

## 数学

满分：150 分 考试时间：120 分钟

## 注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在试卷上无效。
3. 考试结束后，本试卷不回收，答题卡交回。

## 第 I 卷（选择题）

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $M = \{-1, 0, 1, 2\}$ ,  $N = \{-1, 1\}$ , 则下列结论正确的是( )

A.  $M \cup N = M$

B.  $M \cap N = \{-1\}$

C.  $M \subseteq N$

D.  $C_M N = \{0, 1, 2\}$

2. 若  $A = \{x | 0 < x < 1\}$ ,  $B = \{x | x < 4\}$ , 则  $A$  是  $B$  的( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. 已知命题  $p: \forall x \in \mathbb{R}, x > 1$ , 那么命题  $p$  的否定是( )

A.  $\forall x \in \mathbb{R}, x < 1$

B.  $\forall x \notin \mathbb{R}, x < 1$

C.  $\exists x \in \mathbb{R}, x \leq 1$

D.  $\exists x \notin \mathbb{R}, x \leq 1$

4. 设  $x, y \in \mathbb{R}$ , 且  $x^2 + y^2 < 0$ , 则

A.  $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} > 2$

B.  $y^2 > xy$

C.  $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$

D.  $\frac{x+y}{2} > \sqrt{xy}$

5. 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c > 0$  的解集为  $(-2, 4)$ , 则不等式  $cx^2 - bx + a < 0$  的解集是( )

A.  $\{x | x < -\frac{1}{2} \text{ 或 } x > \frac{1}{4}\}$

B.  $\{x | -\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}\}$

C.  $\{x | x < -\frac{1}{4} \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\}$

D.  $\{x | -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{4}\}$

6. 下列各组函数表示同一函数的是( )

A.  $f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = (\sqrt{x})^2$

B.  $f(x) = 1, g(x) = x^0$





$$C. f(x) = \sqrt[3]{x^3}, g(x) = (\sqrt[3]{x})^3$$

$$D. f(x) = x+1, g(x) = \frac{x^2-1}{x-1} = -1$$

7. 幂函数  $y = f(x)$  经过点  $(2, 4)$ , 则  $f(x)$  是 ( )

A. 偶函数, 且在  $(0, +\infty)$  上是增函数

B. 偶函数, 且在  $(0, +\infty)$  上是减函数

C. 奇函数, 且在  $(0, +\infty)$  上是减函数

D. 非奇非偶函数, 且在  $(0, +\infty)$  上是增函数

8. 已知函数  $f(x) = x^2 - 6x + 8$  在  $[1, a]$  上的最小值为  $f(a)$ , 则实数  $a$  的取值范围为 ( )

A.  $(1, 3]$

B.  $(1, +\infty)$

C.  $(1, 5)$

D.  $[3, 5]$

二、多选题: 本题共 3 小题, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。

9. 函数  $f(x)$  是定义在  $R$  上的奇函数, 下列说法正确的是 ( )

A.  $f(0) = 0$

B. 若  $f(x)$  在  $[1, +\infty)$  上为增函数, 则  $f(x)$  在  $(-\infty, -1]$  上为减函数

C. 若  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  上有最小值  $-1$ , 则  $f(x)$  在  $(-\infty, 0]$  上有最大值  $1$

D. 若  $x > 0$  时,  $f(x) = \frac{1}{x+1}$ , 则  $f(x)$  值域为  $(-1, 0) \cup (0, 1)$

10. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $R$  上的奇函数,  $f(1) = 2$ , 当  $x > 0$  时,  $f(x)$  是增函数, 若对任意的  $x, y \in R$  有  $f(x+y) = f(x) + f(y)$ , 则  $f(x)$  在  $[-5, -3]$  上 ( )

A. 有最大值  $-6$

B. 有最小值  $-10$

C. 有最大值  $6$

D. 有最小值  $10$

11. 已知函数  $f(x) = \frac{2^x-1}{1+2^x}$ , 则下列结论正确的有 ( )

A.  $f(x)$  的图象关于原点对称

B.  $f(x)$  的图象关于  $y$  轴对称

C.  $f(x)$  的值域为  $(-1, 1)$

D.  $\forall x_1, x_2 \in R$ , 且  $x_1 \neq x_2$ ,  $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} > 0$  恒成立

## 第 II 卷 (非选择题)

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

12. 如果奇函数  $f(x)$  在  $[2, 5]$  上是减函数, 且最小值是  $-5$ , 那么  $f(x)$  在  $[-5, -2]$  上的最大值为  $5$ .

13. 已知关于  $x$  的不等式  $(a^2-4)x^2 + (a-2)x - 1 > 0$  的解集为空集, 则实数  $a$  的取值范围是  $a \leq -2$  或  $a \geq 2$ .

14. 已知函数  $y = f(2x+1)$  的定义域为  $[1, 2]$ , 函数  $y = f(2-x)$  的定义域是  $[1, 3]$ .



$x < 3$     $x < 3$     $x < 3$     $x > 3$     $x > 3$     $x < 3$  或  $x > 7$     $\cap B$   
 $4 < x \leq 10$

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15. (本小题 13 分)

已知集合  $A = \{x | 3 \leq x < 7\}$ ,  $B = \{x | 4 < x \leq 10\}$ ,  $C = \{x | x < a\}$ , (全集为实数集  $R$ )

(1) 求  $A \cup B$ ;  $(C \setminus A) \cap B$ ;

(2) 若  $A \cap C \neq \emptyset$ , 求  $a$  的取值范围.

$A \cup B = 3 \leq x \leq 10$

$(C \setminus A) = \{x | x < 3 \text{ 或 } x \geq 7\}$

$x < 3 \cup x \geq 7$

16. (本小题 15 分)

(1) 已知  $f(x)$  是一次函数，且满足  $3f(x+1) - 2f(x-1) = 2x + 17$ ，求  $f(x)$  的解析式；

(2) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 1) \\ x^2 & (1 < x < 2) \\ 2x & (x \geq 2) \end{cases}$

① 求  $f(2)$ ,  $f(\frac{1}{2})$ ,  $f[f(-1)]$ ;

② 若  $f(a) = 3$ , 求  $a$  的值.

$3f(x+1) - 2f(x-1) = 2x + 17$

$-3f(x+1) + 3(2x+6)$

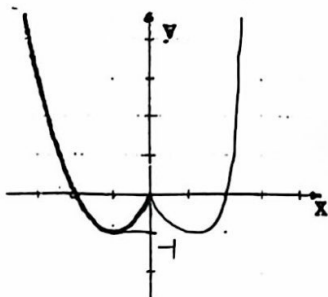
$(x+1)(3f - 2f) = 2x + 17$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$   
 $3f^2 - 2f^2$     $\frac{4}{2} +$

17. (本小题 17 分)

已知函数  $f(x)$  是定义在  $R$  上的偶函数，且当  $x \leq 0$  时， $f(x) = x^2 + 2x$ .

$f(x) = f(-x)$



(1) 现已画出函数  $f(x)$  在  $y$  轴左侧的图象，如图所示，请补出完整函数  $f(x)$  的图象，并由图象写出函数  $f(x)$  的增区间；

(2) 求函数  $f(x)$  的解析式和值域.

$x \leq 0$  时

$x \leq 0$  时    $x \leq 0$  时    $x < (-\infty, -1)$

$-x \geq 0$

$f(x) = f(-x)$

$f(x) = f(-x)$

$[0, -1]$

$(-x)^2 + 2(-x)$     $[1, +\infty)$   
 $[-1, 0] \cup [0, +\infty)$



18. (本小题17分)

已知幂函数  $f(x) = x^m$  的图象过点  $(25, 5)$ .

(1) 求  $f(8)$  的值;

(2) 若  $f(a+1) > f(3-2a)$ , 求实数  $a$  的取值范围.

$$f(x) = x^m$$

$$\frac{1}{5}$$

$$\frac{25}{5} = 5$$

$$\frac{1}{5}$$

$$f(25) = 5$$

$$f(25) = x^5$$

$$\frac{1}{5}$$

$$25$$

$$f(x) = x^{\frac{1}{5}}$$

$$x = x^{\frac{1}{5}}$$

19. (本小题15分)

已知函数  $f(x) = x^2 - (a+4)x + 4a$ .

(1) 解关于  $x$  的不等式  $f(x) < 0$ ;

(2) 若关于  $x$  的不等式  $f(x) + 4x < 0$  的解集为  $(m, n)$  ( $m > 0, n > 0$ ), 求  $m + 4n$  的最小值.

$$f(x) = x^2 - ax - 4x + 4a < 0$$

$$f(x) = x^2 - (a+4)x + 4a$$

$$(x-a)(x-4)$$

$$x^2 - 4x - ax + 4a$$

$$f(x) = x^2 - (a+4)x + 4a$$

$$x_1 =$$

$$a$$

$$(x-a)$$

$$x < 4$$

$$f(x) + 4x < 0, (m, n) \quad x-a$$

$$3-a$$

$$\frac{x^2 - 6x + 8}{(x-2)(x-4)}$$

