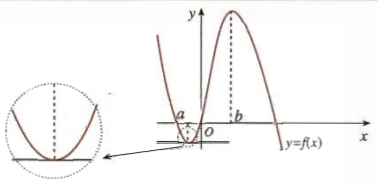
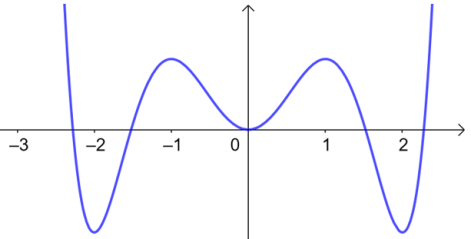
## 5.3.2 函数的极值与最大（小）值



**知识点1：极值的概念**



若在点附近的左侧，右侧则称为函数的极小值点，称为函数的极小值；

若在点附近的左侧，右侧，则称为函数的极大值点，称为函数的极大值．

极小值点、极大值点统称为极值点，极大值和极小值统称为极值．

① 把函数图象看成一座“山脉”，极大值就是“山峰”，极小值就是“山谷”， 如右图；

② 极值是“函数值”，极值点是“自变量值”，如下图有极大值和，极小值和，极大值点和，极小值点和.

③ 极值反映了函数在某一点附近的大小情况，刻画了函数的局部性质；

作业**知识点2：求函数的极值的方法**

解方程，当时：

(1) 如果在附近的左侧，右侧，那么是极大值；

(2) 如果在附近的左侧，右侧，那么是极小值．

**知识点3 ：函数在上的最大值与最小值的步骤**

(1)求函数在内的极值；

(2)将函数的各极值与端点处的函数值，比较，其中最大的一个是最大值，最小的一个是最小值．

(1) 极大值不一定是最大值，极小值不一定是最小值.

(2) 一般地，如果在区间上函数的图象是一条连续不断的曲线，那么它必有最大值和最小值.



**题型一：函数极值或极值点的辨析**

例1．已知函数的导函数则的极值点的个数为（    ）

A．0 B．1 C．2 D．3

【变式1-1】已知函数在处连续，下列命题中正确的是（    ）．

A．导数为零的点一定是极值点

B．如果在附近的左侧，右侧，那么是极大值

C．如果在附近的左侧，右侧，那么是极小值

D．如果在附近的左侧，右侧，那么是极大值

【变式1-2】下列说法正确的是（    ）

A．当时，则为的极大值

B．当时，则为的极小值

C．当时，则为的极值

D．当为的极值且存在时，则有

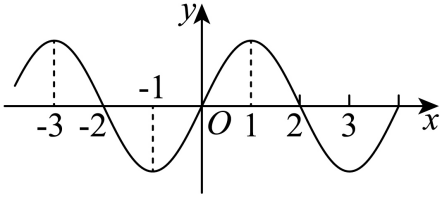
【变式1-3】函数是（   ）

A．偶函数，且没有极值点 B．偶函数，且有一个极值点

C．奇函数，且没有极值点 D．奇函数，且有一个极值点

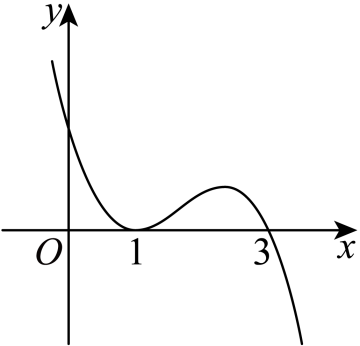
**题型二：函数图像与极值的关系**

例2. 已知函数的导函数的图象如图所示，则下列判断正确的是（   ）



A．函数有四个极值点 B．为的极大值点

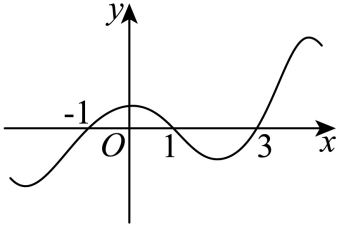
C．函数在上单调递增 D．函数在上单调递减

【变式2-1】已知函数，其导函数的图象如图所示，则（    ）

A．有2个极值点 B．在处取得极小值

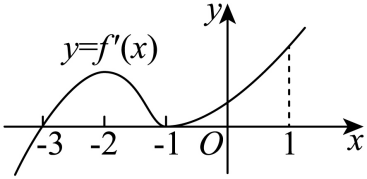
C．有极大值，没有极小值 D．在上单调递减

【变式2-2】已知函数的定义域为，其导函数为的部分图象如图所示，则（    ）



A．在上单调递增 B．的最大值为

C．的一个极大值点为 D．在上单调递减

【变式2-3】函数的导函数的图象如图所示，则（    ）

A．是函数的一个零点

B．是函数的极小值点

C．是函数的极大值点

D．函数在区间上单调递增

**题型三：求不含参已知函数的极值**

例3. 已知函数．

(1)求曲线在点处的切线方程；

(2)求函数的极值．

【变式3-1】函数的极小值为（   ）

A． B．0 C．2 D．4

【变式3-2】已知函数，则（   ）

A．极大值为，无极小值 B．极小值为，无极大值

C．极大值为，无极小值 D．极小值为，无极大值

【变式3-3】对于函数，下列结论不正确的（    ）

A．在处取得极大值 B．有两个不同的零点

C． D．若恒成立，则

**题型四：根据极值求参数**

例4.1 已知函数在处取得极小值，则的值为（    ）

A．或 B． C．1 D．

例4.2若函数在上有两个极值点，则的取值范围为 （    ）

A． B． C． D．

【变式4-1】已知函数在上存在极值，则实数的取值范围为（    ）

A． B．

C． D．

【变式4-2】已知函数在处有极值2，则（   ）

A． B．6 C．2 D．

【变式4-3】若函数恰有两个极值点，则实数*m*的取值范围为（    ）

A． B．

C． D．

**题型五： 求含参函数的极值**

例5. 已知函数.

讨论的单调区间和极值.

【变式5-1】已知函数

讨论函数的单调性并求极值.

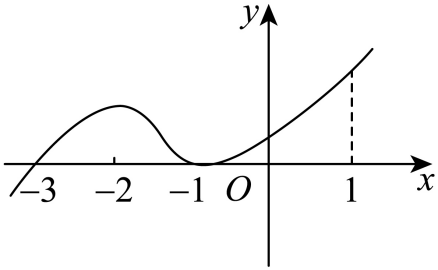
【变式5-2】已知函数，.

(1)若，求曲线在处的切线方程；

(2)若为函数的导函数，讨论函数的极值；

**题型六：函数最值与极值的辨析**

例6. 已知函数为连续可导函数，的图象如图所示，以下命题正确的是（    ）



A．是函数的最小值

B．是函数的极小值

C．在区间上单调递增

D．在处的切线的斜率大于0

【变式6-1】连续函数在上（    ）

A．极大值一定比极小值大 B．极大值一定是最大值

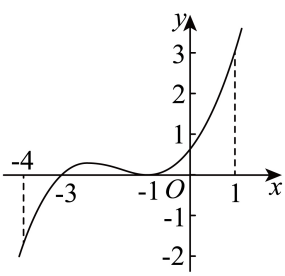
C．最大值一定是极大值 D．最大值一定大于极小值

【变式6-2】已知函数定义域为，且在该区间上连续，在上函数有唯一的极大值，则下列说法正确的是（    ）

A．函数有最大值 B．函数有最大值，但不一定是

C．函数的最小值也可能是 D．函数不一定有最大值

【变式6-3】已知定义在**R**上的函数的导函数的图象如图所示，下列命题中正确的是（    ）



A．是的极值点

B．在区间上单调递增

C．是在区间上的最小值点

D．曲线在点处的切线斜率小于零

**题型七：求不含参已知函数的最值**

例7.1 函数 的最小值为（    ）

A． B．1 C． D．

例7.2已知函数.

(1)求在处的切线方程；

(2)当时，求的最值.

【变式7-1】函数在闭区间上的最大值和最小值分别是（   ）

A． B． C． D．

【变式7-2】已知函数，若存在实数，使得成立，则实数*t*的最小值是（    ）

A． B．2π C．-1 D．1

【变式7-3】若当时，，则*a*的取值范围为（    ）

A． B． C． D．

【变式7-4】已知函数．

(1)求曲线在点处的切线方程；

(2)证明：；

**题型八： 由函数的最值求参数**

例8. 已知函数在内有最小值，则实数的取值可以是（    ）

A． B． C． D．

【变式8-1】已知是函数的导函数，若，且在上的最大值为5，则的值为（    ）

A．1 B． C． D．

【变式8-2】已知函数，当时，函数取得最大值，则（    ）

A． B．或

C． D．

【变式8-3】已知函数（，且），函数的图象与的图象关于直线对称.

(1)求；

(2)若的最小值是2，求.

**题型九： 求含参函数的最值**

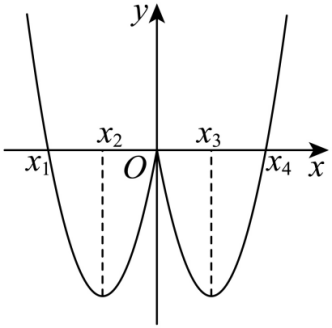
例9. 设函数

(2)当时，求证：

(3)当时，求函数在上的最小值。

【变式9-1】已知函数. 当时，求函数在区间上的值域.

【变式9-2】已知函数. 讨论的单调性，并求最值.



1已知函数的导函数为，若函数的图象如图所示，则的极小值点为（    ）

A． B．0 C．或 D．

2下列函数中，存在极小值的是（    ）

A． B．

C． D．

3若函数的导数，的最小值为，则函数的零点为（    ）

A．0 B． C． D．

4若函数在区间上存在最值，则的取值范围是（    ）

A． B． C． D．或

5已知函数有两个极值点，则实数的取值范围是（    ）

A． B． C． D．

6对于函数，则（ ）

A．有极大值，也有极小值 B．有极小值，没有极大值

C．函数与的图象有两个交点 D．函数有两个零点

8（多选）已知函数，则（    ）

A． B．在上单调递增

C．的最大值为1 D．在上存在唯一极值点

9已知，若恒成立，求实数的取值范围为 .

10已知函数.

(1)求曲线在点处的切线方程；

(2)求的零点个数；

(3)探究是否存在最值，若存在，求出最值，若不存在，说明理由.

11已知函数．

(1)若，求曲线在点处的切线方程；

(2)若（为的导函数），求函数在区间上的最大值；