海南中学、海口一中 文昌中学、嘉积中学 2024届高三联考试题

数 学

时间：120 分钟　　满分：150 分

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在试卷上无效。

3. 考试结束后，本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷　选择题

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知集合 $A=\{x \mid x^2-6x-7\le 0\}$，$B=\{x \mid |x-3|>1\}$，则 $A\cap B=$

A. $[-1,2)\cup(4,7]$　　B. $[-1,7]$

C. $(-1,2)\cup(4,7)$　　D. $(2,4)$

2. 若古典概型的样本空间 $\Omega=\{1,2,3,4\}$，事件 $A=\{1,2\}$，事件 A, B 相互独立，则事件 B 可以是

A. $\{1,3\}$　　B. $\{1,2,3\}$　　C. $\{3,4\}$　　D. $\{2,3,4\}$

3. 已知 α,β 是两个不同的平面，m,n 是两条不同的直线，则下列命题**错误**的是

A. 如果 $\alpha\parallel\beta$，$n\subset\alpha$，那么 $n\parallel\beta$

B. 如果 $m\perp\alpha$，$n\parallel\alpha$，那么 $m\perp n$

C. 如果 $m\parallel n$，$m\perp\alpha$，那么 $n\perp\alpha$

D. 如果 $m\perp n$，$m\perp\alpha$，$n\parallel\beta$，那么 $\alpha\perp\beta$

4. 在锐角 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $a=3, A=60^\circ$，则 b 的取值范围是

A. $(0,6)$　　B. $(0,2\sqrt{3})$　　C. $(\sqrt{3},2\sqrt{3})$　　D. $(\sqrt{3},6)$

5. 已知直线$l:2x+3y-1=0$的倾斜角为θ，则$\cos(\theta+\pi)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=$

A. $\frac{9}{13}$　　B. $-\frac{9}{13}$　　C. $\frac{6}{13}$　　D. $-\frac{6}{13}$

6. 英国数学家贝叶斯在概率论研究方面成就显著，根据贝叶斯统计理论，随机事件A,B存在如下关系：$P(A|B)=\frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$.若某地区一种疾病的患病率是0.05，现有一种试剂可以检验被检者是否患病.已知该试剂的准确率为95%，即在被检验者患病的前提下用该试剂检测，有95%的可能呈现阳性；该试剂的误报率为0.5%，即在被检验者未患病的情况下用该试剂检测，有0.5%的可能会误报阳性.现随机抽取该地区的一个被检验者，已知检验结果呈现阳性，则此人患病的概率为

A. $\frac{495}{1000}$　　B. $\frac{995}{1000}$　　C. $\frac{10}{11}$　　D. $\frac{21}{22}$

7. 已知三棱锥$O-ABC$的体积是$\frac{\sqrt{6}}{6}$，A,B,C是球O的球面上的三个点，且$\angle ACB=120^\circ$，$AB=\sqrt{3}$，$AC+BC=2$，则球O的表面积为

A. 36π　　B. 24π　　C. 12π　　D. 8π

8. 已知过抛物线$C:y^2=2px(p>0)$焦点F的直线交C于A,B两点，点A，B在C的准线上的射影分别为点A_1，B_1，线段AB的垂直平分线l的倾斜角为120°，若$|A_1B_1|=4$，则$p=$

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. 2　　D. 4

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．

9. 若$z=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$（i为虚数单位），则下列说法正确的为

A. $|z|=1$　　B. $z\cdot\overline{z}=z^2$　　C. $z^3=i$　　D. $z^2+z^{2024}=0$

10. 已知函数$f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$（$\omega>0$），则下列说法正确的是

A. 若$\omega=1$，则$\left(\frac{5\pi}{6},0\right)$是$f(x)$的图象的对称中心

B. 若$f(x)\le f\left(\frac{\pi}{6}\right)$恒成立，则$\omega$的最小值为2

C. 若$f(x)$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上单调递增，则$0<\omega\le\frac{2}{3}$

D. 若$f(x)$在$[0,2\pi]$上恰有2个零点，则$\frac{11}{12}\le\omega\le\frac{17}{12}$

11. 已知定义在R上的奇函数$f(x)$，满足$f(2x-1)=f(3-2x)$，当$x\in[0,1]$时，$f(x)=x$，则下列结论正确的是

A. 函数$f(x)$的最小正周期为6

B. 函数$f(x)$在$[2024,2025]$上递增

C. $\sum_{k=1}^{22}f(k)=1$

D. 方程$f(x)=\log_5|x|$有4个根

第Ⅱ卷 非选择题

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。

12. 已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=3$，$\vec{a}-\vec{b}=(2,\sqrt{6})$，则$|3\vec{a}+\vec{b}|=$________.

13. 设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_3+a_5=-10$，$S_6=-42$，则$S_{10}=$________.

14. 在$\triangle ABC$中，$A(-3,0)$，$B(3,0)$，$CD\perp AB$于D,若H为$\triangle ABC$的垂心，且$\overline{CD}=9\overline{CH}$．则$H$到直线$x+\sqrt{2}y+8=0$距离的最小值是________.

四、解答题：本题共5小题，共77分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15.（本小题满分13分）

远程桌面连接是一种常见的远程操作电脑的方法，除了windows系统中可以使用内置的应用程序，通过输入IP地址等连接到他人电脑，也可以通过向日葵，anyviewer等远程桌面软件，双方一起打开软件，通过软件随机产生的对接码，安全的远程访问和控制另一台电脑。某远程桌面软件的对接码是一个由“1，2，3”这3个数字组成的五位数，每个数字至少出现一次.

（1）求满足条件的对接码的个数；

（2）若对接码中数字1出现的次数为X，求X的分布列和数学期望.

16.（本小题满分15分）

已知函数$f(x)=x^2-a\ln x+1,a\in\mathbf{R}$.

（1）当$a=1$时，求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；

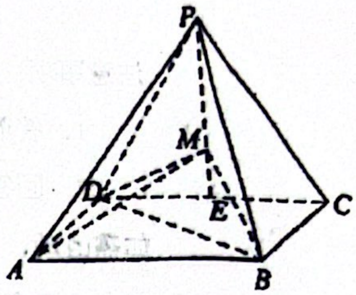
（2）当$a>0$时，若函数$f(x)$有最小值2，求a的值.

17.（本小题满分 15 分）

如图，四棱锥$P-ABCD$的底面为矩形，平面$PCD\perp$平面$ABCD$，ΔPCD是边长为 2 等边三角形，$BC=\sqrt{2}$，点E为CD的中点，点M为线段PE上一点（与点P，E不重合）.

（1）证明：$AM\perp BD$；

（2）当AM为何值时，直线AM与平面BDM所成的角最大？



18.（本小题满分 17 分）

已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，点$P(0,2)$在椭圆$C$上，过点$P$的两条直线$PA$，$PB$分别与椭圆$C$交于另一点$A$、$B$，且直线$PA$、$PB$、$AB$的斜率满足$k_{PA}+k_{PB}=4k_{AB}\left(k_{AB}\neq 0\right)$.

（1）求椭圆C的方程；

（2）证明直线AB过定点；

（3）椭圆C的焦点分别为F_1，F_2，求凸四边形F_1AF_2B面积的取值范围.

19.（本小题满分 17 分）

若有穷数列$a_1,a_2\ldots a_n$（n是正整数），满足$a_i=a_{n-i+1}$（$i\in\mathrm{N}$，且$1\le i\le n$），就称该数列为“S 数列”.

（1）已知数列$\{b_n\}$是项数为 7 的 S 数列，且b_1,b_2,b_3,b_4成等比数列，$b_1=2,b_3=8$，试写出$\{b_n\}$的每一项；

（2）已知$\{c_n\}$是项数为$2k+1(k\geq 1)$的 S 数列，且$c_{k+1},c_{k+2},\ldots c_{2k+1}$构成首项为 100，公差为$-4$的等差数列，数列$\{c_n\}$的前$2k+1$项和为$S_{2k+1}$，则当$k$为何值时，$S_{2k+1}$取到最大值？最大值为多少？

（3）对于给定的正整数$m>1$，试写出所有项数不超过$2m$的 S 数列，使得$1,2,2^2\ldots2^{m-1}$成为数列中的连续项；当$m>1500$时，试求这些 S 数列的前 2024 项和S_{2024}.