2024-2025 学年度海南创新中学协作校高二月考

数学学科试题

（考试时间：120 分钟　试卷满分：150 分）

命题人：琼海市嘉积中学 郭倩　　　　审题人：华东师范大学澄迈实验中学 肖旭斌

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的．

1.双曲线 $2x^2-y^2=1$ 的渐近线方程是（~~A~~）B

$a^2=\frac{1}{2}$　$\frac{b}{a}=$

A．$y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$　　B．$y=\pm\sqrt{2}x$　　C．$y=\pm\frac{1}{2}x$　　D．$y=\pm 2x$

2.下列四条直线中，倾斜角最大的是（ D ）

A．$y=\sqrt{3}$　　B．$x-y=0$　　C．$\sqrt{3}x+y=0$　　D．$x+y=0$

45°　120°　135°

3．已知直线 $l_1: ax+y-1=0$，直线 $l_2: x+ay-2=0$，则“$a=1$”是“$l_1 /\!/ l_2$”的（ B ）条件　A

$y=-ax+1$

$y=-\frac{1}{a}x-\frac{2}{a}$

$x+y-1=0$　$x+y-2=0$

A．充分不必要　　B．必要不充分　　C.充要　　D.既不充分也不必要

4．$\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(1,0)$，$B(3,0)$，$C(3,4)$，则 $\triangle ABC$ 的外接圆方程是（ C ）

$(x+a)^2+(y+b)^2=r^2$

$(1+a)^2+b^2=r^2$

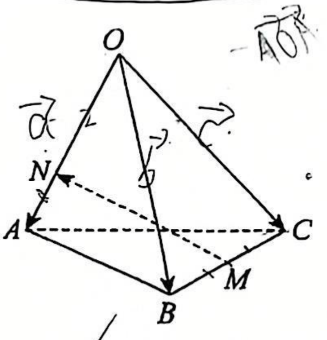
$(3+a)^2+b^2=r^2$

$(3+a)^2+(4+b)^2=r^2$

A．$(x-2)^2+(y-2)^2=20$　　B．$(x+2)^2+(y+2)^2=20$

C．$(x-2)^2+(y-2)^2=5$　　D．$(x+2)^2+(y+2)^2=5$

5．如图，空间四边形 $OABC$ 中，$\overline{OA}=\bar{a},\overline{OB}=\bar{b},\overline{OC}=\bar{c}$，点 M 为 BC 中点，点 N 在侧棱 OA 上，且 $ON=2NA$，则 $\overline{MN}=$（~~A~~）B



$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{CM}$

$=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

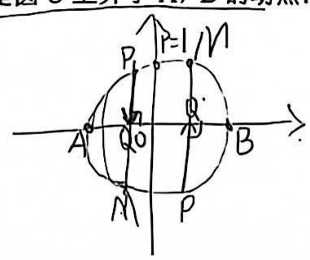
$-\frac{1}{2}(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC})$

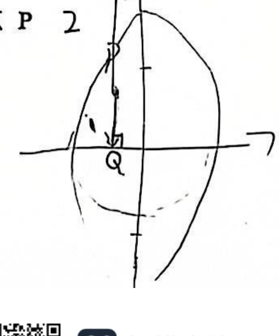
$=\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$

$=\frac{2}{3}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{b}$

A．$-\frac{2}{3}\bar{a}+\frac{1}{2}\bar{b}+\frac{1}{2}\bar{c}$　　B．$\frac{2}{3}\bar{a}-\frac{1}{2}\bar{b}-\frac{1}{2}\bar{c}$　　C．$\frac{1}{2}\bar{a}+\frac{1}{2}\bar{b}-\frac{1}{2}\bar{c}$　　D．$-\frac{1}{2}\bar{a}-\frac{2}{3}\bar{b}+\frac{1}{2}\bar{c}$

6．已知圆 O：$x^2+y^2=1$，点 A$(-1,0)$，点 B$(1,0)$．点 P 是圆 O 上异于 A，B 的动点．过点 P





作x轴的垂线，垂足为Q，点M满足$2\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PM}$，则点M的轨迹方程为（ C ）

A. $\dfrac{x^2}{9}+y^2=1(x\neq\pm1)$　　　B. $9x^2+y^2=1(x\neq\pm1)$

C. $\dfrac{y^2}{9}+x^2=1(x\neq\pm1)$　　　D. $x^2+9y^2=1(x\neq\pm1)$

7. 点A（2，1，1）是直线l上一点，$\vec{a}=$（1，0，0）是直线l的一个方向向量，则点P（1，2，0）到直线l的距离是（ B ）

$d=\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2-(\overrightarrow{AP}\cdot\vec{e})^2}$　　$\overrightarrow{AP}=(-1,1,-1)$　　$\vec{e}=\vec{a}=(1,0,0)$

A. $\dfrac{1}{2}$　　　B. $\sqrt{2}$　　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　　D. $2\sqrt{2}$

8. 已知椭圆E：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为$F(3,0)$，过点$F$的直线交椭圆$E$于A，$B$两点，若$AB$的中点坐标为$(1,-1)$，则椭圆$E$的方程为（ A ）

$k_{MN}\cdot k_{AB}=-\dfrac{b^2}{a^2}$　　$-1\times\dfrac{1}{2}=-\dfrac{b^2}{a^2}$　　$\dfrac{b^2}{a^2}=\dfrac{1}{2}$

A. $\dfrac{x^2}{18}+\dfrac{y^2}{9}=1$　　B. $\dfrac{x^2}{27}+\dfrac{y^2}{18}=1$　　C. $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{27}=1$　　D. $\dfrac{x^2}{45}+\dfrac{y^2}{36}=1$

二、多项选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．

9. 下列命题中正确的是（ AD ）

A. 若空间向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 满足$\vec{a}=\vec{b}$，$\vec{b}=\vec{c}$，则$\vec{a}=\vec{c}$

B. 若直线l的方向向量为$\vec{e}=(1,-1,2)$，平面α的法向量为$\vec{m}=(6,4,-1)$，则$l\perp\alpha$

C. 点$M(3,2,1)$关于平面yOz对称的点的坐标是$(-3,2,-1)$　对称谁不变

D. 已知O为空间任意一点，A，B，C，P四点共面，且任意三点不共线，若$\overrightarrow{OP}=m\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$，则$m=\frac{1}{6}$

10. 已知双曲线C：$\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{m}=1$，则下列说法正确的是（ BD ）

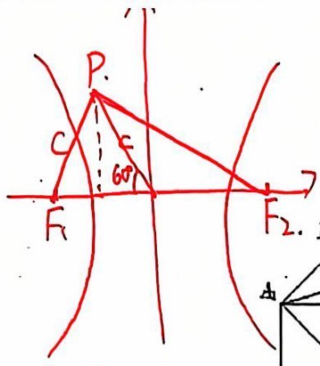
A. 双曲线C的实轴长为2

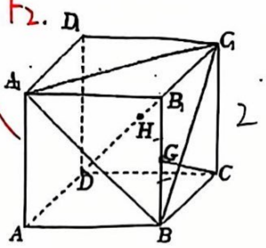
B. 若（$2\sqrt{2}$，0）是双曲线C的一个焦点，则$m=6$

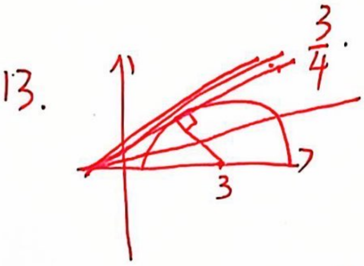
C. 双曲线C的焦点到渐近线的距离为m

D. 若双曲线C的两条渐近线相互垂直，则$m=2$　　$\dfrac{b}{a}\cdot-\dfrac{b}{a}=-1$

11. 如图所示，棱长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，G为BB_1的中点，DB_1与面A_1BC_1交于点H，则下列结论正确的有（ ACD ）







$e=\frac{1}{\cos 60^\circ}=2$.

13. $k(x+2)-y=0$

$\frac{|5k|}{\sqrt{1-k^2}}=3$

$k\in[0,\frac{3}{4}]$ $\pm\frac{3}{4}$

A. $\overline{CG}$ 在 $\overline{BB_1}$ 方向上的投影向量是 $\frac{1}{2}\overline{BB_1}$ B. BB_1 与面 A_1BC_1 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

$(x+3)^2-y^2=9$

C. 三棱锥 $A_1-BB_1C_1$ 的外接球的体积为 $4\sqrt{3}\pi$ D. 点 H 是 $\triangle A_1BC_1$ 的重心

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

$y^2-x^2-6x=0$.

12. 已知平面α的一个法向量 $\vec{a}=(x,1,-2)$，平面β的一个法向量 $\vec{b}=\left(-1,y,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，若 α⊥β，则 $x-y=$ $-\sqrt{3}$.

$-x+y-\sqrt{3}=0$ $y-x=\sqrt{3}$ $x-y=-\sqrt{3}$

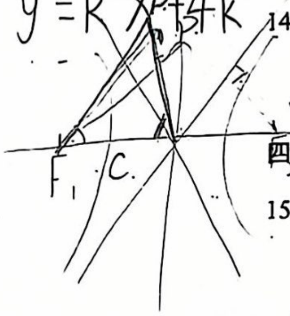
$y^2=6x+x^2$

13. 曲线与 $y=\sqrt{6x-x^2}$ 直线 $y=k(x+2)$ 有公共点，则 k 的取值范围是 $\left[0,\frac{3}{4}\right]$.

$kx+2k$

$y^2=k^2x^2+4k^2$

14. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 左右焦点分别为 F_1，F_2，且 F_2 关于它的一条渐近线的对称点为 P，若以 P 为圆心，PF_1 为半径的圆过原点，则双曲线的离心率为 2.



四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.（本小题满分 13 分）已知不共面的三个单位向量 $\overline{OA},\overline{OB},\overline{OC}$ 两两之间的夹角均为 60°，

$\overline{OM}=\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OC}$，$\overline{ON}=\overline{OB}+2\overline{OC}$.

（1）求证：$OM\perp BC$；

（2）求 $\cos\left\langle\overline{AC},\overline{ON}\right\rangle$. $\frac{\sqrt{7}}{7}$

$O=(0,0,0)$

$OA=(1,0,0)$ $-\frac{16}{7}+\frac{21}{7}$ $\frac{21-16}{5}$

16.（本小题满分 15 分）唐代诗人李颀的边塞诗《古从军行》开头两句说："白日登山望烽火，黄昏饮马傍交河". 诗中隐含着一个有趣的数学问题——"将军饮马"，即将军在观望烽火之后从山脚下某处出发，先到河边饮马后再回军营，怎样走才能使总路程最短？在平面直角坐标系中，设将军的出发点是 $A(4,1)$，军营所在位置为 $B(3,5)$，河岸线所在直线的方程为 $x+y-3=0$.

$\begin{cases} y=-x+3 \end{cases}$ $-x+3=6x-13$ $7x=16$ $x=\frac{16}{7}$

（1）求将军从出发点到河边饮马，再回到军营（"将军饮马"）的最短总路程；$\sqrt{37}$

（2）设"将军饮马"路程最短时的饮马点为 C，在 ΔABC 中，求 BC 边上的高所在直线的方程.

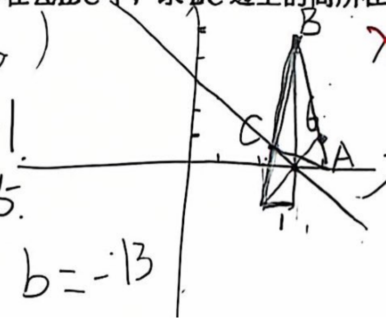
$x+6y-10=0$

$y=kx+b$

$2k+b=-1$

$3k+b=5$

$k=6$. $b=-13$



17. （本小题满分 15 分）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$底面 ABC，$AA_1=BC=\sqrt{2}AB=\sqrt{2}AC$，点 M 为 B_1C_1 的中点.

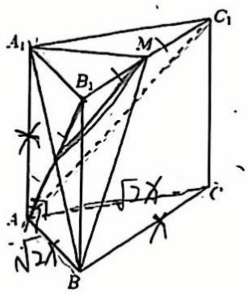
（1）证明：$AC_1//$平面 A_1BM；

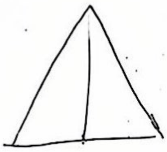
（2）棱 AC 上是否存在点 N，使二面角 $B-A_1M-N$ 的大小为 $\frac{\pi}{4}$，若存在，求 $\frac{AN}{CN}$ 的值；若不存在，请说明理由.

$=2$

$(4-b)^2=0$

$\cancel{4+(4+b)^2=4}$





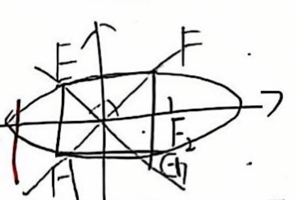
18. （本小题满分 17 分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $F_2(1,0)$，点 $P\left(\sqrt{3},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 在椭圆 C 上.

$a^2-8a+16$

$a^2=(-4+a)^2$

$8a=16$

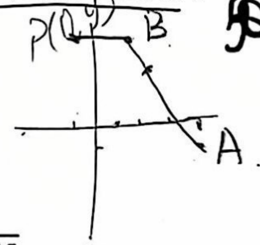
(1)求椭圆 C 的方程； $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$



(2)若过原点的两条直线分别交椭圆 C 于点 E,G 和 F,H，且 $k_{EG}\cdot k_{FH}=-\frac{3}{4}$（$O$ 为坐标原点）.判断四边形 $EFGH$ 的面积是否为定值？若为定值，求四边形 $EFGH$ 的面积；若不为定值，请说明理由.

$4\sqrt{3}$

19. （本小题满分 17 分）公元前 3 世纪，古希腊数学家阿波罗尼斯（Apollonius）在《平面轨迹》一书中，研究了众多的平面轨迹问题，其中有如下著名结果：平面内到两个定点 A,B 距离之比为 λ（$\lambda>0$ 且 $\lambda\neq1$）的点 P 的轨迹为圆，此圆称为阿波罗尼斯圆.已知两定点 $A(-1,4)$，$B(2,4)$，若动点 P 满足 $\frac{|PA|}{|PB|}=2$，动点 P 轨迹为圆 C.



$(x-3)^2+(y-4)^2=4$

（1）求圆 C 的方程； $(x+a)^2+(y+b)^2=4$

（2）过点（0，1）的直线 l 与圆 C 交于 D、E 两点，若弦长 $|DE|=\frac{2\sqrt{55}}{5}$，求直线 l 的方程；

$k=\frac{1}{2}$ 或 2 $l: y=\frac{1}{2}x+1$, $y=2x+1$

（3）若 Q 是 x 轴上的动点，QF,QG 与圆 C 相切，切点分别为 F,G，试问直线 FG 是否恒过定点？若是，求出定点坐标；若不是，请说明理由.

$(3,3)$