

# 2024-2025 学年度海南创新中学协作校高二月考

## 数学学科试题

(考试时间: 120 分钟 试卷满分: 150 分)

命题人: 琼海市嘉积中学 郭倩

审题人: 华东师范大学澄迈实验中学 肖旭斌

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项是符合题目要求的.

1. 双曲线  $2x^2 - y^2 = 1$  的渐近线方程是 ( )

- A.  $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$       B.  $y = \pm \sqrt{2}x$       C.  $y = \pm \frac{1}{2}x$       D.  $y = \pm 2x$

2. 下列四条直线中, 倾斜角最大的是 ( )

- A.  $y = \sqrt{3}$       B.  $x - y = 0$       C.  $\sqrt{3}x + y = 0$       D.  $x + y = 0$

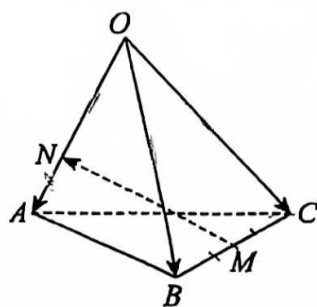
3. 已知直线  $l_1: ax + y - 1 = 0$ , 直线  $l_2: x + ay - 2 = 0$ , 则 “ $a = 1$ ” 是 “ $l_1 \parallel l_2$ ” 的 ( ) 条件

- A. 充分不必要      B. 必要不充分      C. 充要      D. 既不充分也不必要

4.  $\triangle ABC$  的三个顶点的坐标分别为  $A(1, 0)$ ,  $B(3, 0)$ ,  $C(3, 4)$ , 则  $\triangle ABC$  的外接圆方程是 ( )

- A.  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 20$       B.  $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 20$   
C.  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 5$       D.  $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 5$

5. 如图, 空间四边形  $OABC$  中,  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ , 点  $M$  为  $BC$  中点, 点  $N$  在侧棱  $OA$  上, 且  $ON = 2NA$ , 则  $\overrightarrow{MN} =$  ( )



- A.  $-\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$       B.  $\frac{2}{3}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$       C.  $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$       D.  $-\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$

6. 已知圆  $O: x^2 + y^2 = 1$ , 点  $A(-1, 0)$ , 点  $B(1, 0)$ . 点  $P$  是圆  $O$  上异于  $A, B$  的动点. 过点  $P$



作  $x$  轴的垂线, 垂足为  $Q$ , 点  $M$  满足  $2\overrightarrow{PQ} = -\overrightarrow{PM}$ , 则点  $M$  的轨迹方程为 ( )

- A.  $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1 (x \neq \pm 1)$       B.  $9x^2 + y^2 = 1 (x \neq \pm 1)$   
C.  $\frac{y^2}{9} + x^2 = 1 (x \neq \pm 1)$       D.  $x^2 + 9y^2 = 1 (x \neq \pm 1)$

7. 点  $A(2, 1, 1)$  是直线  $l$  上一点,  $\vec{a} = (1, 0, 0)$  是直线  $l$  的一个方向向量, 则点  $P(1, 2, 0)$  到直线  $l$  的距离是 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\sqrt{2}$       C.  $2\sqrt{2}$       D.  $2\sqrt{3}$

8. 已知椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点为  $F(3, 0)$ , 过点  $F$  的直线交椭圆  $E$  于  $A, B$  两点, 若  $AB$  的中点坐标为  $(1, -1)$ , 则椭圆  $E$  的方程为 ( )

- A.  $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$       B.  $\frac{x^2}{27} + \frac{y^2}{18} = 1$       C.  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$       D.  $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{36} = 1$

二、多项选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 下列命题中正确的是 ( )

- A. 若空间向量  $\vec{a}, b, \vec{c}$  满足  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0, b = \vec{c}$ , 则  $\vec{a} = \vec{c}$   
B. 若直线  $l$  的方向向量为  $\vec{e} = (1, -1, 2)$ , 平面  $\alpha$  的法向量为  $\vec{m} = (6, 4, -1)$ , 则  $l \perp \alpha$   
C. 点  $M(3, 2, 1)$  关于平面  $yOz$  对称的点的坐标是  $(-3, 2, -1)$   
D. 已知  $O$  为空间任意一点,  $A, B, C, P$  四点共面, 且任意三点不共线, 若  $\overrightarrow{OP} = m\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$ , 则  $m = \frac{1}{6}$

10. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{m} = 1$ , 则下列说法正确的是 ( )

- A. 双曲线  $C$  的实轴长为 2  
B. 若  $(2\sqrt{2}, 0)$  是双曲线  $C$  的一个焦点, 则  $m=6$   
C. 双曲线  $C$  的焦点到渐近线的距离为  $m$   
D. 若双曲线  $C$  的两条渐近线相互垂直, 则  $m=2$

11. 如图所示, 棱长为 2 的正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $G$  为  $BB_1$  的中点,  $DB_1$  与面  $A_1BC_1$  交于点  $H$ , 则下列结论正确的有 ( )



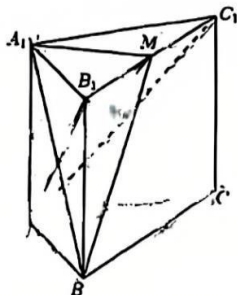


17. (本小题满分 15 分) 如图, 在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $AA_1 \perp$  底面  $ABC$ ,  $AA_1 = BC = \sqrt{2}AB = \sqrt{2}AC$ , 点  $M$  为  $B_1C_1$  的中点.

(1) 证明:  $AC_1 \parallel$  平面  $A_1BM$ ;

(2) 棱  $AC$  上是否存在点  $N$ , 使二面角  $B - A_1M - N$  的大小为  $\frac{\pi}{4}$ , 若存在, 求  $\frac{AN}{CN}$  的值;

若不存在, 请说明理由.



18. (本小题满分 17 分) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点为  $F_2(1, 0)$ , 点

$P\left(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  在椭圆  $C$  上.

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 若过原点的两条直线分别交椭圆  $C$  于点  $E, G$  和  $F, H$ , 且  $k_{EG} \cdot k_{FH} = -\frac{3}{4}$  ( $O$  为坐标原点).

判断四边形  $EFGH$  的面积是否为定值? 若为定值, 求四边形  $EFGH$  的面积; 若不为定值, 请说明理由.

19. (本小题满分 17 分) 公元前 3 世纪, 古希腊数学家阿波罗尼斯 (Apollonius) 在《平面轨迹》一书中, 研究了众多的平面轨迹问题, 其中有如下著名结果: 平面内到两个定点  $A, B$  距离之比为  $\lambda$  ( $\lambda > 0$  且  $\lambda \neq 1$ ) 的点  $P$  的轨迹为圆, 此圆称为阿波罗尼斯圆. 已知两

定点  $A(-1, 4)$ ,  $B(2, 4)$ , 若动点  $P$  满足  $\frac{|PA|}{|PB|} = 2$ , 动点  $P$  轨迹为圆  $C$ .

(1) 求圆  $C$  的方程;

(2) 过点  $(0, 1)$  的直线  $l$  与圆  $C$  交于  $D, E$  两点, 若弦长  $|DE| = \frac{2\sqrt{55}}{5}$ , 求直线  $l$  的方程;

(3) 若  $Q$  是  $x$  轴上的动点,  $QF, QG$  与圆  $C$  相切, 切点分别为  $F, G$ , 试问直线  $FG$  是否恒过定点? 若是, 求出定点坐标; 若不是, 请说明理由.

