

Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого

Физико-механический институт
Кафедра «Прикладная математика»

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1

по дисциплине
"Математическая статистика"

Выполнил студент
группы 5030102/000101

Нгуен Хоанг Линь

Проверил
доцент, к.ф.-м.н.

Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург
2023 г.

Содержание

1. Постановка задачи	4
2. Теория	4
2.1. Рассматриваемые распределения	4
2.2. Гистограмма	5
3. Реализация	5
4. Результаты	5
5. Обсуждение	7

Список иллюстраций

1.	Нормальное распределение	5
2.	Распределение Коши	6
3.	Распределение Лапласа	6
4.	Распределение Пуассона	7
5.	Равномерное распределение	7

1. Постановка задачи

Для 5 распределений:

- Нормальное распределение $N(x, 0, 1)$
- Распределение Коши $C(x, 0, 1)$
- Распределение Лапласа $L(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$
- Распределение Пуассона $P(k, 10)$
- Равномерное распределение $U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$

Необходимо:

- 1) Сгенерировать выборки размером 10, 50 и 1000 элементов
- 2) Построить на одном рисунке гистограмму и график плотности распределения

2. Теория

2.1. Рассматриваемые распределения

Плотности:

- Нормальное распределение

$$N(x, 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (1)$$

- Распределение Коши

$$C(x, 0, 1) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{x^2 + 1} \quad (2)$$

- Распределение Лапласа

$$L(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\sqrt{2}|x|} \quad (3)$$

- Распределение Пуассона

$$P(k, 10) = \frac{10^k}{k!} e^{-10} \quad (4)$$

- Равномерное распределение

$$U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3}) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}}, & |x| \leq \sqrt{3} \\ 0, & |x| > \sqrt{3} \end{cases} \quad (5)$$

2.2. Гистограмма

Гистограмма - графический метод отображения и исследования рядов распределения значения случайной величины. Строится на основе выборки из некоторого распределения и приближает плотность его вероятности.

Построение гистограммы:

- 1) Множество значений, которые может принимать элемент выборки, разбивается на несколько, чаще всего равных, интервалов
- 2) Эти интервалы откладываются на горизонтальной оси
- 3) Над каждым из интервалов рисуется прямоугольник:
 - Если интервалы одинаковы, то высота каждого прямоугольника пропорциональна числу элементов выборки, попадающих в данный интервал
 - Если интервалы разные, то площадь каждого прямоугольника пропорциональна числу элементов выборки, попадающих в данный интервал

3. Реализация

Лабораторная работа выполнена на языке Python в виртуальной среде Anaconda с интерпретатором версии 3.9 в среде разработки Visual Studio Code. Дополнительные зависимости:

- matplotlib
- scipy
- numpy

4. Результаты

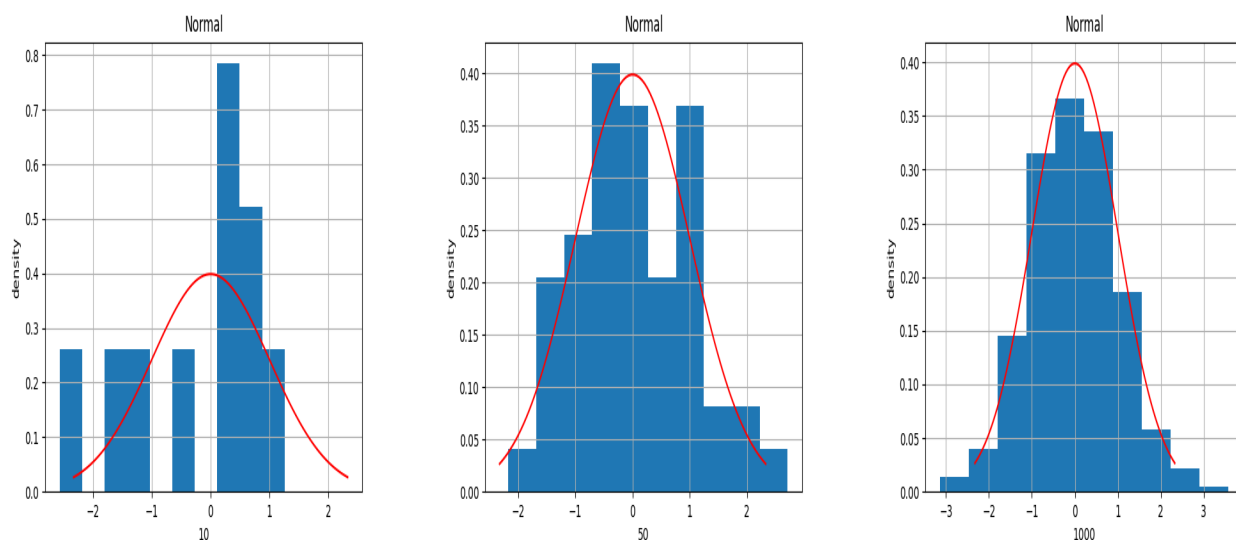


Рис. 1. Нормальное распределение

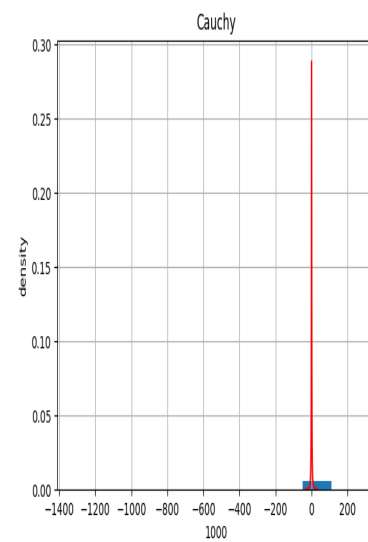
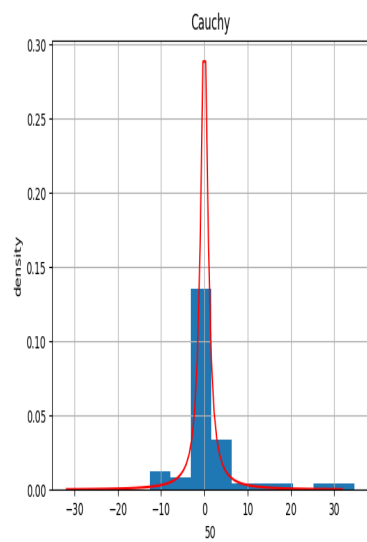
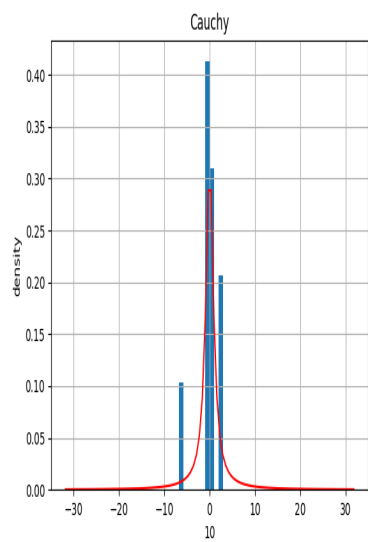


Рис. 2. Распределение Коши

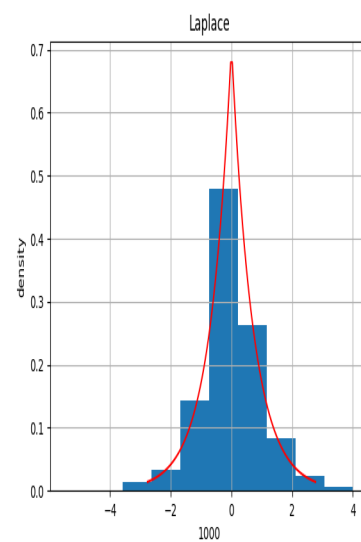
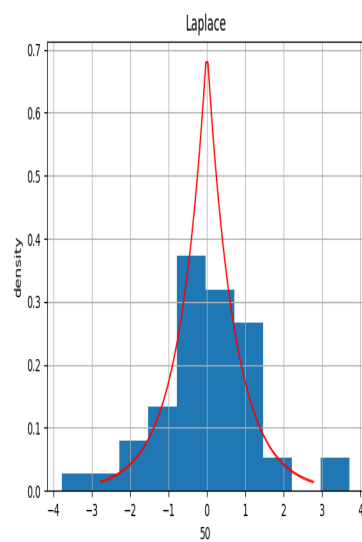
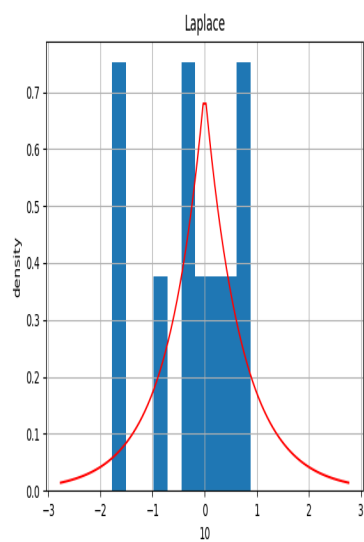


Рис. 3. Распределение Лапласа

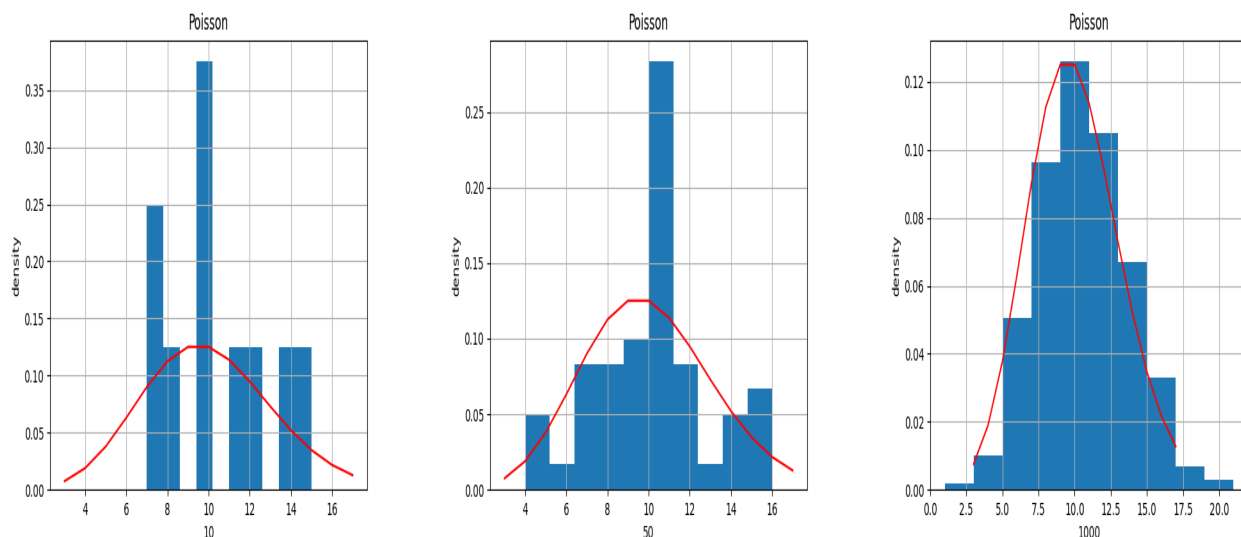


Рис. 4. Распределение Пуассона

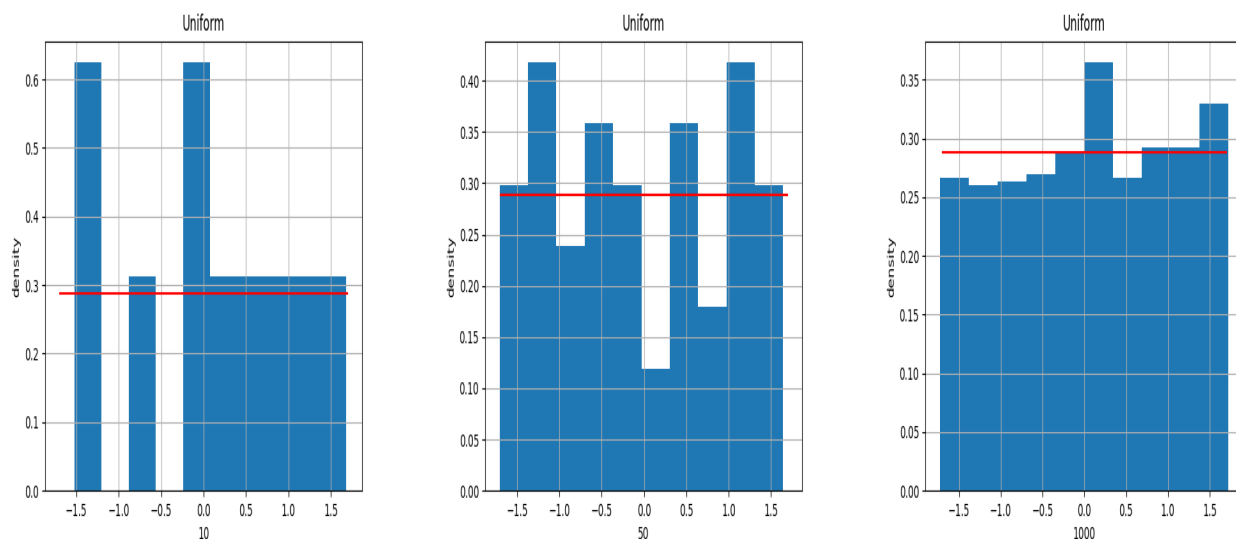


Рис. 5. Равномерное распределение

5. Обсуждение

По полученным результатам видно, что увеличение выборки из распределения приближает гистограмму к графику плотности. Таким образом, рассмотрение выборки из большего числа элементов является более выгодным.

Также формы гистограмм, особенно для маленьких выборок, очень похожи друг на друга. Это объясняется тем, что чем меньше выборка, тем меньше гистограмма похожа на график плотности, и имеет более общий вид. В меньшей мере это касается распределения Пуассона и равномерного, они имеют более широкий вид даже на маленьких выборках. А распределение Коши в свою очередь имеет более узкую форму, на большой выборке оно сходится к одному вертикальному столбцу. Однако, нормальное распределение и распределение Лапласа визуально почти неотличимы.

Всплески на гистограммах относительно плотности распределения также утихают по мере увеличения выборки.