高中数学选修 1-1 知识点

第一章 常用逻辑用语

1、**命题：**用语言、符号或式子表达的，可以**判断真假**的**陈述句**.

真命题：判断为真的语句. **假命题：**判断为假的语句.

2、“若 p ，则 q ”形式的命题中的 p 称为命题的**条件**，q 称为命题的**结论**.

3、**原命题：“若 p ，则 q ”** **逆命题：“若 q ，则 p ”**

否命题：“若 $\neg p$ ，则 $\neg q$ ” **逆否命题：“若 $\neg q$ ，则 $\neg p$ ”**

4、**四种命题的真假性之间的关系：**

（1）两个命题互为逆否命题，它们有相同的真假性；

（2）两个命题为互逆命题或互否命题，它们的真假性没有关系．

5、若 $p \Rightarrow q$ ，则 p 是 q 的**充分条件**，q 是 p 的**必要条件**．

若 $p \Leftrightarrow q$ ，则 p 是 q 的**充要条件**（充分必要条件）．

利用集合间的包含关系： 例如：若 $A \subseteq B$，则 A 是 B 的充分条件或 B 是 A 的必要条件；若 A=B，则 A 是 B 的充要条件；

6、**逻辑联结词：**⑴且(*and*) ：命题形式 $p \wedge q$ ；⑵或（ *or* ）：命题形式 $p \vee q$ ；⑶非（ *not* ）：命题形式 $\neg p$.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg p$
真	真	真	真	假
真	假	假	真	假
假	真	假	真	真
假	假	假	假	真

7、⑴全称量词——“所有的”、“任意一个”等，用“$\forall$ ”表示；

全称命题 p：$\forall x\in M, p(x)$；**全称命题 p 的否定 $\neg p$**：$\exists x\in M,\neg p(x)$。

(2)存在量词——“存在一个”、“至少有一个”等，用“$\exists$”表示；

特称命题 p：$\exists x\in M, p(x)$；**特称命题 p 的否定 $\neg p$**：$\forall x\in M,\neg p(x)$；

第二章 圆锥曲线

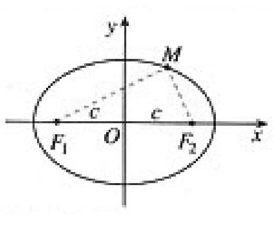
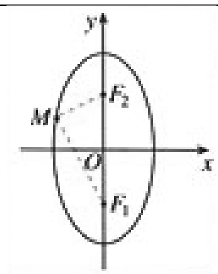
一、椭圆 $(a^2=b^2+c^2)$

1、平面内与两个定点 F_1，F_2 的**距离之和等于常数**（大于 $|F_1F_2|$）的点的轨迹称为**椭圆**．

即：$|MF_1|+|MF_2|=2a,(2a>|F_1F_2|)$。

这两个定点称为椭圆的**焦点**，两焦点的距离称为椭圆的**焦距**．

2、**椭圆的几何性质**：

焦点的位置	焦点在 x 轴上	焦点在 y 轴上
图形		
标准方程	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$	$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$
范围	$-a\le x\le a$ 且 $-b\le y\le b$	$-b\le x\le b$ 且 $-a\le y\le a$
顶点	$A_1(-a,0)$、$A_2(a,0)$ $B_1(0,-b)$、$B_2(0,b)$	$A_1(0,-a)$、$A_2(0,a)$ $B_1(-b,0)$、$B_2(b,0)$
轴长	长轴的长 $=2a$　　短轴的长 $=2b$	
焦点	$F_1(-c,0)$、$F_2(c,0)$	$F_1(0,-c)$、$F_2(0,c)$

焦距	$\left\|F_1F_2\right\| = 2c\left(c^2 = a^2 - b^2\right)$
对称性	关于x轴、y轴、原点对称
离心率	$e = \dfrac{c}{a} = \sqrt{1 - \dfrac{b^2}{a^2}}\left(0 < e < 1\right)$

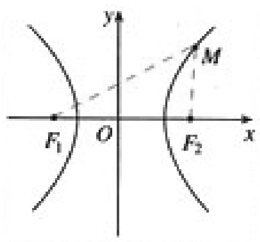
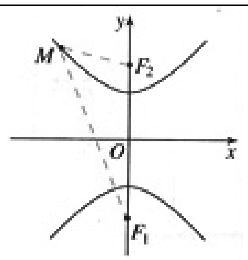
3、e越大，椭圆越扁；e越小，椭圆越圆。

$c^2 = a^2 + b^2$**二、双曲线** （　　　　　　）

1、平面内与两个定点F_1，F_2的**距离之差的绝对值等于常数**（小于$\left|F_1F_2\right|$）的点的轨迹称为**双曲线**．即：$\|MF_1\| - \|MF_2\| = 2a, (2a < \|F_1F_2\|)$。

这两个定点称为双曲线的**焦点**，两焦点的距离称为双曲线的**焦距**．

4、**双曲线的几何性质**：

焦点的位置	焦点在x轴上	焦点在y轴上
图形		
标准方程	$\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1\left(a > 0, b > 0\right)$	$\dfrac{y^2}{a^2} - \dfrac{x^2}{b^2} = 1\left(a > 0, b > 0\right)$
范围	$x \le -a$或$x \ge a$，$y \in R$	$y \le -a$或$y \ge a$，$x \in R$
顶点	$A_1\left(-a, 0\right)$、$A_2\left(a, 0\right)$	$A_1\left(0, -a\right)$、$A_2\left(0, a\right)$
轴长	实轴的长$= 2a$　　虚轴的长$= 2b$	
焦点	$F_1\left(-c, 0\right)$、$F_2\left(c, 0\right)$	$F_1\left(0, -c\right)$、$F_2\left(0, c\right)$
焦距	$\left\|F_1F_2\right\| = 2c\left(c^2 = a^2 + b^2\right)$	
对称性	关于x轴、y轴对称，关于原点中心对称	

离心率	$e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}\left(e>1\right)$	
渐近线方程	$\frac{x}{a}\pm\frac{y}{b}=0$	$\frac{y}{a}\pm\frac{x}{b}=0$

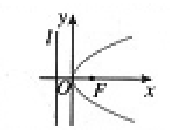
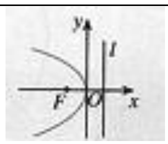
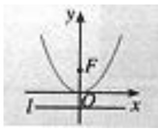
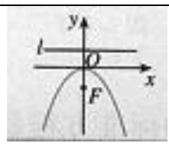
5、实轴和虚轴等长的双曲线称为**等轴双曲线**（a=b）.

6、等轴双曲线的离心率 $e=\sqrt{2}$

三、抛物线

1、平面内**与一个定点** F **和一条定直线** l **的距离相等**的点的轨迹称为**抛物线**．定点 F 称为抛物线的**焦点**，定直线 l 称为抛物线的**准线**．

7、抛物线的几何性质：

标准方程	$y^2=2px$ $\left(p>0\right)$	$y^2=-2px$ $\left(p>0\right)$	$x^2=2py$ $\left(p>0\right)$	$x^2=-2py$ $\left(p>0\right)$
图形				
顶点	$\left(0,0\right)$			
对称轴	x 轴		y 轴	
焦点	$F\left(\frac{p}{2},0\right)$	$F\left(-\frac{p}{2},0\right)$	$F\left(0,\frac{p}{2}\right)$	$F\left(0,-\frac{p}{2}\right)$
准线方程	$x=-\frac{p}{2}$	$x=\frac{p}{2}$	$y=-\frac{p}{2}$	$y=\frac{p}{2}$
离心率	$e=1$			
范围	$x\geq 0$	$x\leq 0$	$y\geq 0$	$y\leq 0$

8、过抛物线的焦点作垂直于对称轴且交抛物线于 A 、 B 两点的线段 AB ，称为抛物线的**“通径”**，即 $|AB| = 2p$.

9、**焦半径公式**：

若点 $P(x_0, y_0)$ 在抛物线 $y^2 = 2px(p>0)$ 上，焦点为 F ，则 $|PF| = x_0 + \frac{p}{2}$ ；

若点 $P(x_0, y_0)$ 在抛物线 $x^2 = 2py(p>0)$ 上，焦点为 F ，则 $|PF| = y_0 + \frac{p}{2}$ ；

第三章 导数及其应用

1、函数 $f(x)$ 从 x_1 到 x_2 的**平均变化率**： $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

2、**导数定义**： $f(x)$ 在点 x_0 处的导数记作

$$y'\big|_{x=x_0} = f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$ ；.

3、函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处的**导数的几何意义是曲线** $y = f(x)$ **在点** $P(x_0, f(x_0))$ **处的切线的斜率**.

4、**常见函数的导数公式：**

①$C' = 0$ ；

②$(x^n)' = nx^{n-1}$ ；

③$(\sin x)' = \cos x$ ；

④$(\cos x)' = -\sin x$ ；

⑤$(a^x)' = a^x \ln a$ ；

⑥$(e^x)' = e^x$ ；

⑦$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ ；

⑧$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

5、**导数运算法则：**

(1) $[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x)$ ；

(2) $\left[f(x)\cdot g(x)\right]'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$；

(3) $\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]'=\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\left[g(x)\right]^2}\left(g(x)\neq 0\right)$.

6、在某个区间(a,b)内，**若 $f'(x)>0$，则函数 $y=f(x)$ 在这个区间内单调递增；**

若 $f'(x)<0$，则函数 $y=f(x)$ 在这个区间内单调递减．

7、**求函数 $y=f(x)$ 的极值的方法是：**解方程 $f'(x)=0$．当 $f'(x_0)=0$ 时：

(1) 如果在 x_0 附近的左侧 $f'(x)>0$，右侧 $f'(x)<0$，那么 $f(x_0)$ 是**极大值（左增右减）**；

(2) 如果在 x_0 附近的左侧 $f'(x)<0$，右侧 $f'(x)>0$，那么 $f(x_0)$ 是**极小值（左减右增）**．

8、① 注意极大值、极小值、极大值点和极小值点的区别；（极大值是一个函数值，极大值点是一个点，包括横坐标和纵坐标）

② 极值反映了函数在某一点附近的大小情况，刻画的是函数的局部性质。

③ 导数为 0 的点不一定是函数的极值点（例如：$f(x)=x^3$），也就是说：函数在某一点的导数为 0 是函数在这一点取极值的必要条件而不是充分条件。

④ 同一个函数的极大值不一定比极小值大。（但是函数的最大值一定大于最小值）

9、**求函数 $y=f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的最大值与最小值的步骤是：**

(1) 求函数 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内的极值；

(2) 将函数 $y=f(x)$ 的各极值与端点处的函数值 $f(a)$，$f(b)$ 比较，其中最大的一个是最大值，最小的一个是最小值．

9、导数在实际问题中的应用：**最优化问题。**