

数学

满分：150 分 考试时间：120 分钟

注意事项：

- 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在试卷上无效。
- 考试结束后，本试卷不回收，答题卡交回。

第 I 卷（选择题）

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{-1, 0, 1, 2\}$, $N = \{-1, 1\}$, 则下列结论正确的是()

A. $M \cup N = M$ B. $M \cap N = \{-1\}$

C. $M \subseteq N$ D. $C_M N = \{0, 1, 2\}$

2. 若 $A = \{x | 0 < x < 1\}$, $B = \{x | x < 4\}$, 则 A 是 B 的()

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 已知命题 $p: \forall x \in R, x > 1$, 那么命题 p 的否定是()

A. $\forall x \in R, x < 1$ B. $\forall x \notin R, x \leq 1$

C. $\exists x \in R, x \leq 1$ D. $\exists x \notin R, x \leq 1$

4. 设 $x, y \in R$, 且 $x < y < 0$, 则

A. $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} > 2$ B. $y^2 > xy$

C. $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ D. $\frac{x+y}{2} < \sqrt{xy}$

5. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $(-2, 4)$, 则不等式 $cx^2 - bx + a < 0$ 的

解集是()

A. $\left\{x \mid x < -\frac{1}{2} \text{ 或 } x > \frac{1}{4}\right\}$ B. $\left\{x \mid -\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}\right\}$

C. $\left\{x \mid x < -\frac{1}{4} \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\right\}$ D. $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{4}\right\}$

6. 下列各组函数表示同一函数的是()

A. $f(x) = \sqrt{x^2}$, $g(x) = (\sqrt{x})^2$

B. $f(x) = 1$, $g(x) = x^0$



C. $f(x) = \sqrt[3]{x^3}$, $g(x) = (\sqrt[3]{x})^3$

D. $f(x) = x + 1$, $g(x) = \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$

7. 幂函数 $y = f(x)$ 经过点 $(2, 4)$, 则 $f(x)$ 是()

- A. 偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上是增函数
- B. 偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上是减函数
- C. 奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上是减函数
- D. 非奇非偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上是增函数

8. 已知函数 $f(x) = x^2 - 6x + 8$ 在 $[1, a]$ 上的最小值为 $f(a)$, 则实数 a 的取值范围为()

- A. $(1, 3]$
- B. $(1, +\infty)$
- C. $(1, 5)$
- D. $[3, 5]$

二、多选题: 本题共 3 小题, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。

9. 函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 下列说法正确的是()

- A. $f(0) = 0$
- B. 若 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上为增函数, 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, -1]$ 上为减函数
- C. 若 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上有最小值 -1 , 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上有最大值 1
- D. 若 $x > 0$ 时, $f(x) = \frac{1}{x+1}$, 则 $f(x)$ 值域为 $(-1, 0) \cup (0, 1)$

10. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, $f(1) = 2$, 当 $x > 0$ 时, $f(x)$ 是增函数, 若对任意的 $x, y \in R$ 有 $f(x+y) = f(x) + f(y)$; 则 $f(x)$ 在 $[-5, -3]$ 上()

- A. 有最大值 -6
- B. 有最小值 -10
- C. 有最大值 6
- D. 有最小值 10

11. 已知函数 $f(x) = \frac{2^x - 1}{1 + 2^x}$, 则下列结论正确的有()

- A. $f(x)$ 的图象关于原点对称
- B. $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称
- C. $f(x)$ 的值域为 $(-1, 1)$
- D. $\forall x_1, x_2 \in R$, 且 $x_1 \neq x_2$, $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$ 恒成立

第 II 卷 (非选择题)

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

12. 如果奇函数 $f(x)$ 在 $[2, 5]$ 上是减函数, 且最小值是 -5 , 那么 $f(x)$ 在 $[-5, -2]$ 上的最大值为_____。

13. 已知关于 x 的不等式 $(a^2 - 4)x^2 + (a - 2)x - 1 > 0$ 的解集为空集, 则实数 a 的取值范围是_____。

14. 已知函数 $y = f(2x + 1)$ 的定义域为 $[1, 2]$, 函数 $y = f(2 - x)$ 的定义域是_____。

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15. (本小题13分)

已知集合 $A = \{x | 3 \leq x < 7\}$, $B = \{x | 4 < x \leq 10\}$, $C = \{x | x < a\}$, 全集为实数集 R

(1)求 $A \cup B$; $(C_R A) \cap B$;

(2)若 $A \cap C \neq \emptyset$, 求 a 的取值范围.

16. (本小题15分)

(1)已知 $f(x)$ 是一次函数，且满足 $3f(x+1) - 2f(x-1) = 2x + 17$ ，求 $f(x)$ 的解析式：

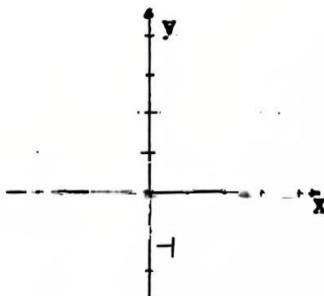
(2)已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 1) \\ x^2 & (1 < x < 2) \\ 2x & (x \geq 2) \end{cases}$

①求 $f(2)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f[f(-1)]$;

②若 $f(a) = 3$, 求 a 的值.

17. (本小题17分)

已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，且当 $x \leq 0$ 时， $f(x) = x^2 + 2x$.



(1)现已画出函数 $f(x)$ 在 y 轴左侧的图象，如图所示，请补出完整函数 $f(x)$ 的图象，并由图象写出函数 $f(x)$ 的增区间。

(2)求函数 $f(x)$ 的解析式和值域。



18. (本小题17分)

已知幂函数 $f(x) = x^m$ 的图象过点(25,5).

(1)求 $f(8)$ 的值;

(2)若 $f(a+1) > f(3-2a)$, 求实数 a 的取值范围.

19. (本小题15分)

已知函数 $f(x) = x^2 - (\alpha + 4)x + 4\alpha$.

(1)解关于 x 的不等式 $f(x) < 0$;

(2)若关于 x 的不等式 $f(x) + 4x < 0$ 的解集为 (m, n) ($m > 0, n > 0$), 求 $m + 4n$ 的最小值.

