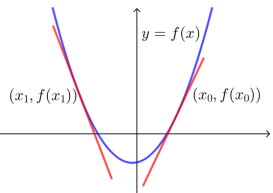
## 5.3.1 导数与函数的单调性



**知识点1：函数单调性与导数**

在某个区间内，若 ，则函数在这个区间内单调递增；

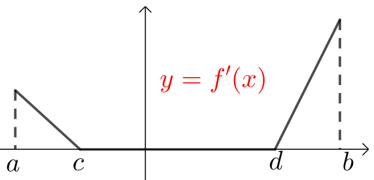
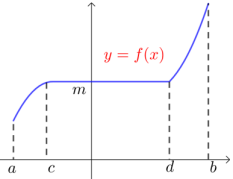
若，则函数在这个区间内单调递减．

(1) 如下图，导数表示函数的图象在点处的切线的斜率，可发现，

在处，，切线是“左下右上”的上升式，函数的图象也是上升的，函数在附近单调递增；在处，，切线是“左上右下”的下降式，函数的图象也是下降的，函数在附近单调递减.

(2) 若函数在某个区间内单调递增，则(含等号)恒成立，但不存在一区间内使得；

假如存在一区间内使得，那原函数在区间内恒等于一个常数，即是个常数，则原函数不可能在内单调递增.

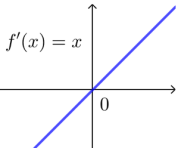
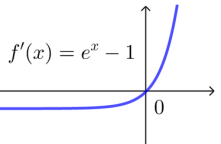
 

函数在某个区间内单调递减有类似结论！

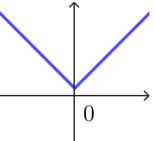
(3)导函数“穿线图”与原函数“趋势图”

① 导函数“穿线图”关注导函数在各区间的正负，故特别注意函数与轴的交点情况，

如与的“穿线图”视为一样的，它们在上为负，在上为正.

② 原函数“趋势图”仅关注函数在各区间上的单调性，没顾及其最值或曲线形状等，

如由导函数的“穿线图”易得原函数在上递减，在上为递增，趋势图可如下图，

③ 后面涉及到函数单调性均可通过分析导函数“穿线图”得出原函数的单调性.

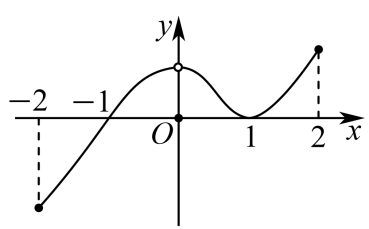
作业**知识点2：函数增长快慢**

一般地，如果一个函数在某一范围内导数的绝对值较大，那么函数在这个范围内变化得较快，这时函数的图象就比较“陡峭”(向上或向下)；反之，函数在这个范围内变化得较慢，函数的图象就比较“平缓”.

【例】

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 对数函数 | 幂函数 | 指数函数 |
| 导数 |  |  |  |
| 导数绝对值变化 | 在上较大，  在上较小 | 在原点附近较小，  离原点越远越大 | 在上较大，  在上较小 |
| 图象变化 | 在上陡峭，  在上平缓 | 在原点附近平缓，  离原点越远越陡峭 | 在上陡峭，  在上平缓 |
| 图象 |  |  |  |



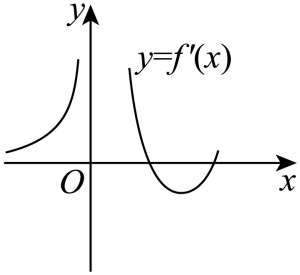
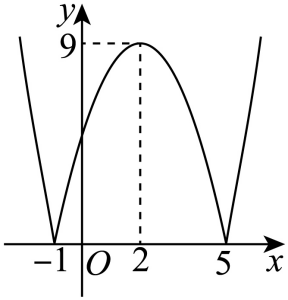
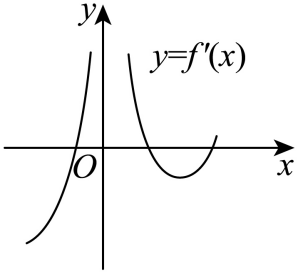
**题型一：****导函数的“穿线图”与原函数的“趋势图”**

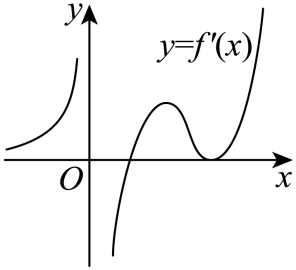
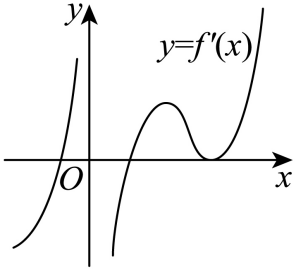
例1．已知连续函数的导函数为，如图是函数在上的图象，则（    ）

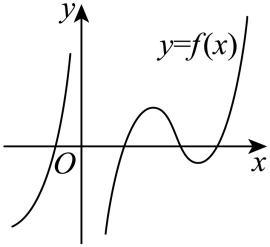
A．在上单调递减 B．在上单调递减

C．在上单调递增 D．在上单调递增

【变式1-1】设函数可导，的图象如图所示，则导函数图象可能为（    ）

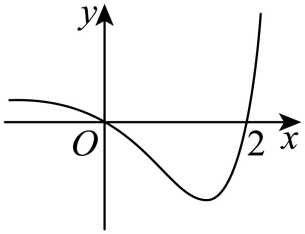
1.  B．

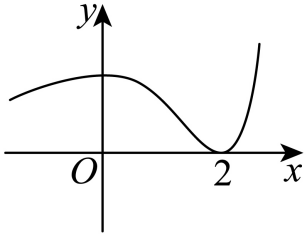
C． D．

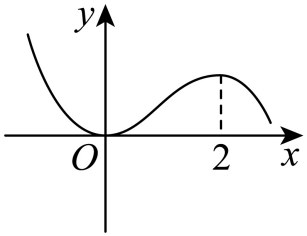
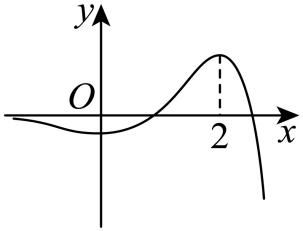
【变式1-2】已知函数的图象如图所示，则不等式的解集为（    ）

A． B．

C． D．

【变式1-3】已知下列四个图象之一是函数在某区间的图象，且的导函数在该区间的图象如图所示，则在该区间的图象是（    ）

A．  B． 

C．  D． 

**题型二：求不含参函数的单调性**

例2. 1函数的单调递减区间为（   ）

A． B． C． D．

例2. 2函数在下列区间上单调递增的是（    ）

A． B．

C． D．

【变式2-1】函数的单调减区间为（   ）

A． B． C． D．

【变式2-3】已知函数.

(1)判断的奇偶性，并说明理由；

(2)求曲线在原点处的切线方程；

(3)求的单调区间.

**题型三：由函数单调区间求参数**

例3. 已知函数在**R**上单调递增，则的最小值为（    ）

A． B． C． D．1

【变式3-1】若函数在单调递减，则的取值范围是（    ）

A． B．

C． D．

【变式3-2】已知函数在上不是单调函数，则实数*a*的取值范围是（    ）

A． B．

C． D．

【变式3-3】已知函数在上单调递增，则的最大值为（    ）

A．0 B．3 C．6 D．8

**题型四：求含参函数的单调性之一次函数型**

例4. 已知

(1)若 求在处的切线的斜率;

(2)讨论的单调性;

【变式4-1】若对于，不等式恒成立，则参数*a*的取值范围为 ．

【变式4-2】已知函数，讨论的单调性.

**题型五：求含参函数的单调性之二次函数型**

例5. 已知函数.

(1)讨论的单调性.

(2)求证：若，有且仅有一个零点.

【变式5-1】若函数恰好有三个单调区间，则实数的取值范围是（    ）

A． B．

C． D．

【变式5-2】设函数，其中．讨论的单调性．

【变式5-3】已知函数，.讨论函数的单调性.

**题型六： 求含参函数的单调性之指数函数型**

例6. 设函数，．

(1)若，求曲线在处的切线方程；

(2)求函数的单调区间．

【变式6-1】讨论函数的单调性；

【变式6-2】已知函数，讨论的单调性．

【变式6-3】已知函数．

(1)若曲线在点处的切线的斜率为，求的值；

(2)若，讨论函数的单调性；

**题型七：求含参函数的单调性之对数函数型**

例7. 已知函数，其中．讨论的单调性；

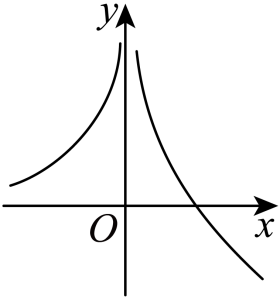
【变式7-1】函数的单调增区间为（   ）

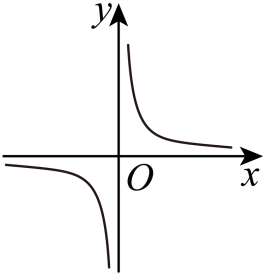
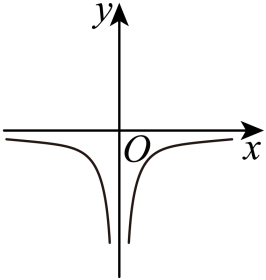
A． B． C． D．

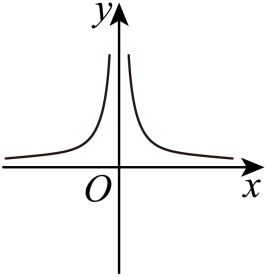
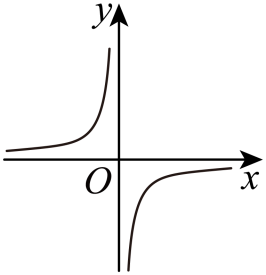
【变式7-2】已知函数，讨论的单调性；



1函数的图象如图所示，则的图象可能是（   ）



A．   B．

C．   D．

2函数的递增区间是（    ）

A． B．

C． D．

3已知函数，若在上单调递增，则实数的取值范围为（    ）

A． B． C． D．

4已知函数，在下列区间中，一定包含零点的区间是（   ）

A． B．

C． D．

5已知，，，则（   ）

A． B． C． D．

6若对于，都有成立，则的最大值为（   ）

A． B．1 C． D．

7（多选）已知函数的定义域为，满足，函数为奇函数，且对任意的，都有，则下列结论正确的是（    ）

A．是偶函数 B．

C． D．

8已知函数，则的单调增区间为 ．

9已知函数.

(1)求的单调区间；

(2)当时，判断并证明与的大小关系.

10已知函数，讨论函数的单调性．

11已知函数．

(1)已知曲线切线的倾斜角是0，求该切线方程；

(2)求的单调区间；

12已知函数是函数的一个极值点．

(1)求函数的单调区间；