cái bút. Trường lại thưởng thêm cho lớp 4 hộp bút nữa. Các bạn đề nghị chia đều phần thưởng cho 4 tổ. Nếu không biết số bút trong mỗi hộp, ta có thể chia đều số bút đó cho 4 tổ được không?

1. QUAN HỆ CHIA HẾT



Khi nào thì a chia hết cho b?



Trong hai số 15 và 16, số nào chia hết cho 3, số nào không chia hết cho 3?

Số 15 chia hết cho 3 vì $15 : 3 = 5$ và không còn dư.
Số 16 không chia hết cho 3 vì 16 chia 3 bằng 5 dư 1.



Cho hai số tự nhiên a và b ($b \neq 0$).

Nếu có số tự nhiên k sao cho $a = kb$ thì ta nói a chia hết cho b và kí hiệu là $a:b$.

Nếu a không chia hết cho b ta kí hiệu là $a \not| b$.

Ví dụ: $15 : 3$; $16 \not| 3$.



Tìm kí hiệu thích hợp ($:$, $\not|$) thay cho dấu " $?$ ":

$$24 \square 6 \quad 45 \square 10 \quad 35 \square 5 \quad 42 \square 4.$$

Ví dụ 1

Nhân dịp sinh nhật, mẹ cho Việt 12 gói kẹo để liên hoan với các bạn, mỗi gói có 35 cái. Biết lớp Việt có 5 tổ, hỏi Việt có thể chia đều số kẹo cho các tổ không?

Giải

Việt có số kẹo là $12 \cdot 35$. Vì $35 : 5$ nên $(12 \cdot 35) : 5$, do đó Việt có thể chia đều số kẹo cho mỗi tổ.

Trong một tích, nếu có một thừa số chia hết cho một số thì tích chia hết cho số đó.





Ước và bội

15:3

3 là **ước** của 15

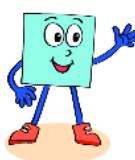
15 là **bội** của 3

Nếu a chia hết cho b , ta nói b là **ước** của a và a là **bội** của b .

Ta ký hiệu $U(a)$ là tập hợp các ước của a và $B(b)$ là tập hợp các bội của b .



Bạn Vuông hay Tròn đúng nhỉ?



5 là ước của 15

6 là ước của 15



Cách tìm ước và bội

HĐ1 Lần lượt chia 12 cho các số từ 1 đến 12, em hãy viết tập hợp tất cả các ước của 12.

HĐ2 Bằng cách nhân 8 với 0, 1, 2, ... em hãy viết các bội của 8 nhỏ hơn 80.

- Muốn tìm các ước của a ($a > 1$), ta lần lượt chia a cho các số tự nhiên từ 1 đến a để xem a chia hết cho số nào thì số đó là ước của a .
- Ta có thể tìm các bội của một số khác 0 bằng cách nhân số đó lần lượt với 0, 1, 2, 3, ...

Ví dụ 2

a) Lần lượt chia 15 cho các số từ 1 đến 15, ta thấy 15 chia hết cho 1, 3, 5, 15 nên $U(15) = \{1; 3; 5; 15\}$.

b) Lần lượt nhân 6 với 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... ta được các bội của 6 là: 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, ... Các bội của 6 nhỏ hơn 30 là: 0, 6, 12, 18, 24.

Luyện tập 1

- Hãy tìm tất cả các ước của 20;
- Hãy tìm tất cả các bội nhỏ hơn 50 của 4.



Thử thách nhỏ

Hãy tìm ba ước khác nhau của 12 sao cho tổng của chúng bằng 12.

2. TÍNH CHẤT CHIA HẾT CỦA MỘT TỔNG



Trường hợp chia hết

HĐ3 Viết hai số chia hết cho 5. Tổng của chúng có chia hết cho 5 không?

HĐ4 Viết ba số chia hết cho 7. Tổng của chúng có chia hết cho 7 không?

Tính chất 1

Nếu tất cả các số hạng của một tổng đều chia hết cho cùng một số thì tổng chia hết cho số đó.

- Nếu $a \vdots m$ và $b \vdots m$ thì $(a + b) \vdots m$.
- Nếu $a \vdots m$, $b \vdots m$ và $c \vdots m$ thì $(a + b + c) \vdots m$.

Chú ý. Tính chất 1 cũng đúng với một hiệu, chẳng hạn $30 \vdots 3$ và $18 \vdots 3$, suy ra $(30 - 18) \vdots 3$.

Ví dụ 3

Không thực hiện phép tính, hãy cho biết $6 + 15 + 30$ có chia hết cho 3 không? Vì sao?

Giải

Các số 6, 15, 30 đều chia hết cho 3 nên $6 + 15 + 30$ chia hết cho 3.

Luyện tập 2

Không thực hiện phép tính, hãy cho biết:

- 24 + 48 có chia hết cho 4 không? Vì sao?
- 48 + 12 – 36 có chia hết cho 6 không? Vì sao?

Vận dụng 1

Hãy tìm x thuộc tập $\{1; 14; 16; 22; 28\}$, biết tổng $21 + x$ chia hết cho 7.



Trường hợp không chia hết

HĐ5 Hãy viết hai số, trong đó một số chia hết cho 5 và số còn lại không chia hết cho 5. Tổng của chúng có chia hết cho 5 không?

HĐ6 Hãy viết ba số, trong đó hai số chia hết cho 4 và số còn lại không chia hết cho 4. Tổng của chúng có chia hết cho 4 không?

Tính chất 2

Nếu có một số hạng của một tổng không chia hết cho một số đã cho, các số hạng còn lại đều chia hết cho số đó thì tổng không chia hết cho số đã cho.

- Nếu $a \vdots m$ và $b \not\vdots m$ thì $(a + b) \not\vdots m$.
- Nếu $a \vdots m$, $b \vdots m$ và $c \not\vdots m$ thì $(a + b + c) \not\vdots m$.

Chú ý. Tính chất 2 cũng đúng với một hiệu, chẳng hạn:
 $45 : 5$ và $7 \not\equiv 5$, suy ra $(45 - 7) \not\equiv 5$; $15 \not\equiv 4$ và $8 : 4$, suy ra $(15 - 8) \not\equiv 4$.

Ví dụ 4

Không thực hiện phép tính, hãy cho biết $5 + 45 + 2019$ có chia hết cho 5 không? Vì sao?

Giải

Các số 5, 45 đều chia hết cho 5 nhưng 2019 không chia hết cho 5 nên $5 + 45 + 2019$ không chia hết cho 5.

Ví dụ 5

Trở lại tình huống mở đầu, ta thấy tổng số bút mà lớp 6A được thưởng bằng

$$50 + 4 \times (\text{số bút trong 1 hộp}).$$

Vì $50 \not\equiv 4$ và $4 \times (\text{số bút trong 1 hộp})$ chia hết cho 4 nên tổng số bút đó không chia hết cho 4.

Luyện tập 3

Không thực hiện phép tính, hãy cho biết:

- $20 + 81$ có chia hết cho 5 không? Vì sao?
- $34 + 28 - 12$ có chia hết cho 4 không? Vì sao?

Vận dụng 2

Tìm x thuộc tập $\{5; 25; 39; 54\}$ sao cho tổng $20 + 45 + x$ không chia hết cho 5.

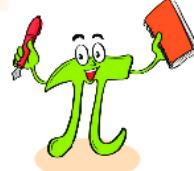


Tranh luận

Hai số không chia hết cho 4 thì tổng của chúng cũng không chia hết cho 4.

Tớ thấy không đúng.

Còn bạn thì sao?



BÀI TẬP

2.1. Hãy tìm các ước của mỗi số sau:

30; 35; 17.

2.2. Trong các số sau, số nào là bội của 4?

16; 24; 35.

2.3. Tìm các số tự nhiên x, y sao cho

a) $x \in B(7)$ và $x < 70$;

b) $y \in U(50)$ và $y > 5$.

2.4. Không thực hiện phép tính, hãy cho biết tổng nào sau đây chia hết cho 5?

a) $15 + 1\ 975 + 2\ 019$;

b) $20 + 90 + 2\ 025 + 2\ 050$.

2.5. Không thực hiện phép tính, hãy cho biết hiệu nào sau đây chia hết cho 8?

a) $100 - 40$;

b) $80 - 16$.

2.6. Khẳng định nào sau đây là đúng?

a) $219 \cdot 7 + 8$ chia hết cho 7;

b) $8 \cdot 12 + 9$ chia hết cho 3.

2.7. Cô giáo muốn chia đều 40 học sinh thành các nhóm để thực hiện các dự án học tập. Hoàn thành bảng sau vào vở (bỏ trống trong trường hợp không chia được).

Số nhóm	Số người ở một nhóm
4	?
?	8
6	?
8	?
?	4

2.8. Đội thể thao của trường có 45 vận động viên. Huấn luyện viên muốn chia thành các nhóm để tập luyện sao cho mỗi nhóm có ít nhất 2 người và không quá 10 người. Biết rằng các nhóm có số người như nhau, em hãy giúp huấn luyện viên chia nhé.

2.9.

a) Tìm x thuộc tập $\{23; 24; 25; 26\}$, biết $56 - x$ chia hết cho 8;

b) Tìm x thuộc tập $\{22; 24; 45; 48\}$, biết $60 + x$ không chia hết cho 6.

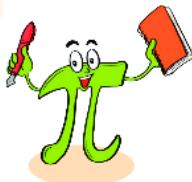


DẤU HIỆU CHIA HẾT

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

Vận dụng được dấu hiệu chia hết cho 2, 5, 9, 3 để xác định một số đã cho có chia hết cho 2, 5, 9, 3 hay không.

Tìm số dư của phép chia 71 001 cho 9.



Phép chia này không có dư vì 71 001 chia hết cho 9.



Sao bạn Tròn trả lời nhanh vậy nhỉ?



1. DẤU HIỆU CHIA HẾT CHO 2, CHO 5

Ta có:

$$120 = 12 \cdot 10 = 12 \cdot 2 \cdot 5 \text{ chia hết cho } 2 \text{ và cho } 5;$$

$$2010 = 201 \cdot 10 = 201 \cdot 2 \cdot 5 \text{ chia hết cho } 2 \text{ và cho } 5.$$

Ta nhận thấy các số 120 và 2010 có chữ số tận cùng là 0 đều chia hết cho 2 và 5. Vậy các số có chữ số tận cùng như thế nào thì chia hết cho 2? Các số có chữ số tận cùng như thế nào thì chia hết cho 5?



Dấu hiệu chia hết cho 2, cho 5

Xét số $n = \overline{23^*}$ (* là chữ số tận cùng của n). Ta viết $n = 230 + *$.

HĐ1 Số 230 có chia hết cho 2 và chia hết cho 5 không?

HĐ2 Vận dụng tính chất chia hết của một tổng, hãy cho biết:

a) Thay dấu * bởi chữ số nào thì n chia hết cho 2?

b) Thay dấu * bởi chữ số nào thì n chia hết cho 5?

- Các số có chữ số tận cùng là 0, 2, 4, 6, 8 thì **chia hết cho 2** và chỉ những số đó mới chia hết cho 2.
- Các số có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5 thì **chia hết cho 5** và chỉ những số đó mới chia hết cho 5.

Ví dụ 1

- Các số 1 930, 1 954 đều chia hết cho 2 vì có chữ số tận cùng là số chẵn.
- Các số 1 975; 2 021 không chia hết cho 2 vì có chữ số tận cùng là số lẻ.
- Các số 1 930; 1 945 đều chia hết cho 5 vì có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5.
- Các số 1 954; 1 972 không chia hết cho 5 vì có chữ số tận cùng khác 0 và 5.

Ví dụ 2

Không thực hiện phép tính, em hãy cho biết tổng (hiệu) sau có chia hết cho 2 không.

- a) $1\ 985 + 2\ 020$; b) $1\ 968 - 1\ 930$.

Giải

a) Số $1\ 985$ có chữ số tận cùng là 5 nên không chia hết cho 2 ; số $2\ 020$ có chữ số tận cùng là 0 nên chia hết cho 2 . Vậy tổng $1\ 985 + 2\ 020$ không chia hết cho 2 .

b) Số $1\ 968$ có chữ số tận cùng là 8 nên chia hết cho 2 ; số $1\ 930$ có chữ số tận cùng là 0 nên chia hết cho 2 . Vậy hiệu $1\ 968 - 1\ 930$ chia hết cho 2 .

Luyện tập 1

❶ Không thực hiện phép tính, em hãy cho biết tổng (hiệu) sau có chia hết cho 2 không.

- a) $1\ 954 + 1\ 975$; b) $2\ 020 - 938$.

❷ Không thực hiện phép tính, em hãy cho biết tổng (hiệu) sau có chia hết cho 5 không.

- a) $1\ 945 + 2\ 020$; b) $1\ 954 - 1\ 930$.

2. DẤU HIỆU CHIA HẾT CHO 9, CHO 3

Hà nhận thấy số 180 chia hết cho 9 và *tổng các chữ số* của nó là $1 + 8 + 0 = 9$ cũng *chia hết cho 9*. Liệu những số chia hết cho 9 đều có tính chất này không?



Dấu hiệu chia hết cho 9

Cho các số $27, 82, 195, 234$.

HD3 Hãy sắp xếp các số trên thành hai nhóm: Nhóm các số chia hết cho 9 và nhóm các số không chia hết cho 9 .

HD4 Tính tổng các chữ số của mỗi số và xét tính chia hết cho 9 của các tổng đó trong mỗi nhóm.

Các số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì **chia hết cho 9** và chỉ những số đó mới chia hết cho 9 .

Ví dụ 3

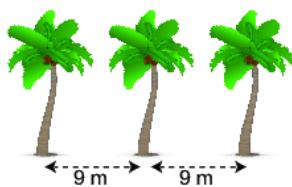
Trở lại tình huống mở đầu, số $71\ 001$ có tổng các chữ số chia hết cho 9 nên $71\ 001$ chia hết cho 9 . Như vậy, em đã biết vì sao bạn Tròn trả lời nhanh rồi nhỉ.

Luyện tập 2

Thay dấu * bởi một chữ số để được số $\overline{12*}$ chia hết cho 9 .

Vận dụng

Trên một bờ đất dài 108 m, một bác nông dân có kế hoạch trồng một số cây dừa thành một hàng sao cho hai cây cách nhau là 9 m và luôn có cây ở vị trí đầu và cuối của bờ đất. Hỏi bác nông dân có trồng được như vậy không? Nếu được, bác cần bao nhiêu cây dừa để trồng?



Dấu hiệu chia hết cho 3

Cho các số 42, 80, 191, 234.

HĐ5 Hãy sắp xếp các số trên thành hai nhóm: Nhóm các số chia hết cho 3 và nhóm các số không chia hết cho 3.

HĐ6 Tính tổng các chữ số của mỗi số và xét tính chia hết cho 3 của các tổng đó trong mỗi nhóm.

Các số có tổng các chữ số **chia hết cho 3** thì chia hết cho 3 và chỉ những số đó mới chia hết cho 3.

Ví dụ 4

- Các số 4 683, 3 576 đều chia hết cho 3 vì có tổng các chữ số chia hết cho 3.
- Các số 4 321, 1 975 đều không chia hết cho 3 vì có tổng các chữ số không chia hết cho 3.

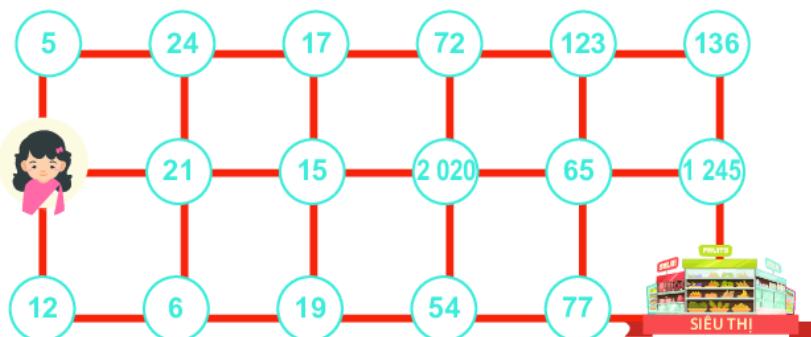
Luyện tập 3

Thay dấu * bằng một chữ số để số $\overline{12*5}$ chia hết cho 3.



Thử thách nhỏ

Bạn Hà cần tìm đường đến siêu thị. Biết rằng Hà chỉ có thể đi qua ô có chứa số chia hết cho 2 hoặc chia hết cho 3 và mỗi ô chỉ đi qua một lần. Em hãy giúp Hà đến được siêu thị nhé.



BÀI TẬP

2.10. Trong các số sau, số nào chia hết cho 2, số nào chia hết cho 5?

324; 248; 2 020; 2 025.

2.11. Trong các số sau, số nào chia hết cho 3, số nào chia hết cho 9?

450; 123; 2 019; 2 025.

2.12. Khối lớp 6 của một trường có 290 học sinh đi dã ngoại. Cô phụ trách muốn chia đều số học sinh của khối 6 thành 9 nhóm. Hỏi cô có chia nhóm được như vậy không?

2.13. Có 162 học sinh tham gia chương trình đào tạo bóng đá, được chia thành các đội. Mỗi đội cần có 9 học sinh. Hỏi có đội nào không có đủ 9 học sinh hay không?

2.14. Thay dấu * bởi một chữ số để số $\overline{345*}$:

- a) Chia hết cho 2;
- b) Chia hết cho 3;
- c) Chia hết cho 5;
- d) Chia hết cho 9.

2.15. Dùng ba chữ số 3, 0, 4, hãy viết các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau và thỏa mãn một trong hai điều kiện:

- a) Các số đó chia hết cho 2;
- b) Các số đó chia hết cho 5.

2.16. Từ các chữ số 5, 0, 4, 2, viết các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau sao cho mỗi số đó chia hết cho 3.

EM CÓ BIẾT?

Xét số 234, ta thấy $234 = 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4$.

Viết 100 thành $99 + 1$, 10 thành $9 + 1$, ta được

$$234 = 2(99 + 1) + 3(9 + 1) + 4 = 2 \cdot 99 + 2 + 3 \cdot 9 + 3 + 4$$

$$= 2 \cdot 9 \cdot 11 + 2 + 3 \cdot 9 + 3 + 4$$

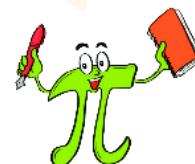
$$= (\underline{2 + 3 + 4}) + (\underline{2 \cdot 9 \cdot 11 + 3 \cdot 9})$$

Tổng các chữ số Số chia hết cho 9

Vậy số 234 được viết thành tổng các chữ số của nó và một số chia hết cho 9.

Các số tự nhiên khác cũng như vậy. Từ đó ta suy ra được dấu hiệu chia hết cho 9 và cho 3.

Một số tự nhiên luôn viết được thành tổng các chữ số của nó và một số chia hết cho 9.





SỐ NGUYÊN TỐ

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

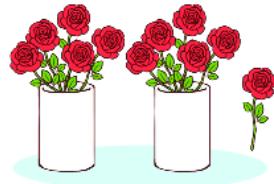
Số nguyên tố
Hợp số

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

- Nhận biết khái niệm số nguyên tố và hợp số.
- Phân tích một số tự nhiên lớn hơn 1 ra thừa số nguyên tố trong những trường hợp đơn giản.

Mẹ mua một bó hoa có 11 bông hoa hồng. Bạn Mai giúp mẹ cắm các bông hoa này vào các lọ nhỏ sao cho số hoa trong mỗi lọ là như nhau. Mai nhận thấy không thể cắm đều số bông hoa này vào các lọ hoa (mỗi lọ có nhiều hơn 1 bông) cho dù số lọ hoa là 2; 3; 4; 5;... Nhưng nếu bỏ ra 1 bông còn 10 bông thì lại cắm đều được vào 2 lọ, mỗi lọ có 5 bông hoa.

Vậy, số 11 và số 10 có gì khác nhau, điều này có liên quan gì đến số các ước của chúng không?



1. SỐ NGUYÊN TỐ VÀ HỢP SỐ



Chia nhóm các số tự nhiên theo số ước

HĐ1 Tìm các ước và số ước của các số trong bảng bên.

HĐ2 Hãy chia các số cho trong bảng 2.1 thành hai nhóm: nhóm A gồm các số chỉ có hai ước, nhóm B gồm các số có nhiều hơn hai ước.

HĐ3 Suy nghĩ và trả lời câu hỏi:

- Số 1 có bao nhiêu ước?
- Số 0 có chia hết cho 2, 5, 7, 2 017, 2 018 không? Em có nhận xét gì về số ước của 0?

Số	Các ước	Số ước
2	?	?
3	?	?
4	?	?
5	?	?
6	?	?
7	?	?
8	?	?
9	?	?
10	1, 2, 5, 10	4
11	1, 11	2

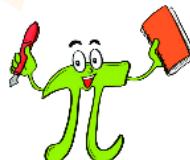
Bảng 2.1

Số 11 chỉ có hai ước, số 10 lại có bốn ước.



- Số nguyên tố** là số tự nhiên lớn hơn 1, chỉ có hai ước là 1 và chính nó.
- Hợp số** là số tự nhiên lớn hơn 1, có nhiều hơn hai ước.

Số 0 và số 1 không là số nguyên tố và không là hợp số.



Luyện tập 1

Em hãy tìm nhà thích hợp cho các số trong bảng 2.1.

Số nguyên tố

Hợp số
10,...

Ví du 1

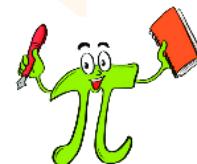
Số nào dưới đây là số nguyên tố, số nào là hợp số? Vì sao?

- a) 1975; b) 17.

Giải

- a) Số 1 975 có tận cùng là 5 nên nó chia hết cho 5. Do đó, ngoài hai ước là 1 và 1 975 nó còn có thêm ước là 5. Vậy, 1 975 là hợp số.
b) Số 17 chỉ có hai ước là 1 và 17 nên nó là số nguyên tố.

Để khẳng định một số là hợp số, ta thường sử dụng các dấu hiệu chia hết để tìm ra một ước khác 1 và chính nó.



Luyện tập 2

Trong các số cho dưới đây, số nào là số nguyên tố, số nào là hợp số? Vì sao?

- a) 1 930; b) 23.



Thử thách nhỏ

Bạn Hà đang ở ô tìm đường đến phòng chiếu phim  . Biết rằng chỉ có thể đi từ một ô sang ô chung cạnh có chứa số nguyên tố. Em hãy giúp Hà đến được phòng chiếu phim nhé.

RẠP CHIẾU PHIM					
2 000	43	135	105	111	89
104	251	29	31	41	57
73	423	23	1 945	17	62
102	13	11	81	2	71
7	19	35	1 954	51	63
1	5	2 018	53	37	1 975

Để biết một số tự nhiên nhỏ hơn 1 000 có là số nguyên tố hay không, bạn có thể tra bảng số nguyên tố ở cuối sách.



2. PHÂN TÍCH MỘT SỐ RA THÙA SỐ NGUYÊN TỐ

$$12 = \underline{2} \cdot 6$$

số nguyên tố

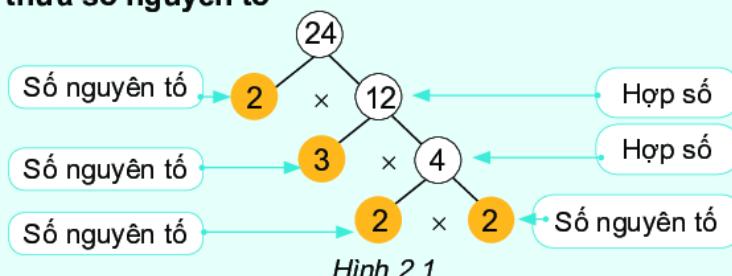
2 là *ước nguyên tố* của 12 hay
2 là một *thừa số nguyên tố*
của tích $2 \cdot 6$.





Phân tích một số tự nhiên ra thừa số nguyên tố

- Mọi hợp số đều có thể phân tích được thành tích của các thừa số nguyên tố. Ví dụ, ta phân tích số 24 như sau:



Ta nói rằng ta đã *phân tích* số 24 *ra thừa số nguyên tố*, được kết quả

$$24 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \text{ và được viết gọn là } 24 = 2^3 \cdot 3.$$

- Người ta quy ước dạng phân tích ra thừa số nguyên tố của một số nguyên tố là chính nó.
- Khi phân tích một số ra thừa số nguyên tố, trong kết quả ta thường viết các thừa số theo thứ tự từ bé đến lớn và tích các thừa số giống nhau dưới dạng luỹ thừa.



Bạn Việt phân tích số 60 ra thừa số nguyên tố và cho kết quả $60 = 3 \cdot 4 \cdot 5$. Kết quả của Việt đúng hay sai? Nếu sai, em hãy sửa lại cho đúng.



Tranh luận

Bạn nào đúng nhỉ?

Số 7 không phân tích được thành tích các thừa số nguyên tố.

Phân tích ra thừa số nguyên tố của số 7 là 7.

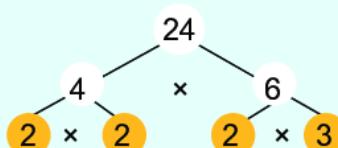


Phương pháp phân tích theo sơ đồ cây

Quá trình phân tích số 24 ra thừa số nguyên tố như trên có thể được trình bày dưới dạng một sơ đồ như hình 2.1 gọi là *sơ đồ cây*.

Số 24 còn có thể phân tích ra thừa số nguyên tố theo sơ đồ cây khác như hình 2.2.

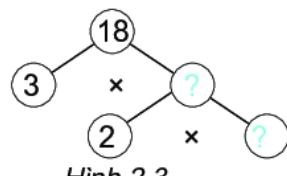
Vậy, $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$.



Hình 2.2



Tìm các số còn thiếu trong phân tích số 18 ra thừa số nguyên tố theo sơ đồ cây ở hình 2.3.



Hình 2.3



Phương pháp phân tích theo sơ đồ cột

Ta còn có thể phân tích một số ra thừa số nguyên tố theo sơ đồ cột. Ví dụ, ta phân tích số 24 thành tích các thừa số nguyên tố theo cách làm như sau:

24	2	← 2 là ước nguyên tố nhỏ nhất của 24
24 : 2 = 12 →	2	← 2 là ước nguyên tố nhỏ nhất của 12
12 : 2 = 6 →	2	← 2 là ước nguyên tố nhỏ nhất của 6
6 : 2 = 3 →	3	← 3 là ước nguyên tố nhỏ nhất của 3
	1	

Vậy, $24 = 2^3 \cdot 3$.

Sơ đồ phân tích số 24 thành tích các thừa số nguyên tố như trên được gọi là **sơ đồ cột**.

Nhận xét. Trong hai cách phân tích số 24 ra thừa số nguyên tố, nếu viết các thừa số nguyên tố theo thứ tự từ bé đến lớn và tích các thừa số nguyên tố giống nhau dưới dạng luỹ thừa thì dù phân tích bằng cách nào, ta cũng nhận được cùng một kết quả.



Tìm các số còn thiếu trong phân tích số 30 ra thừa số nguyên tố theo sơ đồ cột ở hình bên.

30	2	
	?	3
	5	?
	1	

Ví dụ 2

Phân tích số 70 ra thừa số nguyên tố theo sơ đồ cột.

Vậy, $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$.

70	2	
	35	5
	7	7
	1	

Luyện tập 3

Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố theo sơ đồ cột:

- a) 36; b) 105.

BÀI TẬP

2.17. Phân tích các số sau ra thừa số nguyên tố: 70; 115.

2.19. Các khẳng định sau đúng hay sai? Vì sao?

2.18. Kết quả phân tích các số 120; 102 ra thừa số nguyên tố của bạn Nam như sau:

a) Ước nguyên tố của 30 là 5 và 6;

$$120 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5; 102 = 2 \cdot 51.$$

b) Tích của hai số nguyên tố bất kì luôn là số lẻ;

Theo em, kết quả của Nam đúng hay sai?
Nếu sai, em hãy sửa lại cho đúng.

c) Ước nguyên tố nhỏ nhất của số chẵn là 2;

$$120 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5; 102 = 2 \cdot 51.$$

d) Mọi bội của 3 đều là hợp số;

e) Mọi số chẵn đều là hợp số.

2.20. Kiểm tra xem các số sau là số nguyên tố hay hợp số bằng cách dùng dấu hiệu chia hết hoặc tra bảng số nguyên tố:

89; 97; 125; 541; 2 013; 2 018.

2.21. Hãy phân tích A ra thừa số nguyên tố:

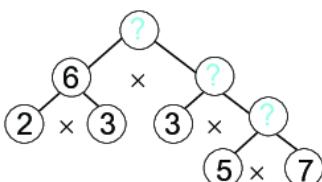
$$A = 4^4 \cdot 9^5.$$

2.22. Tìm các số còn thiếu trong các sơ đồ phân tích một số ra thừa số nguyên tố sau:

a)

210	2
	3
35	?
	7
1	

b)



2.23. Một lớp có 30 học sinh. Cô giáo muốn chia lớp thành các nhóm để thực hiện các dự án học tập nhỏ. Biết rằng, các nhóm đều có số người bằng nhau và có nhiều hơn 1 người trong mỗi nhóm. Hỏi mỗi nhóm có thể có bao nhiêu người?

2.24. Trong nghi lễ thượng cờ lúc 6 giờ sáng và hạ cờ lúc 21 giờ hằng ngày ở Quảng trường Ba Đình, đội tiêu binh có 34 người gồm 1 sĩ quan chỉ huy đứng đầu và 33 chiến sĩ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 33 chiến sĩ thành các hàng sao cho mỗi hàng có số người như nhau?



Lễ thượng cờ ở
Quảng trường Ba Đình

EM CÓ BIẾT?

Sàng Eratosthenes (đọc là O-ra-tô-xten) là một thuật toán cổ để tìm các số nguyên tố nhỏ hơn hoặc bằng một số tự nhiên N cho trước. Thuật toán này dựa theo ý tưởng của nhà toán học cổ Hi Lạp là Eratosthenes. Chẳng hạn, để tìm các số nguyên tố nhỏ hơn 50, ta làm như sau:

Bước 1. Lập bảng các số từ 1 đến 50.

Bước 2. Gạch bỏ số 1. Ta được 2 là số nguyên tố. Gạch tất cả các số lớn hơn 2 và là bội của 2.

Bước 3. Số nguyên tố tiếp theo là 3. Gạch tất cả các số lớn hơn 3 và là bội của 3.

Bước 4. Số nguyên tố tiếp theo là 5. Gạch tất cả các số lớn hơn 5 và là bội của 5.

Bước 5. Số nguyên tố tiếp theo là 7. Gạch tất cả các số lớn hơn 7 và là bội của 7.

Các số không bị gạch trong bảng chính là các số nguyên tố.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Cách làm như trên giống như việc dùng một cái sàng để loại bỏ số 1 và các hợp số. Do đó nó có tên là sàng Eratosthenes.



Eratosthenes
sinh năm 276 trước
Công nguyên

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Đội văn nghệ có 36 bạn, được xếp thành các hàng có số người bằng nhau. Hỏi có thể có những cách xếp hàng nào, biết mỗi hàng có từ 3 đến 12 bạn?

Giải. Do xếp 36 bạn thành các hàng đều nhau nên số bạn trong mỗi hàng phải là ước của 36.

Ta có $U(36) = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$.

Vì mỗi hàng có từ 3 đến 12 bạn nên số bạn trong mỗi hàng chỉ có thể là: 3, 4, 6, 9, 12.

Do đó, ta có 5 cách xếp thoả mãn yêu cầu đề bài, cụ thể:

Số bạn ở mỗi hàng	3	4	6	9	12
Số hàng	12	9	6	4	3

Ví dụ 2

Sử dụng dấu hiệu chia hết, hãy cho biết số 1 872 có chia hết cho 2, 3, 5, 9, 10 không.

Giải

1 872 có chữ số tận cùng là số chẵn nên $1 872 \div 2$.

1 872 có tổng các chữ số là $1 + 8 + 7 + 2 = 18$ chia hết cho 3, nên $1 872 \div 3$.

Chữ số tận cùng của 1 872 khác 0 và 5 nên $1 872 \not\div 5$.

1 872 có tổng các chữ số là $1 + 8 + 7 + 2 = 18$ chia hết cho 9, nên $1 872 \div 9$.

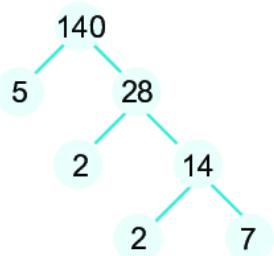
Chữ số tận cùng của 1 872 khác 0 nên $1 872 \not\div 10$.

Ví dụ 3

Phân tích số 140 thành tích các thừa số nguyên tố theo sơ đồ cây và sơ đồ cột.

Giải

Sơ đồ cây

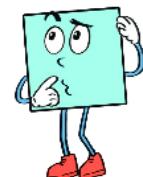


$$\text{Vậy } 140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7.$$

Sơ đồ cột

140		2
70		2
35		5
7		7
1		

$$\text{Vậy } 140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7.$$



BÀI TẬP

2.25. Từ các chữ số 5, 0, 1, 3, viết các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau thoả mãn:

- a) Các số đó chia hết cho 5;
- b) Các số đó chia hết cho 3.

2.26. Hãy phân tích các số A , B ra thừa số nguyên tố

$$A = 4^2 \cdot 6^3;$$

$$B = 9^2 \cdot 15^2.$$

2.27. Tìm các số tự nhiên x không vượt quá 22 sao cho:

- a) $100 - x$ chia hết cho 4;
- b) $18 + 90 + x$ chia hết cho 9.

2.28. Lớp 6B có 40 học sinh. Để thực hiện dự án học tập nhỏ, cô giáo muốn chia lớp

thành các nhóm có số người như nhau, mỗi nhóm nhiều hơn 3 người. Hỏi mỗi nhóm có thể có bao nhiêu người?

2.29. Hai số nguyên tố được gọi là sinh đôi nếu chúng hơn kém nhau 2 đơn vị, ví dụ 71 và 73 là hai số nguyên tố sinh đôi. Em hãy liệt kê hết các cặp các số nguyên tố sinh đôi nhỏ hơn 40.

EM CÓ BIẾT?

Cho đến nay, người ta vẫn chưa khẳng định được có hữu hạn hay vô hạn cặp số nguyên tố sinh đôi.

KẾT NỐI TRÍ THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

BÀI
11

ƯỚC CHUNG. ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Ước chung
Ước chung lớn nhất
Hai số nguyên tố cùng nhau
Phân số tối giản

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

- Xác định ước chung, ước chung lớn nhất của hai hoặc ba số tự nhiên đã cho.
- Nhận biết phân số tối giản.

Một bác thợ mộc muốn làm kệ để đồ từ hai tấm gỗ dài 18 dm và 30 dm. Bác muốn cắt hai tấm gỗ này thành các thanh gỗ có cùng độ dài mà không để thừa mẩu gỗ nào. Em hãy giúp bác thợ mộc tìm độ dài lớn nhất có thể của mỗi thanh gỗ được cắt.



1. ƯỚC CHUNG VÀ ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT



Ước chung và ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số

HĐ1 Tìm các tập hợp $U(24)$ và $U(28)$.

HĐ2 Gọi $UC(24, 28)$ là tập hợp các số vừa là ước của 24, vừa là ước của 28. Hãy viết tập hợp $UC(24, 28)$.

HĐ3 Tìm số lớn nhất trong tập $UC(24, 28)$.

Ước chung của hai hay nhiều số là ước của tất cả các số đó.

Ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số là số lớn nhất trong tập hợp các ước chung của các số đó.

$UC(a, b)$ là một
tập hợp;

$UCLN(a, b)$ là một số.

Ta kí hiệu: $UC(a, b)$ là tập hợp các ước chung của a và b ;

$UCLN(a, b)$ là ước chung lớn nhất của a và b .

Chú ý. Ta chỉ xét ước chung của các số khác 0.



Ví dụ 1

Ta có $U(18) = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$,

$U(30) = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$.

Các số **1, 2, 3, 6** đều là ước của hai số 18 và 30 nên

$$UC(18, 30) = \{1; 2; 3; 6\}.$$

Vì 6 là số lớn nhất trong các ước chung nên $UCLN(18, 30) = 6$.

$x \in UC(a, b, c)$
nếu $a : x, b : x$ và $c : x$.



Ví dụ 2

Trở lại bài toán mở đầu, độ dài lớn nhất (đơn vị dm) của mỗi thanh gỗ được cắt chính là ước chung lớn nhất của 18 và 30. Vậy, bác thợ mộc nên cắt các tấm gỗ thành các thanh gỗ dài 6 dm.



Tìm UCLN trong trường hợp đặc biệt

Các em hãy tìm UCLN(6, 18).



Em có cách
khác ngắn hơn

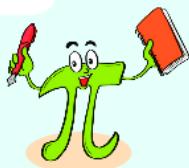


Vì $18 : 6$ nên ta có
 $UCLN(6, 18) = 6$.

Ta có $U(6) = \{1; 2; 3; 6\}$,
 $U(18) = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$
nên $UC(6, 18) = \{1; 2; 3; 6\}$,
do đó $UCLN(6, 18) = 6$.



Em sẽ chọn cách làm
của bạn nào?



Nhận xét

- Trong các số đã cho, nếu số nhỏ nhất là ước của các số còn lại thì UCLN của các số đã cho chính là số nhỏ nhất ấy.
Nếu $a : b$ thì $UCLN(a, b) = b$.
- Số 1 chỉ có một ước là 1. Do đó với mọi số tự nhiên a và b , ta có
 $UCLN(a, 1) = 1$; $UCLN(a, b, 1) = 1$.



Tìm UCLN(90, 10).

Luyện tập 1

Bố có 12 quả bóng màu xanh và 15 quả bóng màu đỏ. Bố muốn chia số bóng cho ba anh em Việt, Hà và Nam đều nhau gồm cả bóng màu xanh và bóng màu đỏ. Hỏi bố có thực hiện được điều đó hay không?

Vận dụng 1

Tuần này lớp 6A và 6B gồm 40 học sinh nữ và 36 học sinh nam được phân công đi thu gom rác làm sạch bờ biển ở địa phương. Nếu chia nhóm sao cho số học sinh nam và nữ trong các nhóm bằng nhau thì:

- Có thể chia được thành bao nhiêu nhóm học sinh?
- Có thể chia nhiều nhất bao nhiêu nhóm học sinh?

2. CÁCH TÌM ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT

$UCLN(a, b)$ là ước của a và b nên các thừa số nguyên tố của $UCLN(a, b)$ là thừa số nguyên tố chung của a và b . Vì vậy, để tìm $UCLN(a, b)$ ta cần phân tích a và b ra thừa số nguyên tố.



Tìm ước chung lớn nhất bằng cách phân tích các số ra thừa số nguyên tố

Để tìm $UCLN(24, 60)$, ta làm như sau:

- Phân tích các số 24 và 60 ra thừa số nguyên tố, ta được:

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3;$$

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5.$$

- Ta thấy 2 và 3 là các thừa số nguyên tố chung của 24 và 60.

- Trong các phân tích ra thừa số nguyên tố của 24 và 60, số mũ nhỏ nhất của thừa số chung 2 là 2, số mũ nhỏ nhất của thừa số chung 3 là 1 nên $UCLN(24, 60) = 2^2 \cdot 3 = 12$.

Các bước tìm UCLN của hai hay nhiều số lớn hơn 1:

- ❶ Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố;
- ❷ Chọn ra các **thừa số nguyên tố chung**;
- ❸ Lập tích các thừa số đã chọn, mỗi thừa số lấy với **số mũ nhỏ nhất**. Tích đó là UCLN phải tìm.

 Tìm UCLN(45, 150), biết $45 = 3^2 \cdot 5$ và $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$.

Ví dụ 3

Tìm UCLN(56, 140, 168) bằng cách phân tích ra thừa số nguyên tố.

Giải. Phân tích các số 56, 140 và 168 ra thừa số nguyên tố ta được:

$$56 = 2^3 \cdot 7; \quad 140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7; \quad 168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7.$$

Ta thấy 2 và 7 là các thừa số nguyên tố chung của 56, 140 và 168. Số mũ nhỏ nhất của 2 là 2 và số mũ nhỏ nhất của 7 là 1 nên

$$\text{UCLN}(56, 140, 168) = 2^2 \cdot 7 = 28.$$

Luyện tập 2

Tìm UCLN(36, 84).

Vận dụng 2

Một đại đội bộ binh có ba trung đội: trung đội I có 24 chiến sĩ, trung đội II có 28 chiến sĩ, trung đội III có 36 chiến sĩ. Trong cuộc diễu binh, cả ba trung đội phải xếp thành các hàng dọc đều nhau mà không có chiến sĩ nào trong mỗi trung đội bị lẻ hàng. Hỏi có thể xếp được nhiều nhất bao nhiêu hàng dọc?



Tìm ước chung từ ước chung lớn nhất

Ta đã biết $\text{U}C(24, 28) = \{1; 2; 4\}$ và $\text{UCLN}(24, 28) = 4$.

Ta thấy 1, 2, 4 là tất cả ước của 4.

Để tìm ước chung của các số, ta có thể làm như sau:

- ❶ Tìm UCLN của các số đó.
- ❷ Tìm các ước của UCLN đó.

 Biết $\text{UCLN}(75, 105) = 15$, hãy tìm $\text{U}C(75, 105)$.

Ví dụ 4

Tìm $\text{U}C(75, 105, 120)$.

Giải. Phân tích các số 75, 105 và 120 ra thừa số nguyên tố:

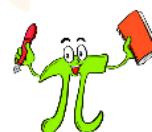
$$75 = 3 \cdot 5^2; \quad 105 = 3 \cdot 5 \cdot 7; \quad 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5.$$

Ta chọn ra các thừa số nguyên tố chung, đó là 3 và 5.

Số mũ nhỏ nhất của 3 là 1, số mũ nhỏ nhất của 5 là 1. Khi đó $\text{UCLN}(75, 105, 120) = 3 \cdot 5 = 15$. Các ước của 15 là 1, 3, 5, 15.

Vậy $\text{U}C(75, 105, 120) = \{1; 3; 5; 15\}$.

Khi tìm ước chung của các số, người ta thường dựa vào UCLN của chúng.





Thử thách nhỏ

Vào ngày thứ Bảy, cô Lan tổ chức cho học sinh đi tham quan Bảo tàng Dân tộc học. Các học sinh đóng tiền mua vé, mỗi em một vé. Số tiền cô Lan thu được từng ngày được ghi lại ở bảng bên.

a) Hỏi số tiền để mua một vé (giá vé được tính theo đơn vị nghìn đồng) có thể là bao nhiêu, biết giá vé lớn hơn 2 000 đồng?

b) Có bao nhiêu học sinh tham gia chuyến đi, biết số học sinh trong lớp trong khoảng từ 20 đến 40 người?

Ngày	Số tiền đóng (đồng)
Thứ Hai	56 000
Thứ Ba	28 000
Thứ Tư	42 000
Thứ Năm	98 000

3. PHÂN SỐ TỐI GIẢN



Rút gọn về phân số tối giản

- Ta **rút gọn phân số** bằng cách chia cả tử và mẫu của phân số đó cho một ước chung khác 1 (nếu có).
- Phân số $\frac{a}{b}$ được gọi là **phân số tối giản** nếu a và b không có ước chung nào khác 1, nghĩa là $\text{UCLN}(a, b) = 1$.

Chẳng hạn, rút gọn phân số $\frac{18}{30}$ bằng cách chia cả tử và mẫu cho 3, ta được $\frac{6}{10}$.

Ta thấy $\frac{6}{10}$ chưa là phân số tối giản, ta rút gọn tiếp bằng cách chia cả tử và mẫu cho 2. Khi đó ta được phân số tối giản $\frac{3}{5}$.

- Để đưa một phân số chưa tối giản $\frac{a}{b}$ về phân số tối giản, ta chia cả tử và mẫu cho $\text{UCLN}(a, b)$.

Chẳng hạn, phân số $\frac{18}{30}$ chưa là phân số tối giản và $\text{UCLN}(18, 30) = 6$ nên

$$\frac{18}{30} = \frac{18 : 6}{30 : 6} = \frac{3}{5}. \text{ Ta có } \frac{3}{5} \text{ là phân số tối giản.}$$



Phân số $\frac{16}{10}$ đã là phân số tối giản chưa? Nếu chưa, hãy rút gọn về phân số tối giản.

Ví dụ 5

Các phân số sau đã là phân số tối giản chưa? Nếu chưa, hãy rút gọn về phân số tối giản:

a) $\frac{8}{5}$; b) $\frac{36}{54}$.

Giải

a) Ta có $\text{UCLN}(8, 5) = 1$, nên $\frac{8}{5}$ là phân số tối giản.

Nếu $\text{UCLN}(a, b) = 1$ thì hai số a, b được gọi là **hai số nguyên tố cùng nhau**.

b) $\text{UCLN}(36, 54) = 18$, nên $\frac{36}{54}$ không là phân số tối giản.

Ta có $\frac{36}{54} = \frac{36 : 18}{54 : 18} = \frac{2}{3}$. Ta được $\frac{2}{3}$ là phân số tối giản.



Luyện tập 3

Rút gọn về phân số tối giản: a) $\frac{90}{27}$; b) $\frac{50}{125}$.

BÀI TẬP

2.30. Tìm tập hợp ước chung của:

- a) 30 và 45; b) 42 và 70.

2.31. Tìm UCLN của hai số:

- a) 40 và 70; b) 55 và 77.

2.32. Tìm UCLN của:

- a) $2^2 \cdot 5$ và $2 \cdot 3 \cdot 5$;
b) $2^4 \cdot 3$; $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ và $2^4 \cdot 11$.

2.33. Cho hai số $a = 72$ và $b = 96$.

- a) Phân tích a và b ra thừa số nguyên tố;
b) Tìm UCLN(a, b), rồi tìm UC(a, b).

2.34. Các phân số sau đã là phân số tối giản chưa? Nếu chưa, hãy rút gọn về phân số tối giản:

a) $\frac{50}{85}$; b) $\frac{23}{81}$.

2.35. Hãy cho hai ví dụ về hai số có UCLN bằng 1 mà cả hai đều là hợp số.

EM CÓ BIẾT?

Tìm ước chung lớn nhất bằng nhận xét sau:

Nếu a, b là hai số tự nhiên với $a \geq b$ và $a = bq + r$, r là số dư của phép chia a cho b thì $UCLN(a, b) = UCLN(b, r)$.

THUẬT TOÁN EUCLID (O-CLÍT)

Bước 1. Thực hiện phép chia a cho b :

$a = bq + r$ với $r < b$ là số dư của phép chia này.

Nếu $r = 0$ thì $a : b$, do đó $UCLN(a, b) = b$.

Nếu $r \neq 0$ thì $UCLN(a, b) = UCLN(b, r)$.

Sau Bước 1, chúng ta đã chuyển việc tìm UCLN của hai số a và b về việc tìm UCLN của hai số nhỏ hơn là b và r .

Bước 2. Thực hiện các phép toán như Bước 1, tức là thực hiện phép chia b cho r :

$b = rs + t$ với $t < r$.

Nếu $t = 0$ thì $b : r$, do đó $UCLN(b, r) = r$.

Nếu $t \neq 0$ thì $UCLN(b, r) = UCLN(r, t)$.

Quá trình này tiếp tục đến khi phép chia không còn dư. Khi đó UCLN chính là số chia của phép chia không còn dư đó.

Ví dụ, để tìm $UCLN(4\ 836, 234)$ người ta thực hiện các phép chia 4 836 cho 234 (dư 156); Thực hiện phép chia 234 cho 156, (dư 78). Vì 156 chia hết cho 78, suy ra $UCLN(4\ 836, 234) = 78$.

Thuật toán Euclid là thuật toán thông dụng được dùng để tìm UCLN. Thuật toán này được viết bởi Euclid - nhà toán học người Hy Lạp, sinh vào khoảng năm 325 trước Công nguyên.



BÀI
12

BỘI CHUNG. BỘI CHUNG NHỎ NHẤT

KHÁI NIỆM, THUẬT NGỮ

Bội chung
Bội chung nhỏ nhất

KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

- Tìm bội chung, bội chung nhỏ nhất của hai hoặc ba số tự nhiên.
- Sử dụng bội chung nhỏ nhất để quy đồng mẫu các phân số và cộng, trừ phân số.

Mai cần mua đĩa giấy, cốc giấy để chuẩn bị cho một bữa tiệc sinh nhật. Đĩa và cốc được đóng thành từng gói với số lượng mỗi loại khác nhau: gói 4 cái đĩa và gói 6 cái cốc. Cửa hàng chỉ bán từng gói mà không bán lẻ. Mai muốn mua số đĩa và số cốc bằng nhau thì phải mua ít nhất bao nhiêu gói mỗi loại?



1. BỘI CHUNG VÀ BỘI CHUNG NHỎ NHẤT



Bội chung và bội chung nhỏ nhất của hai hay nhiều số

HĐ1 Tìm các tập hợp $B(6)$, $B(9)$.

HĐ2 Gọi $BC(6, 9)$ là tập hợp các số vừa là bội của 6, vừa là bội của 9. Hãy viết tập $BC(6, 9)$.

HĐ3 Tìm số nhỏ nhất khác 0 trong tập $BC(6, 9)$.

Bội chung của hai hay nhiều số là bội của tất cả các số đó.

Bội chung nhỏ nhất của hai hay nhiều số là số nhỏ nhất khác 0 trong tập hợp các bội chung của các số đó.

Ta kí hiệu: $BC(a, b)$ là tập hợp các bội chung của a và b ;

$BCNN(a, b)$ là bội chung nhỏ nhất của a và b .

Chú ý. Ta chỉ xét bội chung của các số khác 0.

Ví dụ 1

Tìm bội chung và bội chung nhỏ nhất của 4 và 6.

Giải

Ta có:

$$B(4) = \{0; 4; 8; 12; 16; 20; 24; 28; \dots\};$$

$$B(6) = \{0; 12; 18; 24; 30; \dots\}.$$

Các số 0; 12; 24; ... vừa là bội của 4, vừa là bội của 6 nên

$$BC(4, 6) = \{0; 12; 24; \dots\}.$$

Số nhỏ nhất khác 0 trong tập hợp các bội chung của 4 và 6 là 12 nên

$$BCNN(4, 6) = 12.$$

- $x \in BC(a, b)$ nếu $x \mid a, x \mid b$.
- $x \in BC(a, b, c)$ nếu $x \mid a, x \mid b, x \mid c$.



Ví dụ 2

Trở lại tình huống mở đầu của bài, để mua cùng số lượng n cái mỗi loại thì $n \in BC(4, 6)$. Để mua ít nhất thì $n = BCNN(4, 6) = 12$.

Vậy bạn Mai có thể mua ít nhất 12 cái mỗi loại hay mua 3 gói đĩa và 2 gói cốc.



Tìm bội chung nhỏ nhất trong trường hợp đặc biệt

Các em hãy tìm BCNN(7, 21)?



Em có cách
khác ngắn hơn

Ta có

$$B(7) = \{0; 7; 14; 21; 28; 35; 42; 49; \dots\}$$

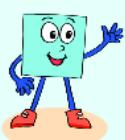
$$B(21) = \{0; 21; 42; 63; \dots\}$$

$$\text{nên } BC(7, 21) = \{0; 21; 42; \dots\}$$

do đó $\text{BCNN}(7, 21) = 21$.



Tròn và Vuông đều làm rất tốt!



Vì 21:7 nê

$$\text{BCNN}(7, 21) = 21.$$



Nhân xét

- Trong các số đã cho, nếu số lớn nhất là bội của các số còn lại thì BCNN của các số đã cho chính là số lớn nhất đó.
Nếu $a : b$ thì $\text{BCNN}(a, b) = a$.
 - Mọi số tự nhiên đều là bội của 1. Do đó với mọi số tự nhiên a và b (khác 0), ta có:
 $\text{BCNN}(a, 1) = a$; $\text{BCNN}(a, b, 1) = \text{BCNN}(a, b)$.



Tim BCNN(36, 9).

Luyện tập 1

Tìm bội chung nhỏ nhất của:

- a) 6 và 8; b) 8, 9, 72.

Vân dung

Có hai chiếc máy A và B. Lịch bảo dưỡng định kì đối với máy A là 6 tháng và đối với máy B là 9 tháng. Hai máy vừa cùng được bảo dưỡng vào tháng 5. Hỏi sau bao lâu thì hai máy lại được bảo dưỡng trong cùng một tháng?

2. CÁCH TÌM BỘI CHUNG NHỎ NHẤT

Ta có BCNN(4, 6) = 12 = $2^2 \cdot 3$, trong đó 2 và 3 là các ước nguyên tố chung và riêng của 4 và 6. Vậy có sự liên hệ gì giữa BCNN của các số và các ước nguyên tố chung và riêng của chúng? Chúng ta cùng tìm hiểu nhé.

Ta phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố để tìm các ước nguyên tố chung và riêng của các số đó.





Tìm bội chung nhỏ nhất bằng cách phân tích các số ra thừa số nguyên tố

Để tìm BCNN(75, 90) ta làm như sau:

- ① Phân tích các số 75 và 90 ra thừa số nguyên tố, ta được:

$$75 = 3 \cdot 5 \cdot 5 = 3 \cdot 5^2,$$

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5.$$

- ② Ta thấy các **thừa số chung** là 3 và 5; **thừa số riêng** là 2.

- ③ Số mũ lớn nhất của 3 là 2, số mũ lớn nhất của 5 là 2, số mũ lớn nhất của 2 là 1.

Khi đó $\text{BCNN}(75, 90) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 450$.

Các bước tìm BCNN của hai hay nhiều số lớn hơn 1:

- ① Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố;
- ② Chọn ra các thừa số nguyên tố **chung** và **riêng**;
- ③ Lập tích các thừa số đã chọn, **mỗi thừa số lấy với số mũ lớn nhất**. Tích đó là BCNN cần tìm.



Tìm bội chung nhỏ nhất của 9 và 15, biết: $9 = 3^2$ và $15 = 3 \cdot 5$.

Ví dụ 3

Tìm BCNN(18, 24, 40) bằng cách phân tích ra thừa số nguyên tố.

Giải

Phân tích các số 18, 24, 40 ra thừa số nguyên tố, ta được:

$$18 = 2 \cdot 3^2; \quad 24 = 2^3 \cdot 3; \quad 40 = 2^3 \cdot 5.$$

Thừa số nguyên tố chung là 2 và riêng là 3 và 5.

Khi đó $\text{BCNN}(18, 24, 40) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$.

Ta thấy 18, 24, 40 có thừa số chung là 2 và các thừa số riêng là 3 và 5.



Tìm bội chung từ bội chung nhỏ nhất

Ta đã biết $\text{BC}(4, 6) = \{0; 12; 24; \dots\}$, $\text{BCNN}(4, 6) = 12$ và nhận thấy các số là bội chung của 4 và 6 đều là bội của 12.

Để tìm bội chung của các số đã cho ta có thể làm như sau:

- ① Tìm BCNN của các số.
- ② Tìm các bội của BCNN đó.



Biết bội chung nhỏ nhất của 8 và 6 là 24. Tìm các bội chung nhỏ hơn 100 của 8 và 6.

Ví dụ 4

Ta có $\text{BCNN}(18, 24, 40) = 360$.

Từ đó, ta suy ra $\text{BC}(18, 24, 40) = \{0; 360; 720; 1080; \dots\}$ nên bội chung nhỏ hơn 900 của 18, 24 và 40 là 0, 360, 720.

Luyện tập 2

Tìm bội chung nhỏ nhất của 15 và 54. Từ đó, hãy tìm các bội chung nhỏ hơn 1 000 của 15 và 54.



Thử thách nhỏ

Lịch xuất bến của một số xe buýt tại bến xe Mỹ Đình (Hà Nội) được ghi ở bảng bên. Giả sử các xe buýt xuất bến cùng lúc vào 10 giờ 35 phút. Hỏi vào các thời điểm nào trong ngày (từ 10 giờ 35 phút đến 22 giờ) các xe buýt này lại xuất bến cùng một lúc?

Bến xe Mỹ Đình	
Số xe	Thời gian
Xe 16	15 phút/chuyến
Xe 34	9 phút/chuyến
Xe 30	10 phút/chuyến

3. QUY ĐỒNG MẪU CÁC PHÂN SỐ



Tìm mẫu chung của hai phân số

Để quy đồng mẫu hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$, ta phải tìm mẫu chung của hai phân số đó.

Thông thường ta nên chọn mẫu chung là bội chung nhỏ nhất của hai mẫu.

Chẳng hạn, để quy đồng mẫu hai phân số $\frac{5}{8}$ và $\frac{7}{12}$, ta làm như sau:

Ta có $\text{BCNN}(8, 12) = 24$, nên $\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{15}{24}$ và $\frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{14}{24}$.



Quy đồng mẫu hai phân số: $\frac{7}{9}$ và $\frac{4}{15}$.

Ví dụ 5

Quy đồng mẫu các phân số sau: $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{9}$ và $\frac{1}{6}$.

Giải

Ta có $6 = 2 \cdot 3$; $8 = 2^3$; $9 = 3^2$ nên $\text{BCNN}(6, 8, 9) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$.

Ta có thể lấy mẫu chung của ba phân số trên là 72. Do đó

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 9}{8 \cdot 9} = \frac{27}{72}; \quad \frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 8}{9 \cdot 8} = \frac{40}{72}; \quad \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 12}{6 \cdot 12} = \frac{12}{72}.$$

Ví dụ 6

Thực hiện phép tính: a) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$; b) $\frac{11}{12} - \frac{3}{8}$.

Giải

a) Ta có $\text{BCNN}(4, 6) = 12$ nên ta có thể lấy mẫu chung của hai phân số là 12 và:

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}, \quad \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{2}{12}.$$

Có thể chọn một bội chung bất kì của các mẫu làm mẫu chung. Tuy nhiên, người ta thường lấy bội chung nhỏ nhất làm mẫu chung.



Vậy $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$.

b) Ta có BCNN(8, 12) = 24 nên: $\frac{11}{12} - \frac{3}{8} = \frac{11 \cdot 2}{12 \cdot 2} - \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{22}{24} - \frac{9}{24} = \frac{13}{24}$.

Luyện tập 3

① Quy đồng mẫu các phân số sau: a) $\frac{5}{12}$ và $\frac{7}{15}$; b) $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{9}$ và $\frac{7}{12}$.

② Thực hiện các phép tính sau: a) $\frac{3}{8} + \frac{5}{24}$; b) $\frac{7}{16} - \frac{5}{12}$.

BÀI TẬP

2.36. Tìm bội chung nhỏ hơn 200 của

- a) 5 và 7;
- b) 3, 4 và 10.

2.37. Tìm BCNN của:

- a) $2 \cdot 3^3$ và $3 \cdot 5$;
- b) $2 \cdot 5 \cdot 7^2$ và $3 \cdot 5^2 \cdot 7$.

2.38. Tìm BCNN của các số sau:

- a) 30 và 45; b) 18, 27 và 45.

2.39. Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất khác 0, biết rằng $a : 28$ và $a : 32$.

2.40. Học sinh lớp 6A khi xếp thành 3 hàng, 4 hàng hay 9 hàng đều vừa đủ. Biết số học sinh của lớp từ 30 đến 40. Tính số học sinh lớp 6A.

2.41. Hai đội công nhân trồng được một số cây như nhau. Mỗi công nhân đội I đã trồng 8 cây, mỗi công nhân đội II đã trồng 11 cây. Tính số cây mỗi đội đã trồng, biết rằng số cây đó trong khoảng từ 100 đến 200 cây.

2.42. Cứ 2 ngày, Hà đi dạo cùng bạn cún yêu quý của mình. Cứ 7 ngày, Hà lại tắm cho cún. Hôm nay, cún vừa được đi dạo, vừa được tắm. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày nữa thì cún vừa được đi dạo vừa được tắm?

2.43. Quy đồng mẫu các phân số sau:

a) $\frac{9}{12}$ và $\frac{7}{15}$; b) $\frac{7}{10}$, $\frac{3}{4}$ và $\frac{9}{14}$.

2.44. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{7}{11} + \frac{5}{7}$; b) $\frac{7}{20} - \frac{2}{15}$.

EM CÓ BIẾT?

LỊCH CAN CHI

Nhiều nước phương Đông trong đó có Việt Nam, gọi tên năm âm lịch bằng cách ghép 10 can theo thứ tự (Giáp, Ất, Bính, Đinh, Mậu, Kǐ, Canh, Tân, Nhâm, Quý) với 12 chi (Tí, Sửu, Dần, Mão, Thìn, Tị, Ngọ, Mùi, Thân, Dậu, Tuất, Hợi). Đầu tiên Giáp được ghép với Tí thành năm Giáp Tí. Cứ 10 năm Giáp lại được lặp lại; cứ 12 năm Tí lại được lặp lại:

Giáp	Ất	Bính	Đinh	Mậu	Kǐ	Canh	Tân	Nhâm	Quý	Giáp	Ất	Bính	Đinh	...
Tí	Sửu	Dần	Mão	Thìn	Tị	Ngọ	Mùi	Thân	Dậu	Tuất	Hợi	Tí	Sửu	...

Như vậy, cứ sau 60 năm (60 là BCNN của 10 và 12), năm Giáp Tí lại được lặp lại. Tên của các năm âm lịch khác cũng được lặp lại sau 60 năm.

LUYỆN TẬP CHUNG

Ví dụ 1

Tìm ước chung lớn nhất của 60 và 90.

Giải

Phân tích 60 và 90 ra thừa số nguyên tố, ta có:

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5,$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5.$$

Do đó $\text{ƯCLN}(60, 90) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$.

Ví dụ 2

Tìm số tự nhiên a lớn nhất sao cho $18 : a$, $45 : a$ và $135 : a$.

Giải

Số tự nhiên a lớn nhất cần tìm chính là $\text{ƯCLN}(18, 45, 135)$.

Phân tích ra thừa số nguyên tố, ta có:

$$18 = 2 \cdot 3^2,$$

$$45 = 3^2 \cdot 5,$$

$$135 = 3^3 \cdot 5.$$

Do đó $\text{ƯCLN}(18, 45, 135) = 3^2 = 9$.

Vậy $a = 9$.

Ví dụ 3

Có ba loại đèn trang trí, chúng phát sáng cùng lúc vào 6 giờ sáng. Đèn thứ nhất cứ 6 giây phát sáng một lần, đèn thứ hai cứ 8 giây phát sáng một lần và đèn thứ ba cứ 10 giây phát sáng một lần. Hỏi khi nào thì ba đèn cùng phát sáng lần tiếp theo?

Giải

Gọi thời gian để sau đó ba đèn cùng phát sáng lần tiếp theo là x (giây).

Khi đó $x = \text{BCNN}(6, 8, 10)$.

Phân tích ra thừa số nguyên tố, ta có: $6 = 2 \cdot 3$; $8 = 2^3$ và $10 = 2 \cdot 5$ nên $\text{BCNN}(6, 8, 10) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$.

Ta có $x = 120$ giây.

Do đó sau 120 giây = 2 phút, tức là vào lúc 6 giờ 2 phút thì ba đèn lại cùng phát sáng lần tiếp theo.



BÀI TẬP

2.45. Cho bảng sau:

a	9	34	120	15	2987
b	12	51	70	28	1
$\text{ƯCLN}(a, b)$	3	?	?	?	?
$\text{BCNN}(a, b)$	36	?	?	?	?
$\text{ƯCLN}(a, b) \cdot \text{BCNN}(a, b)$	108	?	?	?	?
$a \cdot b$	108	?	?	?	?

- a) Tìm các số thích hợp thay vào ô trống của bảng;
 b) So sánh tích $\text{ƯCLN}(a, b) \cdot \text{BCNN}(a, b)$ và $a \cdot b$.

Em rút ra kết luận gì?

2.46. Tìm ƯCLN và BCNN của:

- a) $3 \cdot 5^2$ và $5^2 \cdot 7$;
 b) $2^2 \cdot 3 \cdot 5$; $3^2 \cdot 7$ và $3 \cdot 5 \cdot 11$.

2.47. Các phân số sau đã tối giản chưa? Nếu chưa, hãy rút gọn về phân số tối giản.

a) $\frac{15}{17}$; b) $\frac{70}{105}$.

2.48. Hai vận động viên chạy xung quanh một sân vận động. Hai vận động viên xuất phát tại cùng một thời điểm, cùng vị trí và chạy cùng chiều. Vận động viên thứ nhất chạy một vòng sân hết 360 giây, vận động viên thứ hai chạy một vòng sân mất 420 giây. Hỏi sau bao nhiêu phút họ gặp lại nhau, biết tốc độ di chuyển của họ không đổi?

2.49. Quy đồng mẫu các phân số sau:

a) $\frac{4}{9}$ và $\frac{7}{15}$; b) $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{15}$ và $\frac{4}{27}$.

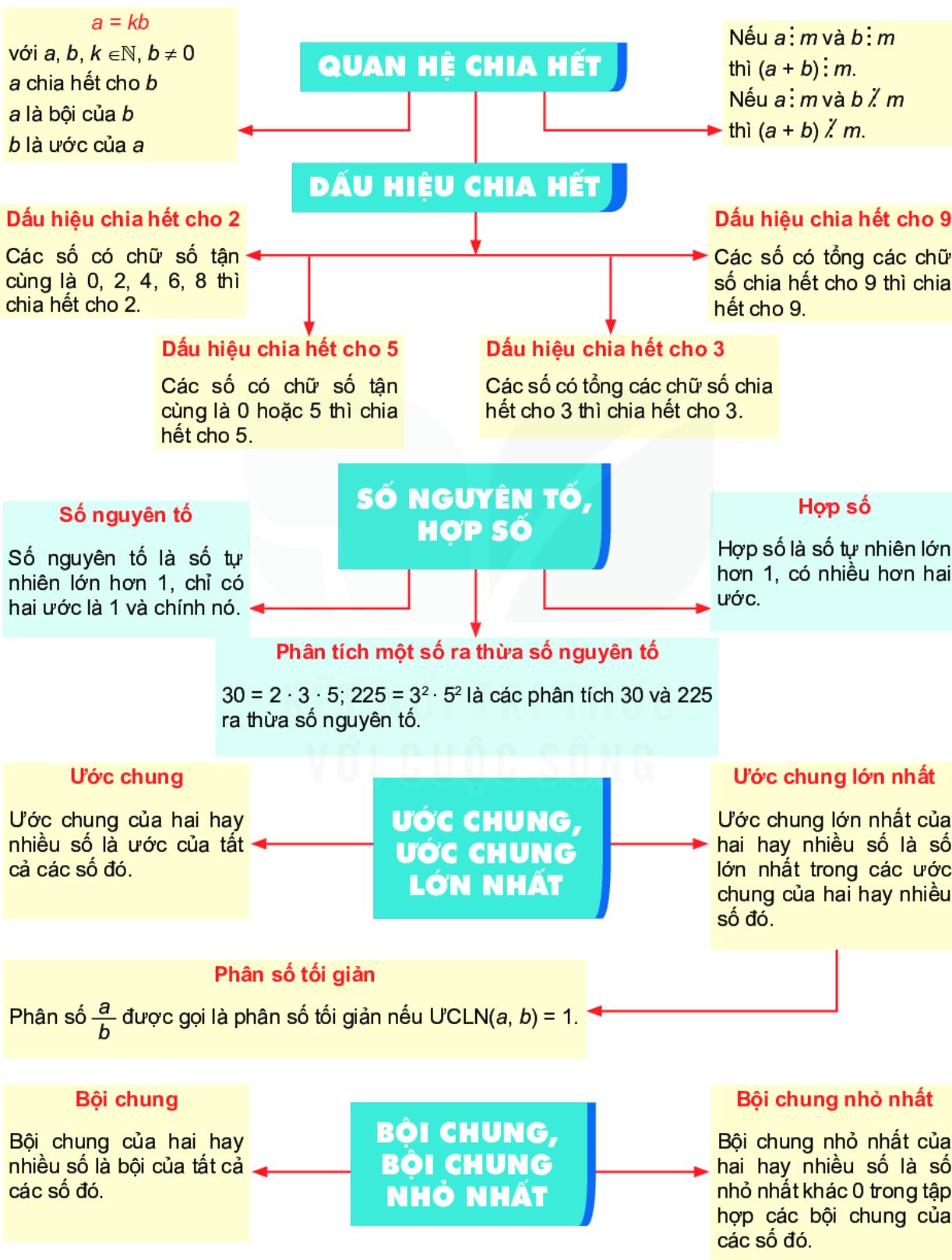
2.50. Từ ba tấm gỗ có độ dài là 56 dm, 48 dm và 40 dm, bác thợ mộc muốn cắt thành các thanh gỗ có độ dài như nhau mà không để thừa mẩu gỗ nào. Hỏi bác cắt như thế nào để được các thanh gỗ có độ dài lớn nhất có thể?

2.51. Học sinh lớp 6A khi xếp thành hàng 2, hàng 3, hàng 7 đều vừa đủ hàng. Hỏi số học sinh lớp 6A là bao nhiêu biết rằng số học sinh nhỏ hơn 45.

2.52. Hai số có BCNN là $2^3 \cdot 3 \cdot 5^3$ và ƯCLN là $2^2 \cdot 5$. Biết một trong hai số bằng $2^2 \cdot 3 \cdot 5$, tìm số còn lại.

CHƯƠNG II

CHÚNG TA ĐÃ HỌC NHỮNG GÌ?



BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG II

2.53. Tìm $x \in \{50; 108; 189; 1\ 234; 2\ 019; 2\ 020\}$ sao cho:

- a) $x - 12$ chia hết cho 2;
- b) $x - 27$ chia hết cho 3;
- c) $x + 20$ chia hết cho 5;
- d) $x + 36$ chia hết cho 9.

2.54. Thực hiện phép tính sau rồi phân tích kết quả ra thừa số nguyên tố:

- a) $14^2 + 5^2 + 2^2$;
- b) $400 : 5 + 40$.

2.55. Tìm UCLN và BCNN của:

- a) 21 và 98;
- b) 36 và 54.

2.56. Các phân số sau đã là phân số tối giản chưa? Nếu chưa, hãy rút gọn về phân số tối giản.

a) $\frac{27}{123}$; b) $\frac{33}{77}$.

2.57. Thực hiện phép tính:

a) $\frac{5}{12} + \frac{3}{16}$; b) $\frac{4}{15} - \frac{2}{9}$.

2.58. Có 12 quả cam, 18 quả xoài và 30 quả bơ. Mẹ muốn Mai chia đều mỗi loại quả đó vào các túi quà sao cho mỗi túi đều có cả cam, xoài và bơ. Hỏi Mai có thể chia được nhiều nhất là mấy túi quả?

2.59. Bác Nam định kì 3 tháng một lần thay dầu, 6 tháng một lần xoay lốp xe ô tô của mình. Hỏi nếu bác ấy làm hai việc đó cùng lúc vào tháng 4 năm nay, thì lần gần nhất tiếp theo bác ấy sẽ cùng làm hai việc đó vào tháng nào?

2.60. Biết rằng 79 và 97 là hai số nguyên tố. Hãy tìm UCLN và BCNN của hai số này.

2.61. Biết hai số $3^a \cdot 5^2$ và $3^3 \cdot 5^b$ có UCLN là $3^3 \cdot 5^2$ và BCNN là $3^4 \cdot 5^3$. Tìm a và b .

2.62.

Bác kia chăn vịt khác thường

Buộc đi cho được chăn hàng mới ưa

Hàng 2 xếp thấy chưa vừa

Hàng 3 xếp vẫn còn thừa một con

Hàng 4 xếp vẫn chưa tròn

Hàng 5 xếp thiếu một con mới đầy

Xếp thành hàng 7, đẹp thay

Vịt bao nhiêu? Tính được ngay mới tài.

(Biết số vịt chưa đến 200 con)