海南中学2023-2024学年度第一学期期末考试

高一数学试题

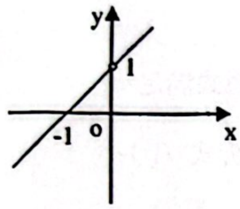
（满分：150分；考试时间：120分钟）

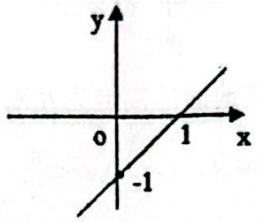
一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

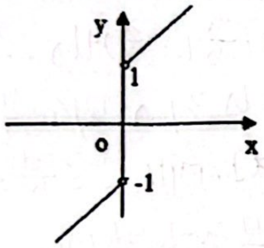
1．设集合 $A=\{x|-1<x<3\}, B=\{x\in N^{*}|0<x<4\}$，则 $A\cap B=$（　　）

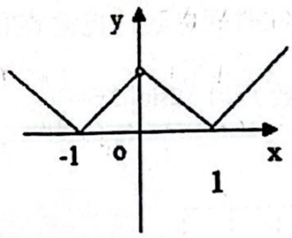
A．$\{x|0<x<3\}$　　B．$\{x|-1<x<4\}$　　C．$\{1,2\}$　　D．$\{0,1,2\}$

2．函数 $f(x)=x+\frac{|x|}{x}$ 的图象是（　　）

A．

B．

C．

D．

3．在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 与角 β 均以 Ox 为始边，则“角 α 与角 β 的终边关于 x 轴对称”是“$\cos\alpha=\cos\beta$”的（ B ）

A．充分而不必要条件 B．必要而不充分条件 C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

4．1614年苏格兰数学家纳皮尔在研究天文学的过程中为了简化计算而发明了对数方法；1637年法国数学家笛卡尔开始使用指数运算；1770年瑞士数学家欧拉发现了指数与对数的互逆关系，指出：对数源于指数，对数的发明先于指数．若 $2^{x}=5$，$\lg 2\approx 0.3010$，则 x 的值约为（　　）

A．2.301　　B．2.322　　C．2.507　　D．2.699

5．函数 $f(x)=(\frac{1}{2})^{x}-x^{\frac{1}{3}}$ 的零点一定位于下列的哪个区间（ A ）

A．$(2,3)$　　B．$(1,2)$　　C．$(0,1)$　　D．$(-1,0)$

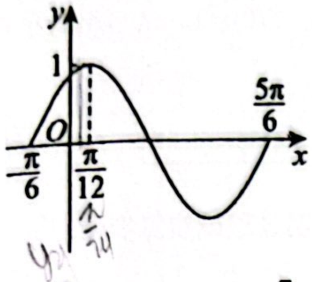
6．设 $a=\log_{0.3}2$，$b=\log_{3}2$，$c=2^{0.3}$，则 a，b，c 的大小关系是（　　）

$0<b<1$　$1<c<2$　$-1<a<0$

A．$b<a<c$　　B．$a<c<b$　　C．$c<a<b$　　D．$a<b<c$

7. 函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 部分图象如图所示，将该函数图象上各点的横坐标缩短到原来的一半（纵坐标不变），再向右平移 $\theta(\theta>0)$ 个单位长度后，所得到的图象关于原点对称，则 θ 的最小值为（　　）

$\frac{2\pi}{\omega}=\pi$　$\omega=2$　$\sin(2x+\varphi)$



A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{\pi}{12}$　　D. $\frac{7\pi}{24}$

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-2ax-2,x\le 2\\ x+\frac{36}{x}-6a,x>2\end{cases}$，若 $f(x)$ 的最小值为 $f(2)$，则实数 a 的取值范围为（ A ）

当 $x>2$ 时，$x+\frac{36}{x}-6a\ge 2\sqrt{36}-6a=12-6a$　当 $x\le 2$ 时，$f(x)=x^2-2ax-2$
当且仅当 $x=\frac{36}{x}$，即 $x=6$.　$\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge 2\\ 2-4a\le 12-6a\end{cases}\Rightarrow 2\le$

A. $[2,5]$　　B. $[2,+\infty)$　　C. $[2,5)$　　D. $(-\infty,5]$

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．

9. 下列三角式中，值为1的是（ ABC ）

A. $4\sin15°\cos15°$　　B. $2\left(\cos^2\frac{\pi}{6}-\sin^2\frac{\pi}{6}\right)$　　C. $\frac{2\tan22.5°}{1-\tan^2 22.5°}$　　D. $\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{6}}$

10. 已知 $\alpha\in(0,\pi)$，且 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$，则（ ABD ）

A. $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$　　B. $\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{12}{25}$　　C. $\cos\alpha-\sin\alpha=\frac{7}{5}$　　D. $\cos\alpha-\sin\alpha=-\frac{7}{5}$

$(\cos\alpha-\sin\alpha)^2=\cos^2\alpha-2\cos\alpha\sin\alpha$　$1-2\sin\alpha\cos\alpha$
$=1+\frac{12}{25}$

11. 已知 A,B 是函数 $f(x)=\tan\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)$ 图象与直线 $y=3$ 的两个交点，则下列结论正确的是（ AD ）

A. $|AB|_{\min}=\frac{\pi}{3}$　　$T=\frac{\pi}{3}$　　B. $f(x)$ 的定义域为 $\left\{x\in\mathbf{R}\middle|x\neq 3k\pi+\frac{3\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$

$3x+\frac{\pi}{6}=\frac{k\pi}{2}$

C. $f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$ 单调递增　　D. $f(x)$ 的图象的对称中心为点 $\left(\frac{k\pi}{6}-\frac{\pi}{18},0\right),k\in\mathbf{Z}$

$f(0)=\tan\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$　$f(\frac{\pi}{6})=\tan\frac{4\pi}{6}=-\tan\frac{\pi}{3}<0$

12. 设 $x\in\mathbf{R}$，用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，则 $y=[x]$ 称为高斯函数，也叫取整函数，例如 $[2.3]=2$．令函数 $f(x)=x-[x]$，以下结论正确的有（ BD ）

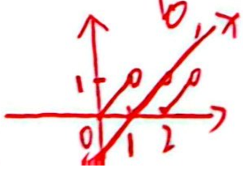
A. $f(-1.7)=-0.3$　　B. $f(x+1)=f(x)$

C. $f(x)$ 的最大值为1，最小值为0　　D. $y=f(x)$ 与 $y=x-1$ 的图象有无数个交点

A. $f(-1.7)=-1.7-[1.7]$
$=-1.7-(-2)$
$=0.3$

B: $f(x+1)=x+1-[x+1]$
$=x+1-[x]+1$
$=x-[x]$
$=f(x)$
1为 $f(x)$ 一个周期

C: $f(x)=\begin{cases}0,x=0\\ x,0<x<1\\ 0,x=1\end{cases}$　$\to f(0.1)=0$
$=0$



三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

$\begin{cases}2r+\alpha r=6 \text{①}\\ \frac{1}{2}\alpha\cdot r^2=2 \text{②}\end{cases}$

13. 已知函数 $f(x)=(m-2)x^m$ 是幂函数，则 $f(2)=$__________.

14. 已知扇形的周长是6，面积是2，则扇形圆心角 $\alpha(\alpha>0)$ 的弧度数是____________.

15. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R，且 $f(x+y)+f(x-y)=2f(x)f(y)$，$f(0)=1$，请写出满足条件的一个 $f(x)=$__________（答案不唯一）.

16. 已知 $2\sin\beta-\cos\beta+2=0,\sin\alpha=2\sin(\alpha+\beta)$，则 $\tan(\alpha+\beta)=$______________.

$\Downarrow$

$2\sin\beta=\cos\beta-2$

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

$\sin\alpha=\sin[(\alpha+\beta)-\beta]$

17.（10 分））已知 $M(4,3)$ 为角 α 终边上一点.

$=\sin(\alpha+\beta)\cos\beta-\cos(\alpha+\beta)\sin\beta$

$=2\sin(\alpha+\beta)[\cos\beta-2]-\cos(\alpha+\beta)\sin\beta=0$

(1) 求 $\sin\alpha$ 和 $\tan\alpha$ 的值；(2) 求 $\dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+2\cos(\pi+\alpha)}{\sin(\pi-\alpha)-\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}$ 的值.

$2\sin(\alpha+\beta)\sin\beta-\cos(\alpha+\beta)\sin\beta=0$　　$\dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=\dfrac{1}{2}$

18.（12 分）已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，且当 $x>0$ 时，$f(x)=x^2+2x$.

(1) 求 $f(x)$ 在 R 上的解析式；

(1) 设 $x<0$，则 $-x>0$，当 $x>0$ 时，$f(x)=x$

因为 $f(-x)=-f(x)$，所以 $f(-x)=x$

即 $f(x)=-x^2+2x$

(2) 判断 $f(x)$ 的单调性，并解不等式 $f(x^2-2x)+f(3-2x^2)<0$.

(2) $x\geq 0$ 时，$f(x)=x^2+2x$

19.（12 分）已知函数 $f(x)=2\cos x\left(\sqrt{3}\sin x+\cos x\right)+m$

$=(x+1)^2-1$ 单调递

又 $f(-0)=-f(0)$，所以 $f(0)=0$

$\therefore f(x)=\begin{cases}x^2+2x, & x>0\\ -x^2+2x, & x<0\end{cases}$

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期；

(2) 在下列三个条件中，选择一个作为已知，使得实数 m 的值唯一确定，并求函数 $f(x)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最小值.

~~(1) f(x)=2f3~~

条件①：$f(x)$ 的最大值为1；

(2) ~~① $f(x)_{max}=2+m$~~

② . 1

条件②：$f(x)$ 的一个对称中心为 $\left(\frac{5\pi}{12},0\right)$；

条件③：$f(x)$ 的一条对称轴为 $x=\frac{\pi}{6}$.

20.（12 分）深圳别称“鹏城”，“深圳之光”摩天轮是中国之眼．游客坐在摩天轮的座舱里慢慢往上转，可以从高处俯瞰四周景色．摩天轮最高点距离地面高度为 120 米，转盘直径为 110 米，当游客坐上“深圳之光”摩天轮的座舱开始计时．开启后按逆时针方向匀速旋转，游客在座舱转到距离地面最近的位置进舱，转一周大约需要 30 分钟．开始转动 t 分钟后距离地面的高度为 $H(t)$ 米，

图1

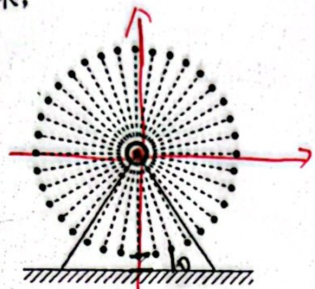


图2

$\begin{cases}B+A=120\\B-A=10\end{cases}$　$\begin{cases}A=55\\B=65\end{cases}$

(1)经过 t 分钟后游客距离地面的高度为 H 米，已知 H 关于 t 的函数关系式满足

$H(t)=A\sin(\omega t+\varphi)+B$（其中 $A>0,\omega>0,|\varphi|\le\frac{\pi}{2}$），求摩天轮转动一周的解析式 $H(t)$；

(2)若游客在距离地面至少 92.5 米的高度能够获得最佳视觉效果，请问摩天轮在运行一周的过程中，游客能有多长时间有最佳视觉效果？

(2) ∵ $H(t)=55\sin(\frac{\pi}{15}t-\frac{\pi}{2})+65=-55\cos\frac{\pi t}{15}+$

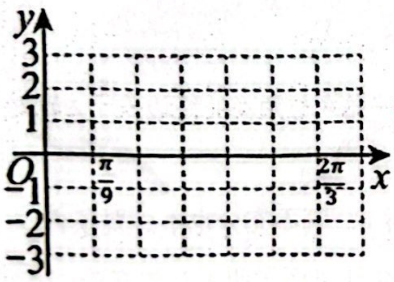
令 $-55\cos\frac{\pi t}{15}+65\ge 92.5$，则 $\cos\frac{\pi t}{15}\le-\frac{1}{2}$

又∵ $\frac{\pi t}{15}\in[0,2\pi]$，所以 $\frac{2\pi}{3}\le\frac{\pi t}{15}\le\frac{4\pi}{3}$

所以 $10\le t\le 20$，且 $20-10=10min$

故

21.（12 分）已知函数 $f(x)=2\sin\left(3x-\frac{\pi}{3}\right)$.



21. (1)

$3x-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$
x	0	$\frac{\pi}{9}$	$\frac{5\pi}{18}$	$\frac{4\pi}{9}$	$\frac{11\pi}{18}$	$\frac{2\pi}{3}$
y	$-\sqrt{3}$	0	2	0	-2	$-\sqrt{3}$

(1)请用五点作图法画出函数 $f(x)$ 在 $\left[0,\frac{2}{3}\pi\right]$ 上的图象；（先列表，后画图）

(2)设 $F(x)=|f(x)|-3^m,x\in\left[0,\frac{2}{3}\pi\right]$，当 $m>0$ 时，试讨论函数 $F(x)$ 零点情况.

(2)令 $F(x)=0$，则 $|f(x)|=3^m$，由 $m>0$，则 $3^m>1$.

(i) $1<3^m<\sqrt{3}$，即 $0<m<\frac{1}{2}$，有4个公共点

(ii) $3^m=\sqrt{3}$，即 $m=\frac{1}{2}$，有5个公共点

22.（12 分）已知函数 $f(x)=\ln(e^x+e^{-x})$.

(1)判断 $f(x)$ 的奇偶性并求 $f(x)$ 的单调区间；

(2)设函数 $g(x)=f(ax)-f(x-1)$（$a\in R$），若 $g(x)$ 有唯一零点，求 a 的取值集合；

(3)若对 $\forall x\in R$，不等式 $e^{2x}+e^{-2x}-(2m+1)\cdot e^{f(x)}+m(m+1)+2\ge 0$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

(2)

(1) 由题意可知 $f(x)=\ln(e^x+e^{-x})$ 的定义域为R

$\forall x\in R$，则 $-x\in R$，$f(-x)=\ln(e^{-x}+e^{x})$

所以 $f(-x)=f(x)$，所以 $f(x)$ 为偶函数

任取 $x_2>x_1>0$，则 $f(x_2)-f(x_1)=\ln(e^{x_2}+e^{-x_2})-\ln(e^{x_1}+e^{-x_1})=\ln(\frac{e^{x_2}+e^{-x_2}}{e^{x_1}+e^{-x_1}})$