高中数学必修 2 知识点

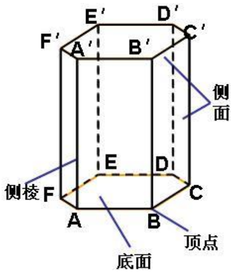
第 1 章　空间几何体

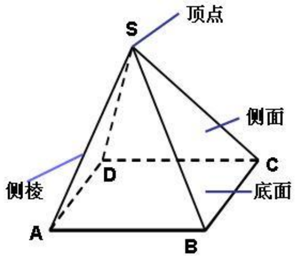
一、空间几何体的结构

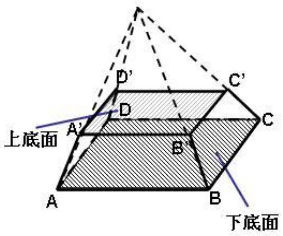
1.多面体：一般地，我们把由若干个平面多边形围成的几何体叫做多面体。围成多面体的各个多边形叫做多面体的面；相邻两个面的公共边叫做多面体的棱；棱与棱的公共点叫做多面体的顶点。

2.旋转体：我们把由一个平面图形绕它所在平面内的一条定直线旋转所形成的封闭几何体叫做旋转体。这条定直线叫做旋转体的轴。

3、柱、锥、台、球的结构特征







（1）棱柱：定义：有两个面互相平行，其余各面都是四边形，且每相邻两个四边形的公共边都互相平行，由这些面所围成的几何体。

分类：以底面多边形的边数作为分类的标准分为三棱柱、四棱柱、五棱柱等。

表示：用各顶点字母，如五棱柱 $ABCDE-A'B'C'D'E'$ 或用对角线的端点字母，如五棱柱 AD'

几何特征：两底面是对应边平行的全等多边形；侧面、对角面都是平行四边形；侧棱平行且相等；平行于底面的截面是与底面全等的多边形。

（2）棱锥

定义：有一个面是多边形，其余各面都是有一个公共顶点的三角形，由这些面所围成的几何体

分类：以底面多边形的边数作为分类的标准分为三棱锥、四棱锥、五棱锥等

表示：用各顶点字母，如五棱锥 $P-A'B'C'D'E'$

几何特征：侧面、对角面都是三角形；平行于底面的截面与底面相似，其相似比等于顶点到截面距离与高的比的平方。

（3）棱台：定义：用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥，截面和底面之间的部分

分类：以底面多边形的边数作为分类的标准分为三棱态、四棱台、五棱台等

表示：用各顶点字母，如五棱台 $P-A'B'C'D'E'$

几何特征：①上下底面是相似的平行多边形　②侧面是梯形　　③侧棱交于原棱锥的顶点

（4）圆柱：定义：以矩形的一边所在的直线为轴旋转,其余三边旋转所成的曲面所围成的几何体

几何特征：①底面是全等的圆；②母线与轴平行；③轴与底面圆的半径垂直；④侧面展开图是一个矩形。

（5）圆锥：定义：以直角三角形的一条直角边为旋转轴,旋转一周所成的曲面所围成的几何体

几何特征：①底面是一个圆；②母线交于圆锥的顶点；③侧面展开图是一个扇形。

（6）圆台：定义：用一个平行于圆锥底面的平面去截圆锥，截面和底面之间的部分

几何特征：①上下底面是两个圆；②侧面母线交于原圆锥的顶点；③侧面展开图是一个弓形。

（7）球体：定义：以半圆的直径所在直线为旋转轴，半圆面旋转一周形成的几何体

几何特征：①球的截面是圆；②球面上任意一点到球心的距离等于半径。

二、空间几何体的三视图和直观图

1.投影：由于光的照射，在不透明物体后面的屏幕上可以留下这个物体的影子，这种现象叫做投影。其中我们把光线叫做投影线，把留下物体影子的屏幕叫做投影面。

2.中心投影：我们把光由一点向外散射形成的投影，叫做中心投影。

3.平行投影：我们把在一束平行光线照射下形成的投影，叫做平行投影。（又分为正投影和斜投影）

4 空间几何体的三视图

（1）、定义三视图：正视图（从前向后；即光线从几何体的前面向后面正投影）；侧视图（从左向右）、俯视图（从上向下）

注：正视图反映了物体上下、左右的位置关系，即反映了物体的高度和长度；
　　俯视图反映了物体左右、前后的位置关系，即反映了物体的长度和宽度；
　　侧视图反映了物体上下、前后的位置关系，即反映了物体的高度和宽度。

（2）、三视图图形的位置：

正	侧
俯	

（3）、 三视图长、宽、高的关系：“正侧长对齐、正俯高对齐、侧俯宽相等”

三、空间几何体的直观图

1.斜二测画法：对于平面多边形，我们常用斜二测画法画它们的直观图。斜二测画法是一种特殊的平行投影画法。

2.斜二测画法原则：横不变，纵减半。

3.斜二测画法步骤：①在已知图形中取互相垂直的 x 轴和 y 轴，两轴相交于点 O。画直观图时，把它们画成对应的 x' 轴与 y' 轴，两轴交于点 O'，且使 $\angle x'O'y'=45^\circ$（或 **135°** ），它们确定的平面表示水平面。

②已知图形中平行于 x 轴或 y 轴的线段，在直观图中分别画成平行于 x' 轴或 y' 轴的线段。

③已知图形中平行于 x 轴的线段，在直观图中保持原长度不变，平行于 y 轴的线段，长度为原来的一半。

四、空间几何体的表面积与体积

（1）、几何体的表面积为几何体各个面的面积的和。所以，棱柱、棱锥的表面积：各个面的面积之和。（2）：

柱　体	$S_{\text{圆柱侧面积}}=2\pi rl$	$S_{\text{圆柱表面积}}=2\pi r\cdot(r+l)$	$S_{\text{柱体}}=Sh$
锥　体	$S_{\text{圆锥侧面积}}=\pi rl$	$S_{\text{圆柱表面积}}=\pi r\cdot(r+l)$	$V_{\text{锥体}}=\dfrac{1}{3}Sh$
台　体	$S_{\text{侧面积}}=\pi rl+\pi r'l$	$S_{\text{表面积}}=\pi\cdot(r'^2+r^2+r'l+rl)$	$V=\dfrac{1}{3}(S'+\sqrt{S'S}+S)h$
球　体		$S_{\text{表面积}}=4\pi R^2$	$V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$

第二章　直线与平面的位置关系

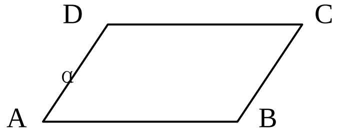
2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系

2.1.1

1　平面含义：平面是无限延展的

2　平面的画法及表示

（1）平面的画法：水平放置的平面通常画成一个平行四边形，锐角画成 45^0，且横边画成邻边的 2 倍长（如图）



（2）平面通常用希腊字母α、β、γ等表示，如平面α、平面β等，也可以用表示平面的平行四边形的四个顶点或者相对的两个顶点的大写字母来表示，如平面 AC、平面 ABCD 等。

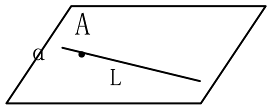
3　三个公理：

（1）公理 1：如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线在此平面内

符号表示为

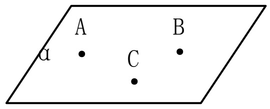
A∈L
B∈L
A∈α
B∈α

=> L⊂ α



公理 1 作用：判断直线是否在平面内

（2）公理 2：过不在一条直线上的三点，有且只有一个平面。



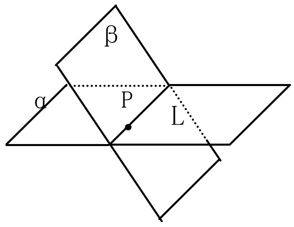
符号表示为：A、B、C 三点不共线 => 有且只有一个平面α，
使 A∈α、B∈α、C∈α。

公理 2 作用：确定一个平面的依据。

（3）公理 3：如果两个不重合的平面有一个公共点，那么它们有且只有一条过该点的公共直线。

符号表示为：P∈α∩β =>α∩β=L，且 P∈L

公理 3 作用：判定两个平面是否相交的依据



2.1.2 空间中直线与直线之间的位置关系

1 空间的两条直线有如下三种关系：

共面直线
- 相交直线：同一平面内，有且只有一个公共点；
- 平行直线：同一平面内，没有公共点；

异面直线：　不同在任何一个平面内，没有公共点。

2 公理 4：平行于同一条直线的两条直线互相平行。

符号表示为：设 a、b、c 是三条直线

a∥b
c∥b
=>a∥c

强调：公理 4 实质上是说平行具有传递性，在平面、空间这个性质都适用。

公理 4 作用：判断空间两条直线平行的依据。

3 等角定理：空间中如果两个角的两边分别对应平行，那么这两个角相等或互补

4 注意点：

① a'与 b'所成的角的大小只由 a、b 的相互位置来确定，与 O 的选择无关，为了简便，点 O 一般取在两直线中的一条上；

② 两条异面直线所成的角 $\theta\in(0,\ \frac{\pi}{2}]$；

③ 当两条异面直线所成的角是直角时，我们就说这两条异面直线互相垂直，记作 a⊥b；

④ 两条直线互相垂直，有共面垂直与异面垂直两种情形；

⑤ 计算中，通常把两条异面直线所成的角转化为两条相交直线所成的角。

2.1.3 — 2.1.4 空间中直线与平面、平面与平面之间的位置关系

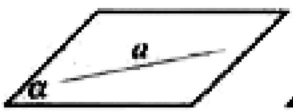
1、直线与平面有三种位置关系：

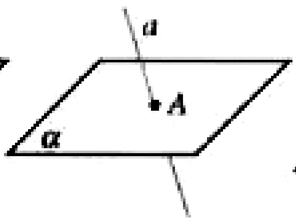
（1）直线在平面内 —— 有无数个公共点

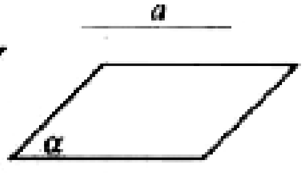
（2）直线与平面相交 —— 有且只有一个公共点

（3）直线在平面平行 —— 没有公共点

指出：直线与平面相交或平行的情况统称为直线在平面外，可用 a⊄α 来表示







$a \subset \alpha$　　　　$a \cap \alpha = A$　　　　$a /\!/ \alpha$

2.2.直线、平面平行的判定及其性质

2.2.1 直线与平面平行的判定

1、直线与平面平行的判定定理：平面外一条直线与此平面内的一条直线平行，则该直线与此平面平行。

简记为：线线平行，则线面平行。

符号表示：

$$\left.\begin{array}{l} a \not\subset \alpha \\ b \subset \beta \\ a /\!/ b \end{array}\right\} \Rightarrow a /\!/ \alpha$$

2.2.2 平面与平面平行的判定

1、两个平面平行的判定定理：一个平面内的两条交直线与另一个平面平行，则这两个平面平行。

符号表示：

a　β

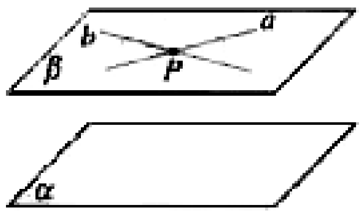
b　β

$a \cap b = P$　$\beta /\!/ \alpha$

$a /\!/ \alpha$

$b /\!/ \alpha$

$\subset$



2、判断两平面平行的方法有三种：

（1）用定义；

（2）判定定理；

（3）垂直于同一条直线的两个平面平行。

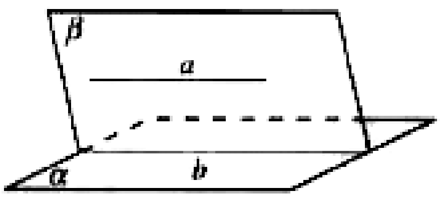
2.2.3 — 2.2.4 直线与平面、平面与平面平行的性质

1、定理：一条直线与一个平面平行，则过这条直线的任一平面与此平面的交线与该直线平行。

简记为：线面平行则线线平行。

符号表示：

$$\left.\begin{array}{l} a /\!/ \alpha \\ a \subset \beta \\ \alpha \cap \beta = b \end{array}\right\} a /\!/ b$$



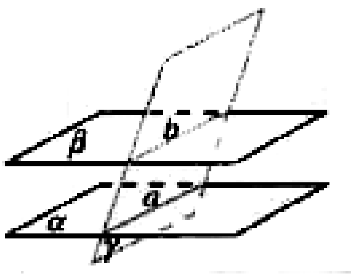
作用：利用该定理可解决直线间的平行问题。

2、定理：如果两个平面同时与第三个平面相交，那么它们的交线平行。

符号表示：

$$\left.\begin{array}{l} \alpha /\!/ \beta \\ \alpha \cap \gamma = a \\ \beta \cap \gamma = b \end{array}\right\} a /\!/ b$$

作用：可以由平面与平面平行得出直线与直线平行

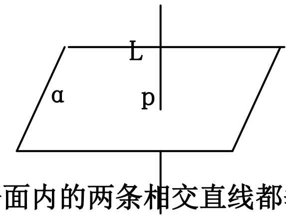


2.3 直线、平面垂直的判定及其性质

2.3.1 直线与平面垂直的判定

1、定义

如果直线 L 与平面α内的任意一条直线都垂直，我们就说直线 L 与平面α互相垂直，记作 L⊥α，直线 L 叫做平面α的垂线，平面α叫做直线 L 的垂面。如图，直线与平面垂直时,它们唯一公共点 P 叫做垂足。



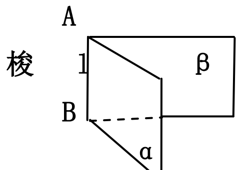
2、判定定理：一条直线与一个平面内的两条相交直线都垂直，则该直线与此平面垂直。

注意点： a)定理中的“两条相交直线”这一条件不可忽视；

b)定理体现了“直线与平面垂直”与“直线与直线垂直”互相转化的数学思想。

2.3.2 平面与平面垂直的判定

1、二面角的概念：表示从空间一直线出发的两个半平面所组成的图形



2、二面角的记法：二面角α-l-β或α-AB-β

3、两个平面互相垂直的判定定理：一个平面过另一个平面的垂线，则这两个平面垂直。

2.3.3 — 2.3.4 直线与平面、平面与平面垂直的性质

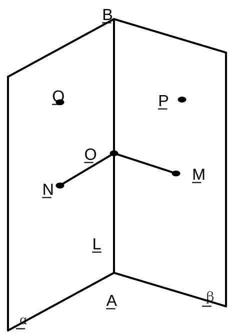
1、定理：垂直于同一个平面的两条直线平行。

2 性质定理： 两个平面垂直，则一个平面内垂直于交线的直线与另一个平面垂直。

本章重点总结：

一、线面角、面面角：

1、直线和平面所成角：如图，一条直线 **PA** 和一个平面 α 相交，但不和这个平面垂直，这条直线叫做这个平面的斜线，斜线和平面的交点 **A** 叫做斜足。过斜线上斜足以外的一点向平面引垂线 **PO**，过垂足 **O** 和斜足 **A** 的直线 **AO** 叫做斜线在这个平面上的射影。平面的一条斜线和它在平面上的射影所成的锐角，叫做这条直线和这个平面所成的角。一条直线垂直于平面，我们说它们所成的角是直角；一条直线和平面平行，或在平面内，我们说它们所成的角是 **0°** 的角。



2、二面角：从一条直线出发的两个半平面所组成的图形叫做二面角。这条直线叫做二面角的棱，这两个半平面叫做二面角的面。如右图二面角可记作二面角 $\alpha-AB-\beta$ 或二面角 $P-AB-Q$ 或二面角 $\alpha-l-\beta$ 或二面角 $P-l-Q$【注意：二面角是一个面面角，范围是 $\left[0^{\circ},180^{\circ}\right]$】。在二面角 $\alpha-l-\beta$ 的棱 l 上任取一点 **O**，以点 **O** 为垂足，在半平面 α 和 β 内分别作垂直于棱 l 的射线 **ON** 和 **OM**，则射线 **ON** 和 **OM** 构成的∠**NOM** 叫做二面角的平面角。一般地，两个平面相交，如果它们所成的二面角是直二面角，就说这两个平面互

※ 二、线、面平行垂直的八大定理：

①（直线与平面平行的判定）【文字语言】平面外一条直线与此平面内的一条直线平行，则该直线与此平面平行。（线线平行$\Rightarrow$线面平行）

【符号语言】$a \notin \alpha, b \subset \alpha$, 且$a \parallel b \Rightarrow a \parallel \alpha$

②（平面与平面平行的判定）【文字语言】一个平面内的两条相交直线与另一个平面平行，则这两个平面平行。（线面平行$\Rightarrow$面面平行）

【符号语言】$a \subset \beta, b \subset \beta, a \cap b = P, a \parallel \alpha$，$b \parallel \alpha \Rightarrow \beta \parallel \alpha$

引申：推论：如果一个平面内有两条相交直线分别与另一个平面内的两条相交直线平行，那么这两个平面平行。

③（直线与平面平行的性质）一条直线与一个平面平行，则过这条直线的任一平面与此平面的交线与该直线平行。（线面平行$\Rightarrow$线线平行）

作用：直线与平面平行的性质定理揭示了直线与平面平行中蕴含着直线与直线平行。

④（平面与平面平行的性质）如果两个平行平面同时和第三个平面相交，那么它们的交线平行。（面面平行$\Rightarrow$线线平行）

⑤（直线与平面垂直的判定）一条直线与一个平面内的两条相交直线都垂直，则该直线与此平面垂直。

⑥（平面与平面垂直的判定）一个平面过另一个平面的垂线，则这两个平面垂直。

⑦（直线与平面垂直的性质）垂直于同一个平面的两条直线平行。

⑧（平面与平面垂直的性质）两个平面垂直，则一个平面内垂直于交线的直线与另一个平面垂直。

注：（等角定理）空间中如果两个角的两边分别对应平行，那么这两个角相等或互补。

三、补充：

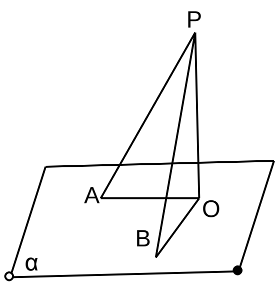
①证线线平行的方法：Ⅰ.定义法；Ⅱ.线面平行的性质定理；Ⅲ.面面平行的性质定理；Ⅳ.平行公理

②证线面平行的方法：Ⅰ.线面平行的判定定理；Ⅱ.定义法；Ⅲ.面面平行证线面平行

③证面面平行的方法：Ⅰ.定义法；Ⅱ.面面平行的判定定理；Ⅲ.平面平行的传递性

④三垂线定理：在平面内的一条直线，如果和这个平面的一条斜线的射影垂直，那么它也和这条垂线垂直。

⑤三垂线定理逆定理：在平面内的一条直线，如果和这个平面的一条斜线垂直，那么它也和这条斜线的射影垂直。



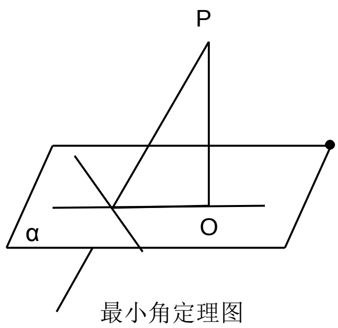
射影长定理图

⑥射影长定理：Ⅰ.从平面外一点向平面所引的斜线段、垂线段中，垂线段最短。

Ⅱ.如图(射影长定理图):若 $PA=PB$，则 $OA=OB$；若 $OA=OB$，则 $PA=PB$。

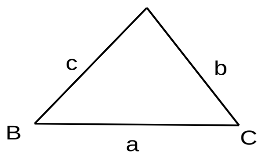
Ⅲ. 如图(射影长定理图):若 $PA>PB$，则 $OA>OB$；若 $PA>PB$，则 $PA>PB$。

⑦最小角定理：斜线和平面所成的角是这个斜线与平面内过斜足的所有直线所成角中的最小角。（最小角定理图）



最小角定理图

⑧余弦定理：
$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$
$$\cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$
$$\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$



第三章 直线与方程

一、直线的倾斜角与斜率

1.倾斜角：当直线l与 **x** 轴相交时，我们取 **x** 轴作为基准，**x** 轴正向与直线l向上方向之间所成的夹角α叫

做直线 l 的倾斜角。当直线 l 与 **x** 轴平行或重合时，我们规定它的倾斜角为 **0°**。则直线的倾斜角 α 的取值范围为 **0°** $\leq \alpha <$ **180°**。

2.确定一条直线的条件：直线上的一点和这个直线的倾斜角可以惟一确定一条直线。

3.确定平面直角坐标系中一条直线位置的几何要素是：直线上的一个定点以及它的倾斜角。

4.坡度（倾斜程度）：日常生活中，我们用“升高量与前进量的比”表示倾斜面的“坡度”（倾斜程度），即

$$\text{坡度（比）}=\frac{\text{升高量}}{\text{前进量}}$$

5.斜率：一条直线的倾斜角 α 的正切值叫做这条直线的斜率，我们用斜率表示直线的倾斜程度。斜率常用小写字母 **k** 表示，即 $k=\tan\alpha$。

注意：倾斜角是 **90°** 的直线没有斜率。

6.经过两点 $P_1\left(x_1,y_1\right),P_2\left(x_2,y_2\right)(x_1\neq x_2)$ 的直线的斜率公式为 $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

7.对于两条不重合的直线 l_1,l_2，其斜率分别为 k_1,k_2，有 $l_1\parallel l_2\Leftrightarrow k_1=k_2$

注意：若直线 l_1和l_2 可能重合时，我们得到 $k_1=k_2\Leftrightarrow l_1\parallel l_2$ 或 l_1与l_2重合

8.如果两条直线都有斜率，且它们互相垂直，那么它们的斜率之积等于**-1**；反之，如果它们的斜率之积等于**-1**，那么它们互相垂直，即 $l_1\perp l_2\Leftrightarrow k_1k_2=-1$

9.两条直线垂直的条件：$l_1\perp l_2\Leftrightarrow k_1k_2=-1$或$k_1$，$k_2$中一个为0，另一个不存在

二、直线的方程（**5** 个）

1.直线的点斜式方程（简称点斜式）：$y-y_0=k(x-x_0)$

【当直线 l 的倾斜角为 **0°** 时，**tan0°=0**，即 **k=0**，这是直线 l 与 **x** 轴平行或重合，l 的方程就是 $y-y_0=0,$或$y=y_0$】

注意：直线的点斜式方程仅适用于有斜率的情形，所以在求直线的方程时，应先讨论直线有无斜率。

截距：我们把直线 l 与 **x** 轴交点 $\left(a,0\right)$ 的横坐标 a 叫做直线在 **x** 轴上的截距。我们把直线 l 与 **y** 轴交点 $\left(0,b\right)$ 的纵坐标 **b** 叫做直线 l 在 **y** 轴上的截距。

注意：截距不是距离，截距是数。

2. 直线的斜截式方程（简称斜截式）：$y=kx+b$

注意：直线的斜截式方程仅适用于有斜率的直线。

3. 直线的两点式方程（简称两点式）：$\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$

注意：①直线的两点式方程不适用于没有斜率或斜率为 **0** 的直线。

②若 $P_1(x_1,y_1),P_2(x_2,y_2)$ 中有 $x_1=x_2$ 或 $y_1=y_2$ 时，直线 P_1P_2 没有两点式方程。当 $x_1=x_2$ 时，直线 P_1P_2 平行于 x 轴，直线方程为 $x-x_1=0$，或 $x=x_1$；当 $y_1=y_2$ 时，直线 P_1P_2 平行于 x 轴，直线方程为 $y-y_1=0$，或 $y=y_1$。

4.直线的截距式方程（简称截距式）： $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1(a\neq 0,b\neq 0)$

注意：直线的截距式方程不适用于平行于 x 轴（或 y 轴）或过原点的直线。

线段 P_1P_2 的中点坐标公式：若点 P_1,P_2 的坐标分别为 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，且线段 P_1P_2 的中点的坐标为 (x,y)，则

M $\begin{cases} x=\frac{x_1+x_2}{2} \\ y=\frac{y_1+y_2}{2} \end{cases}$

5. 直线的一般式方程（简称一般式）：

$Ax+By+C=0$(其中A，B不同时为0），k=$-\frac{A}{B}(k\neq 0)$

6..在方程 $Ax+By+C=0$ 中，

①当 $A=0,C\neq 0$ 时，方程表示的直线平行于 x 轴；

②当 $B=0,C\neq 0$ 时，方程表示的直线平行于 y 轴；

③当 $A=0,B\neq 0,C=0$ 时，方程表示的直线与 x 轴重合；

④当 $A\neq 0,B=0,C=0$ 时，方程表示的直线与 y 轴重合。

7..已知直线 $\begin{matrix} l_1: A_1x+B_1y+C_1=0 \\ l_2: A_2x+B_2y+C_2=0 \end{matrix}$，则

①$l_1 /\!/ l_2$ 的充要条件是：$l_1 /\!/ l_2 \Leftrightarrow A_1B_2-A_2B_1=0$且$B_1C_2-B_2C_1\neq 0$(或$A_1C_2-A_2C_1\neq 0$)

②$l_1\perp l_2$ 的充要条件是：$l_1\perp l_2 \Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2=0$

三、直线的交点坐标与距离公式

1.①若方程组有唯一解 $\Leftrightarrow$ l_1 与 l_2 相交，且有唯一交点；

②若方程组无解 $\Leftrightarrow$ $l_1 /\!/ l_2$；

③若方程⑴与方程⑵可化成同一个方程 $\Leftrightarrow$ l_1 与 l_2 重合。

引申：2. 当λ变化时，方程$A_1x+B_1y+C_1+\lambda\left(A_2x+B_2y+C_2\right)=0$表示直线束。

3.方程$A_1x+B_1y+C_1+\lambda\left(A_2x+B_2y+C_2\right)=0$表示过直线$A_1x+B_1y+C_1=0$与直线$A_2x+B_2y+C_2=0$交点的任意一条直线，但它不能表示$A_2x+B_2y+C_2=0$这条直线。

延展【常用结论】:4. 过$l_1:A_1x+B_1y+C_1=0$与$l_2:A_2x+B_2y+C_2=0$交点的直线方程可设为$A_1x+B_1y+C_1+\lambda\left(A_2x+B_2y+C_2\right)=0$（不表示$l_2$）或$A_2x+B_2y+C_2+\lambda\left(A_1x+B_1y+C_1\right)=0$（不表示$l_1$）

5.与直线$Ax+By+C=0$平行的直线方程可设为$Ax+By+m=0,(m\neq C)$

6.与直线$Ax+By+C=0$垂直的直线方程可设为$Bx-Ay+m=0$

7. 两点$P_1\left(x_1,y_1\right),P_2\left(x_2,y_2\right)$间的距离公式为：$|P_1P_2|=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}$

8. 原点$O\left(0,0\right)$与任一点$P\left(x,y\right)$的距离公式为：$|OP|=\sqrt{x^2+y^2}$

9. 点$P_0\left(x_0,y_0\right)$到直线$Ax+By+C=0$的距离公式为：$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

10. 两条平行直线$Ax+By+C_1=0$与$Ax+By+C_2=0$间的距离为：$d=\frac{|C_1-C_2|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

第四章　圆与方程

4.1.1 圆的标准方程

1、圆的标准方程：$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$圆心为A(a,b),半径为r的圆的方程

2、点$M(x_0,y_0)$与圆$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$的关系的判断方法：

（1）$(x_0-a)^2+(y_0-b)^2>r^2$，点在圆外

（2）$(x_0-a)^2+(y_0-b)^2=r^2$，点在圆上

（3）$(x_0-a)^2+(y_0-b)^2<r^2$，点在圆内

4.1.2　圆的一般方程

1、圆的一般方程：$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，圆心为$\left(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2}\right)$，半径为$\frac{1}{2}\sqrt{D^2+E^2-4F}$为半径长的圆

2、圆的一般方程的特点：(1)①x2和y2的系数相同，不等于0．②没有xy这样的二次项．

(2)圆的一般方程中有三个特定的系数D、E、F，因之只要求出这三个系数，圆的方程就确定了．

(3)、与圆的标准方程相比较，它是一种特殊的二元二次方程，代数特征明显，圆的标准方程则指出了圆心坐标与半径大小，几何特征较明显。

4.2.1 圆与圆的位置关系

1、用点到直线的距离来判断直线与圆的位置关系.

设直线l：$ax+by+c=0$，圆C：$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，圆的半径为r，圆心$(-\frac{D}{2},\ -\frac{E}{2})$到直线的距离为$d$，则判别直线与圆的位置关系的依据有以下几点：

（1）当$d>r$时，直线l与圆C相离；

（2）当$d=r$时，直线l与圆C相切；

（3）当$d<r$时，直线l与圆C相交；直线、圆的位置关系

注意：

1.直线与圆的位置关系

$$\begin{cases}\text{直线与圆相交，有两个公共点}\Leftrightarrow d<R\Leftrightarrow\text{方程组有两组不同实数解}(\Delta>0\\ \text{直线与圆相切，只有一个公共点}\Leftrightarrow d=R\Leftrightarrow\text{方程组有唯一实数解}(\Delta=0\\ \text{直线与圆相离，没有公共点}\Leftrightarrow d>R\Leftrightarrow\text{方程组无实数解}(\Delta<0\end{cases}$$

2.求两圆公共弦所在直线方程的方法：将两圆方程相减。

3.求经过两圆交点的圆系方程：$x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1+\lambda(x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2)=0$

4.2.2 圆与圆的位置关系

两圆的位置关系.

设两圆的连心线长为l，则判别圆与圆的位置关系的依据有以下几点：

（1）当$l>r_1+r_2$时，圆C_1与圆C_2相离；

（2）当$l=r_1+r_2$时，圆C_1与圆C_2外切；

（3）当$|r_1-r_2|<l<r_1+r_2$时，圆C_1与圆C_2相交；

（4）当$l=|r_1-r_2|$时，圆C_1与圆C_2内切；

（5）当$l<|r_1-r_2|$时，圆C_1与圆C_2内含；

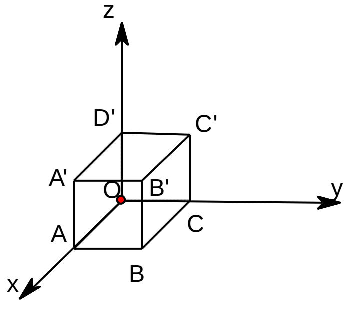
4.2.3 直线与圆的方程的应用

1、利用平面直角坐标系解决直线与圆的位置关系；

2、过程与方法

用坐标法解决几何问题的步骤：

第一步：建立适当的平面直角坐标系，用坐标和方程表示问题中的



几何元素，将平面几何问题转化为代数问题；

第二步：通过代数运算，解决代数问题；

第三步：将代数运算结果“翻译”成几何结论.

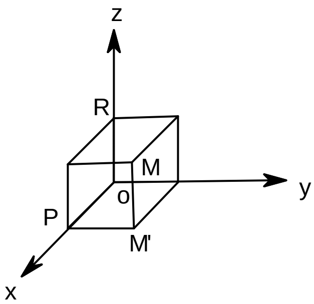
三、空间直角坐标系

1.如图$OABC-D'A'B'C'$是单位正方体。以O为原点，分别以射线OA,OC,OD'的方向为正方向，以线段OA,OC,OD'的长为单位长，建立三条数轴：**x** 轴、**y** 轴、**z** 轴。这是我们说建立了一个空间直角坐标系$Oxyz$，其中点 **O** 叫做坐标原点，**x** 轴、**y** 轴、**z** 轴叫做坐标轴。通过每两个坐标轴的平面叫做坐标平面，分别称xOy平面、yOz平面、zOx平面。

2. 数轴：一个点与一个实数一一对应。

平面直角坐标系：一个点与一个有序实数对一一对应。

空间直角坐标系：一个点与一个有序实数组一一对应。



3. 如图，设点 **M** 位空间的一个定点，过点 **M** 分别作垂直于 **x** 轴、**y** 轴和 **z** 轴的平面，依次交 **x** 轴、**y** 轴和 **z** 轴于点 **P**，**Q** 和 **R.**设点 **P**，**Q** 和 **R** 在 **x** 轴、**y** 轴和 **z** 轴上的坐标分别是 **x**，**y** 和 **z**，那么点 **M** 就对应唯一确定的有序实数组(x,y,z)。

反过来，给定有序实数组(x,y,z)，我们可以在 **x** 轴、**y** 轴和 **z** 轴上依次取坐标为 **x**，**y** 和 **z** 的点 **P**，**Q** 和 **R**，分别过 **P**，**Q** 和 **R** 各作一个平面，分别垂直于 **x** 轴、**y** 轴和 **z** 轴，这三个平面的唯一的交点就是有序实数组(x,y,z)确定的点 **M**。

这样，空间一点 **M** 的坐标可以用有序实数组(x,y,z)来表示，有序实数组(x,y,z)叫做点 **M** 在此空间直角坐标系中的坐标，记作$M(x,y,z)$。其中 **x** 叫点 **M** 的横坐标，**y** 叫做点 **M** 的纵坐标，**z** 叫做点 **M** 的竖坐标。

4. $x^2+y^2+z^2=r^2$表示的图形是球。

5.在空间直角坐标系$Oxyz$中，任意一点$P(x,y,z)$与原点间的距离$|OP|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

6.<u>空间两点间的距离公式：</u>设空间中任意一点$P_1(x_1,y_1,z_1)$到点$P_2(x_2,y_2,z_2)$之间的距离公式

$$\left|P_1P_2\right|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}$$