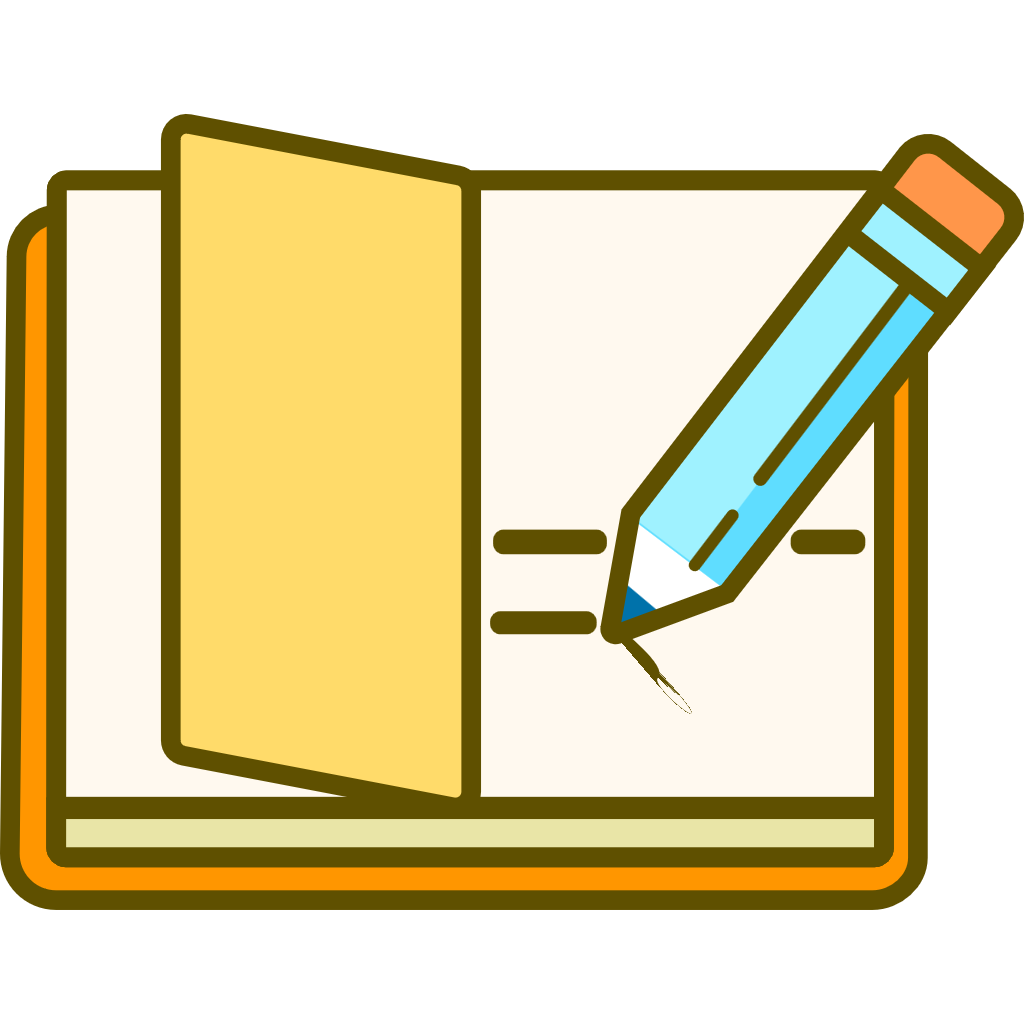
## 6.3 二项式定理



**知识点1：二项式定理**

**1、二项式定理的定义**

，这个公式叫做二项式定理．

（1）二项展开式：

（2）二项式系数：各项的系数叫做展开式的二项式系数

（3）二项式通项：叫做二项展开式的通项，用表示，

即通项为展开式中的第项，可记为：

（4）在二项式定理中，若设，，则得到公式．

**2、二项展开式的特点**

（1）展开式共有项；

（2）各项的次数和都等于二项式的幂指数；

（3）字母的幂指数按降幂排列，从第一项开始，次数由逐项减1直到为0，字母的幂指数按升幂排列，从第一项开始，次数由0逐项加1直到为．

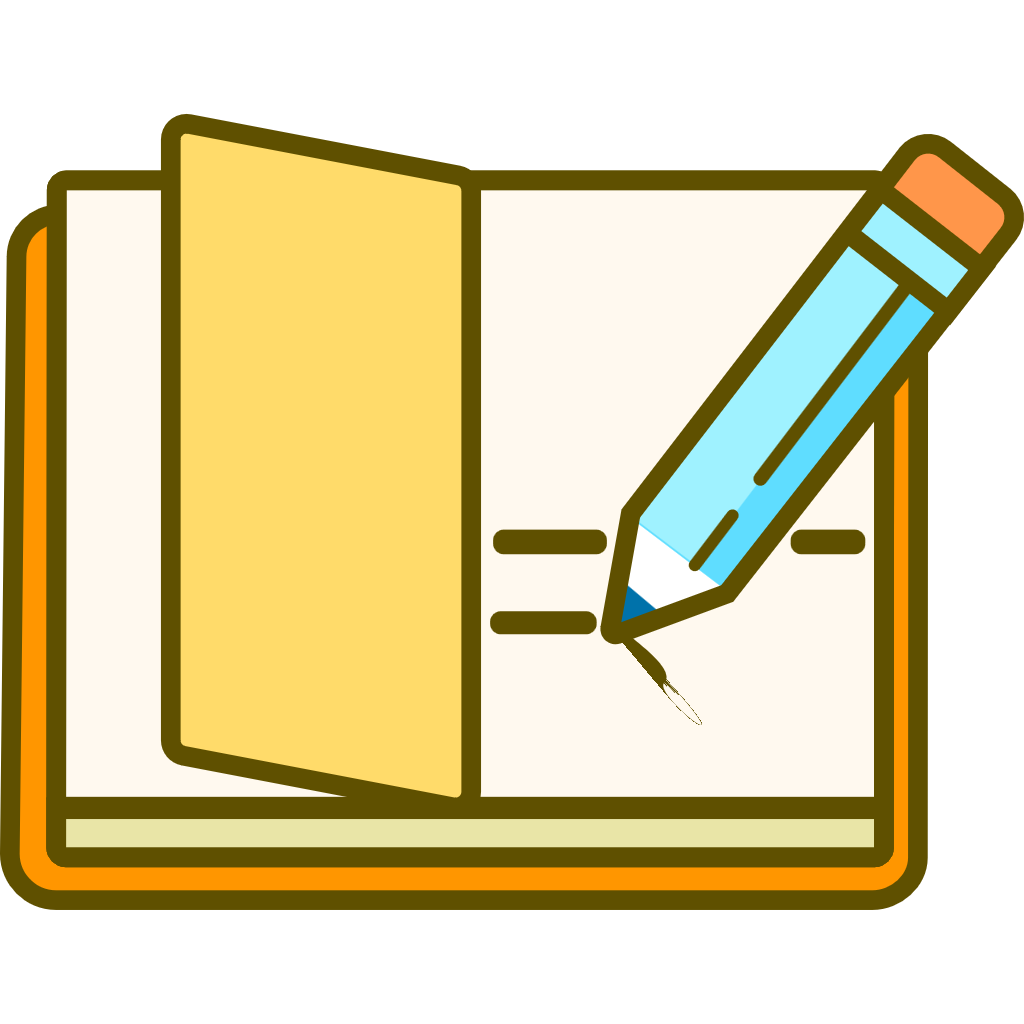
**注意：**

（1）通项公式是的展开式中的第项，这里；

（2）二项式的第项和的展开式第项是有区别的，应用二项式定理时，其中的与不能随便交换位置．

二项式展开式中的第3项为（    ）

A． B．15 C． D．20

**知识点2：二项式定理的性质**

**1、对称性：**与首末两端“等距离”的两个二项式系数相等．即，，…，

事实上，这一性质可直接由公式得到．直线将函数的图象分成对称的两部分，它是图象的对称轴．

**2、增减性与最大值**

（1）增减性：因为，即，

所以当时，随的增加而增大．由对称性知，当时，随的增加而减小．

（2）最大值：

①如果二项式的幂指数是偶数，中间项时第项，其二项式系数最大；

②如果二项式的幂指数是奇数，中间项有两项，即为第项和第项，它们的二项式系数和相等且最大．

**3、各二项式系数的和**

①已知，

令得．

这就是说，二项展开式的各二项式系数的和为．

②奇数项的二项式系数的和等于偶数项的二项式系数的和，且都等于．

在二项式定理中，令，则，

即．

若二项式的展开式中，第3项的二项式系数最大，则的取值不可能是（    ）

A．3 B．4 C．5 D．6



**题型一：二项式定理的正用和逆用**

例1．的值是（    ）

A． B．1 C．0 D．22024

【变式1-1】化简，其结果等于（    ）

A． B． C． D．

【变式1-2】已知，若，则 ．

【变式1-3】若对恒成立，其中，则（    ）

A． B．0 C．1 D．2

**题型二：二项展开式的特定项问题**

例2.的展开式中第四项是（    ）

A．-20 B．20 C．-160 D．160

【变式2-1】二项式的展开式中常数项为（    ）

A． B．540 C．15 D．

【变式2-2】的展开式中的系数是（    ）

A．2 B．3 C．4 D．5

【变式2-3】二项式的展开式中，共有有理项是 项

**题型三：三项展开式的特定项问题**

例3.在的展开式中，的系数为（    ）

A． B． C．60 D．30

【变式3-1】的展开式中的系数为（    ）

A．4 B．6 C．8 D．12

【变式3-2】在的展开式中，的系数是（    ）

A． B． C． D．

【变式3-3】的展开式中的系数为 .

**题型四：多个多项式相乘问题**

例4.的展开式中的系数为（    ）

A．30 B．10 C． D．

【变式4-1】在的展开式中，的系数为（    ）

A． B． C． D．

【变式4-2】的展开式中常数项为（    ）

A．120 B．-120 C．180 D．-180

【变式4-3】展开后的系数为 ．

**题型五：二项式系数最大问题**

例5.在的展开式中，若仅有第5项的二项式系数最大，则展开式中系数最大的项是第（    ）项.

A． B． C．2或3 D．3或4

【变式5-1】已知 的展开式中，二项式系数之和是，则展开式中二项式系数最大的项为（    ）

A．第项 B．第项 C．第项 D．第项

【变式5-2】已知的展开式中只有第3项的二项式系数最大，则项的系数为 （    ）

A． B． C． D．

【变式5-3】设，展开式中二项式系数的最大值为*x*，展开式中二项式系数的最大值为*y*，若，则（    ）

A．2 B．3 C．4 D．5

**题型六：展开式系数最大问题**

例6.若的展开式中第2项与第8项的系数相等，则展开式中系数最大的项为（    ）

A．第3项 B．第4项 C．第5项 D．第6项

【变式6-1】在的二项展开式中，系数最大的项是（    ）

A．第4项 B．第5项 C．第6项 D．第5项和第6项

【变式6-2】若，则取最大值时的值为（    ）

A．8 B．9 C．10 D．11

【变式6-3】设，则中最大的是（    ）

A． B． C． D．

**题型七：利用赋值法解系数问题**

例7.在的展开式中，各项二项式系数的和与各项系数的和之比为，则（    ）

A．8 B．4 C．6 D．2

【变式7-1】已知，则下列描述正确的是（    ）

A． B．

C． D．除以5所得的余数是1

【变式7-2】若，则的值为（    ）

A．－121 B．－122 C．121 D．122

【变式7-3】若，则 .

**题型八：利用二项式定理解决整除与求余问题**

例8.若是正整数，则除以8的余数是 ．

【变式8-1】若能被7整除，则的最小正整数取值为 .

【变式8-2】除以8的余数为（    ）

A．1 B．3 C．5 D．7

【变式8-3】今天是星期四，小美在参加数学考试，那么再过天后是星期（    ）

A．一 B．二 C．三 D．日

**题型九：利用二项式定理近似计算**

例9.的小数点后第三位数字为（    ）

A． B． C． D．

【变式9-1】最接近下列哪个数字（    ）

A．1.20 B．1.21 C．1.22 D．1.23

【变式9-2】实数精确到的近似值为 .

【变式9-3】的计算结果精确到0.001的近似值是 .



**一、单选题**

1．的展开式的第3项的系数为（    ）

A．10 B． C．40 D．

2．在的展开式中，常数项为（    ）

A．8 B．24 C．60 D．160

3．的展开式中的常数项是（    ）

A．12 B．8 C． D．

4．化简：（    ）

A．2 B．1 C．0 D．

5．已知的展开式中仅第4项的二项式系数最大，则展开式中系数最大的项是第（    ）项

A．2 B．3 C．4 D．5

**二、多选题**

6．对于的二项展开式，以下判断中正确的有（    ）

A．展开式中有常数项 B．展开式中没有常数项

C．展开式中没有的三次项 D．展开式中有的三次项

7．关于的展开式，下列结论正确的是（    ）

A．二项式系数和为64 B．所有项的系数之和为1

C．第三项的二项式系数最大 D．系数最大值为240

8．已知，则下列结论正确的是（    ）

A． B．

C． D．

**三、填空题**

9．在的展开式中，的系数为 .

10．在的展开式中，常数项为 .

11．展开式中含项的系数为 ．

**四、解答题**

12．已知的展开式中第项为，，且第三项和第九项的二项式系数相等．

(1)求第四项的二项式系数与系数；

(2)求二项式系数的最大值及展开式系数的最大值．

13．已知的展开式中第三项的系数是第二项系数的2倍．

(1)求的值；

(2)求展开式中二项式系数最大的项；

(3)求的展开式中含项的系数（结果用数值表示）．