

7. 某村现有 180 户村民,且都从事海产品养殖工作,平均每户的年收入为 8 万元.为探索科技助农新模式,村委会决定调整产业结构,安排 x ($0 < x < 180$) 户村民只从事直播带货工作,其余的只从事海产品养殖工作,预计调整后从事直播带货工作的村民平均每户的年收入为 $8\left(a - \frac{x}{10}\right)$ ($a > 0$) 万元,从事海产品养殖工作的村民平均每户的年收入相比原来提高 $5x\%$.若从事直播带货工作的村民不管有多少人,他们的总年收入都不大于从事海产品养殖工作的村民的总年收入,则 a 的最大值为

A. 12 B. 14 C. 22 D. 60

8. 已知函数 $f(x) = \sqrt{2^x + x^3 + x^2 + m}$ 的图象与直线 $y = x$ 在区间 $[0, 2]$ 上有交点,则实数 m 的取值范围是

A. $[1, 12]$ B. $[-6, -1]$ C. $(-\infty, -1]$ D. $[-12, -1]$

二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 已知 $c < 0, ac < bc$, 则

A. $a > b$ B. $a|b| > b|a|$ C. $ac^2 > bc^2$ D. $c - a > c - b$

10. 下列各式恒等于 $\cos \alpha$ 的是

A. $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$ B. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$
C. $\sin \alpha \tan \alpha$ D. $2\cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1$

11. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}\right)$, 则

A. 函数 $f\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$ 为偶函数
B. $f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{\pi}{3}, 0\right)$ 对称
C. $f(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上的最大值为 1, 最小值为 $\frac{1}{2}$
D. $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{4\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right)$ 上单调递增

12. 已知 $f(x)$ 是定义域为 \mathbb{R} 的奇函数,满足 $f(x+2) = f(-x)$,若对任意的 $x_1, x_2 \in [-1, 0]$ 且 $x_1 \neq x_2, x_1 f(x_1) + x_2 f(x_2) < x_1 f(x_2) + x_2 f(x_1)$, 则

A. $f(x) = f(x+4)$
B. $f(x)$ 在区间 $[3, 5]$ 上单调递增
C. $f\left(-\frac{23}{3}\right) > f\left(\frac{17}{2}\right)$

D. 不等式 $f(x) < f(2)$ 的解集为 $(-4k, 4k+2)$ ($k \in \mathbb{Z}$)

公众账号 一起学高中数学

数学试题 第 2 页 (共 4 页)

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知扇形的圆心角为 $\frac{3\pi}{4}$,弧长为 3π ,则扇形的面积为_____.

14. 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数,若 $f(\sqrt{a}) = f(-2)$,则实数 $a =$ _____.

15. 已知某段电路中电流 I (单位:A)随时间 t (单位:s)变化的函数解析式是 $I = 5\sin \omega t$ ($0 < \omega < 100\pi$), $t \in [0, +\infty)$,若 $t = \frac{1}{200}$ s时的电流为3 A,则 $t = \frac{1}{100}$ s时的电流为_____ A.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^x, & x \leq a, \\ -x^2 + 4, & x > a \end{cases}$ 的值域为 $(-\infty, 3^a]$,则实数 a 的取值范围是_____.

四、解答题:共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分)

已知 $\tan \alpha = 3$,求下列各式的值.

(I) $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$;

(II) $\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$.

18. (12分)

已知角 α 的顶点在坐标原点,始边与 x 轴的非负半轴重合,终边经过点 $P(-2, 1)$.

(I) 求 $\sin(\pi + \alpha)$ 的值;

(II) 若 $\beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 且 $\sin \beta = \frac{3}{5}$,求 $\cos(\alpha + \beta)$ 的值.

19. (12分)

已知函数 $f(x) = kx^2 - 3x + k + 1$ ($k \neq 0$).

(I) 若 $k = 1$,求不等式 $f(x) < 0$ 的解集;

(II) 若函数 $g(x) = \log_2 f(x)$ 的最大值为0,求实数 k 的值.

20. (12分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期及单调递减区间;

(II) 若 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{8}, m\right]$ 上的取值范围是 $[-1, \sqrt{2}]$, 求实数 m 的值.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \ln(e^x + 1) - mx$ ($m \in \mathbb{R}$) 是偶函数.

(I) 求 m 的值;

(II) 设函数 $g(x) = e^{f(x)}, h(x) = 2 - |x|$, 证明: $g(x) \geq h(x)$.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = x + \frac{a}{x}$ ($a \in \mathbb{R}$).

(I) 若 $a = 4$, 判断 $f(x)$ 在 $(2, +\infty)$ 上的单调性, 并用单调性的定义证明;

(II) 设函数 $g(x) = \frac{4x+3}{x+1}$, 若对任意 $x_1 \in [1, 2]$, 总有 $x_2 \in \left[-\frac{6}{7}, 0\right]$, 使得 $g(x_2) = f(x_1)$,

求 a 的取值范围.