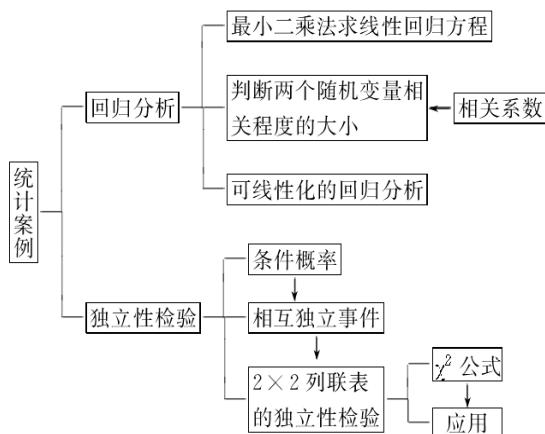


# 高中数学选修 1-2 知识点

## 第一章 统计案例



### 1. 线性回归方程

- ① 变量之间的两类关系：函数关系与相关关系；
- ② 制作散点图，判断线性相关关系
- ③ 线性回归方程： $\hat{y} = bx + a$ （最小二乘法）

$$\text{其中, } \begin{cases} b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} \\ a = \bar{y} - b \bar{x} \end{cases}$$

注意：线性回归直线经过定点  $(\bar{x}, \bar{y})$ .

$$2. \text{ 相关系数 (判定两个变量线性相关性): } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

注：(1)  $r > 0$  时，变量  $x, y$  正相关； $r < 0$  时，变量  $x, y$  负相关；

(2) ①  $|r|$  越接近于 1，两个变量的线性相关性越强；②  $|r|$  接近于 0 时，两个变量之间几乎不存在线性相关关系。

### 3. 条件概率

对于任何两个事件  $A$  和  $B$ ，在已知  $B$  发生的条件下， $A$  发生的概率称为  $B$  发生时  $A$  发生的条件概率。记为  $P(A|B)$ ，其公式为  $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$

#### 4 相互独立事件

(1) 一般地, 对于两个事件  $A, B$ , 如果  $P(AB) = P(A)P(B)$ , 则称  $A, B$  相互独立.

(2) 如果  $A_1, A_2, \dots, A_n$  相互独立, 则有  $P(A_1A_2\dots A_n) = P(A_1)P(A_2)\dots P(A_n)$ .

(3) 如果  $A, B$  相互独立, 则  $A$  与  $\bar{B}$ ,  $\bar{A}$  与  $B$ ,  $\bar{A}$  与  $\bar{B}$  也相互独立.

#### 5. 独立性检验 (分类变量关系):

(1)  $2 \times 2$  列联表

设  $A, B$  为两个变量, 每一个变量都可以取两个值, 变量  $A: A_1, A_2 = \bar{A}_1$ ; 变量  $B: B_1, B_2 = \bar{B}_1$ ;

通过观察得到下表所示数据:

$B \backslash A$	$B_1$	$B_2$	总计
$A_1$	$a$	$b$	$a+b$
$A_2$	$c$	$d$	$c+d$
总计	$a+c$	$b+d$	$n=a+b+c+d$

并将形如此表的表格称为  $2 \times 2$  列联表.

(2) 独立性检验

$\chi^2$ 的范围	独立性判断
$\chi^2 \leq 2.706$	没有关联
$\chi^2 > 2.706$	90% 的把握判定变量 $A, B$ 有关联
$\chi^2 > 3.841$	95% 的把握判定变量 $A, B$ 有关联
$\chi^2 > 6.635$	99% 的把握判定变量 $A, B$ 有关联

根据  $2 \times 2$  列联表中的数据判断两个变量  $A, B$  是否独立的问题叫  $2 \times 2$  列联表的独立性检验.

(3) 统计量  $\chi^2$  的计算公式

$$\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

## 第二章 推理与证明

### 考点一 合情推理与类比推理

根据一类事物的部分对象具有某种性质,退出这类事物的所有对象都具有这种性质的推理,叫做归纳推理,归纳是从特殊到一般的过程,它属于合情推理

根据两类不同事物之间具有某些类似(或一致)性,推测其中一类事物具有与另外一类事物类似的性质的推理,叫做类比推理.

类比推理的一般步骤:

- (1) 找出两类事物的相似性或一致性;
- (2) 用一类事物的性质去推测另一类事物的性质,得出一个明确的命题(猜想);
- (3) 一般的,事物之间的各个性质并不是孤立存在的,而是相互制约的.如果两个事物在某些性质上相同或相似,那么他们在另一写性质上也可能相同或类似,类比的结论可能是真的.
- (4) 一般情况下,如果类比的相似性越多,相似的性质与推测的性质之间越相关,那么类比得出的命题越可靠.

### 考点二 演绎推理(俗称三段论)

由一般性的命题推出特殊命题的过程,这种推理称为演绎推理.

### 考点三 数学归纳法:它是一个递推的数学论证方法.

步骤:A.命题在  $n=1$  (或  $n_0$ ) 时成立, 这是递推的基础;

B.假设在  $n=k$  时命题成立

C.证明  $n=k+1$  时命题也成立,

完成这两步,就可以断定对任何自然数(或  $n \geq n_0$ ,且  $n \in N$ )结论都成立。

### 考点三 证明

1 反证法:

2 分析法:

3 综合法:

## 第三章 复数

$$1. (1) z=a+bi \in R \Leftrightarrow b=0 \quad (a, b \in R) \Leftrightarrow z=\bar{z} \Leftrightarrow z^2 \geq 0;$$

$$(2) z=a+bi \text{ 是虚数} \Leftrightarrow b \neq 0 \quad (a, b \in R);$$

$$(3) z=a+bi \text{ 是纯虚数} \Leftrightarrow a=0 \text{ 且 } b \neq 0 \quad (a, b \in R) \Leftrightarrow z+\bar{z}=0 \quad (z \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow z^2 < 0;$$

$$(4) a+bi=c+di \Leftrightarrow a=c \text{ 且 } c=d \quad (a, b, c, d \in R);$$

### 2. 复数的代数形式及其运算

设  $z_1 = a + bi$ ,  $z_2 = c + di$  ( $a, b, c, d \in R$ ), 则:

$$(1) \ z_1 \pm z_2 = (a \pm b) + (c \pm d)i;$$

$$(2) \ z_1 \cdot z_2 = (a+bi) \cdot (c+di) = (ac-bd) + (ad+bc)i;$$

$$(3) \ z_1 \div z_2 = \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i \quad (z_2 \neq 0);$$

### 3. 几个重要的结论

$$(1) \ (1 \pm i)^2 = \pm 2i; \quad \frac{1+i}{1-i} = i; \quad \frac{1-i}{1+i} = -i;$$

$$(2) \ i \text{ 性质: } T=4; \quad i^{4n} = 1, i^{4n+1} = i, i^{4n+2} = -1, i^{4n+3} = -i; \quad i^{4n} + i^{4n+1} + i^{4n+2} + i^{4n+3} = 0;$$

$$(3) \ |z| = 1 \Leftrightarrow z\bar{z} = 1 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1}{z}.$$

$$4. \text{ 运算律: } (1) \ z^m \cdot z^n = z^{m+n}; (2) (z^m)^n = z^{mn}; (3) (z_1 \cdot z_2)^m = z_1^m z_2^m (m, n \in N)$$