第 01 讲 平面向量的概念

01 析教材 学知识

知识点 1：向量的概念

1、向量：既有大小又有方向的量叫做向量.

2、数量：只有大小，没有方向的量(如年龄、身高、长度、面积、体积和质量等)，称为数量.

注：（1）本书所学向量是自由向量，即只有大小和方向，而无特定的位置，这样的向量可以作任意平移；

（2）看一个量是否为向量，就要看它是否具备了大小和方向两个要素；

（3）向量与数量的区别：数量与数量之间可以比较大小，而向量与向量之间不能比较大小.

知识点 2：向量的表示法

1、有向线段：具有方向的线段叫做有向线段，有向线段包含三个要素：起点、方向、长度.

2、向量的表示方法：

（1）字母表示法：如 $\vec{a},\vec{b},\vec{c},\cdots$ 等.

（2）几何表示法：以 A 为始点，B 为终点作有向线段 $\overrightarrow{AB}$（注意始点一定要写在终点的前面）．如果用一条有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 表示向量，通常我们就说向量 $\overrightarrow{AB}$.

注：（1）用字母表示向量便于向量运算；

（2）用有向线段来表示向量，显示了图形的直观性．应该注意的是有向线段是向量的表示，不是说向量就是有向线段．由于向量只含有大小和方向两个要素，用有向线段表示向量时，与它的始点的位置无关，即同向且等长的有向线段表示同一向量或相等的向量.

知识点 3：向量的有关概念

1、向量的模：向量的大小叫向量的模(就是用来表示向量的有向线段的长度).

注：（1）向量 $\vec{a}$ 的模 $|\vec{a}|\geq 0$.

（2）向量不能比较大小，但 $|\vec{a}|$ 是实数，可以比较大小.

2、零向量：长度为零的向量叫零向量.记作 $\vec{0}$，它的方向是任意的.

3、单位向量：长度等于 1 个单位的向量.

注：（1）在画单位向量时，长度 1 可以根据需要任意设定；

（2）将一个向量除以它的模，得到的向量就是一个单位向量，并且它的方向与该向量相同.

4、相等向量：长度相等且方向相同的向量.

注：在平面内，相等的向量有无数多个，它们的方向相同且长度相等.

知识点 4：向量的共线或平行

方向相同或相反的非零向量，叫共线向量(共线向量又称为平行向量).规定：$\vec{0}$ 与任一向量共线.

注：1、零向量的方向是任意的，注意 ***0*（向量）**与 0 的含义与书写区别.

2、平行向量可以在同一直线上，要区别于两平行线的位置关系；共线向量可以相互平行，要区别于在同一直线上的线段的位置关系.

3、共线向量与相等向量的关系：相等向量一定是共线向量，但共线向量不一定是相等的向量.

02 练题型 强知识

【题型 01：平面向量的基本概念理解】

1．对于物理量：①路程，②时间，③速度，④体积，⑤长度，⑥重力，以下说法正确的是（　）

A．①②④是数量，③⑤⑥是向量　　B．①④⑤是数量，②③⑥是向量

C．①④是数量，②③⑤⑥是向量　　D．①②④⑤是数量，③⑥是向量

2．下列说法中，正确的是（　）

①长度为 0 的向量都是零向量；②零向量的方向都是相同的；

③单位向量都是同方向；④任意向量与零向量都共线.

A．①②　　B．②③　　C．②④　　D．①④

3．下列说法错误的是（　）

A．任一非零向量都可以平行移动　　B．$\vec{e_1},\vec{e_2}$ 是单位向量，则 $|\vec{e_1}|=|\vec{e_2}|$

C．$|\overrightarrow{CD}|=|\overrightarrow{DC}|$　　D．若 $|\overrightarrow{AB}|>|\overrightarrow{CD}|$，则 $\overrightarrow{AB}>\overrightarrow{CD}$

4．**（多选题）**下列说法错误的是（　）

A．零向量没有方向

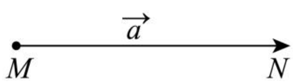
B．零向量与零向量共线

C．若 $\vec{a}=\vec{b}$，$\vec{b}=\vec{c}$，则 $\vec{a}=\vec{c}$

D．温度含零上温度和零下温度，所以温度是向量

【题型 02：平面向量的几何表示】

1．已知向量 $\vec{a}$ 如图所示，下列说法不正确的是（　）



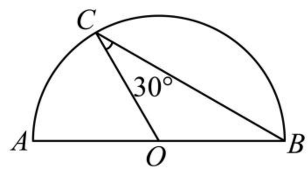
A．也可以用 $\overrightarrow{MN}$ 表示　　B．方向是由 M 指向 N

C．起点是 M　　D．终点是 M

2．如果一架飞机向西飞行150km，再向南飞行350km，记飞机飞行的路程为s，位移为$\vec{a}$，则（　）.

A．$s>|\vec{a}|$　　B．$s=|\vec{a}|$　　C．$s<|\vec{a}|$　　D．s与$|a|$不能比较大小

3. 在如图所示的半圆中，AB为直径，点O为圆心，C为半圆上一点，且$\angle OCB=30°$，$|\overrightarrow{AB}|=2$，则$|\overrightarrow{AC}|$等于（　）

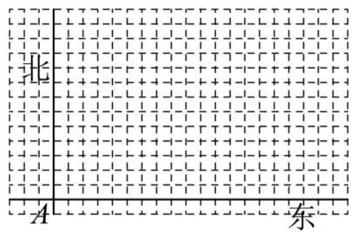


A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

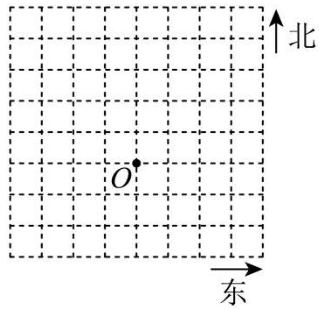
4．某人从点A出发向东走了5米到达点B，然后改变方向按东北方向走了$10\sqrt{2}$米到达点C.

(1)在图中作出向量$\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}$；（正方形小方格的边长是1米）

(2)求向量$\overrightarrow{AC}$的模.



5．在方格纸（每个小方格的边长为1）中，画出下列向量.



(1)$|\overrightarrow{OA}|=2$，点A在点O的正东方向；

(2)$|\overrightarrow{OB}|=2\sqrt{2}$，点$B$在点$O$的北偏东45°方向；

(3)求出$|\overrightarrow{AB}|$的值.

【题型03：相等向量与共线向量】

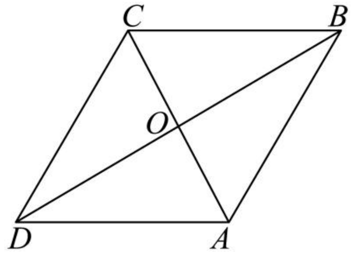
1．设点O是正方形$ABCD$的中心，则向量$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$、$\overrightarrow{OC}$、$\overrightarrow{DO}$的关系是（　）

A．方向相同　　B．模相等　　C．共线　　D．起点相同

2．已知$\vec{a},\vec{b}$是空间内两个方向相反的向量，则下列结论一定成立的是（　）

A．$\vec{a}=-\vec{b}$　　B．$\vec{a}//\vec{b}$且$|\vec{a}|=|\vec{b}|$　　C．$\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$　　D．$\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}+\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}=\vec{0}$

3.（**多选题**）如图，在菱形$ABCD$中，若$\angle DAB=120°$，则以下说法中正确的是（　）



A．$\overrightarrow{BD}$与$\overrightarrow{OB}$不平行

B．$|\overrightarrow{BD}|=\sqrt{3}|\overrightarrow{DA}|$

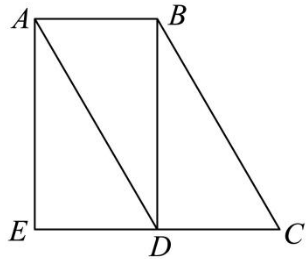
C．与$\overrightarrow{AB}$的模相等的向量有9个（不含$\overrightarrow{AB}$）

D．与$\overrightarrow{AB}$相等的向量只有一个（不含$\overrightarrow{AB}$）

4．如图所示，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，四边形 $ABDE$ 是矩形，在以各顶点为起点和终点的非零向量中，写出（不含 $\overrightarrow{AB}$）：

(1)与向量 $\overrightarrow{AB}$ 相等的向量；

(2)与向量 $\overrightarrow{AB}$ 共线的向量．

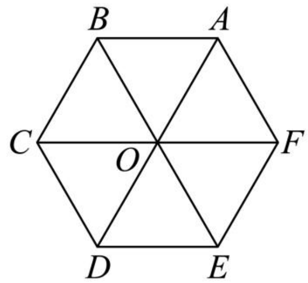


5．如图所示，O 是正六边形 $ABCDEF$ 的中心．

(1)与 $\overrightarrow{OA}$ 的模相等的向量有多少个？

(2)是否存在与 $\overrightarrow{OA}$ 长度相等、方向相反的向量？若存在，有几个？

(3)与 $\overrightarrow{OA}$ 共线的向量有几个？



【题型 04：平面向量在几何中的应用】

1．已知四边形 $ABCD$ 满足条件 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$，且 $\left|\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{BD}\right|$，其形状是（　）

A．梯形　　B．矩形　　C．菱形　　D．正方形

2．在四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}\,//\,\overrightarrow{CD}$，$\left|\overrightarrow{AB}\right|\neq\left|\overrightarrow{CD}\right|$，则四边形 $ABCD$ 是（　）

A．梯形　　B．平行四边形　　C．矩形　　D．正方形

3．已知四边形 $ABCD$，则“四边形 $ABCD$ 是平行四边形”是“$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$”的（　）

A．充要条件　　B．必要不充分条件

C．充分不必要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．设 $\vec{e}$ 是单位向量，$\overrightarrow{AB}=6\vec{e},\overrightarrow{CD}=-6\vec{\boldsymbol{e}},\left|\overrightarrow{AD}\right|=6$，则四边形 $ABCD$ 是（　）．

A．梯形　　B．无特殊限制的菱形　　C．正方形　　D．无特殊限制的矩形

04 过关测 稳提升

1．关于平面向量，下列说法正确的是（　）

A．向量可以比较大小　　B．向量的模可以比较大小

C．速度是向量，位移是数量　　D．零向量是没有方向的

2．下列说法中，正确的是（　）

A．模为0的向量与任意向量共线　　B．单位向量只有一个

C．方向不同的向量不能比较大小，但同向的向量可以比较大小

D．两个有共同起点，且长度相等的向量，它们的终点相同

3．若四边形$ABCD$中$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$，$\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{AD}\right|$，且$\left|\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{BD}\right|$，则对该四边形形状的说法中错误的是（　）

A．平行四边形　　B．矩形

C．梯形　　D．正方形

4．设$\vec{e}$是单位向量，$\overrightarrow{AB}=\vec{e}$，$\overrightarrow{CD}=-\vec{e}$，$\left|\overrightarrow{AD}\right|=1$，则四边形$ABCD$是（　）

A．梯形　　B．菱形　　C．矩形　　D．正方形

5．已知四边形$ABCD$，下列说法正确的是（　）

A．若$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$，则四边形$ABCD$为平行四边形

B．若$|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BD}|$，则四边形$ABCD$为矩形

C．若$\overrightarrow{AD}\,//\,\overrightarrow{BC}$，且$|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BD}|$，则四边形$ABCD$为矩形

D．若$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{CD}|$，且$\overrightarrow{AD}\,//\,\overrightarrow{BC}$，则四边形$ABCD$为梯形

6．**（多选题）**下列说法中错误的是

A．向量$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{CD}$是共线向量,则A，B，C，D四点必在一条直线上

B．零向量与零向量共线　　C．若$\vec{a}=\vec{b},\vec{b}=\vec{c}$，则$\vec{a}=\vec{c}$

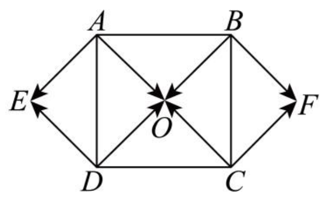
D．温度含零上温度和零下温度，所以温度是向量

7．**（多选题）**关于非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，下列命题中正确的是（　）

A．若$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，则$\vec{a}=\vec{b}$.　　B．若$\vec{a}=-\vec{b}$，则$\vec{a}\,//\,\vec{b}$

C．若$\vec{a}\,//\,\vec{b}$，$\vec{b}\,//\,\vec{c}$，则$\vec{a}\,//\,\vec{c}$　　D．若$\vec{a}=\vec{b}$，$\vec{b}=\vec{c}$，则$\vec{a}=\vec{c}$

8．如图，O为正方形$ABCD$对角线的交点，四边形$OAED$，$OCFB$都是正方形.在图中所示的向量中：

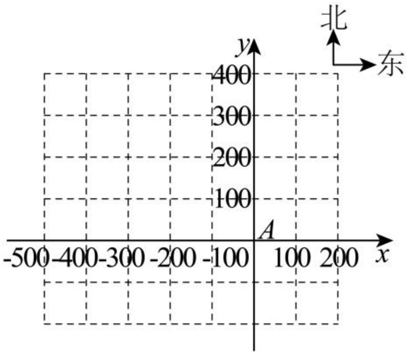


(1)分别写出与$\overrightarrow{AO}$，$\overrightarrow{BO}$相等的向量;

(2)写出与$\overrightarrow{AO}$的相反向量;

(3)写出与$\overrightarrow{AO}$模相等的向量.

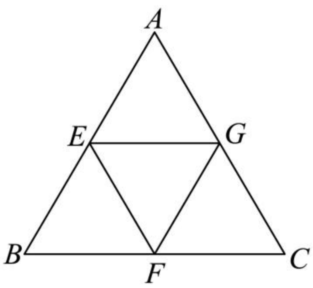
9．如图，某人从点 A 出发，向西走了 200m 后到达点 B，然后沿北偏西一定角度的某方向行走了 $100\sqrt{13}$m 后到达点 C，最后向东走了 200m 后到达点 D，发现点 D 在点 B 的正北方．



(1)作出 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{CD}$，$\overrightarrow{DA}$；

(2)求 $\overrightarrow{DA}$ 的模．

10．如图，E、F、G 依次是正三角形 ABC 的边 AB、BC、AC 的中点.



(1)在以 A、B、C、E、F、G 为起点或终点的向量中，找出与向量 $\overrightarrow{EF}$ 共线的向量；

(2)在以 A、B、C 为起点，以 E、F、G 为终点的向量中，找出与向量 $\overrightarrow{GF}$ 模相等的向量；

(3)在以 E、F、G 为起点，以 A、B、C 为终点的向量中，找出与向量 $\overrightarrow{EG}$ 相等的向量.

第 02 讲 向量的加法、减法、数乘运算

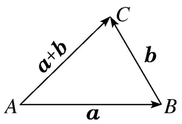
01 析教材 学知识

知识点 1：向量的加法运算

1、定义：求两个向量和的运算，叫做向量的加法。

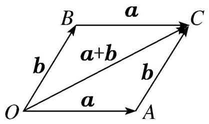
2、三角形法则：已知非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，在平面内任取一点 A，作$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，再作向量$\overrightarrow{AC}$，

向量$\overrightarrow{AC}$叫做 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，记作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，即 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$



3、平行四边形法则：已知不共线的两个向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，在平面内任取一点 O，

以同一点 O 为起点的两个已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 为邻边作▱ $OACB$，对角线$\overrightarrow{OC}$就是 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和



【规定】零向量与任一向量 $\boldsymbol{a}$ 的和都有 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{0}+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}$.

【注意】（1）在使用向量加法的三角形法则时，要注意“首尾相接”，即第一个向量的终点与第二个向量的起点重合，则以第一个向量的起点为起点，并以第二个向量的终点为终点的向量即两向量的和；

（2）平行四边形法则的应用前提是“共起点”，即两个向量是从同一点出发的不共线向量.

4、向量加法的运算律

结合律：$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$　　　　交换律：$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$

知识点 2：向量的减法运算

1、相反向量：与 a 长度相等、方向相反的向量，叫做 a 的相反向量，记作$-a$.

（1）规定：零向量的相反向量仍是仍是零向量；

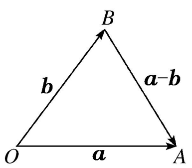
（2）$-(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{a}$；

（3）$\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=(-\boldsymbol{a})+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$；

（4）若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 互为相反向量，则 $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$.

【注意】相反向量与相等向量一样，从“长度”和“方向”两方面定义，相反向量必为平行向量.

2、向量的减法



（1）定义：$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})$，即减去一个向量相当于加上这个向量的相反向量.

（2）几何意义：以 O 为起点，作向量 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，如图所示，即 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 可表示从向量 $\boldsymbol{b}$ 的终点指向向量 $\boldsymbol{a}$ 的终点的向量.

【注意】在用三角形法则作向量减法时，只要记住“连接向量终点，箭头指向被减向量”即可.

知识点 3：向量的数乘运算

1、定义：规定实数λ与向量 $\boldsymbol{a}$ 的积是一个向量，这种运算叫做向量的数乘，记作：$\lambda\boldsymbol{a}$，它的长度与方向规定如下：①$|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|$；

②当$\lambda>0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相同；当$\lambda<0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相反.

2、运算律：设λ，μ为任意实数，则有：

①$\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$；　②$(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$；　③$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$；

特别地，有$(-\lambda)\boldsymbol{a}=\lambda(-\boldsymbol{a})=-(\lambda\boldsymbol{a})$；　$\lambda(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b}$.

3、线性运算:向量的加、减、数乘运算统称为向量的线性运算，向量线性运算的结果仍是向量.

对于任意向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，以及任意实数λ，μ_1，μ_2，恒有$\lambda(\mu_1\boldsymbol{a}+\mu_2\boldsymbol{b})=\lambda\mu_1\boldsymbol{a}\pm\lambda\mu_2\boldsymbol{b}$.

知识点 4：向量共线

1、向量共线的条件

（1）当向量$\vec{a}=\vec{0}$时，$\vec{a}$与任一向量$\vec{b}$共线.

（2）当向量$\vec{a}\neq\vec{0}$时，对于向量$\vec{b}$. 如果有一个实数λ，使$\vec{b}=\lambda\vec{a}$，那么由实数与向量的积的定义知$\vec{b}$与$\vec{a}$共线.

反之，已知向量$\vec{b}$与$\vec{a}$（$\vec{a}\neq\vec{0}$）共线且向量$\vec{b}$的长度是向量$\vec{a}$的长度的λ倍，即$|\vec{b}|=\lambda|\vec{a}|$，那么当$\vec{b}$与$\vec{a}$同向时，$\vec{b}=\lambda\vec{a}$；当$\vec{b}$与$\vec{a}$反向时，$\vec{b}=-\lambda\vec{a}$.

2、向量共线的判定定理：$\vec{a}$是一个非零向量，若存在一个实数λ，使$\vec{b}=\lambda\vec{a}$，则向量$\vec{b}$与非零向量$\vec{a}$共线.

3、向量共线的性质定理：若向量$\vec{b}$与非零向量$\vec{a}$共线，则存在一个实数λ，使$\vec{b}=\lambda\vec{a}$.

【注意】

（1）两个向量定理中向量$\vec{a}$均为非零向量，即两定理均不包括$\vec{0}$与$\vec{0}$共线的情况；

（2）$\vec{a}\neq\vec{0}$是必要条件，否则$\vec{a}=\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$时，虽然$\vec{b}$与$\vec{a}$共线但不存在λ使$\vec{b}=\lambda\vec{a}$；

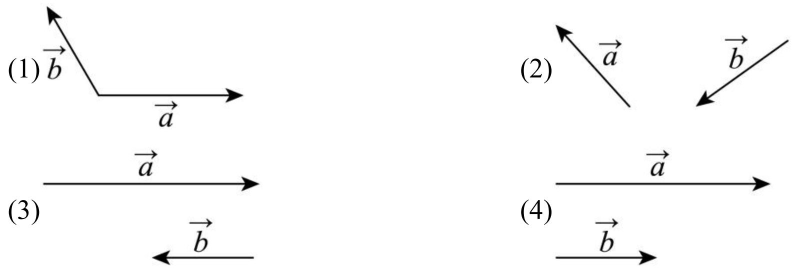
（3）有且只有一个实数λ，使$\vec{b}=\lambda\vec{a}$.

（4）$\vec{a}//\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}=\lambda\vec{b}(\vec{b}\neq\vec{0})$是判定两个向量共线的重要依据，其本质是位置关系与数量关系的相互转化，体现了数形结合的高度统一.

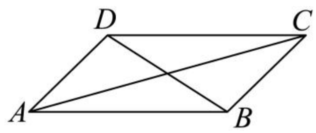
02 练题型 强知识

【题型 01：向量的加法】

1．已知下列各组向量$\vec{a}$、$\vec{b}$，求作$\vec{a}+\vec{b}$．



2．如图，在平行四边形$ABCD$中，$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=$（　）

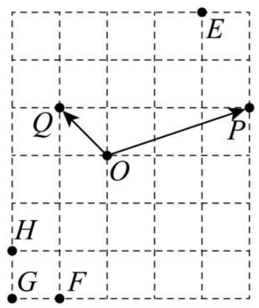


A．$\overrightarrow{BD}$　　B．$\overrightarrow{CD}$　　C．$\overrightarrow{BC}$　　D．$\overrightarrow{AC}$

3．向量$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BC}=$（　）

A．$\overrightarrow{AC}$　　B．$\overrightarrow{AB}$　　C．$\overrightarrow{BC}$　　D．$\overrightarrow{AM}$

4．在如图所示的方格纸中，$\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}=$（　）



A．$\overrightarrow{OG}$　　B．$\overrightarrow{HO}$　　C．$\overrightarrow{OE}$　　D．$\overrightarrow{FO}$

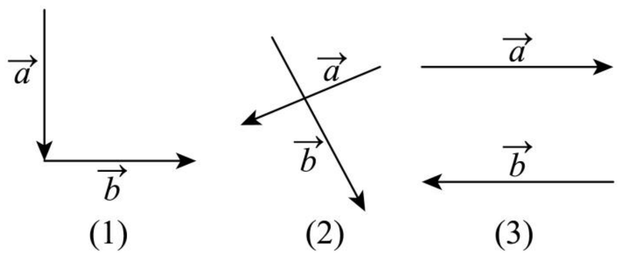
5．**（多选题）**下列式子中，化简结果为$\overrightarrow{AD}$的有（　）

A．$\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BM}$　　B．$(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{MB})+(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CM})$

C．$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}$　　D．$\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AO}$

【题型 02：向量的减法】

1．如图，在各小题中，已知$\vec{a},\vec{b}$，分别求作$\vec{a}-\vec{b}$．



2．在△ABC 中，下列四式中成立的个数为（　）

①$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$，②$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$，③$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$，④$\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{BC}$

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

3．向量$\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{MB}\right)-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{AM}$，化简后等于（　）

A．$\overrightarrow{AM}$　　B．0　　C．$\overrightarrow{AC}$　　D．$\vec{0}$

4．P 是△ABC 所在平面内的一点，满足$\overrightarrow{PA}-\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{BC}$，则（　）

A．点 P 在线段 BC 上　　B．点 P 在线段 BC 的延长线上

C．点 P 在线段 AC 上　　D．点 P 在线段 AC 的延长线上

【题型 03：向量的数乘】

1．化简下列向量运算；

(1)$4\left(\vec{a}+\vec{b}\right)-3\left(\vec{a}-\vec{b}\right)-8\vec{b}$；　　(2)$3\left(\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}\right)+4\left(\vec{c}-\vec{a}-\vec{b}\right)$；　　(3)$\frac{1}{3}\left[\frac{1}{2}\left(2\vec{a}+8\vec{b}\right)-\left(4\vec{a}-2\vec{b}\right)\right]$.

2．化简下列各式：

(1)$\frac{2}{5}\left(\vec{a}-\vec{b}\right)-\frac{1}{3}\left(2\vec{a}+4\vec{b}\right)+\frac{2}{15}\left(2\vec{a}+13\vec{b}\right)$；　　(2)$\left(2m-n\right)\vec{a}-m\vec{b}-\left(m-n\right)\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$（$m$，$n$ 为实数）.

3．若$2(\vec{x}-\frac{1}{3}\vec{a})-\frac{1}{2}(\vec{b}+\vec{c}-3\vec{x})+\vec{b}=\vec{0}$，其中$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$为已知向量，求未知向量$\vec{x}$.

4．设向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$满足$5\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)-4\left(\vec{b}+3\vec{a}\right)-\vec{c}=\vec{0}$，则$\vec{c}=$（　）

A．$-\vec{a}+22\vec{b}$　　B．$7\vec{a}+14\vec{b}$　　C．$\vec{a}-22\vec{b}$　　D．$-7\vec{a}-14\vec{b}$

5．已知平面上不共线的四点O, A, B, C，若$\overrightarrow{OA}-3\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，则$\frac{\left|\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}=$（　）

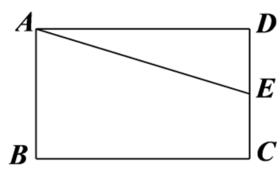
A．2　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{3}$

【题型 04：用已知向量表达其他向量（加、减、数乘综合）】

1．如图，在矩形 $ABCD$ 中，E 为 CD 的中点，则$\overrightarrow{AE}=$（　）

A．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$　　B．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$

C．$\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$　　D．$\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$



2. 在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 为线段 CD 的中点，点 F 在线段 BC 上，且满足 $BF=2FC$，记 $\overrightarrow{AB}=\vec{m},\overrightarrow{AD}=\vec{n}$，则 $\overrightarrow{EF}=$（　）

A. $\frac{1}{2}(\vec{m}-\vec{n})$　　B. $\frac{1}{2}\vec{m}-\frac{1}{3}\vec{n}$

C. $-\frac{1}{2}\vec{m}+\frac{1}{3}\vec{n}$　　D. $\frac{1}{2}(\vec{m}+\vec{n})$

3. 在三角形 ABC 中，M 是 BC 的中点．若 $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，则 $\overrightarrow{AM}=$（　）

A. $\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$　　B. $\frac{1}{2}(\vec{a}-\vec{b})$　　C. $\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$　　D. $\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$

4. $\triangle OAB$，点 P 在边 AB 上，$\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AP}$，设 $\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，则 $\overrightarrow{OP}$（　）

A. $\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$　　B. $\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

C. $\frac{1}{3}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$　　D. $\frac{2}{3}\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}$

5. 若 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，且 $\overrightarrow{AG}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$（$\lambda,\mu$ 为实数），则 $\lambda+\mu=$（　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. 1　　D. $\frac{4}{3}$

【题型 05：向量共线定理及其参数问题（含三点共线）】

1. 已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 不共线，$\vec{m}=\vec{a}-3\vec{b}$，$\vec{n}=2\vec{a}-x\vec{b}$，若 $\vec{m}//\vec{n}$，则 $x=$（　）

A. -6　　B. $\frac{2}{3}$　　C. 6　　D. $-\frac{2}{3}$

2. 已知向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 不共线，$\overrightarrow{AB}=3\vec{a}-m\vec{b},\overrightarrow{AC}=n\vec{a}-5\vec{b}$，且 A,B,C 三点共线，则（　）

A. $3n=5m$　　B. $3n=-5m$　　C. $mn=15$　　D. $mn=-15$

3. 设 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 是两个不共线的向量，若向量 $k\vec{a}-\vec{b}$ 与 $-2\vec{a}+k\vec{b}$ 的方向相同，则 $k=$（　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $-\sqrt{2}$　　C. 2　　D. -2

4. 设 $\overrightarrow{e_1}$，$\overrightarrow{e_2}$ 是平面内两个不共线的非零向量，已知 $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{e_1}+k\overrightarrow{e_2}$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{e_1}+3\overrightarrow{e_2}$，$\overrightarrow{CD}=-2\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2}$，若 A，B，D 三点共线，则实数 k 的值为（　）

A. $-\frac{1}{2}$　　B. 2　　C. 8　　D. -8

5. 已知 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}+5\vec{b}$，$\overrightarrow{BC}=-2\vec{a}+8\vec{b}$，$\overrightarrow{CD}=3\vec{a}-3\vec{b}$（$\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 不共线），则三点共线（　）

A. A、B、D　　B. A、B、C　　C. B、C、D　　D. A、C、D

6. 已知 A,B,D 三点共线，且对直线外任一点 C，有 $\overrightarrow{CD}=\frac{4}{3}\overrightarrow{CA}+\lambda\overrightarrow{CB}$，则实数 λ 等于（　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $-\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{2}{3}$

【题型 06：向量的加法、减法、数乘运算在几何中的应用】

1．平行四边形 $ABCD$ 中，$\left|\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}\right|=\left|\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}\right|$，则四边形 $ABCD$ 是（　）

A．正方形　　B．菱形　　C．矩形　　D．梯形

2．在 $\triangle ABC$ 中，$\left|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}\right|-\left|\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right|=0$，则 $\triangle ABC$ 的形状是（　）

A．等腰三角形　　B．等边三角形

C．直角三角形　　D．等腰直角三角形

3．已知 $\vec{a},\vec{b}$ 为非零向量，则下列说法错误的是（　）

A．若 $|\vec{a}|+|\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相同

B．若 $|\vec{a}|+|\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相反

C．若 $|\vec{a}|+|\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 有相等的模

D．若 $|a|-|b|=|a-b|$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相同

4．四边形 $ABCD$ 中，O 为任意一点，若 $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}=\vec{0}$，则四边形 $ABCD$ 一定是（　）

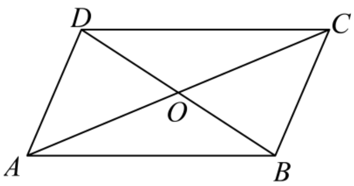
A．矩形　　B．菱形　　C．正方形　　D．平行四边形

5．若点 M 是 $\triangle ABC$ 所在平面内的一点，且满足 $3\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$，则 $\triangle ABM$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为（　）

A．$1:2$　　B．$1:3$　　C．$2:3$　　D．$2:5$

04 过关测 稳提升

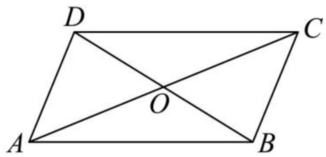
1．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，下列计算不正确的是（　）



A．$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$　　B．$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$

C．$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DO}=\overrightarrow{OA}$　　D．$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$

2．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AC}=\vec{a},\overrightarrow{DO}=\vec{b}$，则 $\overrightarrow{CB}=$（　）



A．$\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$　　B．$-\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$

C．$-\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$　　D．$\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$

3．若四边形 $ABCD$ 满足 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，则此四边形为（　）

A．梯形　　B．平行四边形　　C．矩形　　D．菱形

4．在 $\triangle ABC$ 中，点 D 为边 BC 上一点，且 $BD:DC=1:2$，设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，试用 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AD}=$（　）.

A．$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$　　B．$\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}$

C．$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$　　D．$\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

5．已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 不共线，且向量 $\vec{a}+\lambda\vec{b}$ 与 $(\lambda+1)\vec{a}+6\vec{b}$ 共线，则实数 λ 的值为（　）

A．-2 或 -3　　B．-2 或 3　　C．-3 或 2　　D．2

6．已知非共线向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}+2\vec{b}$，$\overrightarrow{BC}=3\vec{a}-\vec{b}$，$\overrightarrow{CD}=-5\vec{a}-3\vec{b}$，则下列说法正确的是（　）

A．A、B、D 三点共线　　B．A、B、C 三点共线

C．B、C、D 三点共线　　D．A、C、D 三点共线

7．在四边形 $ABCD$ 中，若 $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$，则“$\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BD}$”是“四边形 $ABCD$ 是正方形”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

8．若 $\vec{a},\vec{b}$ 是非零向量，则“$|\vec{a}|=|\vec{b}|$”是“$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$”的（　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

9．若 O 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点，且满足 $\left|\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}\right|=\left|\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}-2\overrightarrow{OA}\right|$，则 $\triangle ABC$ 的形状是（　）

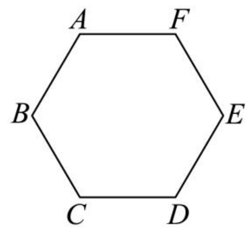
A．锐角三角形　　B．直角三角形　　C．钝角三角形　　D．等边三角形

10．**（多选题）**下列关于向量的加、减运算的结果为 $\vec{0}$ 的是（　）

A．$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{AD}$　　B．$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CD}$

C．$\overrightarrow{AB}-\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AC}\right)$　　D．$\overrightarrow{NO}-\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{MP}$

11．**（多选题）**如图，在正六边形$ABCDEF$中，下列说法正确的是（　　）



A．$\left|\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{BC}\right|=\left|\overrightarrow{BF}-\overrightarrow{BC}\right|$　　　　B．$AF+FE=CB-CD$

C．$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{CB}$　　　　D．向量$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AF}$与向量$\overrightarrow{AD}$是平行向量

12．设$\boldsymbol{a}$，**b**是不共线的两个平面向量，已知$\overrightarrow{PQ}=\vec{a}+k\vec{b}$，$\overrightarrow{QR}=2\vec{a}-\vec{b}$．若$P$，$Q$，$R$三点共线，则实数$k$的值为________．

13．已知向量$\vec{a}$与$\vec{b}$不平行，$k\vec{a}-\vec{b}$与$\vec{a}+2\vec{b}$平行，则实数$k=$__________．

14．在$\triangle ABC$中，D为AC上的一点，满足$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$．若$P$为$BD$上的一点，满足$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$（$\lambda>0$，$\mu>0$），则$\lambda$与$\mu$的关系为______．

15．计算：

(1)$(-3)\times 4\vec{a}$；

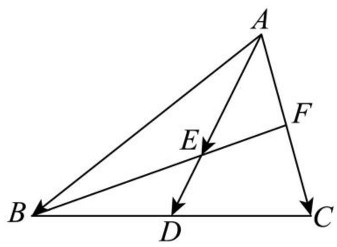
(2)$3(\vec{a}+\vec{b})-2(\vec{a}-\vec{b})-\vec{a}$；

(3)$(2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c})-(3\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c})$；

(4)$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$；

(5)$\overrightarrow{NQ}+\overrightarrow{QP}+\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{MP}$．

16．如图，在$\triangle ABC$中，D,F分别是BC,AC的中点，$\overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AC}=\vec{b}$．



(1)用$\vec{a},\vec{b}$表示$\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AE}$；

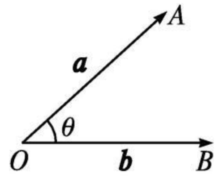
(2)求证：B,E,F三点共线．

第 03 讲 向量的数量积运算

01 析教材 学知识

知识点 1：向量的数量积

1、向量的夹角



（1）定义：已知两个非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，O是平面上的任意一点，作$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，则$\angle AOB=\theta$（$0\le\theta\le\pi$）叫做向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角．

（2）性质：当$\theta=0$时，$\vec{a}$与$\vec{b}$同向；当$\theta=\pi$时，$\vec{a}$与$\vec{b}$反向．

（3）向量垂直：如果$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角是，我们说$\vec{a}$与$\vec{b}$垂直，记作$\vec{a}\perp\vec{b}$．

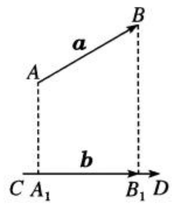
2、向量的数量积的定义

（1）定义：非零向量$\vec{a}$与$\vec{b}$，它们的夹角为θ，数量$|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$叫做向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的数量积(或内积)；

（2）记法：向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的数量积记作$\vec{a}\cdot\vec{b}$，即$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$；

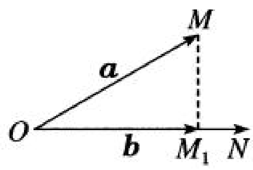
零向量与任一向量的数量积为 0；

3、向量$\vec{a}$在$\vec{b}$上的投影向量



（1）设$\vec{a}$，$\vec{b}$是两个非零向量，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{CD}=\vec{b}$，

考虑如下变换：过$\overrightarrow{AB}$的起点 A 和终点 B，分别作$\overrightarrow{CD}$所在直线的垂线，垂足分别为A_1，B_1，得到$\overrightarrow{A_1B_1}$，我们称上述变换为向量$\vec{a}$向向量$\vec{b}$投影，$\overrightarrow{A_1B_1}$叫做向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量．



（2）在平面内任取一点 O，作$\overrightarrow{OM}=\vec{a}$，$\overrightarrow{ON}=\vec{b}$，过点 M 作直线 ON 的垂线，垂足为$M_1$，则$\overrightarrow{OM_1}$就是向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量，且$\overrightarrow{OM_1}=|\vec{a}|\cos\theta\vec{e}$．

（3）注意：数量积$\vec{a}\cdot\vec{b}$等于$\vec{a}$的长度$|\vec{a}|$与$\vec{b}$在$\vec{a}$的方向上的投影向量的“长度”$|\vec{b}|\cos\theta$的乘积，也等于$\vec{b}$的长度$|\vec{b}|$与$\vec{a}$在$\vec{b}$的方向上的投影向量的“长度”$|\vec{a}|\cos\theta$的乘积

4、向量数量积的物理背景

如果一个物体在力$\vec{F}$的作用下产生位移$\vec{s}$，那么力$\vec{F}$所做的功W就等于力$\vec{F}$与位移$\vec{s}$的数量积，即$W=\vec{F}\cdot\vec{s}=|\vec{F}||\vec{s}|\cos\theta$，其中$\theta$是$\vec{F}$与$\vec{s}$的夹角。

知识点 2：平面向量数量积的性质与运算律

1、平面向量数量积的性质

设$\vec{a}$，$\vec{b}$都是非零向量，$\vec{e}$是单位向量，θ为$\vec{a}$与$\vec{b}$(或$\vec{e}$)的夹角．则

（1）$\vec{a}\cdot\vec{e}=\vec{e}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|\cos\theta$；

（2）$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$；

（3）当$\vec{a}$与$\vec{b}$同向时，$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|$；当$\vec{a}$与$\vec{b}$反向时，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-|\vec{a}||\vec{b}|$；

特别地，$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$或$|\vec{a}|=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}=\sqrt{\vec{a}^2}$；

（4）cos θ= $\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$；

（5）$|\vec{a}\cdot\vec{b}|\le|\vec{a}||\vec{b}|$

2、平面向量数量积满足的运算律

（1）$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$；

（3）$\left(\lambda\vec{a}\right)\cdot\vec{b}=\lambda\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)=\vec{a}\cdot\left(\lambda\vec{b}\right)$($\lambda$为实数);

（3）$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$；

（4）两个向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为锐角⇔$\vec{a}\cdot\vec{b}>0$且$\vec{a}$，$\vec{b}$不共线;

两个向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为钝角⇔$\vec{a}\cdot\vec{b}<0$且$\vec{a}$，$\vec{b}$不共线.

（5）平面向量数量积运算的常用公式

$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}-\vec{b}\right)=\vec{a}^2-\vec{b}^2$　　$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)^2=\vec{a}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2$　　$\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\overrightarrow{b^2}$

知识点3：求平面向量数量积的方法

1、定义法：若已知向量的模及夹角，则直接利用公式$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$，运用此法计算数量积的关键是正确确定两个向量的夹角，条件是两向量的始点必须重合，否则，要通过平移使两向量符合以上条件;

2、运算律转化法：由$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{c}+\vec{d})=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{a}\cdot\vec{d}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{d}$可得如下运算公式：$(\vec{a}+\vec{b})(\vec{a}-\vec{b})=|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2$；

$(\vec{a}+\vec{b})^2=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$；$(\vec{a}-\vec{b})^2=|\vec{a}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$；

3、利用向量的线性运算转化法：涉及平面图形中向量的数量积的计算时，要结合向量的线性运算，将未知向量转化为已知向量求解。

02 练题型 强知识

【题型 01：数量积的概念与运算律】

1．以下关于两个非零向量的数量积的叙述中，错误的是（　）

A．两个向量同向共线，则他们的数量积是正的　B．两个向量反向共线，则他们的数量积是负的

C．两个向量的数量积是负的，则他们夹角为钝角　D．两个向量的数量积是 0，则他们互相垂直

2．等边三角形 ABC 中，$\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 的夹角为（　）

A．60°　B．-60°　C．120°　D．150°

3．已知下列命题中：

（1）若 $k\in\mathrm{R}$，且 $k\vec{b}=\vec{0}$，则 $k=0$ 或 $\vec{b}=\vec{0}$；

（2）若 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，则 $\vec{a}=\vec{0}$ 或 $\vec{b}=\vec{0}$；

（3）若不平行的两个非零向量 $\vec{a},\vec{b}$，满足 $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|$，则 $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}-\vec{b}\right)=0$；

（4）若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 平行，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|$；

（5）$\vec{p}^{2}\cdot\vec{q}^{2}=\left(\vec{p}\cdot\vec{q}\right)^{2}$.

其中真命题的个数是（　）

A．0　B．1　C．2　D．3

4．下列说法正确的是（　）

A．对任意向量 $\vec{a},\vec{b}$，都有 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$

B．若 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$ 且 $\vec{a}\neq\vec{0}$，则 $\vec{b}=\vec{c}$

C．对任意向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$，都有 $\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\left(\vec{b}\cdot\vec{c}\right)$

D．对任意向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$，都有 $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$

【题型 02：平面向量数量积的运算】

1．已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形，边长为 4，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=$（　）

A．-8　B．8　C．$-4\sqrt{3}$　D．$-\sqrt{3}$

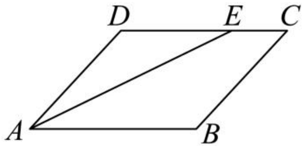
2．已知在边长为 2 的等边 $\triangle ABC$ 所在平面内，有一点 P 满足 $\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=4\overrightarrow{AP}$，则 $\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PB}$ 等于（　）.

A．1　B．$\frac{1}{3}$　C．$-\frac{1}{4}$　D．$-\frac{2}{3}$

3．已知向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 60°，$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=4$，则 $\boldsymbol{\vec{a}}\cdot\left(2\boldsymbol{\vec{b}}+\vec{a}\right)=$________.

4．在三角形 ABC 中，$AC=3$，$AB=4$，$\angle CAB=120^{\circ}$，则 $\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}\right)\cdot\overrightarrow{AB}=$______.

5．如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AB=2,\angle DAB=60^{\circ},E$ 为 CD 上靠近于 C 的三等分点，则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AE}$ 的值是__________.



【题型 03：平面向量模的相关运算】

1．已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{\boldsymbol{a}}|=2$，$|\vec{b}|=2$，若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，则 $|\vec{a}+\vec{b}|=$（　）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{7}$

2．已知平面向量 $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，$\vec{a},\vec{b}$ 的夹角为 60°，$|\vec{a}+t\vec{b}|=\sqrt{3}\,(t\in\mathbf{R})$，则实数 t（　）

A．-1　　B．1　　C．$\frac{1}{2}$　　D．±1

3．已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{a}+\vec{b}|=2$，且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$，则 $|\vec{b}|=$（　）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

4．已知平面向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=2$，$|\vec{a}+\vec{b}|=3$，则 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{b}=$（　）

A．4　　B．5　　C．6　　D．7

5．已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{6}$，$|\vec{a}+\vec{b}|=|2\vec{a}-\vec{b}|$，则 $|\vec{b}|$ 为（　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．$\sqrt{6}$

6．已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 满足：$|\vec{a}|=|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=2$，且 $\vec{a}+\vec{b}=2\vec{c}$，则 $|\vec{c}|$ 为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．12　　D．4

【题型 04：平面向量的夹角问题】

1．在 $\triangle ABC$ 中，若 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-4.5$，则 $\triangle ABC$ 的形状一定是（　）.

A．直角三角形　　B．等腰三角形　　C．锐角三角形　　D．钝角三角形

2．已知 $|\vec{a}|=\sqrt{3}$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{\boldsymbol{a}}\cdot\vec{\boldsymbol{b}}=3$，则 $\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$ 为（　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{3}$　　D．$\frac{\pi}{2}$

3．已知 $\vec{i}$ 和 $\vec{j}$ 是夹角为 60° 的单位向量，$\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}$，$\vec{b}=2\vec{i}$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角的余弦值为（　）

A．$-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．0　　D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

4．已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $(\vec{a}-2\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})=3$，且 $|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=1$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为（　）

A．30°　　B．60°　　C．120°　　D．150°

5．已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=1$，$|\vec{a}+3\vec{b}|=\sqrt{7}$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为（　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{2\pi}{3}$　　D．$\frac{5\pi}{6}$

6．设$\vec{a}$，$\vec{b}$是两个非零向量，则“$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为钝角”是“$\vec{a}\cdot\vec{b}<0$”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分又不必要条件

7．已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}-\vec{b}|=|2\vec{a}+\vec{b}|$，$2|\vec{a}|=|\vec{b}|$，则向量$\vec{a}$与$\vec{b}-\vec{a}$的夹角的余弦值（　）

A．$\frac{5\sqrt{2}}{8}$　　B．$\frac{\sqrt{6}}{4}$　　C．$-\frac{5\sqrt{2}}{8}$　　D．$-\frac{\sqrt{6}}{4}$

8．已知向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$满足$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0},|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=2,|\vec{c}|=1$，则$\cos\langle\vec{a},\vec{c}\rangle=$（　）

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$-\frac{1}{4}$

【题型05：平面向量的垂直问题】

1．已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$<\vec{a},\vec{b}>=\frac{\pi}{3}$，$\vec{a}\perp(\vec{a}+\lambda\vec{b})$，则实数$\lambda=$（　）

A．-1　　B．1　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$-\frac{1}{2}$

2．在$\triangle ABC$中，若$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=-|\overrightarrow{AB}|^2$，则$\triangle ABC$是（　）

A．直角三角形　　B．锐角三角形　　C．钝角三角形　　D．等腰直角三角形

3．已知非零向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=2|\vec{b}|$，且$(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为（　）

A．$\frac{\pi}{3}$　　B．$\frac{\pi}{6}$　　C．$\frac{5\pi}{6}$　　D．$\frac{2\pi}{3}$

4．若向量$\vec{a}$、$\vec{b}$满足：$|\vec{a}|=1$，$(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{a}$，$(2\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$，则$|\vec{b}|=$（　）

A．2　　B．$\sqrt{2}$　　C．1　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

5．若$\overrightarrow{OA}$为单位向量，$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{AB}$，则$\overrightarrow{OA}\cdot(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})=$（　）

A．-1　　B．0　　C．1　　D．2

6．若非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$相互垂直，且$|\vec{a}|=2|\vec{b}|$，则满足$\cos\langle\vec{a}-k\vec{b},\vec{b}\rangle=\frac{\sqrt{2}}{2}$的$k$的值为（　）

A．2　　B．-2　　C．±2　　D．±4

【题型06：平面向量的投影向量】

1．已知$\vec{a}\cdot\vec{b}=-16$且$\left|\vec{b}\right|=2$，则向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量为（　）

A．$2\vec{b}$　　B．$-2\vec{b}$　　C．$4b$　　D．$-4\vec{b}$

2．已知向量$\vec{a},\vec{b}$是两个单位向量，$\vec{a}$在$\vec{b}$上的投影向量为$\frac{1}{2}\vec{b}$，则$\vec{a}\cdot\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=$（　）

A．$\frac{3}{4}$　　B．$\frac{4}{3}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{3}{2}$

3．设$\vec{a}$，$\vec{b}$为单位向量，$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影向量为$\frac{1}{2}\vec{b}$，则$|2\vec{a}-\vec{b}|=$（　）

A．1　　B．$\sqrt{7}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．$\sqrt{3}$

4．已知$|\overrightarrow{OM}|=2$，$|\overrightarrow{ON}|=3$，且$\overrightarrow{OM}$，$\overrightarrow{ON}$的夹角为$\frac{2\pi}{3}$，则$\overrightarrow{MN}$在$\overrightarrow{ON}$上的投影向量为（　）

A．$-\frac{2}{3}\overrightarrow{ON}$　　B．$\frac{2}{3}\overrightarrow{ON}$　　C．$-\frac{4}{3}\overrightarrow{ON}$　　D．$\frac{4}{3}\overrightarrow{ON}$

5．已知$\left|\vec{b}\right|=2\left|\vec{a}\right|$，若$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$120^{\circ}$，则$2\vec{a}-\vec{b}$在$\vec{b}$上的投影向量为（　）

A．$-3\vec{b}$　　B．$-\frac{3}{2}\vec{b}$　　C．$-\frac{1}{2}\vec{b}$　　D．$3\vec{b}$

6．已知$\triangle ABC$的外接圆圆心为O，且$2\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC},\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{AC}\right|$，则向量$\overrightarrow{BA}$在向量$\overrightarrow{BC}$上的投影向量为（　）

A．$\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}\overrightarrow{BC}$　　C．$-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$　　D．$-\frac{\sqrt{3}}{2}\overrightarrow{BC}$

7．设向量$\vec{a}$，$\vec{b}$是非零向量，且$\left|\vec{a}\right|=2\left|\vec{b}\right|$，向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量为$-2\vec{b}$，若$\left(\lambda\vec{a}+\vec{b}\right)\perp\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$，则实数$\lambda$的值为（　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．2

04 过关测 稳提升

1．关于平面向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$，下列说法正确的是（　）

A．若$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$，则$\vec{a}=\vec{b}$　　　　B．$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$

C．若$\vec{a}^2=\vec{b}^2$，则$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$　　　　D．$(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}=(\vec{b}\cdot\vec{c})\cdot\vec{a}$

2．若平面内的两个单位向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为θ，$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则$\left|\sqrt{2}\vec{a}+\vec{b}\right|=$（　）.

A．$\sqrt{5}$　　B．2　　C．4　　D．5

3．已知向量$\vec{a},\vec{b}$满足$\left|\vec{a}\right|=\sqrt{3},\left|\vec{b}\right|=1,\left|2\vec{a}-\vec{b}\right|=3$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=$（　）

A．-2　　B．-1　　C．1　　D．2

4．若$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}|\vec{b}|$，则$\vec{a}-\vec{b}$与$\vec{b}$的夹角是（　）

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{2}{3}\pi$　　D．$\dfrac{5}{6}\pi$

5．已知向量$\vec{a},\vec{b}$满足$\left|\vec{a}\right|=1,\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|=2$，且$(\vec{b}-2\vec{a})\perp\vec{b}$，则$\cos<\vec{a},\vec{b}>=$（　）

A．$\dfrac{\sqrt{2}}{8}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　　C．$\dfrac{1}{4}$　　D．$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

6．已知向量$\vec{a}$满足$\left|\vec{a}\right|=\sqrt{3}$且单位向量$\vec{e}$在$\vec{a}$方向上的投影向量为$\dfrac{1}{2}\vec{a}$，则向量$\vec{a}$与$\vec{e}$的夹角为（　）

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{2\pi}{3}$　　D．$\dfrac{5\pi}{6}$

7．在四边形$ABCD$中，若$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，则“$\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BD}$”是“四边形$ABCD$是菱形”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件　　C．既不充分也不必要条件　　D．充要条件

8．团扇作为中国传统非物质文化遗产，蕴含着丰富的文化内涵和数学原理．图1是某团扇模型图，其扇面的平面图形可视为图2中的正八边形$A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$，其中$A_1A_2=1$，则$\overrightarrow{A_1A_2}\cdot\overrightarrow{A_2A_3}+\overrightarrow{A_3A_4}\cdot\overrightarrow{A_4A_5}+\overrightarrow{A_5A_6}\cdot\overrightarrow{A_6A_7}=$（　）

图1

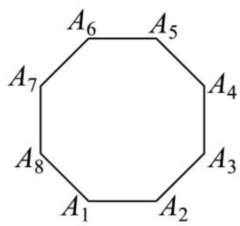


图2

A．$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　B．3

C．$3\sqrt{2}$　　D．6

9．已知$\left|\vec{a}\right|=4$，$\left|\vec{b}\right|=2$，向量$\vec{b}$在向量$\vec{a}$上的投影向量为$\dfrac{1}{4}\vec{a}$，则$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=$（　）.

A．12　　B．4　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$2\sqrt{2}$

10．已知向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|a|=2$，$|\vec{\boldsymbol{b}}|=1$，$\vec{a}\perp(\vec{a}+\lambda\vec{b})$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$，则$|\vec{a}-\lambda\vec{b}|=$（　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．4　　C．8　　D．$2\sqrt{7}$

11．向量$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，$|\vec{c}|=\sqrt{2}$，且$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$，则$\cos\langle\vec{a}-\vec{c},\vec{b}-\vec{c}\rangle=$（　）

A．$-\dfrac{1}{5}$　　B．$-\dfrac{2}{5}$　　C．$\dfrac{2}{5}$　　D．$\dfrac{4}{5}$

12．在Rt△ABC中，$AB=AC=2$，BC，AC边上的两条中线AM，BN相交于点P，则$\angle MPN$的余弦值是（　）

A．$-\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　　B．$-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$　　C．$\dfrac{\sqrt{10}}{10}$　　D．$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

13．已知œABC的外接圆圆心为O，且$2\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，$|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{AC}|$，则向量$\overrightarrow{AB}$在向量$\overrightarrow{BC}$上的投影向量为（　）

A．$\dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}$　　B．$\dfrac{3}{4}\overrightarrow{BC}$　　C．$-\dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}$　　D．$-\dfrac{3}{4}\overrightarrow{BC}$

14．**（多选题）**下列命题中正确的是（　）

A．$|\vec{a}+\vec{b}|\le|\vec{a}|+|\vec{b}|$

B．若$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|>|\vec{b}|$，且$\vec{a}$与$\vec{b}$同向，则$\vec{a}>\vec{b}$

C．若$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$，则$\vec{b}=\vec{c}$

D．若œABC是等边三角形，则$\langle\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\rangle=\dfrac{2\pi}{3}$

15．**（多选题）**已知平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$两两的夹角相等，且$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=1$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=$（　）

A．3　　B．-3　　C．$\dfrac{3}{2}$　　D．$-\dfrac{3}{2}$

16．已知平面向量$\vec{a},\vec{b},(\vec{b}\neq\vec{0})$满足$|\vec{a}|=|\vec{a}-\vec{b}|=2,\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\dfrac{\pi}{6}$，则$\vec{b}\cdot(\vec{a}+\vec{b})=$_________.

17．已知$|\vec{a}|=\sqrt{3},|\vec{b}|=1,|\vec{a}-\vec{b}|=2$，若$\vec{a}+\lambda\vec{b}$与$\vec{a}+2\vec{b}$的夹角为锐角，则实数$\lambda$的取值范围是__________.

第 04 讲 平面向量基本定理

01 析教材 学知识

知识点 1：平面向量基本定理

1、定义：如果$\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}$是同一平面内的两个不共线向量，那么对于这一平面内的任一向量$\vec{a}$，有且只有一对实数λ_1,λ_2，使$\vec{a}=\lambda_1\overrightarrow{e_1}+\lambda_2\overrightarrow{e_2}$

2、基底：若$\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}$不共线，我们把$\{\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}\}$叫做表示这一平面内所有向量的一个基底.

3、对平面向量基本定理的理解

（1）基底不唯一，只要是同一平面内的两个不共线向量都可以作为基底．同一非零向量在不同基底下的分解式是不同的.

（2）基底给定时，分解形式唯一．λ_1,λ_2是被$\vec{a},\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}$唯一确定的数值.

（3）$\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}$是同一平面内所有向量的一组基底，则当$\vec{a}$与$\overrightarrow{e_1}$共线时，$\lambda_2=0$；当$\vec{a}$与$\overrightarrow{e_2}$共线时，$\lambda_1=0$；当$\vec{a}=\vec{0}$时，$\lambda_1=\lambda_2=0$.

（4）由于零向量与任何向量都是共线的，因此零向量不能作为基底中的向量.

知识点 2：平面向量基本定理的应用

1、平面向量基本定理唯一性的应用：

设$\vec{a}$，$\vec{b}$是同一平面内的两个不共线向量，若$x_1\vec{a}+y_1\vec{b}=x_2\vec{a}+y_2\vec{b}$，则$\begin{cases}x_1=x_2\\y_1=y_2\end{cases}$

（2）重要结论设$\{\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}\}$是平面内一个基底，

若$\vec{a}=\lambda_1\overrightarrow{e_1}+\lambda_2\overrightarrow{e_2}$，

①当$\lambda_2=0$时，$\vec{a}$与$\overrightarrow{e_1}$共线；②当$\lambda_1=0$时，$\vec{a}$与$\overrightarrow{e_2}$共线；③当$\lambda_1=\lambda_2=0$时，$\vec{a}=\vec{0}$；

知识点 3：共线向量定理及其推论

1、共线向量定理及其推论

（1）定义：如果$\vec{a}=\lambda\vec{b}(\lambda\in R)$，则$\vec{a}//\vec{b}$；反之，如果$\vec{a}//\vec{b}$且$\vec{b}\neq\vec{0}$，则一定存在唯一的实数$\lambda$，使$\vec{a}=\lambda\vec{b}$．（口诀：数乘即得平行，平行必有数乘）.

（2）若 A、B、C 三点共线$\Leftrightarrow$存在唯一的实数λ，使得$\overline{AC}=\lambda\overline{AB}$；

$\Leftrightarrow$存在唯一的实数λ，使得$\overline{OC}=\overline{OA}+\lambda\overline{AB}$；

$\Leftrightarrow$存在唯一的实数λ，使得$\overrightarrow{OC}=(1-\lambda)\overrightarrow{OA}+\lambda\overrightarrow{OB}$；

$\Leftrightarrow$存在$\lambda+\mu=1$，使得$\overrightarrow{OC}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}$．

02 练题型 强知识

【题型 01 平面向量基本定理的概念与辨析】

1．下列关于基底的说法正确的序号是（　）

①平面内不共线的任意两个向量都可作为一组基底；

②基底中的向量可以是零向量；

③平面内的基底一旦确定，该平面内的向量关于基底的线性分解形式也是唯一确定的．

A．①②　　　　B．①③

C．②③　　　　D．①②③

2．下列三种说法：①一个平面内只有一组不共线的向量可作为表示该平面内所有向量的基底；②一个平面内有无数组不共线向量可作为表示该平面内所有向量的基底；③平面内的基底一旦确定，该平面内的向量关于基底的线性分解形式也是唯一确定的．

其中，说法正确的为（　）

A．①②　　　　B．②③

C．①③　　　　D．①②③

3．设$\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}$是同一个平面内的两个向量，则有（　）

A．$\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}$平行

B．$\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}$的模相等

C．同一个平面内的任一向量$\vec{a}$，有$\vec{a}=\lambda\overrightarrow{e_1}+\mu\overrightarrow{e_2}(\lambda,\mu\in R)$

D．若$\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}$不共线，则对于同一个平面内的任一向量$\vec{a}$，有$\vec{a}=\lambda\overrightarrow{e_1}+\mu\overrightarrow{e_2}(\lambda,\mu\in R)$

4．如果$\{\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}\}$是平面$\alpha$内所有向量的一个基底，那么下列说法正确的是（　）

A．若存在实数λ_1,λ_2使$\lambda_1\overrightarrow{e_1}+\lambda_2\overrightarrow{e_2}=\vec{0}$成立，则$\lambda_1=\lambda_2\neq0$

B．平面α内任意向量$\vec{a}$都可以表示为$\vec{a}=\lambda_1\overrightarrow{e_1}+\lambda_2\overrightarrow{e_2}$，其中$\lambda_1,\lambda_2\in\mathbf{R}$

C．$\lambda_1\overrightarrow{e_1}+\lambda_2\overrightarrow{e_2}(\lambda_1,\lambda_2\in\mathbf{R})$不一定在平面$\alpha$内

D．对于平面α内任意向量$\vec{a}$，使$\vec{a}=\lambda_1\overrightarrow{e_1}+\lambda_2\overrightarrow{e_2}$的实数$\lambda_1,\lambda_2$有无数对

【题型 02 判断能否用基底表示向量】

1．已知$\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}$为平面内所有向量的一组基底，$\lambda\in\mathrm{R}$，$\vec{a}=\overrightarrow{e_1}+\lambda\overrightarrow{e_2}$，$\vec{b}=2\overrightarrow{e_1}$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$共线的条件为（　）

A．$\lambda=0$

B．$\overrightarrow{e_2}=\vec{0}$

C．$\overrightarrow{e_1}\,//\,\overrightarrow{e_2}$

D．$\overrightarrow{e_1}\,//\,\overrightarrow{e_2}$或$\lambda=0$

2．设点O是▱$ABCD$两条对角线的交点，下列组合中：①$\overrightarrow{AD}$与$\overrightarrow{AB}$；②$\overrightarrow{DA}$与$\overrightarrow{BC}$；③$\overrightarrow{CA}$与$\overrightarrow{DC}$；④$\overrightarrow{OD}$与$\overrightarrow{OB}$，其中可作为表示平行四边形$ABCD$所在平面所有向量的基的是（　）

A．①②　　B．①③　　C．①④　　D．③④

3．若$\overrightarrow{e_1}$，$\overrightarrow{e_2}$是平面内一组不共线的向量，则下列各组向量中，不能作为平面内所有向量的一组基底的是（　）

A．$\overrightarrow{e_1}$与$\overrightarrow{e_1}-\overrightarrow{e_2}$

B．$\overrightarrow{e_1}+2\overrightarrow{e_2}$与$2\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2}$

C．$\overrightarrow{e_1}-2\overrightarrow{e_2}$与$\overrightarrow{e_1}+2\overrightarrow{e_2}$

D．$6\overrightarrow{e_1}-3\overrightarrow{e_2}$与$\overrightarrow{e_2}-2\overrightarrow{e_1}$

4．若$\vec{a},\vec{b}$是平面内一组不共线的非零向量，则下列也可以作为一组基底向量的为（　）

①$\vec{a}-\vec{b}$和$2025\vec{b}-2025\vec{a}$　　②$\vec{a}+\vec{b}$和$\vec{a}-\vec{b}$

③$3\vec{a}-2\vec{b}$和$2\vec{a}-3\vec{b}$　　④$\vec{a}-3\vec{b}$和$6\vec{b}-2\vec{a}$

A．①②　　B．②③　　C．③④　　D．①④

【题型 03 用基底表示向量】

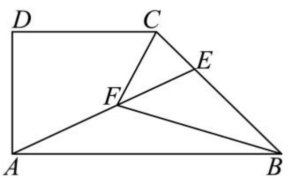
1．在△ABC中，$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$，$E$为$CD$的中点，设$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，则$\overrightarrow{AE}=$（　）

A．$\frac{1}{6}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$　　B．$\frac{1}{6}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$　　C．$\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}$　　D．$\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$

2．在平行四边形$ABCD$中，设E为线段AB的中点，F为线段AD上靠近A的三等分点，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，则向量$\overrightarrow{EF}=$（　）

A．$-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$　　B．$\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$　　C．$-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$　　D．$\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$

3．四边形$ABCD$中，$AB//CD$，$\angle A=90^\circ$，$AB=2AD=2DC$，$\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{EC}$，$\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AF}$，则下列表示正确的是（　）



A．$\overrightarrow{CB}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

B．$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BF}+3\overrightarrow{AF}$

C．$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

D．$\overrightarrow{BF}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

4．已知$\triangle ABC$为等边三角形，点D，E分别为AB，BC的中点，若$\overrightarrow{DF}=3\overrightarrow{EF}$，则$\overrightarrow{AF}=$（　）

A．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$　　B．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

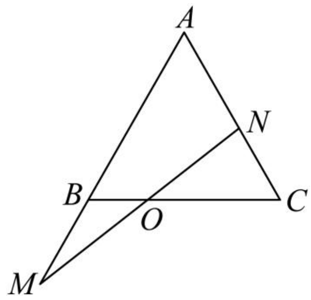
C．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$　　D．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$

5. 在平行四边形$ABCD$中，M是边AB靠近A的三等分点，DM与AC交于点N，设$\overrightarrow{AC}=\vec{a},\overrightarrow{BD}=\vec{b}$，则$\overrightarrow{BN}=$（　）.

A．$-\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$　　B．$-\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

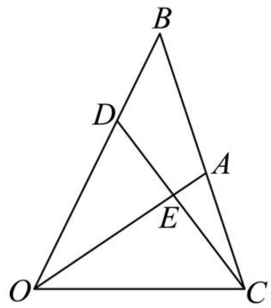
C．$-\frac{3}{4}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}$　　D．$-\frac{1}{6}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$

【题型 04 共线向量定理及其推论】



1. 如图所示，设$\overrightarrow{AB}=m\overrightarrow{AM}$，$\overrightarrow{AC}=n\overrightarrow{AN}$，线段$MN$与$BC$交于点$O$，且$\overrightarrow{BO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$，则$2m+n=$（　）

A．$\frac{3}{2}$　　B．2　　C．$\frac{5}{2}$　　D．3



2．如图，已知在$\triangle COB$中，$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{OD}=2\overrightarrow{DB}$，$DC$和$OA$交于点$E$，若$\overrightarrow{BO}=\vec{a},\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，则以$\{\vec{a},\vec{b}\}$为基底表示$\overrightarrow{BE}$正确的是（　）

A．$\overrightarrow{BE}=\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$　　B．$\overrightarrow{BE}=\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{1}{5}\vec{b}$

C．$\overrightarrow{BE}=\frac{1}{5}\vec{a}+\frac{2}{5}\vec{b}$　　D．$\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

3．在平行四边形$ABCD$中，E，F分别为AB，BC中点，AF与DE交于点N，$\overrightarrow{AN}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，则$x+y=$（　）

A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{2}{5}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{4}{5}$

4. $\triangle ABC$的重心为O，过点O的直线与AB，BC所在直线交于点E，F，若$\overrightarrow{BE}=-x\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BF}=y\overrightarrow{BC}$（$x,y>0$），则$xy$的最小值为（　）

A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{2}{9}$　　C．$\frac{4}{9}$　　D．4

5．在$\triangle ABC$中，点M是BC上一点，且$\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{BM}$，$P$为$AM$上一点，向量$\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BA}+\mu\overrightarrow{BC}(\lambda>0,\mu>0)$，则$\frac{4}{\lambda}+\frac{1}{\mu}$的最小值为（　）

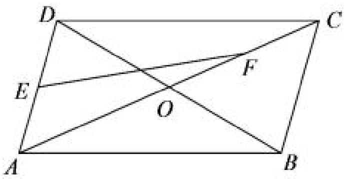
A．18　　B．16　　C．12　　D．8

【题型 05 平面向量基本定理求参数】

1．在△ABC 中，D 是 BC 上一点，满足 $\overrightarrow{BD}=3\overrightarrow{DC}$，$M$ 是 AD 的中点，若 $\overrightarrow{BM}=\lambda\overrightarrow{BA}+\mu\overrightarrow{BC}$，则 $\lambda+\mu=$（　）

A．$\frac{5}{4}$　　B．1　　C．$\frac{7}{8}$　　D．$\frac{5}{8}$

2．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，O 是对角线 AC,BD 的交点，



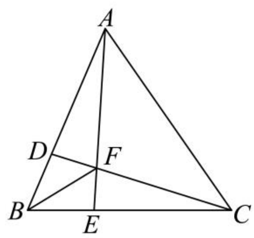
$AE=\frac{1}{2}AD,\ FC=\frac{1}{4}AC$，若 $\overrightarrow{EF}=x\overrightarrow{AD}+y\overrightarrow{AB}$，则 $x+y=$（　）

A．1　　B．$\frac{5}{4}$　　C．2　　D．$\frac{5}{2}$

3．在 $\triangle ABC$ 中，点 D 为线段 BC 的中点，点 E 满足 $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EA}$，若 $\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{AD}+\mu\overrightarrow{BE}$，则 $\lambda+\mu$ 的值为（　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$-\frac{1}{4}$

4．如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D，E 分别在边 AB，BC 上，且均为靠近 B 的四等分点，CD 与 AE 交于点 F，若 $\overrightarrow{BF}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，则 $3x+y=$（　）

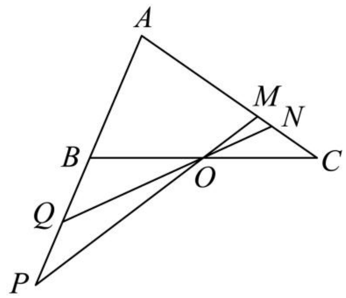


A．-1　　B．$-\frac{3}{4}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$-\frac{1}{4}$

5．在平行四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{BC}+3\overrightarrow{CE}=\vec{0}$，$F$ 是线段 DE 的中点，连接 BD 交 AF 于 O，若 $\overrightarrow{AO}=m\overrightarrow{AF}$，则 $m=$（　）

A．1　　B．$\frac{3}{4}$　　C．$\frac{4}{3}$　　D．$\frac{2}{3}$

6．如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 O 是 BC 的中点，$\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{MC}=4\overrightarrow{NC}$，分别连接 MO、NO 并延长，与边 AB 的延长线分别交于 P,Q 两点，若 $\overrightarrow{AB}=-2a\overrightarrow{PQ}$，则 $a=$（　）



A．2　　B．1　　C．−2　　D．−1

【题型 06 平面向量基本定理的应用】

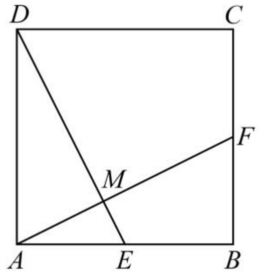
1．在边长为 4 的菱形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{CE}=3\overrightarrow{ED}$，$\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{EB}=9$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=$（　）.

A．8　　B．7　　C．6　　D．9

2．直角梯形 $ABCD,\ \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0,\ \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=0,\ \overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{BC}$，且 $BC=1$，则 $AB=$（　）

A．$\sqrt{3}$　　B．1　　C．$\frac{3}{2}$　　D．$\sqrt{2}$

3．如图所示，已知在正方形 $ABCD$ 中，E、F 分别是边 AB、BC 的中点，AF 与 DE 交于点 M.设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，下列选项错误的是（　）



A．$\overrightarrow{AC}=\vec{a}-\vec{b}$　　B．$\overrightarrow{AF}=\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$　　C．$\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$　　D．$AF\perp DE$

4．已知边长为 2 的菱形 $ABCD$ 中，点 E 满足 $\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{EC},\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BD}=-\frac{2}{3}$，则 $\angle BAD=$（　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{3}$　　D．$\frac{\pi}{2}$

5．菱形 $ABCD$ 的边长是 2，且 $\overrightarrow{AD}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 方向上的投影向量为 $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，若 $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{EB}$，则 $\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{ED}=$（　）

A．3　　B．7　　C．$2\sqrt{2}$　　D．$2\sqrt{3}$

6．已知点 O 在 $\triangle ABC$ 所在平面内，且 $|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OC}|$，若 $AB=4,AC=5,\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AO}=$（　）

A．7　　B．9　　C．10　　D．11

04 过关测 稳提升

1．**（多选题）** 下列结论正确的是（　）

A．一个平面内只有一对不共线的向量可作为表示该平面内所有向量的基底

B．若 $a\overrightarrow{e_1}+b\overrightarrow{e_2}=c\overrightarrow{e_1}+d\overrightarrow{e_2}(a,b,c,d\in\mathbf{R}$，$\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}$ 是单位向量)，则 $a=c,b=d$

C．向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线 $\Leftrightarrow$ 存在不全为零的实数 λ_1,λ_2，使 $\lambda_1\vec{a}+\lambda_2\vec{b}=\vec{0}$

D．已知 A，B，P 三点共线，O 为直线外任意一点，若 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，则 $x+y=1$

2．已知 M 为 $\triangle ABC$ 所在平面内的一点，$3\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AM},\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{EM}$，则 $\overrightarrow{AE}=$（　）

A．$\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$　　B．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$　　C．$\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$　　D．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

3．已知 $\overrightarrow{e_1}$，$\overrightarrow{e_2}$ 是不共线的非零向量，则以下向量可以作为基底的是（　）

A．$\vec{a}=\vec{0}$，$\vec{b}=\overrightarrow{e_1}-\overrightarrow{e_2}$　　B．$\vec{a}=3\overrightarrow{e_1}-3\overrightarrow{e_2}$，$\vec{b}=\overrightarrow{e_1}-\overrightarrow{e_2}$

C．$\vec{a}=\overrightarrow{e_1}-2\overrightarrow{e_2}$，$\vec{b}=\overrightarrow{e_1}+2\overrightarrow{e_2}$　　D．$\vec{a}=\overrightarrow{e_1}-2\overrightarrow{e_2}$，$\vec{b}=2\overrightarrow{e_1}-4\overrightarrow{e_2}$

4．在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 是 BC 边上的点，$\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{EC}$，点 F 是线段的 DE 中点，若 $\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，则 $\mu=$（　）

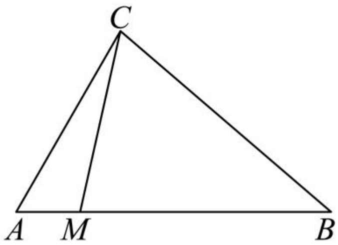
A．$\frac{5}{6}$　　B．1　　C．$\frac{5}{8}$　　D．$\frac{1}{2}$

5．若$\left\{\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}\right\}$是平面内的一个基底，则下列四组向量中不能作平面向量的基底的是（　）

A．$\left\{\overrightarrow{e_1}-\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_2}-2\overrightarrow{e_1}\right\}$　　B．$\left\{\overrightarrow{e_1}-\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_1}-\frac{1}{2}\overrightarrow{e_2}\right\}$

C．$\left\{2\overrightarrow{e_2}-3\overrightarrow{e_1},6\overrightarrow{e_1}-4\overrightarrow{e_2}\right\}$　　D．$\left\{\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_1}+3\overrightarrow{e_2}\right\}$

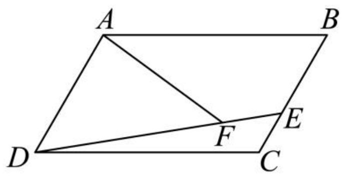
6．如图，在$\triangle ABC$中，M为线段AB上的一点，$\overrightarrow{CM}=m\overrightarrow{CA}+n\overrightarrow{CB}$（$m$，$n\in\mathrm{R}$）且$\overrightarrow{BM}=4\overrightarrow{MA}$，则（　）



A．$m=\frac{3}{4}$，$n=\frac{1}{4}$　　B．$m=\frac{4}{5}$，$n=\frac{1}{5}$

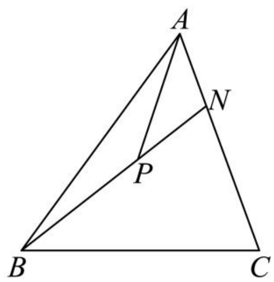
C．$m=\frac{1}{5}$，$n=\frac{4}{5}$　　D．$m=\frac{1}{4}$，$n=\frac{3}{4}$

7. 如图，在平行四边形$ABCD$中，$BE=\frac{2}{3}BC$，$DF=\frac{3}{4}DE$，若$\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，则$\lambda+\mu=$（　　）



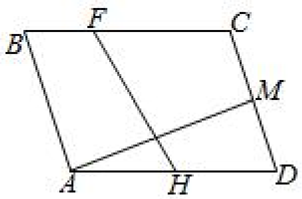
A．$\frac{3}{2}$　　B．$-\frac{1}{12}$　　C．$\frac{1}{12}$　　D．0

8．如图，在$\triangle ABC$中，$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{NC}$，$P$是$BN$上的一点，若$\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$，则实数$m$的值为（　）



A．$\frac{9}{11}$　　B．$\frac{5}{11}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{2}{5}$

9．已知如下图，平行四边形$ABCD$中，$AB=3$，$AD=4$，$\angle BAD=120°$，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，$H$，$M$分别是$AD$，$DC$的中点，$F$是$BC$上一点，且$BF=\frac{1}{3}BC$,则$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{HF}=$（　）



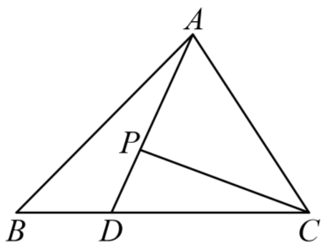
A．-3　　B．-2　　C．$-\frac{7}{2}$　　D．$-\frac{11}{3}$

10．已知六边形$ABCDEF$为正六边形，设$\overrightarrow{AC}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BD}=\vec{b}$，则下列结论错误的是（　）

A．$\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$　　B．$\overrightarrow{EF}=-\frac{1}{3}\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}$

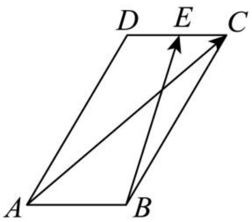
C．$\overrightarrow{FA}=\frac{1}{3}\vec{a}-\frac{2}{3}\vec{b}$　　D．$\overrightarrow{DE}=-\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$

11．如图，在$\triangle ABC$中，已知$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$，$P$为$\overline{AD}$上一点，且满足$\overrightarrow{CP}=m\overrightarrow{CA}+\frac{4}{9}\overrightarrow{CB}$，则实数$m$的值为（　）



A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D．$\frac{1}{2}$

12．高一如图，在平行四边形$ABCD$中，$AD=2$，$\angle BAD=60°$，E为CD的中点，若$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BE}=4$，则$AB=$（　）



A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

13．在平行四边形$ABCD$中，点E是AB的中点，点F,G分别满足$\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$，设$\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，若$EF\perp EG$，则（　）

A．$|\vec{b}|=\frac{3}{4}|\vec{a}|$　　B．$|\vec{b}|=|\vec{a}|$

C．$|\vec{b}|=\frac{3}{2}|\vec{a}|$　　D．$|\vec{b}|=2|\vec{a}|$

14．在$\triangle ABC$中，点D是BC的中点，点E在线段AC上，且$AE:EC=2:1$，AD和BE相交于点F，则$AF:FD$的值为（　）

A．1:1　　B．2:1　　C．3:1　　D．4:1

15．在$\triangle ABC$中，点D为AC边上的中点，点E满足$\overrightarrow{EC}=3\overrightarrow{BE}$，点$P$是直线$BD$，$AE$的交点，过点$P$做一条直线交线段$AC$于点$M$，交线段$BC$于点$N$（其中点$M$，$N$均不与端点重合）设$\overrightarrow{CM}=m\overrightarrow{CA}$，$\overrightarrow{CN}=n\overrightarrow{CB}$，则$\frac{1}{m}+\frac{3}{n}=$（　）

A．1　　B．5　　C．6　　D．7

16．等边$\triangle ABC$的边长为1，D，E分别是边BC和AC上的点，且$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EA}$，$BE$与$AD$交于点$F$，则$\overrightarrow{CF}\cdot\overrightarrow{CA}=$（　）

A．$\frac{3}{7}$　　B．$\frac{7}{15}$　　C．$\frac{9}{14}$　　D．$\frac{19}{30}$

17．在$\triangle ABC$中，$AB=\sqrt{2}AC$，$AD=2DB$，$AE=3EC$，CD与BE交于F，若$\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，则$\angle BAC=$（　）

A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．$\frac{3\pi}{4}$

第 05 讲 平面向量正交分解及加、减、数乘运算的坐标表示

01 析教材 学知识

知识点 1：平面向量正交分解

1、平面向量的正交分解：把一个向量分解为两个互相垂直的向量，叫做把向量正交分解.

2、平面向量的坐标表示

（1）在平面直角坐标系中，分别取与 x 轴、y 轴方向相同的两个单位向量 $\vec{i}$ 、$\vec{j}$ 作为基底.对于平面内的一个向量 $\vec{a}$，有且只有一对实数 x 、y ，使 $\vec{a}=x\vec{i}+y\vec{j}$ ，

把有序数对 $(x,\ y)$ 叫做向量 $\vec{a}$ 的坐标，记作 $\vec{a}=(x,\ y)$，其中 x 叫做 $\vec{a}$ 在 x 轴上的坐标，y 叫做 $\vec{a}$ 在 y 轴上的坐标.在平面直角坐标系内，每一个平面向量都是可以用一对实数唯一表示.

（2）向量坐标的求法：①若向量的起点是坐标原点，则终点坐标即为向量的坐标；

②设 $A(x_1,\ y_1)$、$B(x_2,\ y_2)$，则 $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1,\ y_2-y_1)$， $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$.

（3）若 O 是坐标原点，设 $\overrightarrow{OA}=x\vec{i}+y\vec{j}$ ，则向量 $\overrightarrow{OA}$ 的坐标 $(x,\ y)$ 就是终点 A 的坐标，即若 $\overrightarrow{OA}=(x,\ y)$，则 A 点坐标为 $(x,\ y)$，反之亦成立.

（4）特殊向量的坐标：$\vec{i}=(1,0),\vec{j}=(0,1),\vec{0}=(0,0)$.

注：①在直角坐标平面内，以原点为起点的向量 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，点 A 的位置被向量 $\boldsymbol{a}$ 唯一确定，

此时点 A 的坐标与向量 $\boldsymbol{a}$ 的坐标统一为 $(x，y)$.

②平面向量的坐标与该向量的起点、终点坐标有关；

应把向量坐标与点坐标区别开来，只有起点在原点时，向量坐标才与终点坐标相等.

③向量 $\boldsymbol{a}=(x，y)$ 中间用等号连接，而点的坐标 $A(x，y)$ 中间没有等号.

知识点 2：平面向量的坐标运算

1、已知 $\vec{a}=(x_1,y_1),\vec{b}=(x_2,y_2)$ ，则 $\vec{a}+\vec{b}=(x_1+x_2,y_1+y_2)$， $\vec{a}-\vec{b}=(x_1-x_2,y_1-y_2)$.

结论：两个向量和与差的坐标分别等于这两个向量相应坐标的和与差.

2、若 $\vec{a}=(x,y)$，则 $\lambda\vec{a}=(\lambda x,\ \lambda y)$；

结论：实数与向量的积的坐标等于用这个实数乘原来向量的相应坐标。

3、设非零向量 $\vec{a}=(x_1,y_1),\vec{b}=(x_2,y_2)$，则 $\vec{a}//\vec{b}\Leftrightarrow(x_1,y_1)=\lambda(x_2,y_2)$，即 $\begin{cases}x_1=\lambda x_2\\y_1=\lambda y_2\end{cases}$ ，或 $x_1y_2-x_2y_1=0$.

知识点诠释：

若 $\vec{a}=(x_1,y_1),\vec{b}=(x_2,y_2)$，则 $\vec{a}//\vec{b}$ 不能表示成 $\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{y_1}{y_2}$, 因为分母有可能为 0.

4、三点共线的判断方法

判断三点是否共线，先求每两点对应的向量，然后再按两向量共线进行判定，即已知

$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),C(x_3,y_3)$, $\overrightarrow{AB}=\left(x_2-x_1,y_2-y_1\right)$，$\overrightarrow{AC}=\left(x_3-x_1,y_3-y_1\right)$，

若 $(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)=0$, 则 A，B，C 三点共线.

02 练题型 强知识

【题型 01：用坐标表示平面向量】

1．已知点 $A\left(-1,3\right)$，$B\left(1,2\right)$，则 $\overrightarrow{AB}=$（　）

A．$\left(-2,-1\right)$　　B．$\left(-2,1\right)$　　C．$\left(-1,2\right)$　　D．$\left(2,-1\right)$

2．已知 $\overrightarrow{AB}=\left(5,4\right),A\left(2,3\right)$，则点 B 的坐标为（　）

A．$\left(3,1\right)$　　B．$\left(-3,-1\right)$　　C．$\left(7,7\right)$　　D．$\left(-7,-7\right)$

3．已知 $A(2,-1),B(3,1)$，记 $\overrightarrow{AB}$ 的相反向量为 $\vec{a}$，则（　）

A．$\vec{a}=(-1,-2)$　　B．$\vec{a}=(1,2)$　　C．$\vec{a}=(-1,2)$　　D．$\vec{a}=(1,-2)$

4．已知知两点 $A\left(2,-1\right)$，$B\left(7,3\right)$，且点 P 为线段 AB 的中点.则 $\overrightarrow{PB}$ 的坐标为___________.

5．已知平行四边形 $ABCD$，$A\left(1,3\right)$，$B\left(2,4\right)$，$C\left(5,6\right)$，则点 D 的坐标为__________.

【题型 02：向量线性运算的坐标表示及参数问题】

1．已知向量 $\vec{a}=(1,2),\vec{b}=(-3,4)$，则 $3\vec{a}+4\vec{b}=$（　）

A．$(-3,6)$　　B．$(-3,10)$　　C．$(-9,22)$　　D．$(-9,18)$

2．已知 $\vec{a}=\left(2,1\right)$，$\vec{b}=\left(-1,1\right)$，若 $\vec{a}+\vec{b}=\left(x,2\right)$，则 $x=$（　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

3．已知 $\overrightarrow{AB}=\left(-6,3\right)$，$\overrightarrow{AC}=\left(3,9\right)$，若 $\overrightarrow{BD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$，则 $\overrightarrow{AD}=$（　）

A．$\left(5,-3\right)$　　B．$\left(6,-2\right)$　　C．$\left(-3,5\right)$　　D．$\left(-2,6\right)$

4．已知 $\vec{a}-\dfrac{1}{2}\vec{b}=(1,2)$，$\vec{a}+\vec{b}=(4,-10)$，则 $\vec{a}$ 等于（　　）

A．$(-2,-2)$　　B．$(2,2)$　　C．$(-2,2)$　　D．$(2,-2)$

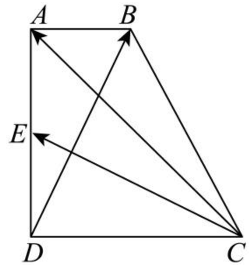
5．在平行四边形 $ABCD$ 中，AC 为对角线，若 $\overrightarrow{AB}=\left(2,4\right)$，$\overrightarrow{AC}=\left(1,3\right)$，则 $\overrightarrow{DB}=$（　）

A．$\left(3,5\right)$　　B．$\left(-2,4\right)$　　C．$\left(-3,-5\right)$　　D．$\left(2,4\right)$

6．已知 $\vec{a}=(5,-2),\vec{b}=(-4,-3),\vec{c}=(x,y)$，若 $\vec{a}-2\vec{b}+3\vec{c}=\vec{0}$，则 $\vec{c}$ 等于（　　）

A．$\left(-\frac{13}{3},-\frac{4}{3}\right)$　　B．$\left(1,\frac{8}{3}\right)$　　C．$\left(\frac{13}{3},\frac{8}{3}\right)$　　D．$\left(\frac{14}{3},\frac{4}{3}\right)$

7．如图，在直角梯形$ABCD$中，$AB\parallel DC$，$AD\perp DC$，$AD=DC=2AB=4$，E为AD的中点，若$\overrightarrow{CA}=\lambda\overrightarrow{CE}+\mu\overrightarrow{DB}(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$，则$\lambda+\mu$的值（　）



A．$\frac{6}{5}$　　B．$\frac{8}{5}$　　C．2　　D．$\frac{8}{3}$

【题型 03：由坐标判断向量是否共线】

1．下列各组向量中，共线的是（　　）

A．$\vec{a}=(-1,2)$，$\vec{b}=(4,2)$　　B．$\vec{a}=(-3,2)$，$\vec{b}=(6,-4)$

C．$\vec{a}=\left(\frac{3}{2},-1\right)$，$\vec{b}=(10,5)$　　D．$\vec{a}=(0,-1)$，$\vec{b}=(3,1)$

2．下列向量中与$a=(2,-3)$共线的是（　）.

A．$\left(\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right)$　　B．$\left(-\frac{2}{3},1\right)$　　C．$\left(-1,-\frac{3}{2}\right)$　　D．$(1,2)$

3．下列向量中，与向量$\vec{a}=(3,4)$共线的一个单位向量是（　）

A．$(-6,-8)$　　B．$\left(-\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$　　C．$(8,6)$　　D．$\left(\frac{4}{5},\frac{3}{5}\right)$

4．已知向量$\vec{a}=(2,-1),\vec{b}=(-1,3)$，则下列向量与$2\vec{a}+\vec{b}$平行的是（　）

A．$\left(\frac{2}{3},2\right)$　　B．$(1,-3)$　　C．$(1,-2)$　　D．$\left(-1,-\frac{1}{3}\right)$

5．下列各组向量中，可以作为基底的是（　）

A．$\vec{e_1}=(0,0)$，$\vec{e_2}=(1,-2)$　　B．$\vec{e_1}=(2,-3)$，$\vec{e_2}=\left(\frac{1}{2},-\frac{3}{4}\right)$

C．$\vec{e_1}=(3,5)$，$\vec{e_2}=(6,10)$　　D．$\vec{e_1}=(-1,2)$，$\vec{e_2}=(5,7)$

【题型 04：由向量共线(平行)求参数】

1．已知向量$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(-2,x)$，若$\vec{a}//\vec{b}$，则x等于（　）

A．-2　　B．2　　C．4　　D．-4

2．已知点$A(-\sqrt{3},-2)$，$B(0,-1)$，$C(1,m)$，O为坐标原点，若$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$与$\overrightarrow{OC}$共线，则$m=$（　）

A．$-\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．1　　D．0

3．已知平面向量$\vec{a}=(2,x),\vec{b}=(x+2,4)$，则“$x=2$”是“$\vec{a}\parallel\vec{b}$”的（　）

A．充分不必要条件　　　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

4．已知向量$\vec{a}=(1,2),\vec{b}=(2,-2),\vec{c}=(m^2,\frac{1}{2})$，若$\vec{c}//\left(2\vec{a}+\vec{b}\right)$，则实数$m=$（　）

A．$\pm\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．±1　　D．1

5．已知向量$\vec{a}=(1,3)$，$\vec{b}=(x,y)$，$y>0$，若$\vec{a}$与$\vec{b}$共线，则$\frac{1}{3x}+y$的最小值为__________.

【题型05：用坐标解决三点共线问题】

1．已知$A(-1,-1),B(x,3),C(2,5)$三点共线，则$x=$（　）

A．1　　B．3　　C．-1　　D．-2

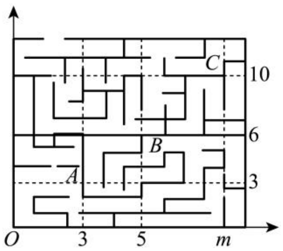
2．已知非零向量$\overrightarrow{AB}=(1,0)$，$\overrightarrow{BC}=\left(x-2,x^2-3x+2\right)$，若$A$，$B$，$C$三点共线，则$x=$（　）

A．1　　B．2　　C．1或2　　D．无解

3．已知O为坐标原点，若不重合的三点$A(1,3)$，$B(m-1,4)$，$C(2,m+1)$共线，则$\overrightarrow{AC}=$（　）

A．$(1,-1)$　　B．$(1,1)$　　C．$(1,0)$　　D．$(0,1)$

4．某同学因兴趣爱好，自己绘制了一个迷宫图，其图纸如图所示，该同学为让迷宫图更加美观，在绘制过程中，按单位长度给迷宫图标记了刻度，该同学发现图中A，B，C三点恰好共线，则$m=$（　）



A．7　　B．$\frac{22}{3}$　　C．$\frac{23}{3}$　　D．82

5．已知O为坐标原点，在$\triangle ABC$中，向量$\overrightarrow{OA}=(2,3)$，$\overrightarrow{OB}=(1,4)$，且$\overrightarrow{OC}=3\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OD}=3\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OE}=2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$．求$C$、$D$、$E$三点的坐标，并判断$C$、$D$、$E$三点是否共线．

04 过关测 稳提升

1．已知 $\overrightarrow{AB}=(-2,1)$，则下面说法正确的是（　）

A．A 点的坐标是 $(-2,1)$　　B．当 A 是原点时，B 点的坐标是 $(-2,1)$

C．当 B 是原点时，A 点的坐标是 $(-2,1)$　　D．B 点的坐标是 $(-2,1)$

2．若向量 $\vec{a}=(\sqrt{3},1)$，$\vec{b}=(0,-2)$，则与 $\vec{a}+2\vec{b}$ 共线的向量可以是（　）

A．$(\sqrt{3},-1)$　　B．$(-1,-\sqrt{3})$　　C．$(-\sqrt{3},-1)$　　D．$(-1,\sqrt{3})$

3．已知三点 $A(-1,0),B(1,2),C(2,1)$，若 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{CD}$ 是相反向量，则 D 点坐标为（　）

A．$(0,-1)$　　B．$(4,3)$　　C．$(1,-1)$　　D．$(-1,3)$

4．已知 $\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(1,-2)$，若 $(\vec{a}+\lambda\vec{b})//(\vec{a}-\vec{b})$，则 $\lambda=$（　）

A．1　　B．-1　　C．6　　D．-6

5．已知点 $A(8,-1)$，$B(1,-3)$，若点 $C(2m-1,m+2)$ 与 A，B 共线，则实数 $m=$（　）

A．-12　　B．13　　C．12　　D．-13

6．下列各组向量中，能作为基底的是（　）

A．$\overrightarrow{e_1}=(1,0),\overrightarrow{e_2}=(0,0)$　　B．$\overrightarrow{e_1}=(1,2),\overrightarrow{e_2}=(2,4)$

C．$\overrightarrow{e_1}=(0,2),\overrightarrow{e_2}=(0,6)$　　D．$\overrightarrow{e_2}=(0,3),\overrightarrow{e_1}=(3,0)$

7．已知点 $A(-2,-3)$，$B(2,2)$，$C(1,3)$，若四边形 $ABCD$ 为平行四边形，则点 D 的坐标为（　）.

A．$(-1,-4)$　　B．$(-3,-2)$　　C．$(5,8)$　　D．$(-1,0)$

8．已知 $\vec{a}=(5,2),\vec{b}=(-4,-3),\vec{c}=(x,y),\vec{a}-2\vec{b}-3\vec{c}=\vec{0}$，则 $\vec{c}=$（　）

A．$\left(1,\frac{8}{3}\right)$　　B．$\left(\frac{13}{3},\frac{8}{3}\right)$　　C．$\left(\frac{13}{3},\frac{4}{3}\right)$　　D．$\left(-\frac{13}{3},-\frac{4}{3}\right)$

9．已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $2\vec{a}-\vec{b}=(0,3)$，$\vec{a}-2\vec{b}=(-3,0)$，$\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}=(-1,1)$，则 $\lambda+\mu=$（　）

A．-1　　B．0　　C．1　　D．25

10．已知点 $A(2,3),B(5,4),C(7,10)$，若第四象限的点 P 满足 $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AC}$，则实数$\lambda$的取值范围是（　）

A．$(-\infty,-1)$　　B．$\left(-\infty,-\frac{3}{5}\right)$

C．$\left(-1,-\frac{4}{7}\right)$　　D．$\left(-1,-\frac{3}{5}\right)$

11．已知平面上 A,B 两点的坐标分别是 $(2,5),(3,0)$，M 是直线 AB 上的一点，且 $\overrightarrow{AM}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{MB}$，则点 M 的坐标是______.

12．平面上三点分别为$A\left(2,-1\right)$，$B\left(3,4\right)$，$C\left(0,-2\right)$，若$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$，$E$为$CD$的中点，则点$E$的坐标为______________.

13．在$\triangle ABC$中，已知点$O(0,0),A(0,5),B(4,3)$，$\overrightarrow{OC}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OD}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OB}$，$AD$与$BC$交于点$M$，则点$M$的坐标为________.

14．设向量$\overrightarrow{OA}=\left(-1,-1\right),\overrightarrow{OB}=\left(2a,3\right),\overrightarrow{OC}=\left(-b,0\right)$其中$O$为坐标原点，$a>0,b>0$，若$A,B,C$三点共线，则$\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}$的最小值为________.

15．设点$A\left(x,1\right)$，$B\left(2x,2\right)$，$C\left(1,2x\right)$，$D\left(5,3x\right)$，当x为何值时，$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{CD}$共线且方向相同，此时，A，B，C，D能否在同一条直线上？