## 4.1 数列的概念



**作业知识点1 ：数列的概念**

定义：数列是按照一定次序排列的一列数；

数列的项：数列中的每一个数叫做这个数列的项，第一项常称为首项；

数列的表示：数列的一般形式可以写成，简记.

解析

与集合中元素的性质相比较，数列中的项也有三个性质：

①确定性：一个数在不在数列中，即一个数是不是数列中的项是确定的．(与集合相同)

②可重复性：数列中的数可以重复．(与集合不同)如数列，而由组成的集合是．

③有序性：一个数列不仅与构成数列的“数”有关，而且与这些数的排列次序有关．(与集合不同)如与代表不同的数列，而集合与却是相同的．



（2024高二·全国·专题练习）下列说法正确的是（    ）

A．数列4，7，3，4的首项是4

B．数列中，若，则从第2项起，各项均不等于3

C．数列3，6，8可以表示为

D．，－3，－1，1，，5，7，9，11一定能构成数列

【答案】A

【分析】根据数列的定义可判断各项的正误.

【详解】对于A，数列4，7，3，4的第1项就是首项，即4，故A正确．

对于B，同一个数在一个数列中可以重复出现，故B错误．

对于C，数列和数的顺序有关，集合中元素具有无序性，故C错误．

对于D，当都代表数（数列的各项都是数）时，能构成数列，

当中至少有一个不代表数时，不能构成数列，

因为数列是按确定的顺序排列的一列数，故D错误．

故选：A.

作业**知识点2：数列的分类**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 分类标准 | 名称 | 含义 | 例子 |
| 按项的个数 | 有穷数列 | 项数有限的数列 |  |
| 无穷数列 | 项数无限的数列 |  |
| 按项的大小 | 递增数列 |  |  |
| 递减数列 |  |  |
| 常数列 | 每项都相等的数列 |  |
| 摆动数列 | 每项的大小忽大忽小的数列 |  |



（24-25高二上·福建莆田·月考）已知数列的通项公式为，则数列为（    ）

A．递增数列 B．递减数列 C．常数列 D．摆动数列

【答案】B

【分析】根据给定条件，利用单调数列的定义判断即得.

【详解】数列中，，则，

即，所以数列为递减数列.

故选：B

作业**知识点3：通项公式**

如果数列的第项与序号之间的关系可以用一个式子来表示，那么这个公式叫做这个数列的通项公式.

解析

与是不同的概念，表示数列，而表示的是数列的第项；

数列的项与它的项数是不同的概念，数列的项是指这个数列中的某一个确定的数，它是一个函数值；而项数是指这个数在数列中的位置序号，它是自变量的值.

(3)一个数列的通项公式可以有不同的形式，比如数列，…，其通项公式可以是等.



（24-25高二下·湖北孝感·期中）数列的一个通项公式为（    ）

A． B．

C． D．

【答案】B

【分析】分析题干数列可知是交替出现的数列，逐个分析各个选项是否满足交替出现即可得出答案.

【详解】由题意可知题干数列是交替出现，故其通项公式可以写成或利用三角函数来写，

对于A，的第一项为，不符合题意，故A错误；

对于B，即为，对应的余弦值为，符合题意，故B正确；

对于C，的前两项依次为，不符合题意，故C错误；

对于D，的第一项为，不符合题意，故D错误；

故选：B.

作业**知识点4：数列与函数的关系**

数列就是定义在正整数集(或它的有限子集)上的函数，其图象是一系列有限或无限孤立的点.

如 数列与函数的比较

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 定义域 |  |  |
| 图象 |  |  |
| 增减性 | 递增数列 | 在递减，在递增 |
| 最值 | 最小项，无最大项 | 最小值，无最大值 |

日后研究数列性质可以从函数角度出发，比如单调性，最值等.



（24-25高二上·全国·课后作业）若数列的通项公式为，则关于此数列的图象叙述正确的是（    ）

A．此数列不能用图象表示

B．此数列的图象仅在第一象限

C．此数列的图象为直线

D．此数列的图象为直线上满足的一系列孤立的点

【答案】D

【分析】根据数列的图象是直角坐标系里一个个散点，一一判定选项即可.

【详解】数列的通项公式为，

它的图象就是直线上满足的一系列孤立的点，所以A、C错误，

当时，，该点在第四象限，

当且时，，此时数列图象在第一象限，所以B错误.

故选：D.

作业**知识点5：递推公式**

若已知数列的第一项(或前项)，且任一项和它的前一项(或前项)间的关系可以用一公式表示，那么这个公式叫做这个数列的递推公式.

解析

(1) 举例：(初始条件)，(递推关系)；

.



（25-26高二上·重庆九龙坡·期中）已知数列满足，则（    ）

A．11 B．23 C．35 D．47

【答案】B

【分析】根据递推公式逐项计算即可.

【详解】因为，

所以.

故选：B

作业**知识点6：前n项和**

若为数列的前项和，即

则.

解析

(1) 若已知列的前项和，可利用公式求数列通项公式，

(2)证明 若为数列的前项和，根据定义可得，，

，

故当时，；

当时，由得，

即.



（25-26高三上·江苏无锡·月考）已知数列满足，则数列前2025项和为（   ）

A．1012 B．1013 C．2024 D．2025

【答案】D

【分析】由已知可得，根据分组求和即可求解.

【详解】依题意，

，

其中后1012对（）的和均为，

故这1012对的和为，

由得.

故选：D

****

**题型一：数列的概念**

例1．（25-26高二上·江苏苏州·月考）下列说法中正确的是（   ）

A．如果一个数列不是递增数列，那么它一定是递减数列

B．数列的第项为

C．数列1，0，，与，，0，1是相同的数列

D．数列0，2，4，6，可记为

【答案】B

【分析】根据数列的定义和概念逐项判断即可.

【详解】选项A：数列除了递增数列和递减数列，还有常数列（所有项都相等）、摆动数列（项的大小交替变化）等，

所以一个数列不是递增数列，不一定就是递减数列，A说法错误；

选项B：对于数列，它的第项为，B说法正确；

选项C：数列是按一定顺序排列的一列数，数列1，0，，，和数列，，0，1排列顺序不同，

所以这两个数列不是相同数列，C说法错误；

选项D：数列0，2，4，6，的通项公式为，

而表示的数列为2，4，6，8，，首项不同，D说法错误.

故选：B

【变式1-1】（24-25高二下·吉林四平·期中）以下三个结论中正确的个数为（    ）

①是数列；②不是数列；③数列的通项公式是唯一的.

A． B． C． D．

【答案】B

【分析】根据数列的概念判断①②③即可.

【详解】①正确，其是按一定次序排列的一列数，符合定义；

②错误，都是数，而且是按一定次序排列的，所以它是数列；

③错误，因为数列的通项公式不一定是唯一的.

故选：B.

【变式1-2】（24-25高二下·云南曲靖·期中）下列说法正确的是（    ）

A．数列与是相同的

B．数列可以表示为

C．数列与是相同的数列

D．数列的第项为

【答案】D

【分析】运用数列的定义、数列及项的表示方法、由通项写出数列的项可判断各个选项.

【详解】对于A项，数列与是不同的，表示数列，而表示数列中的第项，故A项错误；

对于B项，是一个集合，故B项错误；

对于C项，两个数列中的数虽然相同，但顺序不同，不是相同的数列，故C项错误；

对于D项，，故D项正确.

故选：D.

【变式1-3】（24-25高二上·广东东莞·期中）下列叙述正确的是（    ）

A．数列是递增数列

B．数列0，1，2，3，…的一个通项公式为

C．数列0，0，0，1，…是常数列

D．数列2，4，6，8与数列8，6，4，2是相同的数列

【答案】A

【分析】作差即可判断A项；代入检验，即可判断B项；根据常数列以及数列的概念，即可判断C、D.

【详解】对于A项，设，

则 对恒成立，

所以，数列是递增数列.故A正确；

对于B项，当时，与第一项为0不符.故B项错误；

对于C项，数列中的项并不完全相同.故C项错误；

对于D项，根据数列的概念，数列与顺序有关.

所以，数列2，4，6，8与数列8，6，4，2不是相同的数列.故D项错误.

故选：A.

**题型二：根据数列的前几项写出数列的一个通项公式**

例2. （24-25高二·全国·课堂例题）分别写出下列数列的一个递推关系，并求出各个数列的第7项：

(1)1，2，4，7，11，…；

(2)，2，5，8，11，…；

(3)1，，4，，16，…．

【答案】(1)，

(2)，

(3)，

【分析】找出数列的规律，由此求得递推关系，从而求得第项.

【详解】（1）因为：，，

，，

所以，即．

从而．

（2）因为，

所以3，即．

从而．

（3）因为，

所以 ．即．

从而．

【变式2-1】（25-26高二上·陕西咸阳·期中）数列，，，，…的第项为（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】通过观察数列的分母和分子的规律，即可求得数列第项的值.

【详解】首先分析数列的分母规律：给出的前项分母依次为，，，，可见第项的分母为.因此，第项的分母为.

再分析数列的分子规律：给出的前项分母依次为，，，，相邻两项的差均为，构成首项为，公差为的等差数列，其通项公式为.因此，第项的分子为.

综上所述，数列的第项为.

故选：C

【变式2-2】（2025高二上·重庆·专题练习）已知，数列，，，…，的项数为（   ）

A． B． C．*m* D．

【答案】B

【分析】本题可先根据数列的通项公式，结合数列的最后一项，通过建立等式来求解项数.

【详解】可以发现其被开方数是首项为3，公差为2的等差数列.

根据等差数列通项公式（其中为首项，*d*为公差），

这里，，则被开方数的通项公式为.

已知数列的最后一项为，

那么被开方数对应通项公式.

令，

解得.

所以数列，，，…，的项数为，

故选：B.

【变式2-3】（24-25高二·全国·课后作业）写出以下各数列的一个通项公式，并根据你写的通项公式求出各数列的第10项.

(1)；

(2).

【答案】(1),

(2),

【分析】（1）根据所给项的分母找出规律即可求解；

（2）先不考虑符号，可以看出项都为奇数，再根据项数的奇偶确定符号就可以.

【详解】（1）由

知，第一项分母为2，第二项分母，第三项分母，依次规律，第*n*项分母为，

所以通项公式，故.

（2）

先不考虑符号，第一项1，第二项3，第三项5，第四项7，故第*n*项，

再考虑符号，可得.

故.

**题型三：通项公式的应用**

例3. （24-25高二下·河北秦皇岛·期末）已知数列的通项公式，则（    ）

A．81 B．128 C．146 D．164

【答案】B

【分析】利用对勾函数的性质得，再去绝对值符号化简为，即可求值.

【详解】由在上单调递减，在上单调递增，

对于且，在上单调递减，在上单调递增，

所以，

故

.

故选：B

【变式3-1】（24-25高二下·广东佛山·期中）已知数列的通项公式为，则（   ）

A．34 B．36 C．38 D．40

【答案】D

【分析】根据数列的通项公式代入求解即可.

【详解】．

故选：D.

【变式3-2】（25-26高二上·江苏苏州·月考）已知，则数列中相等的连续两项是（    ）

A．第9项，第10项

B．第10项，第11项

C．第11项，第12项

D．第12项，第13项

【答案】B

【分析】利用二次函数的对称性求解即可.

【详解】，的对称轴为，

数列中相等的连续两项为第10项，第11项.

故选：B.

【变式3-3】（24-25高三下·河北·月考）数列的通项公式分别为，在数列中去掉两个数列的公共项后，小于25的项中质数占比为（    ）

A． B． C． D．

【答案】B

【分析】根据题意，分别列举出与的项，即可得到小于25的项中质数个数，从而得到结果.

【详解】中的项依次为；

中的项依次为；

与的小于25的公共项为：4，16；

在数列中去掉与的公共项后，小于25的项有：；

其中质数有：，所以小于25的项中质数的占比为，

故选：B.

**题型四：判断数列的增减性**

例4. （2023·广东·模拟预测）已知数列的各项均为正数，数列是常数列，则数列（    ）

A．是递增数列 B．是递减数列

C．先递增后递减 D．先递减后递增

【答案】A

【分析】根据题意，先求出的范围，再利用数列单调性定义判断.

【详解】设（*k*为常数），所以，

因为，所以，

令，则，

所以，所以单调递减，

所以，所以，

所以，

所以，

所以数列为递增数列．

故选：A.

【变式4-1】（24-25高二下·辽宁辽阳·月考）数列的通项公式如下，则递增数列是（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】ABD选项均可举反例说明；C选项证明对任意恒成立即可.

【详解】A，可得，，，则 ，故数列不是递增数列，故A错误；

B，可得，，，则 ，故数列不是递增数列，故B错误；

C，，则，即对任意恒成立，故数列是递增数列，故C正确；

D，，则，，则 ，故数列不是递增数列，故D错误.

故选：C

【变式4-2】（25-26高三上·福建厦门·期中）已知数列满足，则“数列是递增数列”的充分不必要条件是（   ）

A． B． C． D．

【答案】A

【分析】先将通项变形，通过作差法分析单调性，再结合充分不必要条件的定义得出结果.

【详解】将变形为.

.

若数列递增，则，即.

因，故，即（此为充要条件），

所以A选项符合，BCD选项不符合.

故选：A

【变式4-3】（25-26高三上·广东·月考）已知为无穷数列，若是递增数列，是递减数列，则（    ）

A．， B．，

C．， D．，

【答案】A

【分析】根据题目所给单调性，分析得出，再反证法或者举反例判断选项.

【详解】由题意可得是递增数列，是递减数列，

则，

两式相乘得，

由于，则，

则，，

所以；

若，，则，矛盾，所以，，故A正确，C错误；

若，则，时，，，

符合是递增数列，，符合是递减数列，此时；

若，同样符合题意，但；

所以B、D错误；

故选：A.

**题型五：根据数列的增减性求参数**

例5. （25-26高三上·河北衡水·月考）已知数列满足，若为递增数列，则实数的取值范围为（    ）

A． B．

C． D．

【答案】B

【分析】由题意可得当时，；当时，递增，故只需，代入求解即可.

【详解】当时，递增，则；

当时，递增，

若为递增数列，则，

且，

即，解得；

综上，.

故选：B.

【变式5-1】（24-25高二下·四川成都·月考）已知数列的通项公式为，若是单调递增数列，则实数*t*的取值范围是（    ）

A． B． C． D．

【答案】D

【分析】根据数列单调递增的性质得到恒成立，进而求出的取值范围.

【详解】因为是单调递增数列，所以对任意恒成立.

已知，则.

所以.

化简不等式

对进行化简：

，

则，移项可得.

因为对任意恒成立，即要小于的最小值.

因为，那么随着的增大而增大，

当时，取得最小值，最小值为，所以，解得.

故选：D.

【变式5-2】（24-25高三上·江苏无锡·月考）已知数列的通项公式是（），若数列是递增数列，则实数的取值范围是（    ）

A． B．

C． D．

【答案】C

【分析】根据单调性的定义即可列不等式求解.

【详解】为单调递增的数列，故，

解得，

故选：C

【变式5-3】（25-26高三上·山东·月考）已知数列的通项公式为，若是递增数列，则的取值范围是（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】先由数列单调性得恒成立，作差化简得到对任意恒成立，接着利用函数性质求出即可得解.

【详解】 由数列是递增数列可得恒成立，即，

整理可得，该式对任意恒成立，

又因为函数为上的单调递减函数，

所以，所以.

故选：C

**题型六：求数列中的最大（小）项**

例6. （24-25高二上·广东·期末）已知数列的通项公式为，则当取得最小值时，（    ）

A．3 B．4 C．5 D．6

【答案】B

【分析】利用作商法判断数列单调性，得出数列的最小值即可得解.

【详解】由，则，

令，则，由，解得，

所以当时，，当时，，

即当时，数列单调递减，当时，数列单调递增，

又，，所以，即为数列的最小值，

故当取得最小值时，.

故选：B

【变式6-1】（25-26高二上·江苏苏州·期中）已知数列的通项公式为，则数列的最小项是（    ）

A．第1项 B．第6项 C．第7项 D．第13项

【答案】B

【分析】由题设，结合分式型函数的性质分析数列的单调性及的区间上下界，即可得.

【详解】由，，

当时，，即，

当时，，即，

数列在 上都单调递减，

所以最小项为，即第6项.

故选：B

【变式6-2】（24-25高二上·河南驻马店·月考）已知数列的通项公式为，则的最小值为（   ）

A．2 B． C． D．1

【答案】B

【分析】对通项公式变形，结合反比例函数单调性得到数列的单调性可解.

【详解】因为，则 ，

所以当时，有，即有，

当时，有，即有，

故数列在时单调递减；在,时单调递增，

因为，故的最小值为.

故选：B.

【变式6-3】（25-26高二上·江苏苏州·月考）数列的通项公式为满足：，则数列的最大项是第（   ）项．

A．6 B．7 C．8 D．9

【答案】A

【分析】设数列的最大项为,由求解.

【详解】设数列的最大项为.则，即，

化简得，解得，

所以，又，所以，

即数列的最大项是第项.

故选：A.

**题型七：根据数列递推公式写出数列的项**

例7. （25-26高三上·重庆·月考）已知在数列中，，则（）

A． B．

C． D．

【答案】B

【分析】由题知，据此求出数列的前几项，可发现该数列的周期为，再利用周期性求解即可.

【详解】由得

因为，所以，，，，……

所以，数列是周期数列，周期为，

所以，

故选：B

【变式7-1】（24-25高二下·江西上饶·期中）数列满足，，则（   ）

A．8 B．4 C．2 D．1

【答案】B

【分析】根据数列的递推关系可求.

【详解】因为，故为奇数，故，

而为偶数，，因为偶数，故，

故选：B.

【变式7-2】（25-26高二上·甘肃兰州·期中）已知数列满足，，则（    ）

A． B．2 C．3 D．

【答案】B

【分析】由递推关系式可知数列是周期为3的周期数列，根据周期性可得结果.

【详解】由，，则，，

所以，

所以数列是周期为3的周期数列，则.

故选：B.

【变式7-3】（25-26高三上·辽宁·月考）已知数列满足，，，则下列说法正确的是（    ）

A． B．

C． D．

【答案】D

【分析】先把递推关系式化简得到，再计算出数列的前几项，即可得到数列是周期为6的周期数列，根据周期性计算即可.

【详解】因为，且，，

故，

所以 ，

所以数列都是以6为一个周期的周期数列.

又，则，A项错误；

因为，所以，B项错误；

因为，所以，C项错误；

因为，所以，D项正确.

故选：D

**题型八：由递推公式求通项公式**

例8. （2026高三·全国·专题练习）在数列中，，，求数列的通项公式.

【答案】

【分析】将已知条件中的递推公式进行变形，再利用累加法即可求解.

【详解】，，

当时，

，

当时，，与相符，

数列的通项公式为.

【变式8-1】（24-25高二下·云南·期末）在数列中，若，则666是的（    ）

A．第111项 B．第222项 C．第333项 D．第666项

【答案】B

【分析】根据已知递推公式计算构造常数列，再代入计算求解.

【详解】因为，所以，所以，所以是常数列，

所以，则.

由，解得.

故选：B.

【变式8-2】（2025高二·全国·专题练习）在数列中，，，则等于（ ）

A． B．

C． D．

【答案】C

【分析】将给定的递推公式变形，再借助累加法计算作答.

【详解】在数列中，由，得，

则当时，

，

因此，显然满足上式，

所以.

故选：C

【变式8-3】（2025·四川广安·模拟预测）已知数列满足，，则使得成立的最小自然数为（   ）

A．5 B．6 C．7 D．8

【答案】D

【分析】化简递推关系可得，证明数列为常数数列，由此求出，进而求解即可..

【详解】由，则，

所以，则数列为常数列，

又，则，即，为递增数列，

因为，，

所以使得成立的最小自然数为8.

故选：D.

**题型九：由前n项和求项**

例9. （24-25高二下·广东·期末）已知数列的前项和，，则的值为（   ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】根据与之间的关系建立等式即可求解.

【详解】由可得：，

则，解得：.

故选：C.

【变式9-1】（25-26高二上·甘肃酒泉·月考）数列的前*n*项和，则（    ）

A．140 B．120 C．40 D．52

【答案】D

【分析】利用与的关系即可求解.

【详解】由，得.

故选：D

【变式9-2】（24-25高二下·浙江·期末）设数列的前项和为．若，则（   ）

A．1 B． C．2 D．

【答案】D

【分析】根据数列递推式，利用赋值法求值即可.

【详解】当时，，

当时，.

故选：D

**题型十：利用与的关系求通项公式**

例10. （24-25高二下·广东·月考）记为首项为1的数列的前项和，且，则（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】根据与的关系可得，利用累乘法计算得出即可求解.

【详解】易得，故，

化简得，即，

由知，故，

累乘可得，

即，故，

当时，也符合上式，故，故.

故选：C.

【变式10-1】（24-25高二下·北京房山·期中）已知数列的前项和，则数列的通项公式为（    ）

A． B．

C． D．

【答案】D

【分析】利用求解，并检验.

【详解】当时，，

又，不符合上式，

则.

故选：D

【变式10-2】（2025·北京丰台·二模）已知数列的前项和为，且满足，则（   ）

A． B．0 C．1 D．2

【答案】B

【分析】根据题设与的递推关系式推导出，再根据求出，逐项求出即可.

【详解】由题意，，则当时，有，

两式相减可得，即.

当时，，因为，所以，

所以.

故选：B.

【变式10-3】（24-25高二下·广东汕尾·期末）已知数列的前*n*项和为，且满足，，．

(1)分别求出数列中的，，的值；

(2)求数列的通项公式．

【答案】(1)，，．

(2)

【分析】（1）解法1：利用与的关系，得到与之间的关系，再结合求出，再逐项，，的值.

解法2：根据的意义，利用及，依次逐项求得，，，的值.

（2）解法1：由（1），得，相减得到，进而分别为奇数和偶数时的的通项.

解法2：根据（1）中得到的，，，，的值，猜想的通项公式，再进行证明.

【详解】（1）**（解法1）**（1）当时，，

又∵，∴，

当时，∵，∴，

∵，∴，

∴，，．

**（解法2）：**∵，，，

∴，解得，

又∵，∴，解得，

同理，解得，

，解得，

故，，．

（2）**（解法1）**由（1）（解法一）知，，，

则，故时，有，①

∴，②

由①，②得，，即，

当*n*为偶数时，，

当*n*为奇数时，．

综上所述，数列的通项公式为（或，）．

**（解法2）**由（1）（解法一）知，，，则，

故时，有，

当*n*为奇数时，由，，，…，，

由以上各式可得，，…，，

可得，故．

当*n*为偶数时，由，，，…，，

以上各式两两相减，可得，，…，，

可得，

又∵，∴，

综上所述，数列的通项公式为（或，）．

**（解法3）**由（1）知，，且，，，，，

归纳上述结果，猜想．

当时，，猜想成立，

假设当时，，

那么，

即时，猜想成立．

综上所述，对任意，上述猜想都成立，

即．

**（解法4）**当时，，

又∵，∴，

当时，∵，∴，

∵，∴，即，符合，

∴时，有．

∴，，，…，，

又由（1）知，，，

故当*n*为奇数时，；当*n*为偶数时，．

故数列的通项公式为（或，）．



1（25-26高二上·陕西榆林·期中）下列结论中，正确的是（    ）

A．数列和数列是相同的数列

B．数列的通项公式的形式是唯一的

C．数列可以看作是一个定义在正整数集（或它的有限子集）上的函数

D．数列不存在通项公式

【答案】C

【分析】根据数列的定义判断AC；根据数列通项公式的概念举例判断BD.

【详解】根据题意，依次分析选项：

对于A，数列和数列是不同的数列，A错误；

对于B，数列的通项公式可以为，也可以为，

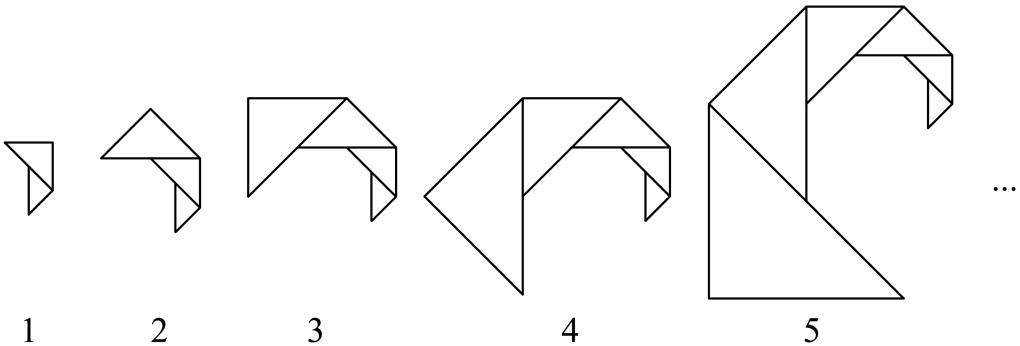
该数列通项公式不唯一，B错误；

对于C，由数列定义知，数列可以看作是一个定义在正整数集（或它的有限子集）上的函数，C正确；

对于D，该数列的通项公式可以为，错误．

故选：C

2（25-26高二上·全国·单元测试）如图，下列各图形中第一个最小的等腰直角三角形的面积都是1，后一个等腰直角三角形的斜边恰好是前一个等腰直角三角形的直角边的2倍，则第10个图形的面积为（    ）



A．1023 B．1024 C．2047 D．2048

【答案】C

【分析】根据题意，得图形1的面积，图形2的面积，图形3的面积 ，以此类推，进而得图形的面积，即可求出第10个图形的面积.

【详解】根据题意，记图形1的面积为，后续图形的面积依次为，

则图形1的面积，图形2的面积，

图形3的面积 ，

图形4的面积 ，

以此类推，

则图形的面积

则第10个图形的面积为．

故选：C.

3（24-25高二下·四川绵阳·月考）已知数列的通项公式为，则取到最小值时的值是（    ）

A． B． C． D．

【答案】B

【分析】分和判断的单调性，即可求解.

【详解】，

当时，，单调递减，

此时，；

当时，，单调递减，

此时，，

所以取到最小值时的值是.

故选：B.

4（24-25高二上·湖北孝感·月考）数列满足：，，则（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】由累加法可得，从而可得的值.

【详解】由，可得，

利用累加法可得,

化简得，则.

故选：C.

5（24-25高二上·山东烟台·期末）记不超过*x*的最大整数为，如，.已知数列的通项公式，则使的正整数*n*的最大值为（    ）

A．5 B．6 C．15 D．16

【答案】C

【分析】根据取整函数的定义，可求出的值，即可得到答案；

【详解】 ，，

，

， ，

，

当时，，

使的正整数*n*的最大值为.

故选：C

6（24-25高二上·湖南长沙·期中）已知数列的通项，若是递增数列，则实数的取值范围是（    ）

A． B． C． D．

【答案】B

【分析】根据题意，列出不等式组求解即可.

【详解】解：由已知得，即，解得.

故选：B.

7（24-25高三下·安徽铜陵·开学考试）已知数列满足，则下列说法正确的是（    ）

A．所有项恒大于等于 B．若，则是单调递增数列

C．若是常数列，则 D．若，则是单调递增数列

【答案】C

【分析】根据数列递推公式计算每一选项，选项A，若，可推得；选项B，，不符合单调递增数列；选项C， 计算可得，即可判断；选项D，利用反例法判断.

【详解】对于A，因数列满足，

若，可推得，故A错误；

对于B，当时，代入，解得，

将代入，可得，

易得，，故不是递增数列，故B错误；

对于C，若是常数列，即有，则得，解得，故C正确；

对于D，由题，

因为，所以由递推关系可知，且，，

所以，.故D错误.

故选：C.

8（25-26高二上·福建龙岩·期中）已知数列满足，设为数列的前项和，若，则（   ）

A． B． C． D．

【答案】D

【分析】由可得，即可表示出，再由计算即可得.

【详解】因为，所以，

当或时，不符合题意，

所以，所以，

所以，

则，所以，故.

故选：D.

9（多选）（25-26高二上·甘肃兰州·期中）已知数列满足，，则（    ）

A． B．数列的最小值为

C．数列为递减数列 D．当时，*n*的最大值为8

【答案】ABD

【分析】本题根据给定的递推数列逐项递推可求出，从而判断选项A，采用累加法可求出数列的通项公式，再根据二次函数的性质可判断选项B、C、D是否正确.

【详解】对于A，当时，，所以，

当时，，故，A项正确；

对于B，由，得当时，

，

将以上各式相加得，

所以，

又当时符合上式，所以，

由二次函数的性质可知不为递减数列，C项错误；

对于B，因为，

所以当或时，取得最小值，B项正确；

对于D，当时，，解得，所以当时，的最大值为8，D项正确.

故选：ABD.

10（多选）（25-26高三上·山西·月考）已知数列满足，，记数列的前项之积为，则下列说法正确的是（    ）

A． B． C． D．

【答案】BD

【分析】先判断数列是周期为的数列，从而可判断AB的正误，再求得，，，可判断C选项错误，D选项正确.

【详解】，所以，，

所以数列是周期为的数列.

由题意，，，所以，

，故A选项错误；

而，故，故B选项正确；

所以，又为数列的前项之积，

所以，

所以，故C选项错误；

因为数列是周期为的数列，为数列的前项之积，

所以，故D选项正确.

故选：BD

11（24-25高二上·全国·课后作业）已知数列的通项公式为．

(1)计算的值；

(2)是不是该数列中的项？若是，应为第几项？若不是，说明理由．

【答案】(1)

(2)是数列的第10项．

【分析】（1）利用给定的递推公式，代值计算即可.

（2）利用方程的正整数解即可得解.

【详解】（1）数列中，，，

所以.

（2）若为数列中的项，则，

即，整理得，而，解得，

所以是数列的第10项.

12（2025·山西忻州·模拟预测）已知数列的前*n*项和满足．

(1)求的通项公式；

(2)若，恒成立，求实数的取值范围．

【答案】(1)

(2)

【分析】（1）根据数列前项和与通项的关系来求解数列的通项公式，最后需要检验时的情况是否满足时的通项公式．

（2）已知条件得到关于的不等式，通过构造数列，求出数列的最小值，进而确定的取值范围．

【详解】（1），则当时，，

当时，，不符合，

所以．

（2）因为，，所以，．

令，则，

当时，不妨设的第*n*项的值最小，

只需令，

解得，

又，

所以的最小值为，

所以，即的取值范围是．

## 4.2 等差数列

内容导航——预习三步曲

**第一步：导**

**串知识 识框架：**思维导图助力掌握知识框架、学习目标明确内容掌握

**第二步：学**

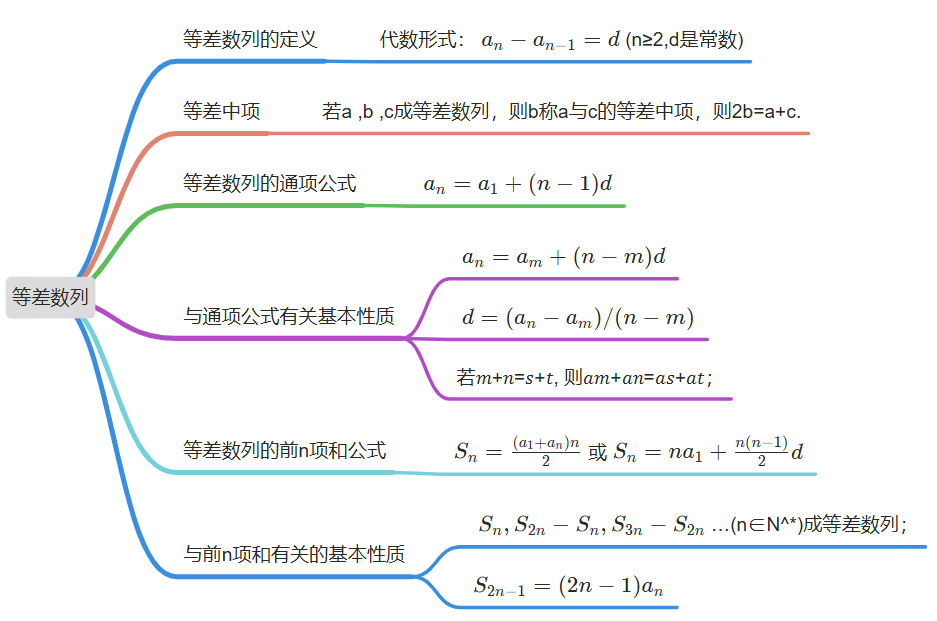
**析教材 学知识：**教材精讲精析、全方位预习

**练考点 强知识：**核心题型举一反三精准练

**第三步：测**

**过关测 稳提升：**小试牛刀检测预习效果、查漏补缺快速提升







**作业知识点1 ：等差数列的定义**

如果一个数列从第二项起，每一项与它的前一项的差等于同一个常数，那么这个数列叫做等差数列，这个常数叫做等差数列的公差，记为.

代数形式：是常数)

解析

（1）公差是每一项减前一项，常数指的是与无关；

（2）公差，当时，数列为常数列；当时，数列为递增数列；当时，数列为递减数列

（3））是公差为的等差数列；

是公差为的等差数列；

不是等差数列.



（2025高二·全国·专题练习）下列数列是等差数列的是（   ）

A．，，， B．1，，，

C．1，，1，－1 D．0，0，0，0

【答案】D

【分析】由等差数列定义逐项判断即可得.

【详解】∵，故排除A；

∵，故排除B；

∵，故排除C，

常数列是等差数列，故D正确.

故选：D．

作业**知识点2：等差中项**

若成等差数列，则称与的等差中项，则.

证明 若成等差数列，由等差数列的定义可得，则.



（2025高二上·全国·专题练习）已知和的等差中项是，和的等差中项是，则和的等差中项是

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】根据等差中项的概念，列方程，求的m+n=12，再根据等差中项的定义，可知m和n的等差中项为6.

【详解】：∵m和2n的等差中项是8，2m和n的等差中项是10，

由等差中项的概念得：m+2n=16 ① ,2m+n=20  ②

①+②得：3m+3n=36，即m+n=12．

∴m和n的等差中项为6．

故选：C

【点睛】本题考查了等差中项的概念，是基础题．

**作业知识点3 ：等差数列的通项公式**

等差数列的首项为，公差为，则. (由定义与累加法可得)

解析

(1)证明 若等差数列的首项为，公差为，

由等差数列的定义可得，，

所以,

把以上项等式累加可得,

当时，上式为，即上式当时也成立，

故.

等差数列的通项公式由等差数列的定义证明，以上证明方法为累加法.

(2)从函数的角度看等差数列的通项公式．

由等差数列的通项公式可得，

当时，是关于的一次函数；当时，是常数列.

(3)由两点确定一条直线的性质可以得出，已知等差数列的任意两项可以确定这个等差数列．若已知等差数列的通项公式，可以写出数列中的任意一项．

(4)等差数列的通项公式中共含有四个变数，即，，，，如果知道了其中的任意三个数，就可以由通项公式求出第四个数，这一求未知量的过程我们通常称之为“知三求一”．



（25-26高三上·云南楚雄·期中）在数列中，对任意的，，都有，且，则（    ）

A．24 B．25 C．26 D．27

【答案】D

【分析】根据已知递推关系式可得数列为等差数列，从而根据等差数列求解通项公式，从而可得的值.

【详解】因为，，令，所以，

所以，所以为等差数列，首项和公差均为1，

所以，

所以．

故选：D．

作业**知识点4： 与通项公式有关基本性质**

若数列是首项为，公差为的等差数列，其中，

它具有以下性质：

；

证明 由等差数列通项公式可得，，

两式相减可得，即.

意义 求等差数列任一项或通项公式，不一定要求，可利用任一项（非即可）.

例 若等差数列中，，，则 .

解 .

；

证明 由性质可得.

意义 利用等差数列任意两项可求公差.

例 若等差数列中，，,则公差 .

解 .

若, 则；

证明 由等差数列通项公式可得

，

，

,,

即.

意义 下标和相等，其对应项的和相等.

例 ，但不一定等于。

下标成等差数列且公差为的项组成公差为的等差数列；

证明 ，得证.

例 若是等差数列，则是公差为的等差数列,均是公差为的等差数列.

数列(是常数)是公差是的等差数列；

证明 利用等差数列的定义可证.

若数列也是等差数列，则数列(为非零常数)也是等差数列；

证明 利用等差数列的定义可证.



（25-26高二上·江苏连云港·期中）已知为等差数列，，，则（   ）

A．6 B．5 C．12 D．8

【答案】D

【分析】利用等差数列的性质求解.

【详解】为等差数列，，，，

，，，.

故选：D.

作业**知识点5：等差数列的前项和公式**

等差数列的首项为，公差为，则其前项和为

，

解析

(1)证明 (1)

(2)

两式相加可得，

有等差数列的性质：若， 则；

可得，

故；

又，所以.

以上方法是倒序相加法.

(2)等差数列的前项和，可写成，

当时，可看成关于的二次函数.



（25-26高三上·山东济南·开学考试）记为等差数列的前项和.若，则（    ）

A．12 B．24 C．36 D．48

【答案】C

【分析】利用等差数列的性质及前项和公式即可求解.

【详解】，，，

.

故选：C.

作业**知识点6：与前项和有关的基本性质**

若数列是首项为，公差为的等差数列，前项和为，它具有以下性质：

成等差数列；

**证明**

；

即；

同理；

归纳得证.

**例** 是一等差数列的前项和，成等差数列.

.

**证明** .

**例** 是一等差数列的前项和，，.



（25-26高三上·福建泉州·期中）设等差数列前项和为.若，则（    ）

A． B． C．1 D．

【答案】A

【分析】根据下标和的性质及等差数列求和公式计算可得.

【详解】在等差数列中，

又，即，解得.

故选：A



**题型一：等差数列的判定与证明**

例1.1（2025高二·重庆·学业考试）下列数列中等差数列的是（    ）

A． B． C． D．

【答案】A

【分析】利用等差数列的定义判断.

【详解】对于A，，相邻两项的差为常数，是等差数列；

对于B，，相邻两项的差不为常数，不是等差数列；

对于C，，相邻两项的差不为常数，不是等差数列；

对于D，，相邻两项的差不为常数，不是等差数列；

故选：A

例1.2 （25-26高二下·上海宝山·月考）已知数列是等差数列，下面的数列中①②③④必为等差数列的个数是（    ）

A．1 B．2 C．3 D．4

【答案】C

【分析】设出等差数列的公差，利用等差数列定义一一判断四个数列，对于④中数列，只需举反例即可说明.

【详解】由数列是等差数列，不妨设其公差为，则，

对于①，因，，则为常数，故是等差数列；

对于②，不妨设，则，，于是为常数，故是等差数列；

对于③，设，则，，于是为常数，故是等差数列；

对于④，若数列为，显然是等差数列，则数列为，因，故不是等差数列.

即在①，②，③，④中，是等差数列的有3个，

故选：C.

【变式1-1】（25-26高二·全国·课后作业）数列{*an*}的通项公式为*an*＝5－3*n*，则此数列（    ）

A．是公差为－3的等差数列 B．是公差为5的等差数列

C．是首项为5的等差数列 D．是公差为*n*的等差数列

【答案】A

【分析】通过计算可得答案

【详解】解：因为，

所以数列{*an*}是以为公差的等差数列

故选：A.

【变式1-2】（25-26高二上·吉林·期末）已知为等差数列，则下面数列中一定是等差数列的是（    ）

A． B． C． D．

【答案】B

【分析】令等差数列通项公式为，根据等差数列定义依次判断各项.

【详解】若等差数列通项公式为，此时，，，，

不为常数，所以不是等差数列；

不为常数，所以不是等差数列，

为常数，所以是等差数列，

不为常数，所以不是等差数列.

故选：B

【变式1-3】（25-26高二上·陕西咸阳·期中）若数列为等差数列，则下列说法中错误的是（    ）

A．数列，，，…，…为等差数列

B．数列，，，…，，…为等差数列

C．数列为等差数列

D．数列为等差数列

【答案】C

【分析】利用等差数列的定义判断即可.

【详解】A选项：因为为等差数列，所以设（为常数），又，所以数列也为等差数列，故A正确；

B选项：，所以数列为等差数列，故B正确；

C选项：，不是常数，故不是等差数列，故C错；

D选项：，所以数列为等差数列，故D正确.

故选：C.

**题型二：等差数列通项公式的基本量计算**

例2. （25-26高三上·云南楚雄·期中）在数列中，对任意的，，都有，且，则（    ）

A．24 B．25 C．26 D．27

【答案】D

【分析】根据已知递推关系式可得数列为等差数列，从而根据等差数列求解通项公式，从而可得的值.

【详解】因为，，令，所以，

所以，所以为等差数列，首项和公差均为1，

所以，

所以．

故选：D．

【变式2-1】（25-26高二上·重庆·期中）在等差数列 中， ， ，则 的公差为（   ）

A．1 B．2 C．3 D．4

【答案】B

【分析】通过列方程组的方法来求得公差.

【详解】设公差为，

依题意，，解得.

故选：B

【变式2-2】（25-26高三上·山西大同·期中）首项为的等差数列，从第5项起开始为正数，则公差的取值范围是（    ）

A． B． C． D．

【答案】B

【分析】借助等差数列基本量计算即可得.

【详解】设该等差数列为，且公差为，由题意得，

即有，解得.

故选：B.

【变式2-3】（2025·广东·模拟预测）已知数列是首项为1的等差数列，且，则（    ）

A． B．或 C． D．或

【答案】B

【分析】设出数列的公差为，根据及列出方程，解得，再根据等差数列下标和的性质解决即可.

【详解】设数列的公差为，又，即，

整理得，解得或，

当时，；当时，

又，

因此或.

故选：B.

**题型三：求等差中项**

例3. （24-25高二上·全国·课前预习）已知和的等差中项是4，和的等差中项是5，则和的等差中项是（    ）

A．8 B．6 C．4.5 D．3

【答案】D

【分析】运用等差中项概念及性质可解.

【详解】，，

，，

和的等差中项是.

故选：D.

【变式3-1】（25-26高二上·甘肃天水·期中）如果三角形的三个内角的度数成等差数列，那么中间的角是多少度（    ）

A．30° B．60° C．90° D．45°

【答案】B

【分析】设三内角由小到大依次为，利用等差数列定义结合三角形三内角和定理列式计算作答.

【详解】设三角形三内角由小到大依次为，依题意，，而，

则有，解得，

所以中间的角是.

故选：B

【变式3-2】（24-25高二上·新疆·月考）方程的两根的等差中项为（    ）

A． B．

C． D．

【答案】D

【分析】先利用韦达定理求出方程的两根，再根据等差中项的定义即可得解.

【详解】设方程的两根为，则，

所以方程的两根的等差中项为.

故选：D.

【变式3-3】（25-26高三上·广东广州·月考）已知*a*，*b*都是实数，若*b*是*a*，1的等差中项，则的最小值为（   ）

A． B． C． D．2

【答案】B

【分析】依题意得，，则，由基本不等式即可求解．

【详解】因为*b*是*a*，1的等差中项，所以，得，

则，

当且仅当，即时等号成立，

则的最小值为，

故选：B.

**题型四：利用等差数列的性质计算**

例4. 1 （24-25高二上·陕西西安·期末）已知数列为递增的等差数列，若，则的公差为（    ）

A．4 B．3 C．2 D．1

【答案】D

【分析】由题意为方程的两根，结合数列的单调性确定，再根据等差数列通项公式求公差.

【详解】因为，

所以为方程的两根，

又因为为递增的等差数列，

所以，故公差为.

故选：D

例4. 2（25-26高三上·辽宁·期中）在等差数列中，，当取得最小值时，（    ）

A．7 B．14 C．2021 D．2028

【答案】A

【分析】设等差数列的公差为，进而根据等差数列的角标和性质得，再将所求问题转化为关系求解即可.

【详解】设等差数列的公差为，因为，，所以，

所以，

当时，有最小值，此时数列为常数列，

所以等差数列的通项公式为：，故.

故选：A

【变式4-1】（2024·甘肃·一模）已知数列为等差数列，，则（    ）

A．16 B．19 C．25 D．29

【答案】A

【分析】根据等差数列的通项公式及性质，进行计算即可.

【详解】因为，

所以，

所以，

故选：A.

【变式4-2】（24-25高二下·黑龙江哈尔滨·期中）在各项均为正数的等差数列中，若，则的最小值为（   ）

A． B． C．4 D．

【答案】B

【分析】根据等差数列的性质求得，然后由“1”的代换应用基本不等式求得最小值．

【详解】由题意，

∴ ，

当且仅当，即时等号成立．

故选：B.

【变式4-3】（25-26高二上·重庆·月考）已知等差数列为递增数列，且满足，，则其通项公式为（    ）

A． B．

C． D．

【答案】B

【分析】根据给定条件，利用等差数列性质求出 ，，从而求出通项公式.

【详解】由数列为递增等差数列，则，且，

又因为，所以，，

所以数列的公差，，

所以数列的通项公式为，故B项正确.

故选：B.

**题型五：等差数列的单调性**

例5. （24-25高二下·北京海淀·期末）设是所有项都不为0的无穷等差数列，则“为递减数列”是“为递增数列”的（   ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

【答案】A

【分析】作差法得到，若递减，可得为递增数列，充分性成立，可以举出实例说明必要性不成立，从而可得答案.

【详解】若递减，则

因此需要满足：且恒成立；

若，，则对所有成立，

若，，则存在使得，与矛盾

递减的充要条件是且，

即若递减，则为递增数列，充分性成立；

若为递增数列，则，

，

由于不知道的正负，故无法判断的正负，

故不能得到为递减数列，必要性不成立，

例如为以下数列：，

则为，不是递减数列，

所以“为递减数列”是“为递增数列”的充分也不必要条件.

故选：A.

【变式5-1】（25-26高三上·北京·月考）已知等差数列单调递增且满足，则的取值范围是（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】设出公差，根据单调递增，得到，结合等差数列的性质得到，变形为，解不等式求出答案.

【详解】因为为等差数列，设公差为，

因为数列单调递增，所以，

所以，

则，解得：，

故选：C

【变式5-2】（25-26高三上·福建三明·月考）已知数列的首项为，对于任意的都有，则“为单调递增的数列”是“”的（    ）

A．必要不充分条件 B．充分不必要条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

【答案】C

【分析】根据题设易得数列的奇数项、偶数项分别构成等差数列，公差均为1，进而结合充分、必要条件的定义判断即可.

【详解】由，则数列的奇数项、偶数项分别构成等差数列，公差均为1，

若为单调递增的数列，则；

若，

则，，

，，

所以，，

则“为单调递增的数列”.

综上所述，“为单调递增的数列”是“”的充要条件.

故选：C

【变式5-3】（25-26高二上·陕西渭南·月考）在等差数列中，记，则数列（    ）

A．有最大项，有最小项 B．有最大项，无最小项

C．无最大项，有最小项 D．无最大项，无最小项

【答案】C

【分析】根据题意求出，根据等差数列的各项符号得到数列的单调性，由此可求得结果.

【详解】解：依题意可得公差，，

所以当时，，当时，，

因为，，，

，，

，

又当时，，且，即，所以当时，数列单调递增，

所以数列无最大项，数列有最小项.

故选：C

**题型六：求等差数列的前n项和**

例6. （25-26高三上·山东青岛·期中）已知等差数列的前项和为，若与是方程的两根，则（   ）

A．41 B．42 C．43 D．44

【答案】D

【分析】根据等差数列的性质即可求解.

【详解】由于与是方程的两根，故，

即，得，

因此，

故选：D

【变式6-1】（25-26高二上·湖南衡阳·期中）记等差数列的前*n*项和为，若，，则（    ）

A．63 B．70

C．84 D．126

【答案】C

【分析】根据等差数列的性质及前*n*项和公式计算即可.

【详解】因是等差数列，故，于是

故选：C.

【变式6-2】（25-26高二上·吉林·月考）设等差数列的前项和为，若，则（   ）

A．8 B．52 C．45 D．72

【答案】C

【分析】先利用等差数列的通项公式求出再求出，最后利用等差数列的求和公式计算出的值.

【详解】设等差数列的公差为，，即，故，又因为，即，

故，,.

故选：C

【变式6-3】（2026高三·全国·专题练习）设数列，是项数相同的等差数列，若，，，则数列的第100项为（   ）

A．1 B．0

C．100 D．10 000

【答案】C

【分析】设数列，的公差分别为，根据等差数列的通项公式列式求解即可.

【详解】因为数列，是项数相同的等差数列，设公差分别为，

则，

所以数列是公差为的等差数列，

又，，，所以，

所以数列是常数列，

所以数列的第100项，

故选：C

**题型七：等差数列前n项和的基本量计算**

例7. （2025·山西·一模）设是等差数列的前*n*项和，若，，则的公差（   ）

A．1 B．2 C．3 D．4

【答案】B

【分析】当为奇数时，，由此公式可得，，进而可得.

【详解】，，解得．

故选:

【变式7-1】（25-26高二上·黑龙江哈尔滨·月考）已知等差数列的前项和为，若，，则数列的公差为（    ）

A．2 B．1 C． D．

【答案】A

【分析】利用等差数列前项和公式和通项公式进行求解即可.

【详解】设等差数列的公差为，

在等差数列中，，，

所以有，

故选：A

【变式7-2】（2025·四川遂宁·二模）已知数列为等差数列，的前项和为，，，则（    ）

A． B． C． D．

【答案】B

【分析】根据等差数列的项与和的基本量运算列式，求出数列的首项和公差，即可求得.

【详解】设等差数列的公差为,

则，即，

又，即，

则由解得，

则.

故选：B.

【变式7-3】（25-26高二上·黑龙江哈尔滨·月考）已知等差数列的前项和为，且，则（    ）

A．10 B．11 C．12 D．13

【答案】C

【分析】设等差数列的公差为，利用等差数列的前项和公式求出，再计算即可.

【详解】设等差数列的公差为，则，

则，得，

则.

故选：C

【变式7-4】（25-26高三上·河北邢台·期中）已知公差为的等差数列的前项和为，若，，则下列说法错误的是（   ）

A．

B．

C．若，则的最大值为12

D．前100项中，被7除余3的有14项

【答案】D

【分析】由等差数列求和公式和通项公式基本量计算，得到首项和公差，进而逐项判断即可.

【详解】由题意及等差数列的前项和公式，

，，

即：即，

解得所以，故A，B正确．

，解不等式，，得，

所以的最大值为12，故C正确．

因为在自然数中，被7除余3的数可表示为，，

，解不等式，得，又，所以有15项，故D错误．

故选：D．

**题型八：等差数列前n项和的性质及运用**

例8. 1（24-25高二下·河南周口·期中）已知等差数列的公差，前项和为，若，则（   ）

A．6 B．5 C．4 D．3

【答案】D

【分析】根据等差数列的性质，以及前项和的性质，结合已知条件，计算即可.

【详解】因为，所以，所以，

即，所以，所以.

故选：D

例8. 2 （多选）（24-25高三上·海南·月考）设等差数列的前项和为，公差为，若，，则下列结论正确的是（ ）

A． B．当时，取得最大值

C． D．使得成立的最大自然数是15

【答案】ABC

【分析】根据已知可判断，，然后可判断AB；由可判断C；利用下标和性质表示出可判断D.

【详解】解：因为等差数列中，，，

所以，，，A正确；

当时，取得最大值，B正确；

由A知，数列前8项都大于0，所以，C正确；

，，

故成立的最大自然数，D错误．

故选：ABC．

【变式8-1】（25-26高二上·江苏南通·期中）已知等差数列的前项和为，若，则（    ）

A．24 B．30 C．60 D．120

【答案】C

【分析】由等差数列的性质及前项和求解.

【详解】因为，所以，

所以.

故选：C.

【变式8-2】（2025·黑龙江牡丹江·模拟预测）各项均为正数的等差数列的前*n*项和为，若，则的最大值为（   ）

A．20 B．64 C．45 D．50

【答案】B

【分析】由等差数列的性质可得，再利用基本不等式可求的最大值.

【详解】因为，故，故，

故，而，故，

故，当且仅当时等号成立，

故的最大值为，

故选：B.

【变式8-3】（24-25高二·全国·假期作业）数列，均为等差数列，若，则（   ）

A． B． C．1 D．

【答案】D

【分析】根据等差数列前项和的特征设，，可得，,进而可得.

【详解】设数列，的前项和分别为，，

则，，故，

根据等差数列前项和的特征，不妨设，，

，,

故，

故选：D

**题型九： 求等差数列的前n项和的最值**

例9. （25-26高三·全国·假期作业）等差数列中，，．记数列前*n*项和为，下列选项正确的是（    ）

A．数列的公差为3 B．取最小值时，

C． D．数列的前10项和为50

【答案】D

【分析】由已知结合等差数列的通项公式及求和公式检验各选项即可求解．

【详解】等差数列中，，，

则，，A错误；

所以，

则，，故时，取得最小值，B错误；

，C错误；

数列的前10项和为，D正确．

故选：D．

【变式9-1】（25-26高二上·江苏苏州·月考）若为等差数列的前项和，，则的最小值为（   ）

A． B． C． D．

【答案】A

【分析】根据等差数列的前项和公式可得，再结合等差数列的性质判断的符号，即可得出答案.

【详解】由，得，

又，则，所以公差，

故当时，，当时，，

所以当时，最小.

故选：A

【变式9-2】（25-26高三上·辽宁·开学考试）已知等差数列的前项和为，若，，则使最大的的值为（    ）

A．7 B．8 C．7或8 D．8或9

【答案】C

【分析】根据题意，通过数列为等差数列，可列出关于首项和公差的等式求解，再将结果代入求解即可.

【详解】根据题意，数列为等差数列，所以（为正整数），，

因为，，所以， 解得，

所以，最大时，，

但由于为正整数，所以当或，最大.

故选：C.

【变式9-3】（25-26高三上·重庆沙坪坝·期中）已知等差数列的前项和存在最大值，且，则取得最小正值时为（    ）

A．1 B．27 C．28 D．29

【答案】B

【分析】根据条件确定等差数列的首项和公差的正负，再结合所在二次函数的图象和性质，即可求解.

【详解】存在最大值，所以数列的公差，

由，且，，所以数列是首项，的等差数列，

，则，

，，

可得:，

，

所以则取得最小正值时为.

故选：B

【变式9-4】（25-26高二上·贵州贵阳·月考）记为等差数列的前项和，且满足，.

(1)求；

(2)是否存在最值，如果存在，求出取得最值时的值？如果不存在，请说明理由.

【答案】(1)

(2)存在；或时，取得最大值，无最小值

【分析】（1）设等差数列的公差为，根据条件求出，然后写出等差数列通项公式即可；

（2）根据等差数列的前项和公式写出，再利用函数性质求解即可.

【详解】（1）设等差数列的公差为，

由题意得：，，

则，解得，

所以.

（2）由，

函数开口向下，对称轴为，

而，则或6，

此时，

所以在或6时，取得最大值，无最小值.

**题型十：等差数列的简单应用**

例10. （2024·安徽合肥·二模）《算法统宗》是我国古代数学名著，由明代数学家程大位编著，它对我国民间普及珠算和数学知识起到了很大的作用．在这部著作中，许多数学问题都是以歌诀形式呈现的，如“九儿问甲歌”：一个公公九个儿，若问生年总不知，自长排来差三岁，共年二百又零七，借问长儿多少岁，各儿岁数要详推．在这个问题中，这位公公的长儿的年龄为（    ）

A．23岁 B．32岁 C．35岁 D．38岁

【答案】C

【分析】根据题意设第*n*个儿子的年龄为岁，易知是等差数列，，利用等差数列前*n*项和公式求出即可.

【详解】设第*n*个儿子的年龄为岁，由题可知是等差数列，设其公差为*d*，前*n*项和为，

易得，则 ，

解得，

即这位公公的长儿的年龄为35岁．

故选：C.

【变式10-1】（2025·四川绵阳·模拟预测）某学校为了庆祝建校60周年，计划对学校校门的梯形花坛进行美化.计划第一排摆放12个花盆，从第二排开始每排比前一排多摆放6个花盆，梯形花坛最多摆放10排，则该校花坛铺满一共需要的花盆数是（   ）

A．380 B．390 C．400 D．600

【答案】B

【分析】根据题意将每排摆放花的盆数理解为等差数列，然后根据等差数列前项和进行求解即可.

【详解】记每排摆放的花盆数为，数列的前项和为.

由题意可知，数列是以为首项，为公差的等差数列，

所以.

故将该花坛铺满一共需要盆花.

故选：B

【变式10-2】（24-25高二下·河南·月考）《哪吒2》的播放掀起了观影热潮，某影院欲新建一个播放厅，可以容纳1160个座位，若第一排安排20个座位，从第二排起，后一排比前一排多4个座位，则播放厅最多可以建的座位的排数为（    ）

A．24 B．22 C．20 D．18

【答案】C

【分析】根据题意，设每排的座位数构成等差数列，其中且，利用等差数列的求和公式，列出方程，即可求解.

【详解】由题意，设每排的座位数构成等差数列，其中，公差，

再设播放厅最多可以建的座位的排数为，

可得，即，

解得或（舍去），即播放厅最多可以建的座位的排数为.

故选：C.

【变式10-3】（2025·江苏宿迁·模拟预测）《周髀算经》中有这样一个问题：从冬至日起，依次为小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰、春分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种，这十二个节气，其日影长依次成等差数列，若小寒、雨水、清明日影长之和为36尺，前八个节气日影长之和为92尺，则谷雨日影长为（ ）

A．15 B．16 C．17 D．18

【答案】B

【分析】令所给等差数列为，由给定的两个和建立方程，结合等差数列性质求解.

【详解】令所给等差数列为，其前项和为，

则，即，因此，

解得，

则数列的公差，所以谷雨日影长.

故选：B



1（25-26高二上·陕西铜川·期中）若数列的通项公式，则此数列（    ）

A．是公差为-2的等差数列 B．是公差为2的等差数列

C．是公差为3的等差数列 D．是首项为3的等差数列

【答案】A

【分析】根据等差数列的定义即可求解.

【详解】解：，

是公差为，首项为的等差数列．

故选：A.

2（25-26高二上·福建龙岩·期中）已知是公差不为0的等差数列，若，则（   ）

A．12 B．13 C．14 D．15

【答案】C

【分析】由等差数列通项公式代入题设即可计算求解.

【详解】设等差数列的公差为，

由题得.

故选：C

3（2025·广东汕头·模拟预测）已知，为和的等差中项，则的最小值为（    ）

A． B． C． D．

【答案】D

【分析】根据条件得到，从而有，再利用基本不等式，即可求解.

【详解】由题知，得到，

所以，

当且仅当，即时，取等号.

故选：D.

4（25-26高二上·江苏苏州·月考）已知数列是等差数列，且，则（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】利用等差数列的性质列出数列的通项公式，再根据求出公差，从而解出数列的通项公式，代入求解．

【详解】数列是等差数列，设公差为，则，

又 ，

，

数列的通项公式为：，

，

．

故选：C．

5（24-25高二上·湖北·期末）已知公差为正数的等差数列，若，则等于（    ）

A．11 B．9 C．7 D．11或1

【答案】A

【分析】由等差数列的性质和通项公式即可求解.

【详解】在公差为正数的等差数列中，

因为，所以，

又，所以或，

又因为公差为正数，所以，所以，

所以，则.

故选：A.

6（25-26高二上·甘肃平凉·月考）设为等差数列的前项和，且，若，则的最小值为（    ）

A．28 B．29 C．30 D．31

【答案】C

【分析】由等差数列的性质及前项和求解．

【详解】由，得，又，所以，

等差数列的公差，

即是递减数列，由，得，

所以时，，

由，得，

所以当时，的最小值为30.

故选：C.

7（25-26高三上·浙江·开学考试）已知等差数列的前项和满足：，则数列的最小项是第（    ）项.

A．2026 B．2027 C．4048 D．4049

【答案】A

【分析】由题设可得，，，等差数列为递增数列，进而得到，，进而结合单调性分析求解即可.

【详解】由，

则，，，

因此等差数列为递增数列，

而，

，

则时，，，即；

当时，，要使最小，则，

此时，数列为递增数列，

则随着的增大，增大，减小，增大，但，，则增大，

因此，当时，最小.

故选：A.

8（多选）（24-25高一上·重庆·期末）设数列的前项和为，，，则下列说法正确的是（    ）

A．是等差数列

B．当或时，取得最大值

C．数列的前项和是

D．，，成等差数列，公差为

【答案】ABC

【分析】根据已知条件可得是以为首项，为公差的等差数列，利用通项公式求出，，根据二次函数性质可判断选项B，利用与的关系可求得，即可判断选项A，根据等差数列前项和的公式和性质即可判断选项CD.

【详解】由，，

可得是以为首项，为公差的等差数列，

所以，

所以，

对于函数，开口向下，其对称轴为，

所以对于，当或时，取得最大值，B正确；

则

，

又，符合上式，

所以，

所以是以为首项，为公差的等差数列，A正确；

所以，，成等差数列，

又，，

所以，

所以，，成等差数列，且公差为，D错；

又当时，，

所以数列的前项和是

，

又，，

所以数列的前项和为，C正确.

故选：ABC

9（24-25高三上·上海·期中）已知无穷等差数列的各项均为正整数，且，则的最小值是 .

【答案】8

【分析】根据给定条件，判断数列的单调性，再利用等差数列通项公式建立函数关系求解即得.

【详解】若等差数列的各项均为正整数，

则数列是严格递增数列，

于是公差，

因此为正整数，

因为关于单调递减，而，

则当时，取得最小值为.

故答案为：

10（25-26高二下·福建厦门·期中）设数列 的前 项和为 ， 若 .

(1)求 ， 并证明: 数列 是等差数列;

(2)求 .

【答案】(1)，，证明见解析

(2)420.

【分析】（1）直接代入可得，再代入，结合的值求出；再由可得，作差后得到，即可证明结果.

（2）由（1）知数列为等差数列，然后代入等差数列的前项和公式求解即可.

【详解】（1）当时，由条件得，所以.

当时，由条件得，所以.

因为，所以（），

两式相减得：，即，

所以，

从而数列为等差数列.

（2）由（1）知数列是以为首项，以为公差的等差数列，

即，

所以.

11（25-26高二上·河北邯郸·月考）已知是等差数列的前项和，.

(1)求的通项公式；

(2)求的最值；

(3)设，求数列的前20项和.

【答案】(1)

(2)最小值为-42，无最大值.

(3)106

【分析】（1）根据等差数列的求和公式建立方程组可得答案；

（2）根据通项公式的特点可求最小值，没有最大值；

（3）先求出的通项公式，根据等差数列求和公式可得答案.

【详解】（1）设数列的首项为，公差为，

则

解得，

故的通项公式为.

（2）因为，所以单调递增.

因为，所以的最小值为，无最大值.

（3）由（1）可知，，

所以易知为等差数列.

设的前项和为，则，

所以数列的前20项和为

## 4.3 等比数列



**作业知识点1 ：等比数列的定义**

如果一个数列从第二项起，每一项与它的前一项的比等于同一个常数，那么这个数列叫做等比数列，这个常数叫做等比数列的公比，记为.

代数形式：是常数， 或 是常数，

**解析**

(1) 公比是每一项与它的前一项的比，常数指的是与无关;

(2)等比数列中(否则数列会出现,不可能符合等比数列定义)；

(3) 是公比为的等比数列；

是公比为的等比数列；

不是等比数列.



（24-25高二·全国·课后作业）已知下列各数列：①，，，；②1，，3，；③*a*，*a*，*a*，*a*；④，，，．其中一定是等比数列的是(    )．

A．①②③ B．①② C．①②④ D．①②③④

【答案】C

【分析】利用等比数列的定义进行判定即可.

【详解】，故①对；

，故②对；

当时，③不成等比数列，故③错；

，故④对.

故选：C．

作业**知识点2：等比中项**

若成等比数列，则称与的等比中项,则；

**证明** 若成等比数列，由等比数列的定义可得，即.



（25-26高三上·内蒙古巴彦淖尔·月考）若是与4的等比中项，则（    ）

A．1 B． C．2 D．4

【答案】D

【分析】根据等比中项的性质即可列方程求解.

【详解】由于是与4的等比中项，故，解得，

故选：D

**作业知识点3 ： 通项公式**

等比数列的首项为，公比为，则.(由定义与累乘法可得)

**解析**

(1)证明 由等比数列的定义可得，，

所以,,,…,

把以上个等式累乘可得,即,

当时，，即当时上式也成立，

故.

以上的方法称之为累乘法.

(2) 通项公式告诉你：已知等比数列的首项与公比可求得任何一项

(3)等比数列的通项公式可整理为,当，且时，可以看成的指数函数型函数.比如等比数列的各点都在指数函数上.

(4)偶数项的正负、奇数项的正负相同(,故同号，即偶数项的正负相同；奇数项同理).



（22-23高二下·海南省直辖县级单位·月考）等比数列中，，公比，若，则（    ）

A．6 B．7 C．8 D．9

【答案】C

【分析】利用等比数列的通项公式列式即可得解.

【详解】因为数列为等比数列，，，，

所以，解得.

故选：C.

作业**知识点4：等比数列的基本性质**

设是首项为, 公比为的等比数列，其中，那么

；

证明 由等比数列通项公式可得，，

两式相除可得，即.

意义 求等比数列任一项或通项公式，不一定要求，可利用任一项（非即可）.

例 若等比数列中，，，则 .

；

证明 由性质可得.

意义 利用等比数列任意两项可求公比.

例 若等比数列中，，,则公比 .

若 则 ；

证明 由等比数列通项公式可得

，

，

,,

即.

意义 下标和相等，其对应项的和相等.

例 ，但不一定等于。

数列(是不为零的常数)仍是公比为的等比数列；若数列是公比为的等比数列，

则数列是公比为的等比数列；

证明 ,得证.

下标成等比数列且公比为的项组成公比为的等比数列.

证明 ,得证.



（25-26高二上·福建宁德·期中）在等比数列中，是方程的两个根，则（    ）

A．4 B． C．8 D．

【答案】C

【分析】根据等比数列的下标性质，结合一元二次方程根与系数的关系进行求解即可.

【详解】因为是方程的两个根，

所以，

所以，设等比数列的公比为，

由，

所以，

故选：C

作业**知识点5：等比数列的前项和**

等比数列的首项为，公比为，则其前项和为

(1)证明 等比数列的首项为，公比为，则其前项和是

，

两边乘以公比得

得，

当时，；

当时，,

故等比数列的前项和为.

以上的方法称之为错位相减法.

(2)当公比时，，是的正比例函数;

当公比时，，它可变形为，设，上式可写成.由此可见，非常数列的等比数列的前项和是由关于的一个指数式与一个常数的和构成的，而指数式的系数与常数项互为相反数．

即若某数列的前项和公式为 (，且，)，则此数列一定是等比数列．



（25-26高二上·重庆渝北·期中）已知为递增等比数列，其前项和为，若，，则（   ）

A． B．27 C．81 D．或81

【答案】C

【分析】根据题意结合等比数列的通项公式运算求解即可.

【详解】设等比数列的公比为，

由题意可得，解得或，

又数列为递增等比数列，所以，所以.

故选：C.

作业**知识点6：基本性质**

(1)若,则成等比数列，且公比；

(，是偶数时，)

证明 .

(2)在等比数列中，当总项数为时，.

证明 .

(3).

证明

.



（2025·四川成都·一模）记为等比数列的前项和，若，则的公比为（   ）

A．2 B． C． D．

【答案】D

【分析】由等比数列前项和的性质，成等比，公比为，结合即可求公比.

【详解】设等比数列的公比为，

根据等比数列前项和的性质，成等比，且公比为，

又，即，所以，

解得.

故选：D.



**题型一：等比数列的判定与证明**

例1．（25-26高二上·江苏镇江·期中）设是等比数列，有下列四个命题：

①是等比数列；        ②是等比数列；

③是等比数列；        ④是等比数列.

其中正确命题的个数是（    ）

A．1 B．2 C．3 D．4

【答案】D

【分析】利用等比数列的定义判断即可.

【详解】设等比数列的公比为，则，

∵，∴是等比数列，①正确；

∵，∴是等比数列，②正确；

∵，∴是等比数列，③正确；

∵，∴是等比数列，④正确.

故选：D.

【变式1-1】（24-25高二·全国·课后作业）下列数列不是等比数列的是（    ）

A．（为常数，） B．

C． D．

【答案】B

【分析】根据等比数列的定义逐个判断即可求解

【详解】对于A：选项中的数列为常数列，公比为1，所以该数列是等比数列，故错误；

对于B：选项中，，所以该数列不是等比数列，故B正确；

对于C：选项中的数列是首项为1，公比为的等比数列，故C错误；

对于D：选项中的数列是首项为，公比为的等比数列，故D错误；

故选：B.

【变式1-2】（23-24高一下·上海·期中）若数列的通项公式为，则这个数列是一个（    ）

A．以2为首项，以3为公比的等比数列

B．以2为首项，以为公比的等比数列

C．以为首项，以3为公比的等比数列

D．以为首项，以为公比的等比数列

【答案】D

【分析】利用等比数列的性质和定义求出首项和公比即可.

【详解】根据题意，数列的通项公式为，

当时，有，

当时，，

故数列是以为首项，以为公比的等比数列.

故选：D.

【变式1-3】（2025·吉林·二模）已知是等比数列，下列数列一定是等比数列的是（    ）

A．（*k*∈**R**） B． C． D．

【答案】D

【分析】主要分析数列中的项是否可能为0，如果可能为0，则不能构成等比数列，当不为0时，根据等比数列的定义确定.

【详解】设等比数列的公比为，

当时，，数列不是等比数列；

当时，，数列不是等比数列；

当时，，数列不是等比数列；

因为，由等比数列的定义可知：

数列是等比数列，

故选：.

**题型二：等比数列通项公式的基本量计算**

例2. （25-26高二上·全国·月考）在正项等比数列中，，且，，10成等差数列，则的值为（    ）

A． B． C．18 D．24

【答案】C

【分析】由等比数列下标和性质，结合等差中项列出等式求解即可.

【详解】在正项等比数列中，设公比为，

则，又，，10成等差数列，

则，则，

故，

故选：C

【变式2-1】（2025·青海·模拟预测）已知数列是单调递增的等比数列，若，则正整数（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】将各项表示成和的形式，即可解出.

【详解】由，可得，即，解得．

故选：C.

【变式2-2】（24-25高二下·云南昆明·期中）在等比数列中，，，则公比的值为（    ）

A．4 B． C．2 D．

【答案】C

【分析】利用等比数列的通项公式可求答案.

【详解】因为，所以，又，所以，解得.

故选：C

【变式2-3】（24-25高二上·内蒙古·期末）已知等比数列是递增数列，且的前3项和为39，，则（   ）

A．27 B．81 C． D．

【答案】B

【分析】根据已知条件列方程组即可求得首项和公比，通过通项公式求得.

【详解】由的前3项和为39，，则

解得（舍去），，.

故选：B

**题型三：求等比中项**

例3. （25-26高二上·北京东城·月考）已知是公差不为零的等差数列，，若，，成等比数列，则（    ）

A．11 B．12 C．13 D．14

【答案】A

【分析】根据给定条件，利用等比数列定义列式求出公差即可.

【详解】设等差数列的公差为，由，，成等比数列，得，

则，整理得，而，解得，

所以.

故选：A

【变式3-1】（2025·四川泸州·一模）已知实数成等比数列，则（   ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】设公比，利用等比数列的性质及等比中项得到方程，求出.

【详解】设等比数列的公比为，则，且，解得.

故选：C

【变式3-2】（2025·广东·模拟预测）设正数满足为与的等差中项，为与的等比中项，若，则（    ）

A．4.5 B．3 C．3.5 D．4

【答案】A

【分析】利用等差中项的性质得到，结合题意得到，利用等比中项的性质求出，结合和求解即可.

【详解】由题意可得成等差数列，成等比数列，

得到，，故，

若，则，解得，

可得，即，故A正确.

故选：A．

【变式3-3】（25-26高二上·江苏苏州·月考）已知数列是递增的等差数列，，且是与的等比中项，则（    ）

A．9 B．11 C．13 D．15

【答案】B

【分析】根据等差数列的通项公式，结合等比中项的性质、等差数列的单调性进行求解即可.

【详解】设该等差数列的公差为，

因为数列是递增的等差数列，

所以，

因为是与的等比中项，所以，或舍去，

，

故选：B

**题型四：利用等比数列的性质计算**

例4. 1（25-26高二上·贵州·期末）已知等比数列的各项均为正数，且，则的值为（    ）

A．3 B．6 C．9 D．18

【答案】C

【分析】由对数的运算性质可得，再结合等比数列下标和性质即可求解.

【详解】解：等比数列的各项均为正数，且，

，

．

故选：．

例4. 2（24-25高二·全国·周测）设是等比数列，且，，则（    ）

A．12 B．2 C．30 D．32

【答案】D

【分析】利用等比数列的性质进行求解即可.

【详解】设该等比数列的公比为，

因为，

所以由，

所以，

故选：D

【变式4-1】（25-26高三上·河南·月考）已知数列为等比数列，，，则（   ）

A．1 B．2 C．4 D．6

【答案】B

【分析】由等比数列的性质求出，再由得出即可.

【详解】，，

又，.

故选：B．

【变式4-2】（25-26高三上·山西大同·月考）设各项为正数的等比数列中，，则取最小值时，等于（    ）

A． B． C． D．

【答案】B

【分析】设公比为，利用等比数列的性质得到，再结合基本不等式求出公比，然后利用等比数列的性质可得.

【详解】设公比为，

所以，

当且仅当，即3时取等号，此时.

故选：B.

【变式4-3】（25-26高二上·吉林白山·期末）已知等比数列的公比*q*为整数，且，，则（    ）

A．2 B．3 C．-2 D．-3

【答案】A

【分析】由等比数列的性质有，结合已知求出基本量，再由即可得答案.

【详解】因为，，且*q*为整数，

所以，，即*q*=2.

所以.

故选：A

【变式4-4】（25-26高一下·四川泸州·期中）在等比数列中，，则的值为（    ）

A．48 B．72 C．144 D．192

【答案】D

【分析】由等比数列的性质求解

【详解】数列是等比数列，则，，

而，故．

故选：D

**题型五：等比数列的指数函数特征**

例5. （24-25高二下·北京昌平·期末）设无穷等比数列的公比为，前项积为，则“有最大值”是“”的（   ）

A．充分而不必要条件 B．必要而不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

【答案】B

【分析】根据充分必要条件的定义判断．

【详解】充分性：，

例如，则，在时，取最大值，因此是不充分的，

必要性：当时，对任意的无穷等比数列，

若，必存在正整数，使得时，，时，，所以时，最大（若，则是最大值），

若，则是中的最大值，若，只要比较前后的正项的大小即可得（注意中正负项是两项两项间隔的）

若，则，是递减数列，中第一个正项即为最大值，

因此是必要的，

所以应为必要不充分条件，

故选：B．

【变式5-1】（23-24高二下·北京·期中）等比数列的公比为，则“”是“”的（   ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分又不必要条件

【答案】C

【分析】根据题意，利用等比数列的通项公式与不等式的性质，对两个条件进行正反推理论证，可得所求结论.

【详解】根据题意，成立时，有结合，

得，即，

①当时，可得，所以，即；

②当时，为偶数时，，可得，所以，

为奇数时，，可得，所以，因此不存在满足成立，

综上所述，若成立，则必定有，

若，结合，可知等比数列是递增数列，必定有成立

因此，若等比数列的首项，则“”是“”的充要条件.

故选：C

【变式5-2】（24-25高三下·江苏南通·开学考试）已知数列为等比数列，，公比，则数列的前项积最大时，（   ）

A． B． C． D．

【答案】B

【分析】根据条件得到，从而有时， ，时， ，即可求解.

【详解】因为，公比 ，则，

所以当时，；当时，，

又是数列的前项积，则当时， 取得最大值，

故选：B.

【变式5-3】（25-26高二上·江苏泰州·月考）已知数列为等比数列，，公比．若是数列的前项积，则取得最大值时的值为（    ）

A．5 B．6 C．7 D．8

【答案】C

【分析】先求出的通项公式，再根据当时，最大求解即可.

【详解】因为数列为等比数列，，公比，

所以 ，

所以，当时，最大，

即 ，解得：，

所以当时，最大.

故选：C.

**题型六：等比数列的单调性**

例6. （24-25高二上·山西吕梁·期末）数列的通项公式为，当的前*n*项积最大时，*n*为（    ）

A．2 B．3 C．4 D．5

【答案】C

【分析】先根据等比数列的单调性判断时，的前*n*项积越来越大 ，当时，的前*n*项积越来越小 ，从而可得答案.

【详解】因为，所以数列是递减数列，

，，

所以

所以时，的前*n*项积越来越大 ，

当时，的前*n*项积越来越小 ，

所以当数列的前项积最大时的值为4．

故选：C．

【变式6-1】（25-26高三上·北京海淀·月考）已知等比数列，则“”是“数列为递增数列”的（    ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

【答案】B

【分析】根据递增数列的定义结合特例即可求解.

【详解】若有数列为递增数列，则，

当时，如：，满足，

但数列不是递增数列，

所以是数列为递增数列的必要不充分条件，

故选：B.

【变式6-2】（25-26高三上·湖南株洲·期中）已知等比数列，满足，则下面说法正确的是（    ）

A．若，则数列是递增数列 B．若，则数列是递减数列

C．若，则数列是递增数列 D．若，则数列是递增数列

【答案】D

【分析】先根据题意用表示出公比，再根据选项讨论当的取值范围不同时数列的增减情况即可.

【详解】由等比数列，则公比，

对于选项A，若，则公比，故，又，数列是递减数列，故选项A错误.

对于选项B，若，则公比，又，数列是递增数列，故选项B错误.

对于选项C，若，则公比，故，又，数列是递减数列，故选项C错误.

对于选项D，若，则公比，故，又，数列是递增数列，故选项D正确.

故选：D.

【变式6-3】（24-25高二下·河南周口·月考）在等比数列中，，，则当取得最小值时， （    ）

A． B． C． D．

【答案】A

【分析】设等比数列的公比为，根据已知条件可得出关于、的方程组，解出这两个量的值，可求出等比数列的通项公式，解不等式，即可得出结果.

【详解】设等比数列的公比为，则，解得，

故，所以，且是递增数列.

由可得，可得，解得，

所以当时，，当时，，

所以当取得最小值时，.

故选：A.

**题型七：求等比数列的前n项和**

例7. （25-26高三上·江苏南通·期中）设等比数列的前*n*项的和为，，，则（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】根据条件，直接求出，再利用等比数列的前项和公式，即可求解.

【详解】设等比数列的公比为，因为，，

则，解得，

所以，

故选：C.

【变式7-1】（25-26高三上·陕西汉中·开学考试）已知是等比数列的前项和，若，，则（    ）

A．1028 B．1023 C．1024 D．1025

【答案】B

【分析】设等比数列的公比为，根据等比数列的通项公式得到方程组，解得首项和公比，代入等比数列的前*n*项和公式即可求解.

【详解】设等比数列的公比为，

由题意可得，解得，

则.

故选：B.

【变式7-2】（2025·江苏南通·模拟预测）已知等比数列前项和为， 若，，则（    ）

A．128 B．255 C．256 D．511

【答案】B

【分析】根据给定条件，利用等比数列通项及前项和意义求出公比及首项，再利用前项和公式求解.

【详解】设等比数列的公比为且，由，得，解得，

由，得，即，而，因此，

经验证符合题意，所以.

故选：B

【变式7-3】（2025高三·全国·专题练习）已知数列的前项和为且，则（    ）

A． B． C． D．17

【答案】A

【分析】根据等比数列的定义判断为等比数列，进而根据性质求解得，即可由求和公式求解.

【详解】因为，且，所以，所以为等比数列．

因为，所以，

因为，所以，即的公比．

所以．

故选：A．

**题型八：等比数列前n项和的基本量计算**

例8. （25-26高三上·湖南怀化·开学考试）记为等比数列的前项和，若，，则（    ）．

A．10 B．13 C．9 D．27

【答案】C

【分析】设等比数列的公比为，由化简得，再根据等比数列通项公式计算求解.

【详解】设等比数列的公比为，

则，

即，因，，

则可得，所以．

故选：C

【变式8-1】（25-26高二上·江苏苏州·月考）已知为等比数列的前*n*项和，若，则（   ）

A．0 B．3 C． D．12

【答案】D

【分析】利用等比数列前项和即可求解.

【详解】由题意有：，

所以，

故选：D.

【变式8-2】（24-25高二下·江西九江·期末）已知为等比数列前*n*项和，若，则（    ）

A．10 B．9 C．6 D．4

【答案】A

【分析】设出公比，利用条件和等比数列性质求出公比，进而得到.

【详解】设公比为，,则，

又，故，解得，

所以.

故选：A

【变式8-3】（25-26高三上·重庆北碚·月考）已知等比数列的公比，记为数列的前项和，若，则 的公比为（    ）

A．2 B．1 或 2

C． D．1 或

【答案】A

【分析】根据等比数列的前项和公式列出关于公比的方程，求解出符合条件的公比值即可.

【详解】当时，等比数列的前项和，此时，，.

代入中得，，整理得，即.

又等比数列中，所以.

当时，等比数列的前项和，

则，，.

代入中得，.

因为， ，可化为，

整理得，又，所以，

解得或，又且，所以.

故选：A.

**题型九：等比数列前n项和的性质及运用**

例9.1 （23-24高二上·甘肃白银·期中）等比数列，是的前项和，，则为（    ）

A．63 B．108 C．75 D．83

【答案】A

【分析】由成等比数列即可求解.

【详解】由等比数列的性质可知：成等比数列，

所以，

解得：，

故选：A

例9.2 （24-25高三上·重庆·月考）已知一个项数为偶数的等比数列所有项之和为所有奇数项之和的3倍，前2项之积为8，则（   ）

A．2 B．-2 C．-1 D．2或-2

【答案】D

【分析】设数列共有项，设所有奇数项之和为，由题意表求出和，利用求出公比，再结合求出即可.

【详解】设首项为，公比为，数列共有项，则满足首项为，公比为，项数为项，设所有奇数项之和为，

因为所有项之和是奇数项之和的3倍，所以，

所以，，

故满足，解得，

又，

所以.

故选：D

【变式9-1】（25-26高二上·福建龙岩·期中）已知等比数列的前*n*项和为，若，，则（   ）

A．49 B．63 C．84 D．105

【答案】A

【分析】根据等比数列前项和性质列式计算即可求解.

【详解】由题意可知，成等比数列，

所以，解得.

故选：A

【变式9-2】（24-25高二下·陕西汉中·期末）记为等比数列的前*n*项和，若，则（    ）

A．4 B．6 C．7 D．8

【答案】B

【分析】根据等比数列的前项和的性质可得.

【详解】因为是等比数列，所以成等比数列，

因，则，故，解得.

故选：B

【变式9-3】（24-25高二下·江西·期末）记为正项等比数列的前项和，若，则（   ）

A．12 B．22 C．30 D．38

【答案】C

【分析】由等比数列前项和的性质可得结果.

【详解】因为是等比数列，所以成等比数列，

故．

又，代入，解得．

因为，所以．

故选：C.

【变式9-4】（22-23高二上·全国·单元测试）已知一个等比数列的项数是是偶数，其奇数项之和1011，偶数项之和为2022，则这个数列的公比为（      ）.

A．8 B． C．4 D．2

【答案】D

【分析】设该等比数列为,其项数为项，公比为,利用等比数列的求和公式表示出奇数项之和与偶数项之和，两式相除即可求解.

【详解】设该等比数列为,其项数为项，公比为,

由题意易知，

设奇数项之和为,偶数项之和为，

易知奇数项组成的数列是首项为，公比为的等比数列，

偶数项组成的数列是首项为，公比为的等比数列，

则，，

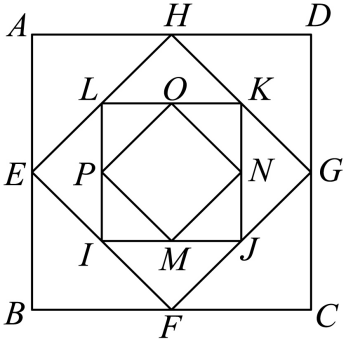
所以,即.

所以这个数列的公比为2.

故选:D.

**题型十：等比数列的简单应用**

例10. （25-26高三上·广东惠州·期中）如图，正方形的边长为，取正方形各边的中点，，，，作第2个正方形，然后再取正方形洛边的中点，，，，作第3个正方形的，依此方法一直继续下去.则前6个正方形面积和为（   ）



A． B． C． D．8

【答案】C

【分析】根据正方形的性质，结合等比数列的定义、性质、前项和公式进行求解即可.

【详解】因为正方形的边长为，

所以正方形的对角线为，

所以第二个正方形的边长为，

所以第二个正方形的对角线为，

所以第三个正方形的边长为，

所以这些正方形的边长为为首项，为公比的等比数列，

所以这些正方形的面积为为首项，为公比的等比数列

因此前6个正方形面积和为，

故选：C

【变式10-1】（25-26高三上·黑龙江牡丹江·月考）云冈石窟，古称为武州山石窟寺，是世界文化遗产.若某一石窟的某处“浮雕像”共7层，每一层的“浮雕像”个数是其下一层的2倍，共有1016个“浮雕像”，这些“浮雕像”构成一幅优美的图案，若从最下层往上每一层的“浮雕像”的个数构成数列，则的值为（    ）

A．8 B．12 C．14 D．16

【答案】B

【分析】推导出是以2为公比的等比数列，且，解得，由此能求出的值．

【详解】从最下层往上“浮雕像”的数量构成一个数列，

因为每一层的“浮雕像”个数是其下一层的2倍，

所以是以2为公比的等比数列，

由于共有1016个“浮雕像”，即，

整理得：，解得，

所以，

所以．

故选：B

【变式10-2】（24-25高二下·河北秦皇岛·期中）我国古代数学著作《九章算术》中有如下问题：“今有人持金出五关，前关二税一，次关三而税一，次关四而税一，次关五而税一，次关六而税一，并五关所税，适重一斤.问本持金几何？”其意思为“今有人持金出五关，第1关收税金为持金的，第2关收税金为剩余金的，第3关收税金为剩余金的，第4关收税金为剩余金的，第 5关收税金为剩余金的，5关所收税金之和恰好重1斤.问原来持金多少?”.记这个人原来持金为斤，则（    ）

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】分别计算每关收税金，由5关所收税金之和为1斤，列出方程，求出的值.

【详解】由题意知：这个人原来持金为斤，

第1关收税金为：斤；

第2关收税金为斤；

第3关收税金为斤，

以此类推可得的，第4关收税金为斤，第5关收税金为斤，

所以，

即，解得.

故选：C.

【变式10-3】（24-25高一下·上海·月考）近日，某网站发表了一项针对新冠肺炎疫情数据的最新分析，该研究显示，新冠病毒的中位潜伏期约4.75天，即病毒侵入人体到人体出现反应或开始呈现症状时平均4.75天；基本传染数（*R0*）达3.77，即每位患者平均传染3.77人．假如有一种细菌能够杀死新冠病毒，每个细菌在每秒钟杀死一个新冠病毒的同时自身分裂为2个，现有一个这样的细菌和500个病毒，则细菌将新冠病毒全部杀死至少需要（    ）

A．7秒钟 B．8秒钟 C．9秒钟 D．10秒钟

【答案】C

【分析】设第秒种的细菌的个数为，且，求得通项公式，据题意可得，求解即可.

【详解】设第秒种的细菌的个数为，且，

又每个细菌在每秒钟杀死一个新冠病毒的同时自身分裂为2个，

所以数列是以为首项，2为公比的等比数列，所以，

则经过秒钟共杀死个新冠病毒，

依题意，需使，即，所以，

因是增函数，且，故.

即细菌将新冠病毒全部杀死至少需要9秒钟.

故选：C



1（23-24高二下·上海浦东新·期末）已知是等差数列，则下列数列必为等比数列的是（    ）

A． B． C． D．

【答案】D

【分析】根据题意，当等差数列的各项都为时，即可判断ABC，再由等比数列的定义即可判断D

【详解】设等差数列的公差为，

对于A，当等差数列的各项都为时，不是等比数列，故A错误；

对于B，当等差数列的各项都为时，不是等比数列，故B错误；

对于C，当等差数列的各项都为时，无意义，故C错误；

对于D，因为为常数，所以数列一定是等比数列，故D正确；

故选：D

2（25-26高二上·浙江宁波·期中）正项等比数列的公比为,成等差数列，则值为（   ）

A． B．1或 C．1 D．1或

【答案】C

【分析】利用等比数列的基本量，结合等差中项的性质列方程，即可得解.

【详解】因为成等差数列，故,

即,

两边消去,得,

得.

故选：C.

3（25-26高三上·浙江·月考）已知等差数列的公差不为0，成等比数列，且，则公差（    ）

A．1 B．2 C．3 D．4

【答案】B

【分析】根据成等比数列可得，进而结合等差数列的基本量计算求解即可.

【详解】由成等比数列，则，又，

则，解得.

故选：B．

4（25-26高三上·广东·开学考试）已知数列为等比数列，公比为，且.若，则正整数的值是（   ）

A．4 B．5 C．6 D．7

【答案】C

【分析】根据题意求出等比数列的通项，再运用等比数列的性质及前项和公式求解即可．

【详解】由题可得： ，解得，故，

因为

，解得．

故选：C．

5（25-26高二上·湖南衡阳·期末）数列为等比数列，是它的前项和，已知，且与的等差中项为，则

A．31 B．32 C．16 D．15

【答案】A

【解析】设数列的公比为，将已知条件转化为关于的关系式，即可求解.

【详解】设数列的公比为，，

，与的等差中项为，

，

.

故选:A.

【点睛】本题考查等比数列的基本量的运算，属于基础题.

6（25-26高三上·江苏南京·开学考试）设等比数列的前项和为，若，则（　　）

A．8 B．10 C．14 D．18

【答案】A

【分析】根据等比数列片段和的性质即可得到成等比数列，再计算即可得到答案.

【详解】等比数列中，成等比数列，

成等比数列，

，

故选：A．

7（24-25高二下·四川广安·期中）算法统宗是明朝程大位所著数学名著，其中有这样一段表述：“远看巍巍塔九层，红光点点倍加增，共灯五百一十一”，其意大致为：有一栋九层宝塔，每层悬挂的红灯数为上一层的两倍，共有盏灯，则该塔中间一层有（    ）盏灯.

A． B． C． D．

【答案】C

【分析】根据题意转化为等比数列基本量的计算问题.

【详解】由条件可知，每层的红灯数构成等比数列，设最上面一层的红灯数为，公比，，

则，得，

中间一层的红灯数为.

故选：C

8（25-26高二上·山西运城·期末）公比为*q*的等比数列，其前*n*项和为，前*n*项积为，满足．则下列结论正确的是（    ）

A． B．的最大值为

C．的最大值为 D．

【答案】B

【分析】假设与可判断D；利用等比中项的性质可判断A；由数列为各项为正的递减数列可判断C；由，可判断B.

【详解】若，则不合乎题意，

所以，故数列为正项等比数列，

因为，，，

若，则，

则，，则，

这与已知条件矛盾，所以不符合题意，

所以，故D错误；

因为，，

所以数列为各项为正的递减数列，

所以，无最大值，故C错误；

又，

所以，，

所以，故A错误；

又，，

所以是数列中的最大项，故B正确.

故选：B.

9（多选）（25-26高三上·黑龙江·月考）设首项为1的数列前*n*项和为，已知，则下列结论正确的是（   ）

A．数列为等比数列 B．数列的前*n*项和

C．数列的通项公式为 D．数列不是等比数列

【答案】ABD

【分析】条件可化为，结合等比数列定义可判断A正确，由A可求得的通项公式判断B，由的通项公式可求得的通项公式判断C，利用特殊值可判断D.

【详解】

又，数列是首项公比都为的等比数列，故选项A正确；

由A知， ，故B选项正确；

又因为，当，，当，，

，故选项C错误；

，，所以数列不是等比数列，故选项D正确.

故选：ABD

10（25-26高三上·湖北·月考）已知等差数列的前项和为，且，等比数列的首项为1，若，则的值为 ．

【答案】

【分析】根据等差数列的前项和公式，等差数列下标和的性质可得，利用等比数列的通项公式结合求出公比，继而可得，再根据对数运算即可求解.

【详解】设数列的公比为，

由可得，所以，

故，则，

故，

故答案为：.

11（24-25高二上·江苏常州·期末）已知等差数列的前*n*项和为，.

(1)求的通项公式；

(2)若，求前*n*项和.

【答案】(1)

(2)

【分析】（1）利用等差数列的通项公式求解即可.

（2）利用等差数列和等比数列的求和公式求解即可.

【详解】（1）因为是等差数列，设其公差为，

由题知，解得，

所以的通项公式为.

（2）由题知，

所以.

12（25-26高二上·江苏泰州·期中）记数列的前项和为，已知.

(1)设，证明：数列为等比数列，并求数列的通项公式；

(2)设，求数列的前项和.

【答案】(1)证明见解析，

(2)

【分析】（1）利用推得，从而利用等比数列的定义即可证明，进而求得；

（2）由（1）可得，再分、两种情况，分别求出.

【详解】（1）因为，

当时，，又，故；

当，时，由，得，

两式相减得，即，

则，即，

又，故，所以，

所以是以为首项，为公比的等比数列，

所以，即，

所以．

（2）由（1）得，则，

当时，则；

当时

，

综上可得.