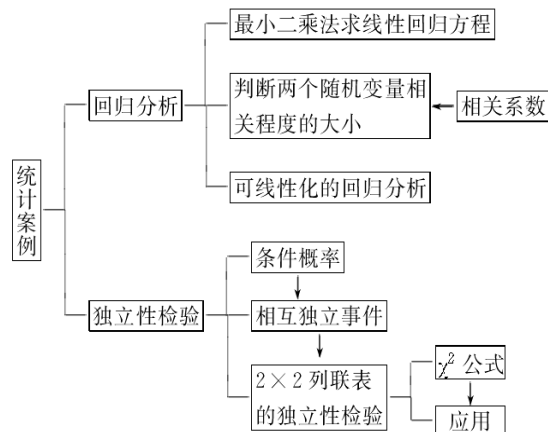


高中数学选修 1-2 知识点

第一章 统计案例



1. 线性回归方程

①变量之间的两类关系：函数关系与相关关系；

②制作散点图，判断线性相关关系

③线性回归方程： $\hat{y} = bx + a$ （最小二乘法）

$$\text{其中, } \begin{cases} b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} \\ a = \bar{y} - b \bar{x} \end{cases}$$

注意：线性回归直线经过定点 (\bar{x}, \bar{y}) 。

$$2. \text{ 相关系数 (判定两个变量线性相关性): } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

注：(1) $r > 0$ 时，变量 x, y 正相关； $r < 0$ 时，变量 x, y 负相关；

(2) ① $|r|$ 越接近于 1，两个变量的线性相关性越强；② $|r|$ 接近于 0 时，两个变量之间几乎不存在线性相关关系。

3. 条件概率

对于任何两个事件 A 和 B ，在已知 B 发生的条件下， A 发生的概率称为 B 发生时 A 发生的条件概率。记为 $P(A|B)$ ，其公式为 $P(A|B)$

$$= \frac{P(AB)}{P(B)}$$

4 相互独立事件

(1)一般地，对于两个事件 A, B ，如果 $P(AB) = P(A)P(B)$ ，则称 A, B 相互独立。

(2)如果 A_1, A_2, \dots, A_n 相互独立，则有 $P(A_1 A_2 \cdots A_n) = P(A_1)P(A_2) \cdots P(A_n)$ 。

(3)如果 A, B 相互独立，则 A 与 \overline{B} ， \overline{A} 与 B ， \overline{A} 与 \overline{B} 也相互独立。

5. 独立性检验（分类变量关系）：

(1) 2×2 列联表

设 A, B 为两个变量，每一个变量都可以取两个值，变量 $A: A_1, A_2 = \overline{A_1}$ ；变量 $B: B_1, B_2 = \overline{B_1}$ ；

通过观察得到下表所示数据：

$B \backslash A$	B_1	B_2	总计
A_1	a	b	$a+b$
A_2	c	d	$c+d$
总计	$a+c$	$b+d$	$n=a+b+c+d$

并将形如此表的表格称为 2×2 列联表。

(2) 独立性检验

χ^2 的范围	独立性判断
$\chi^2 \leq 2.706$	没有关联
$\chi^2 > 2.706$	90%的把握判定变量 A, B 有关联
$\chi^2 > 3.841$	95%的把握判定变量 A, B 有关联
$\chi^2 > 6.635$	99%的把握判定变量 A, B 有关联

根据 2×2 列联表中的数据判断两个变量 A, B 是否独立的问题叫 2×2 列联表的独立性检验。

(3) 统计量 χ^2 的计算公式

$$\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

第二章 推理与证明

考点一 合情推理与类比推理

根据一类事物的部分对象具有某种性质,退出这类事物的所有对象都具有这种性质的推理,叫做归纳推理,归纳是从特殊到一般的过程,它属于合情推理

根据两类不同事物之间具有某些类似(或一致)性,推测其中一类事物具有与另外一类事物类似的性质的推理,叫做类比推理.

类比推理的一般步骤:

- (1) 找出两类事物的相似性或一致性;
- (2) 用一类事物的性质去推测另一类事物的性质,得出一个明确的命题(猜想);
- (3) 一般的,事物之间的各个性质并不是孤立存在的,而是相互制约的.如果两个事物在某些性质上相同或相似,那么他们在另一写性质上也可能相同或类似,类比的结论可能是真的.
- (4) 一般情况下,如果类比的相似性越多,相似的性质与推测的性质之间越相关,那么类比得出的命题越可靠.

考点二 演绎推理(俗称三段论)

由一般性的命题推出特殊命题的过程,这种推理称为演绎推理.

考点三 数学归纳法:它是一个递推的数学论证方法.

步骤:A.命题在 $n=1$ (或 n_0) 时成立, 这是递推的基础;

B.假设在 $n=k$ 时命题成立

C.证明 $n=k+1$ 时命题也成立,

完成这两步,就可以断定对任何自然数(或 $n \geq n_0$, 且 $n \in N$) 结论都成立。

考点三 证明

- 1 反证法:
- 2 分析法:
- 3 综合法:

第三章 复数

$$1. (1) z=a+bi \in R \Leftrightarrow b=0 \quad (a, b \in R) \Leftrightarrow z=\bar{z} \Leftrightarrow z^2 \geq 0;$$

$$(2) z=a+bi \text{ 是虚数} \Leftrightarrow b \neq 0 \quad (a, b \in R);$$

$$(3) z=a+bi \text{ 是纯虚数} \Leftrightarrow a=0 \text{ 且 } b \neq 0 \quad (a, b \in R) \Leftrightarrow z+\bar{z}=0 \quad (z \neq 0) \\ \Leftrightarrow z^2 < 0;$$

$$(4) a+bi=c+di \Leftrightarrow a=c \text{ 且 } c=d \quad (a, b, c, d \in R);$$

2. 复数的代数形式及其运算

设 $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$ ($a, b, c, d \in R$), 则:

$$(1) z_1 \pm z_2 = (a \pm b) + (c \pm d)i;$$

$$(2) z_1 \cdot z_2 = (a+bi) \cdot (c+di) = (ac-bd) + (ad+bc)i;$$

$$(3) z_1 \div z_2 = \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i \quad (z_2 \neq 0);$$

3. 几个重要的结论

$$(1) (1 \pm i)^2 = \pm 2i; \quad \frac{1+i}{1-i} = i; \frac{1-i}{1+i} = -i;$$

$$(2) i \text{ 性质: } T=4; \quad i^{4n} = 1, i^{4n+1} = i, i^{4n+2} = -1, i^{4n+3} = -i; \quad i^{4n} + i^{4n+1} + i^{4n+2} + i^{4n+3} = 0;$$

$$(3) |z|=1 \Leftrightarrow z\bar{z}=1 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1}{z}.$$

4. 运算律: (1) $z^m \cdot z^n = z^{m+n}$; (2) $(z^m)^n = z^{mn}$; (3) $(z_1 \cdot z_2)^m = z_1^m z_2^m (m, n \in \mathbb{N})$