

海南省 2023—2024 学年高一年级学业水平诊断(一)

数 学

考生注意：

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x | x^2 - 1 = 0\}$, 则 $A \cup B =$
 - $\{1, 2, 3\}$
 - $\{-1, 1, 2, 3\}$
 - $\{1\}$
 - $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$
2. 命题“ $\exists x \in \mathbb{R}, |x| - e \leq 0$ ”的否定是
 - $\forall x \in \mathbb{R}, |x| - e > 0$
 - $\forall x \in \mathbb{R}, |x| - e \leq 0$
 - $\exists x \in \mathbb{R}, |x| - e > 0$
 - $\exists x \in \mathbb{R}, |x| - e \geq 0$
3. 已知指数函数 $y = \left(\frac{a}{2}\right)^x$ 单调递减, 则 a 的取值范围是
 - $(0, 1)$
 - $(-\infty, 2)$
 - $(0, 2)$
 - $(-2, 0)$
4. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{2-x}}{\ln x}$ 的定义域为
 - $(-\infty, 2]$
 - $(0, 1) \cup (1, 2]$
 - $(1, 2]$
 - $(1, +\infty)$
5. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $A = \frac{\pi}{4}$, $B = \frac{5\pi}{12}$, 则 $\tan C =$
 - $-\sqrt{3}$
 - $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
 - $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 - $\sqrt{3}$
6. 若角 α, β 的顶点在坐标原点,始边为 x 轴的非负半轴,则“ α, β 的终边关于 y 轴对称”是“ $\sin \alpha = \sin \beta$ ”的
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分又不必要条件

7. 某村现有 180 户村民, 且都从事海产品养殖工作, 平均每户的年收入为 8 万元. 为探索科技助农新模式, 村委会决定调整产业结构, 安排 x ($0 < x < 180$) 户村民只从事直播带货工作, 其余的只从事海产品养殖工作, 预计调整后从事直播带货工作的村民平均每户的年收入为 $8\left(a - \frac{x}{10}\right)$ 万元, 从事海产品养殖工作的村民平均每户的年收入相比原来提高 $5x\%$. 若从事直播带货工作的村民不管有多少人, 他们的总年收入都不大于从事海产品养殖工作的村民的总年收入, 则 a 的最大值为

- A. 12 B. 14 C. 22 D. 60

8. 已知函数 $f(x) = \sqrt{2^x + x^3 + x^2 + m}$ 的图象与直线 $y = x$ 在区间 $[0, 2]$ 上有交点, 则实数 m 的取值范围是

- A. $[1, 12]$ B. $[-6, -1]$ C. $(-\infty, -1]$ D. $[-12, -1]$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 $c < 0, ac < bc$, 则

- A. $a > b$ B. $|a|b| > |b|a|$ C. $ac^2 > bc^2$ D. $c - a > c - b$

10. 下列各式恒等于 $\cos \alpha$ 的是

- A. $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$ B. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$
C. $\sin \alpha \tan \alpha$ D. $2\cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1$

11. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}\right)$, 则

- A. 函数 $f\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$ 为偶函数
B. $f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{\pi}{3}, 0\right)$ 对称
C. $f(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上的最大值为 1, 最小值为 $-\frac{1}{2}$
D. $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{4\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right)$ 上单调递增

12. 已知 $f(x)$ 是定义域为 \mathbb{R} 的奇函数, 满足 $f(x+2) = f(-x)$, 若对任意的 $x_1, x_2 \in [-1, 0]$ 且 $x_1 \neq x_2, x_1 f(x_1) + x_2 f(x_2) < x_2 f(x_1) + x_1 f(x_2)$, 则

- A. $f(x) = f(x+4)$
B. $f(x)$ 在区间 $[3, 5]$ 上单调递增
C. $f\left(-\frac{23}{3}\right) > f\left(\frac{17}{2}\right)$
D. 不等式 $f(x) < f(2)$ 的解集为 $(4k, 4k+2) (k \in \mathbb{Z})$

公众号 一起学高中数学

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知扇形的圆心角为 $\frac{3\pi}{4}$, 弧长为 3π , 则扇形的面积为 _____.

14. 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数, 若 $f(\sqrt{a}) = f(-2)$, 则实数 $a =$ _____.

15. 已知某段电路中电流 I (单位: A) 随时间 t (单位: s) 变化的函数解析式是 $I = 5\sin \omega t$ ($0 < \omega < 100\pi$), $t \in [0, +\infty)$, 若 $t = \frac{1}{200}$ s 时的电流为 3 A, 则 $t = \frac{1}{100}$ s 时的电流为 _____ A.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^x, & x \leq a, \\ -x^2 + 4, & x > a \end{cases}$ 的值域为 $(-\infty, 3^a]$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

四、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知 $\tan \alpha = 3$, 求下列各式的值.

(Ⅰ) $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$:

(Ⅱ) $\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$.

18. (12 分)

已知角 α 的顶点在坐标原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边经过点 $P(-2, 1)$.

(Ⅰ) 求 $\sin(\pi + \alpha)$ 的值;

(Ⅱ) 若 $\beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 且 $\sin \beta = \frac{3}{5}$, 求 $\cos(\alpha + \beta)$ 的值.

19. (12 分)

已知函数 $f(x) = kx^2 - 3x + k + 1$ ($k \neq 0$).

(Ⅰ) 若 $k = 1$, 求不等式 $f(x) < 0$ 的解集;

(Ⅱ) 若函数 $g(x) = \log_2 f(x)$ 的最大值为 0, 求实数 k 的值.

20. (12分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

(Ⅰ) 求 $f(x)$ 的最小正周期及单调递减区间;

(Ⅱ) 若 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{8}, m\right]$ 上的取值范围是 $[-1, \sqrt{2}]$, 求实数 m 的值.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \ln(e^x + 1) - mx$ ($m \in \mathbb{R}$) 是偶函数.

(Ⅰ) 求 m 的值;

(Ⅱ) 设函数 $g(x) = e^{f(x)}$, $h(x) = 2 - |x|$, 证明: $g(x) \geq h(x)$.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = x + \frac{a}{x}$ ($a \in \mathbb{R}$).

(Ⅰ) 若 $a = 4$, 判断 $f(x)$ 在 $(2, +\infty)$ 上的单调性, 并用单调性的定义证明;

(Ⅱ) 设函数 $g(x) = \frac{4x+3}{x+1}$, 若对任意 $x_1 \in [1, 2]$, 总有 $x_2 \in \left[-\frac{6}{7}, 0\right]$, 使得 $g(x_2) = f(x_1)$, 求 a 的取值范围.



数学试题 第4页(共4页)

一起学高中数