## 专题10 数列前n项和公式的求法



**说明: 作业知识点1 ：公式法**

（1）等差数列的前*n*项和

（2）等比数列的前*n*项和

说明: 作业**知识点2：错位相减法求和**

等比数列的求和方法即错位相减法。若有等差数列,等比数列，对数列求和也可以用到错位相减法

1. 找出等比数列的公比，对求和中的每项都乘以公比
2. 然后用，注意将两式“错项对齐”，按照相同幂次方来对齐，方便合并。

说明: 作业**知识点3：倒序相加法求和**

等差数列的求和方法即倒序相加法。若数列整个顺序颠倒后，同原数列放一起，每个相同序号的两项的和相等，那么求这个数列的前项和即可用倒序相加法求解．

说明: 作业**知识点4：分组求和**

若数列的通项公式是由若干个等差或等比或可求和的数列组成的，则求和时可用分组求和法，分别求和后相加减．

**知识点5：裂项相消法求和**



对通项进行裂项变换，使得裂项后产生可以连续相互抵消的项．抵消后并不一定只剩下第一项和最后一项，也有可能前面剩两项，后面也剩两项，但是前后所剩项数一定相同．下面给出一些常见的裂项模型。

**模型1：等差型**

（1） （2）

（3） （4）

对等差型的分式，例，先对分母进行因式分解，把目标分解成，再合并比较看看想化成需乘系数。

**模型**2**：根式型**

（1）

（2）

（3）

利用分母有理化的方法。

**模型**3**：指数型**

（1）

（2）

方法类似等差型。

****

**【题型1 错位相减法】**

|  |
| --- |
| 高妙技法  错位相减法在等比数列的求和中应用到，对等差等比数列乘积构成的数列也可以，要应用两次，且相减的时候要错项对齐来合并，这里容易算错。 |

1．已知数列满足，.

(1)证明：数列是等差数列；

(2)求数列的前项和.

2．已知数列的前项和为，且.

(1)证明：数列是等比数列；

(2)定义集合，记的元素个数为.

（ⅰ）求；

（ⅱ）设，求数列的前项和.

3．已知在正项数列中，且，其中为数列的前*n*项和．

(1)求数列的通项公式；

(2)若对于任意，恒成立，求实数的取值范围；

(3)设，求数列的前*n*项和．

4．已知数列满足，，设，将数列的项按照如下规律分群：，，，，.

(1)求的通项公式；

(2)设第个群中所有项的和为，求；

(3)设，数列的前项和为，证明：.

**【题型2 倒序相加法】**

|  |
| --- |
| 高妙技法  倒序相加常与函数的结合一起考，注意题目条件如果满足首位项（依次往中间的对应项）的和固定，考虑倒序相加法。 |

1．德国大数学家高斯，被誉为数学界的王子，在其年幼时，对的求和运算中，提出了倒序相加法的原理，该原理基于所给数据前后对应项的和呈现一定的规律性，因此，此方法也称之为高斯算法．现有函数（），则等于（  ）

A． B． C． D．

2．已知函数，（    ）

A． B． C． D．

3．已知函数，数列满足.

(1)求证：为定值，并求数列的通项公式；

(2)记数列的前项和为，求证：．

4．已知函数．

(1)若为奇函数，求*a*；

(2)求．

**【题型3 分组求和】**

|  |
| --- |
| 高妙技法  当数列本身是复合型，如等差数列与等比数列的和，这时可以对其进行分组来求和，这时相当于两个n项数列的和。 |

1．已知等比数列的前项和.

(1)求的值及数列的通项公式；

(2)设，求数列的前项和.

2．记为等差数列的前*n*项和，已知，．

(1)求的通项公式；

(2)当*n*为何值时，取最小值并求出最小值．

(3)记为数列的前*n*项和，求．

3．已知数列，满足，且，．

(1)求证：和均为等比数列；

(2)求，通项公式；

(3)求的前项和．

4．已知数列满足，且，在数列中，，点在函数的图象上.

(1)求和的通项公式；

(2)设，求数列的前项和.

**【题型4 奇偶数列求和】**

|  |
| --- |
| 高妙技法  数列的奇数与偶数列分别是不同的数列，这时按照奇数数列求和，跟偶数数列求和，在求和的时候要注意的是，奇数数列的项数与偶数数列的项数跟总项数的奇偶性有关，有时需要分类来讨论，这在求奇偶数列的和时是容易出错的地方。 |

1．已知数列的前项和，满足：；数列满足：

(1)求的通项公式

(2)设，求的前项和

2．已知数列，是数列的前*n*项和，已知对于任意，都有，数列是等差数列，，．

(1)求与的通项公式；

(2)数列的前*n*项和，求及的最小值和最大值；

(3)设，求．

3．已知数列的前项和为，且满足

(1)求证：数列为等比数列；

(2)已知，求数列的前项和．

4．已知数列的前项和，且，，其中.

(1)证明：数列是等比数列；

(2)设，求数列的前20项和.

**【题型5 绝对值数列求和】**

|  |
| --- |
| 高妙技法  绝对值数列的求和，根据原数列正负变号处开始分开成两段来求和，目标在找原数列正负项。 |

1．已知数列满足，设数列的前项和为，

(1)证明：数列为等差数列；

(2)求数列的前100项和；

(3)求数列的前20项和.

2．设数列的前项和为，已知，当时，.

(1)求证：为等比数列；

(2)若，求数列的前项和.

3．记为数列的前项和，已知.

(1)求，并求的通项公式；

(2)求的前项和.

4．已知数列的前项和为，．

(1)求数列的通项公式；

(2)求数列的前项和为；

(3)求数列的前项和．

**【题型6 并项求和】**

|  |
| --- |
| 高妙技法  相邻两项可以合并化简，化简后的数列可以用常规求和方法求和。 |

1．已知等差数列的公差为，且，设为的前项和，数列满足

(1)若，，且，求；

(2)若数列也是公差为的等差数列

①求数列的通项公式；

②求数列的前项和.

2．已知正项等差数列满足，且成等比数列．

(1)求的通项公式；

(2)求的前项和；

(3)设数列的前项和为，求．

3．已知数列满足，数列满足，

(1)求数列的通项公式；

(2)求数列的前项和．

4．已知等差数列的公差为，且，设为的前项和，数列满足.

(1)若，，且，求；

(2)若数列也是公差为的等差数列

①求数列的通项公式；

②求数列的前项和.

**【题型7 裂项相消法求和】**

|  |
| --- |
| 高妙技法  通过裂项能达到前后相消的目的，通常考察的是分式型（分母拆分成两个连续的乘积）或者根式型（分母有理化）。 |

1．在数列中，令为其前项和，若，.

(1)证明：数列为等差数列，并求其通项公式；

(2)求数列的前项和.

2．在数列中，，．

(1)求的通项公式；

(2)记的前项和为，若，求的前项和．

3．正项数列满足：，对一切，有其中为数列的前项和.

(1)证明是等差数列，并求出的通项公式；

(2)若数列前项和，求数列的通项公式；

(3)若，数列的前项和为，求的最大值和最小值.

4．已知递增数列满足.

(1)求；

(2)证明：数列为等差数列；

(3)令，求数列的前项和.

****

1．（2025高三·全国·专题练习）定义在上的函数．

(1)求．

(2)是否存在常数，对任意的，有？

2．（25-26高三上·河北唐山·期中）已知数列是等差数列，公差，若成等比数列，数列的前*n*项和为．

(1)求及；

(2)求数列的前项和．

3．（25-26高三上·江苏南京·期中）已知数列的首项，且满足递推关系.

(1)求证：是等比数列，并求数列的通项公式；

(2)记，数列的前项和为，若，求.

4．（25-26高二上·江苏泰州·月考）设正项数列的前项和为，.

(1)求数列的通项公式；

(2)设，记数列的前项和，求证：

5．（25-26高三上·天津滨海新·期中）已知数列是等差数列，是公比不为1的等比数列，，，且是与的等差中项.

(1)求数列的通项公式；

(2)设，求；

(3)若对于数列，在和之间插入个组成一个新的数列，记数列的前项和为，求

6．（25-26高三上·重庆·月考）数列满足，．

(1)求证：数列是等比数列，并求数列的通项公式；

(2)设，数列的前*n*项和为，求．

7．（25-26高三上·天津滨海新·期中）已知数列是等差数列，设为数列的前*n*项和，数列是等比数列，，若，，，．

(1)求数列和的通项公式；

(2)求数列的前*n*项和；

(3)若，求数列的前项和．

8．（25-26高三上·河北邢台·期中）已知数列的首项，且满足．

(1)证明：数列为等比数列，求数列的通项公式；

(2)设，求数列的前项和；

(3)设，求数列的前项和．

9．（25-26高二上·重庆·月考）已知数列  的前  项和为  ，且  .

(1)求证:  ，并求数列  的通项公式:

(2)求数列  的前  项和  :

(3)若数列  满足  ，求数列  的前  项和  .

10．（2025高三·全国·专题练习）已知在数列中，，且．

(1)求数列的通项公式；

(2)令，数列的前项和为，试比较与的大小，并证明．