基于元胞自动机与社会力模型的登机离机时间预测

摘要

现代航空业的正常运行强调效率和时间的精准度。机场内的跑道利用,登机位置的占用,摆渡车的调动都十分依赖准确的时间估计;空域中的塔台指示,进近范围的升空速率,区调领域内的高度分配都十分取决于精确的时间计算。任何微小的时间延误和不精确估计都会带来极大的损失。因此,建立数学模型对不同策略下登机时间的估算是很有必要的。并通过该模型对不同策略不同机型的时间进行计算,更好的优化航空业的运行时间和精准度。

在建立登机时间计算模型时,本文注意到,在狭窄的机舱内经常会因为将行李放置在行李架上这一行为而导致堵塞。但这种堵塞现象出现的概率、数量、影响均难以量化或通过公式的方法表示。这是由于在排队进入机舱时,对于顺序进入的乘客,其目标座位的组合和排序在每一次模拟时都充满了随机性。其本质上可以抽象成一个无穷多维的函数。因此,本文通过建立拟真模型并进行大量的拟真实验的方式,来得到对于任意飞机在任意登机策略下的时间频数分布数据。在拟真模型简历中,本文建立了计算行走速度、存放行李、进入座位等行为的具体公式。确立了不同年龄段乘客的行为与分布。在此基础上建立了本文运用于拟真的,基于元胞自动机的登机拟真模型。

在建立离机时间计算模型时,本文在研究行业内专业期刊 Transportmetrica B: Transport Dynamics 时发现,许多研究都着重于将不断汇入更多人数的排队队列抽象化,从而建立相应的时间计算函数并运用多种求解算法进行求解。但是这些研究忽略了在离机时乘客的心理活动。在登机时,人们的目标仅为最快的到达其目标座位。所以,他们的行为可以单一的简化为前往目标座位和进入目标座位。相反,在离机时,人们可以选择先在自己的座位上进行等待,等到通道内排队情况稍微缓和时再进入通道离机。Dirk Helbing 教授在提出社会力模型时,主要用途是对行人集群运动进行分析。他认为,行人的决策由于受到外力驱动而改变,从而改变了他们的运动状态。因此,本文受到社会力模型的启发,建立了自己的离机社会力决策模型。本模型从社会力的角度出发,将影响准备离机乘客做出决策的心理因素抽象成 3 个物理力: 自驱动力 F_{sdr} ,阻碍力 F_{re} 和等待时间驱使力 F_{time} 。通过研究不同乘客在同一时刻下受到的合力情况,从而判断其下一时刻的决策情况。

值得注意的是,本文在建立模型的时着重于建立具有更强适应力的模型,本模型可以较为容易的对不同机型、不同登机策略、不同特殊状况下的登机情况进行仿真和分析。这使得本模型可以更好的应用于实际航空业运行管理当中。此外,本文从实际情况中出发,着重于分析真实乘客登机和离机时的行为,可以更好的贴合实际情况。

目录

1.		引言	3
2.		问题重述	3
3.		基本假设	3
4.		符号约定	4
5.		问题一	5
	5. 1.	. 问题分析	5
	5. 2.		5
		5.2.1. 乘客模型	5
		5.2.2. 行李放置时间模型与进入过道模型	6
		5.2.3. 对现有模型的分析与改进	7
		5. 2. 4. 仿真过程	9
	5. 3.	. 离机模型建立	9
6.		问题二	13
	6. 1.	. 窄体飞机下不同登机策略的比较	13
	6. 2.	. 有关逾矩乘客比例与平均行李携带数的灵敏度分析	14
	6. 3.	. 行李数量显著增加时的模型灵敏读分析	15
	6. 4.	. 两种新的登机方法评估与比较	15
	6. 5.	. 离机策略分析	16
7.		问题三	17
8.		问题四	19
	8. 1.		19
	8. 2.	. 离机情况	20
9.		优缺点分析	20
10.		结论	21
11.		参考资料	22
12.		一封信	

1. 引言

航空运输领域效率至上,任何微小的延误都会造成极大的损失。乘客登机和离机的过程中有着许多人为且复杂因素的干扰,让航班的时间节点计算更加难以完成。为此,许多研究团队都提出了许多不同的登机、离机模型。如简单的从后向前按节登机、靠窗优先登机、Steffen 登机法等等[1]。通常情况下,研究者们运用真人拟真或线性规划的方法来评价各策略的好坏,但都存在着许多的缺陷。

在 1950 年代, 冯. 诺伊曼为模拟生物细胞的自我复制而提出了元胞自动机的概念[2], 但并未得到学术界的重视。在 1970 年代, 剑桥大学的约翰. 何顿. 康威制作了一款基于元胞自动机的软件"生命游戏", 元胞自动机逐渐得到人们的注意, 并应用于多种拟真情况之中。因此, 元胞自动机可以更好的对真实情况进行模拟, 并且可以通过修改参数展现出不同情况下的状态。

1995年,苏黎世联邦理工学院的赫尔宾教授在一篇名为 Social force model for pedestrian dynamics[3]的论文中首次提出了社会力模型。他将人们在行走时其他因素对路径的影响描绘成物理力,从而对人群的行动进行建模。因此,利用改良过的社会力模型对离机时人们的心理活动进行建模,以此判断各个乘客的状态成为更好的选择。

2. 问题重述

本题要求建立合理的数学模型以估算不同策略和情形下,乘客登机和离机的时间。基于此,本文需要完成以下 5 个任务:

- 1. 建立数学模型,并确保该模型适用于不同的登机离机策略、不同的携带行李乘客数量以及有乘客违反规则的情况。
- 2. 将模型应用于"窄体"飞机中,并完成以下子任务:
- a. 比较随机登机、按节登机、按座位登机三种登机策略所需的时间的平均值、 实际最大值和实际最小值
 - b. 对于违反规则乘客比例和行李数量进行灵敏度分析,确定较优登机策略。
 - c. 在乘客行李较多、行李均放存在行李架上的情况下,如何调整策略。
 - d. 给出额外两条登机策略,与上述进行比较,得出最优策略,并给予解释。
 - e. 确定最优乘客离机策略,并给予解释。
- 3. 将数学模型应用到另外两种机型上,为其分别提供最优的登机和离机策略。
- 4. 探究在由于 COVID-19 疫情影响,机舱实际乘客数量明显降低的情况下,其对不同登机、离机策略效果的影响。
- 5. 将研究结果利用非数学语言进行概括并总结,并介绍给领域内人士。

3. 基本假设

- 1. **狭窄的飞机过道只容许同时通过一个人**。在前方乘客处于静止状态时,其紧随的后方乘客也要随之变为静止状态。因此可以得出,乘客不能自行打乱排队的顺序进行插队,且在同一时间,一个单位空间内只能容纳一名乘客。
- 2. **在乘客进入已有乘客的座位排中,已坐下的乘客需要为其让座。**如果乘客的目标位置不靠近过道,且靠近过道的位置上已经坐有乘客时,需要消耗额外的时间进行让座行为。
- 3. **乘客所携带的行李会降低其行动能力。**携带的行李数量越多,乘客所能达到的最大行进速度也就越小。

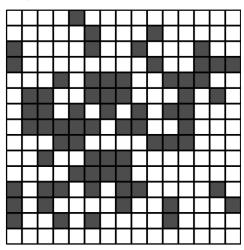
- 4. **不同年龄段的乘客有不同的行动能力。**他们能达到的最大速度不同。老年乘客行动能力弱,而年龄较小的儿童也不具备高的行动能力,因为儿童往往在家长的看护下行进。
- 5. **不遵守规定登机离机策略的乘客服从随机登机离机策略。**一般会有少部分的乘客为了快速到达目标座位或者快速离开飞机而不遵守策略规定的安排。对于这些不遵守计划的乘客,文章中假定他们的行进路线符合无计划的随机登机或离机。
- 6. **本文只考虑经济舱这一单一舱体**。本文不考虑头等舱或商务舱等乘客可以优先登机的这一特权,以此来简化本文的登机策略模型。
- 7. **本文不考虑登机时乘客除寻找座位与安置行李以外的行为。**如帮助他人搬行李,找错位置等不可量化的小概率事件。本文为了研究登机策略的综合耗时问题,不着重分析影响微小的、随机性过高的事件。
- 8. **本文假定在登机前所有乘客已经在机舱门口有序排队,并在登机时连续的依次进入。**本文不考虑乘客在进入机舱时间因为其他事件造成的影响。

4. 符号约定

符号	实际含义
gl	乘客目标座位的坐标
v_{max}	乘客固有的能达到的最大速度
lug	乘客所携带的行李的件数
v	乘客当前的速度
pt	乘客当前所在通道的位置信息
T_{lug}	乘客放置行李所花费的时间
l_e	当前行李架内已有的行李数量
l_p	乘客将要存放的行李数量
C_{bin}	当前行李架的总容积
T_{int}	乘客落座所花费的时间
N	乘客进入、离开座位需要越过的人数
F_{sdr}	乘客的自驱动力,表示乘客离开飞机的意愿和难度
F_{time}	等待时间驱动力,表示乘客对等待时长的态度带来的驱动力
F_{re}	其他乘客和排队队列对该乘客带来的排斥力
θ	自驱动力的基准量
d	乘客到出口的直线距离
n	通道内排队的总人数
t	当前乘客在座位上等待的时间

5. 问题一

在将登机与离机模型化的历程中,研究者们在过去主要利用线性规划或真人实验的方法进行分析。如 Steffen[4]利用真实人类在真实环境内进行测试来对策略进行分析; Bazargan[5]利用线性规划,通过分析不同策略所造成的冲突程度来比较各个模型的好坏。但是,这些传统方法并不能很好的应对实际情况中充满随机性和复杂的情况。实际上,对于任意一种登机情况来讲,其相当于一个无穷维度的不可分析的函数。对此,任何小规模分析和数理分析都是不准确的。此时,本文利用元胞自动机进行拟真建模,再利用模型进行大量的仿真模拟计算并得出相对应的时间接轨频数分布图。通过大量模拟,本文可以得到更多的信息:如时间结果的标准差等。这些信息可以更全面的分析不同的策略和情况。



图表 1 "生命游戏"

5.1. 问题分析

对于登机和离机两个不同的过程,本文根据实际情况建立不同的模型进行策略分析。机舱的过道及座位天然形成了网格状布局,在登机的元胞自动机模型中,本文利用机舱的这种布局特性,将机舱内抽象成格子状的元胞。

离机与登机的最大区别是,登机时乘客的目的具有单一性,其目的只有使自己尽快到达目标座位。而在离机模型中,乘客除了有尽快离机的期望外,还有一类暂时停留在座位上的期望,其中包括避免排队等待离机的期望和等待靠近过道的乘客先移动的期望。单独使用元胞自动机无法模拟乘客根据这两类期望所做的决策,因此本文引入社会力模型的概念。基于社会力模型,本文构造出乘客离机决策模型来研究离机策略问题。

5.2. 登机模型建立

5.2.1. 乘客模型

考虑到乘客在行动过程中其身体所占据的空间,要明显小于其处于坐姿状态下所占用的空间,本文将过道元胞设定成具有更小的宽度,其宽度等同于座位元胞的一半。过道元胞可以处于两个状态:占用与未占用状态。值得注意的是,处于占用状态下的元胞包含了占用当前单元格的乘客的信息,其特性可由该模型表示:

$$\begin{cases} I(i) \colon \begin{cases} gl(i) \\ v_{\max}(i) \\ lug(i) \end{cases} \\ P(i) \colon \begin{cases} v(i) \\ pt(i) \end{cases} \end{cases}$$

其中,i代表了当前该乘客的编号,其编号顺序从1开始,代表了其进入机舱的顺序。P(i)代表了该名乘客的动态信息,其中的v(i)和pt(i)分别包含了该乘客当前的速度,与其当前所在乘客通道的位置信息。I(i)代表了该名乘客的静态信息,静态信息为该乘客的固有信息,在登机之后便不会随着时间和空间的改变而更改。在I(i)中,gl(i)代表了其目标座位的坐标,该乘客会径直向目标坐标移动直到到达目标。lug(i)代表了该乘客所携带的行李的件数, v_{max} 代表了该乘客固有的能达到的最大速度,其大小与乘客的年龄类别,和其携带的行李数量相关。

在已有的研究论文当中,本文发现尽管研究团队都考虑到了乘客携带行李数量,但并没有考虑到登机乘客年龄段不同对模型拟真时的影响。因此,本文在对机场人流监控图进行分析后,得到了乘客年龄段比例的大概分布。其具体关系为:

其中, ud代表单位长度, 其大小等同于一个过道元胞的宽度, 也等同于 0.5 个座位元胞的宽度, 其实际距离大约是 0.2 米。ut 则代表单位时间, 其大小大约为 1.2 秒。为了使本模型具有更强的适应性、能够更好的适用于不同的场景与尺寸,本文用单位长度和单位时间来替代在过去的模型当中常用的具体长度。此外,由于元胞自动机的特性, 其运行过程中为离散状态, 使用具体的长度并不会带来实质性的好处。

5.2.2. 行李放置时间模型与进入过道模型

在确立应用于模拟登机情况的元胞自动机的规则时,合理的确定行李放置时间造成的延误十分重要。在该领域内的专业期刊中,Shang et al. 在 2010 年发表的 Aircraft boarding strategy based on cellular automata 中提出的 Hyperbolic model[6]和 Notomista et al.[7]在 2016 年发表的 A fast airplane boarding strategy using online seat assignment based on passenger classification 中提出的 Luggage stowing time model 。上述两个模型成为了解决目前该类拟真问题的首选。Hyperbolic model:

$$T_{lug} = lpha + rac{eta}{(\gamma+1)-(l_e+l_p)} \cdot l_p$$

其中,T代表了对于当前乘客放置其所有行李所需要的时间, l_P 代表了当前放置行李的乘客所要放置的行李, l_e 代表了当前行李架内已有的行李数量, γ 代表了行李架的总容积,在论文中给出的数值大小为 9。 α 和 β 均为调整数值范围所使用的参数,在论文中给出的数值大小为 1.5 和 10。

该模型综合考虑了行李架的大小以及其内部目前的状态和乘客所携带行李的状态。使得模型在动态范围上适应能力更强,考虑的范围更加广泛。

Luggage stowing time model:

$$T_{lug} = \left\lceil rac{T_{ ext{min}}}{T_{ ext{max}}} + (1 - lpha) \cdot eta \cdot (1 + 4 \gamma)
ight
ceil \cdot T_{ ext{max}}$$

其中,T代表了对于当前乘客放置其所携带的所有行李所需要的时间, T_{max} 和 T_{min} 分别代表了放置行李所需要的最大和最小时间, α 则代表了敏捷系数,为一个 0-1 之间的小数, β 代表了手提行李系数,为一个 0-1 之间的小数, γ 代表了行李架的占用情况,同样为一个 0-1 之间的小数。

该模型从多个层面考虑了乘客在存放行李时消耗时间的影响特征。但是其 过度理想化的将多个因素进行了系数化量化,导致将原先的确定时间的问题转 换成了确定每个乘客的特征系数,该模型并没有简化这个实际问题,反而将其 转化成了更为复杂的问题。

5.2.3. 对现有模型的分析与改进

在对更多早期文章的行李存放时间计算模型进行了分析后,本文发现随着时间的进展,计算行李存放时间的算法并没有实质性的创新,反而将公式中的变量复杂化,这降低了模型的准确度和适应性。本文通过这些研究中的验证方法得知:大部分的研究团队都借助了实物模拟机舱并招募志愿者进行测试,但是他们在利用该实物模拟机舱得出公式中的参数后,在检验公式对实际情况的真实效果时,依旧使用了同样的实物模拟机舱和同一批志愿者进行测试。这就导致了其公式具有较低的适应性,本文并不能确定其在其他不同场景不同情况下的好坏。换言之,大部分先前的模型在运用了一个数据集作为训练集后,使用同一个数据集作为测试集来展示自己模型的好坏,这种情况就导致了新的模型不断的趋于复杂化,但是同时又缺少适应性和实际效果。

本文提出了一个相对具有更好适应性和鲁棒性的行李放置时间计算模型:

$$T_{lug} = lpha + iggl[2 \cdot iggl(1 - rac{l_e}{C_{bin}} iggr) \cdot l_p iggr]$$

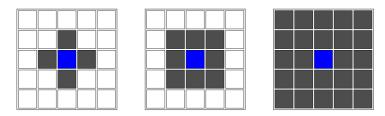
其中,T代表了该乘客放置行李所消耗的时间, l_P 代表了当前放置行李的乘客所要放置的行李, l_e 代表了当前行李架内已有的行李数量,C代表了行李架的总容积,在本文的环境中为 8, α 为调整范围所使用常数,在本模型中为 1。

此外,许多已有的研究并没有考虑到乘客进入座位所耗费的时间。尽管进入座位所耗费的时间并不会在乘客通道内造成延迟,但会使得所进入的座位所属的座位排暂时无法让另外的人进出。本文设置了简单的座位排模拟装置,测试出了乘客挤入所属座位的时间与其原本速度的关系如下:

$$T_{int} = 1 + rac{2 \cdot N}{v_{ ext{max}}}$$

增加了进入所属座位所占用的时间后,本模型可以更好模拟真实登机环境,这是原先的许多研究并没有考虑到的。

在许多传统元胞自动机中,其邻居类型有以下三种:



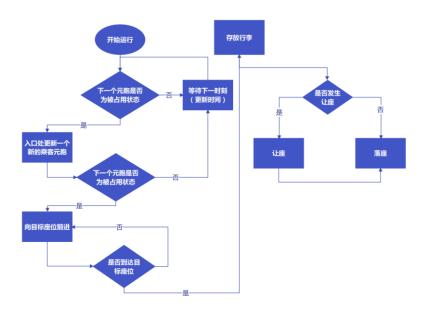
图表 2 VonNeumann 邻居 Moore 邻居 扩展 Moore 邻居

元胞自身只具有被占用和空闲两种状态。根据使用意图不同,本文将模型中的元胞划分成两种元胞类型:过道元胞与座位元胞。[8]



图表 3 仿真过程示意图

过道中乘客下一时刻的状态取决于这一时刻其运动轨迹前方的乘客是否停留,而每一个过道元胞只能同时被一个乘客占有。过道元胞下一刻的状态取决于其前方元胞此刻的状态和此刻占有该元胞的乘客的状态。也就是说,过道元胞的邻居仅为其前方的一个过道元胞。



图表 4 元胞自动机流程图

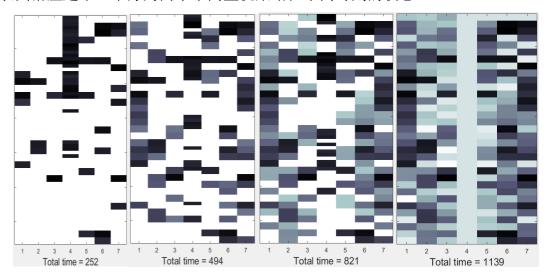
由于不同年龄段的乘客具有不同的最大速度,并且由于放置行李而造成的拥堵,乘客并不始终保持在最大速度,他们会依据实际情况进行加速和减速。

- 1. 对于乘客j, 当 $v < v_{\text{max}}$ 且 d(j,j+1) > 0时 v = v+1
- 2. 对于乘客j, 当 v > 0 且 d(j,j+1) < v时 v = d(j,j+1) 1
- 3. 对于乘客j, 当v < d(j,j+1)时, 每单位时间ut, 向前方前进v

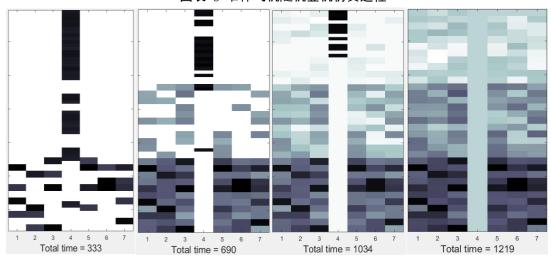
其中,d(j,j+1)代表了乘客j与乘客j+1之间的距离大小。

5.2.4. 仿真过程

本文在仿真过程中利用不同的颜色深度来表示其落座的时间。越深的颜色代表其落座越早。下方为两个不同登机策略在不同时刻的状态



图表 5 窄体飞机随机登机仿真过程



图表 6 窄体飞机按节登机仿真过程

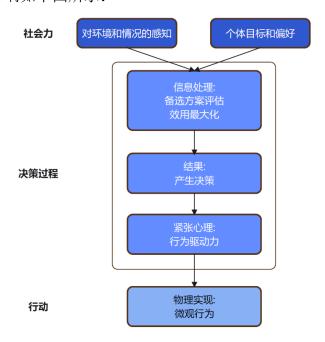
可以发现,本文的模型可以非常清晰的体现出实际登机过程中因为放置行 李等造成的冲突和拥挤。

5.3. 离机模型建立

在分析现实情况下的乘客离机行为时,尽管所有乘客的目标都是抵达出口,但本文发现乘客的离机在无约束情况下并不会出现所有乘客鱼贯涌入过道的情况,或者是有序组成队伍向出口行进的情况。相反地,处于不同位置的乘客决定在不同时间离开座位。基于此,本文认为仅使用一个元胞规则无法预测离机时乘

客的行为。因此,本文认为在原有的元胞自动机模型中引入一个全新的决策模型 来模拟乘客行为是必要的。

在阐明什么是决策模型,决策模型怎样工作之前,本文首先需要引入社会力的概念。1995年,计算社会学家 Dirk Helbing 发表了论文 Social force model for pedestrian dynamics。尽管这篇文章中的社会力模型被用于研究行人集群运动,但其内容对本文研究的乘客离机决策模型有着重大启发。他认为,行人的决策由于受到外力驱动而改变,从而改变了他们的运动状态,这便是社会力。其对行人的决策影响如下图所示:



图表 7 社会力决策模型流程图

经典的社会力模型被用于预测行人的运动轨迹,行人的运动状态受到人人排斥力,自驱动力和人物排斥力的影响而改变。人人排斥力是指行人与行人之间为了保持一定距离而具有的排斥力,其展开式为:

$$egin{aligned} f_{ij}\left(t
ight) &= f_{ij}^{soc}\left(t
ight) + f_{ij}^{~ph}\left(t
ight) \ &= A_i \cdot \expigg[rac{\left(r_{ij} - d_{ij}
ight)}{Bi}igg] n_{ij} + K heta(r_{ij} - d_{ij}) n_{ij} + K heta(r_{ij} - d_{ij}) \Delta v_{ji}^{~t} t_{ij} \left(d \leqslant r_{ij}
ight) \end{aligned}$$

在离机模型中,由于乘客在狭小的机舱中移动,而经典社会力模型中行人的移动范围要更加宽广,且行人可以自由向任意方向移动,因此原定义中的人人排斥力在机舱中对乘客决策的影响是微乎其微的。

行人在行走过程中始终受目的地的吸引,这种吸引在经典社会力模型中被具象化为自驱动力。乘客在离机时的决策同样受其目的地舱门的影响,区别是自驱动力可以改变行人的运动轨迹,但自驱动力只能改变乘客的决策。原自驱动力展开式为:

$$f_{i}^{\,0} = m_{i} \, rac{v_{i}^{\,0}(t) e_{i}^{\,0} - v_{i}(t)}{ au_{i}}$$

同样在原论文中被提到的人物排斥力是指行人主动避开障碍物的力,在离机模型中,狭小的机舱使得乘客在决策时不会过多考虑障碍物问题,因此离机模型

中的人物排斥力是可以忽略的。原人物排斥力展开式为:

$$egin{aligned} f_{iw}(t) = f_{iw}^{soc}(t) + f_{iw}^{ph}(t) \ = A_{j} \mathrm{exp}igg[rac{(r_{w} - d_{ij})}{B_{i}}igg] n_{iw} + K heta(r_{iw} - d_{iw}) n_{iw} + k heta(r_{iw} - d_{iw}) \Delta v_{wi} t_{iw} (d_{iw} \leqslant r_{iw}) \end{aligned}$$

经典社会力模型的适用范围是可以自由移动的平面空间,而乘客在离机时仅有能通过一人的过道可供选择。乘客在机舱内可能的运动状态是极为有限的,因此社会力对乘客的影响主要体现在决策上。乘客的决策为是否离开座位,社会力决策模型模拟的是乘客是否离开座位的决策过程,并依此可以推测出每个乘客决定离开座位的时间。乘客在决策时会综合考虑自己离开飞机的期望,避免打扰他人的期望,避免站立等待的期望和减少等待时间的期望。根据社会力模型,本文将影响乘客决策的这 4 个因素抽象为社会力的 3 个分解力:自驱动力 F_{sdr} ,阻碍力 F_{re} 和等待时间驱动力 F_{time} 。并以此来预测乘客的决策结果。

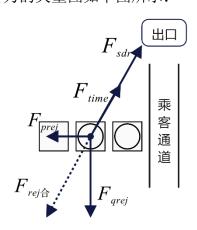
自驱动力体现了乘客自己离开飞机的期望和避免打扰他人的期望。当乘客离出口越远时,他们更倾向于等待,让坐在前面的乘客先离开,表现为自驱动力降低。故本文采用了指数函数的变式:

$$F_{sdr}\!=\!\!\left[egin{array}{c} e^{-h\cdot(P-x)} \ e^{-h\cdot(Q-y)} \end{array}
ight]$$

当乘客所在的 x 坐标和 y 坐标远离出口坐标(P,Q)时, F_{sdr} 变小。阻碍力主要包括了乘客避免站立等待的期望。当乘客坐在靠窗位置、行李较多或现在排队人数较多时,阻碍力 F_{re} 增大。减少等待时间的期望包含于等待时间驱动力里。现实中,等待时间的边际损失递减,即等待 30 分钟和等待 35 分钟的区别小于等待 5 分钟和等待 10 分钟的区别,所以本文采用对数函数来量化等待时间驱动力:

$$F_{time} = \sqrt{t- heta} \cdot rac{\left[egin{array}{c} e^{-h\cdot(P-x)} \ e^{-h\cdot(Q-y)} \end{array}
ight]}{\left\|\left[egin{array}{c} e^{-h\cdot(P-x)} \ e^{-h\cdot(Q-y)} \end{array}
ight]
ight\|}$$

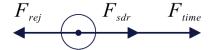
单个乘客所受到的社会力的矢量图如下图所示:



图表 8 个体乘客社会力受力分析

为了简化模型,本文在构建决策模型是只需要研究上述矢量的大小关系,不需要考虑更复杂的方向问题。因为当乘客在决定是否离开座位时,他们只会权衡

这些社会力分力的大小。因此在建立社会力决策模型时,本文将三个分解力看作标量来研究。下图所示为实际乘客决策时考虑的社会力:



图表 9 个体决策示意图

在确定决策条件时,本文参考了牛顿第一定律"惯性定律"在社会力模型上的应用。当乘客不受社会力或受到平衡的社会力时,乘客会保持原有的状态不变,也就是说,若三个分解力都为零,或 F_{re} 的大小等于 F_{sdr} 加 F_{time} 的大小,乘客都会继续在座位上等待。本文将乘客受到的 F_{re} 视作他的"最大静滑动摩擦力",将 F_{sdr} 和 F_{time} 视作他的"牵引力"。根据惯性定律在社会力上的应用,若 F_{sdr} 加 F_{time} 大于 F_{re} ,则乘客开始离机;若 F_{sdr} 加 F_{time} 小于 F_{re} ,则乘客继续在座位上等待。将上述理论写成公式,对于单个乘客而言,若

$$F_{sdr} + F_{time} + (-F_{re}) > 0$$

则该乘客将会决定离开座位开始离机,在下一时刻该乘客便会按照元胞规则 离开座位向出口移动。相应的,若

$$F_{sdr} + F_{time} + (-F_{rej}) \leq 0$$

则该乘客将决定继续在座位上等待,下一时刻该乘客所在的座位元胞将继续保持被占用状态,直到乘客做出离开的决定。

离机时乘客的目的地为飞机舱门,座位上的乘客最终想要到达舱门,于是乘客在做决策时会受到自驱动力 F_{sdr} 的作用, F_{sdr} 会驱使乘客从座位上离开。 F_{sdr} 的计算公式如下:

$$F_{sdr}\!=\!
ho+rac{\phi}{d^2}$$

其中 ρ 是自驱动力的基准量,所有乘客的目的地均为机舱出口,也就是说,所有乘客在其他因素不变的情况下,想要离开飞机的驱动力相同,这个基准自驱动力的值为 ρ 。在基准量的基础上,乘客座位位置距出口的远近也会影响自驱动力的大小,d的含义是乘客座位所在行与出口间的单位距离。假使乘客座位与出口很远,那么他对自己离开飞机所需时间的期望也就会更大,相较于临近出口的乘客,该乘客的自驱动力更小。d与 $F_{sdr}-\rho$ 成反比例关系。为了调整数量级,本文用系数 ϕ 与 $1/d^2$ 相乘。经计算,最终得到 ρ 为 1, ϕ 为 30。

 F_{re} 是阻碍乘客决定离开座位的力,它的作用会使乘客选择在座位上等待, F_{re} 的计算公式如下:

$$F_{rej} = rac{a \cdot n + b \cdot N^2}{v_{
m max}^2}$$

其中n的含义是机舱通道内实时的排队人数,n的增加会带来阻碍力 F_{re} 的增大。本文认为乘客在下飞机时有避免在通道内站立排队等候的期望,当过道内已经存在多人排队,尚在座位上的乘客就会预测到自己如果离开座位会等待较长时间才能下飞机。一般情况下,乘客会选择在座位上等候而不是在机舱内站立等候,

因此,排队人数增加时阻碍力增大了。 N^2 增大同样会带来 F_{re} 的增大,N是从乘客所在的座位移动到过道中间需要经过的人数,人数通过计算中间被占用的座位元胞数量得到。N的增大代表乘客当离开座位时,需要为该乘客让座的人数增加了。从心理学角度分析,麻烦他人让座增加了不必要的陌生人之间的交流,而人们会天然地避免这种无谓的熵增。从社会力的角度分析,乘客具有社会势能,会倾向于自发按照顺序离座,因为有序的结构往往更加稳定。 v_{max} 是指乘客所能达到的最大速度,代表着乘客的运动能力,运动能力强的青壮年乘客可能没那么在乎坐着等待与站立等待的区别,但是对于腿脚不便的老年乘客而言,他们可能就需要更多的考虑。因此, v_{max} 与 F_{re} 成反比例关系。与上文相似,此公式的系数a和b也用于调整数量级。经计算,本文最终得到a等于8/3,b等于3/2。

 F_{time} 是由于等待时间过久而产生的驱动力,其计算公式如下:

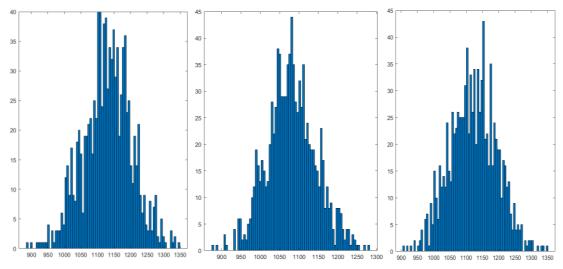
$$F_{time} = \left\{ egin{aligned} \sqrt{t- heta}\,, t \geqslant heta \ 0\,, t < heta \end{aligned}
ight.$$

此公式的含义是, θ 为乘客心理上可接受的等待时间阈值,在此等待时间阈值之内,乘客的决策不会被等待时间t影响,也就是说 F_{time} 为0。但当等待时间超过心理阈值之后,乘客的决策便会开始受等待时间驱动力 F_{time} 的影响。超出阈值的等待时间与 F_{time} 成 1/2 次幂关系,意味着 F_{time} 对决策的影响不会被时间增大而被过度放大。

6. 问题二

6.1. 窄体飞机下不同登机策略的比较

对于随机登机策略、按节登机策略和按座位登机策略,本文采用元胞自动机 在不同策略下进行了3000次的仿真模拟,最后得出三个登机时间频数分布图。



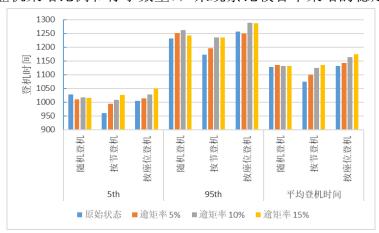
图表 10 不同策略登机时间频数分布图

	5th	95th	平均数	标准差
随机登机	1007	1248	1129.6	72.4886
按节登机	981	1187	1080.4	63.0263
按座位登机	1003	1235	1122.2	71.2558

通过横向比较它们的平均登机时间、实际最长时间和实际最短时间,本文发现按节登机策略稍显优势,约比另两种快 2.5%。此外,按节登机时间的分布较为稳定,因此航空公司采用这种策略对于登机时间的把控更加精确,高效。在现实中,人们通常误认为靠窗位置先登机的策略会较好,因为这种策略可以减少乘客座位相撞的次数。但是,通过观察和实验,按节登机策略大大减少了行李干扰发生的次数,即乘客因为前面乘客在放置行李而被迫等待的情况。这种干扰强烈到能影响所有的乘客,而让座干扰大部分只会干扰到同一排的乘客,并不会造成整体登机时间的大幅改变。

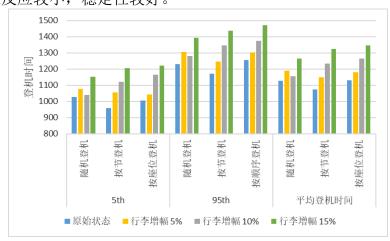
6.2. 有关逾矩乘客比例与平均行李携带数的灵敏度分析

为了从多角度确定最佳的登机策略,本文通过改变元胞自动机中的参数大小(乘客违反登机策略比例和行李数量),来观察比较各个策略的稳定性。



图表 11 逾矩率灵敏度分析

在对违反登机策略的乘客比例进行灵敏度分析时,随机登机策略、按节登机策略和按座位登机策略的平均时间波动范围分别为 7.69,61.48 和 41.96。随机登机策略的波动小主要源于乘客的逾矩率上升本质上是更多乘客违反登机策略,而随机登机对乘客的登机顺序并没有强规则,所以逾矩率并不会影响随机登机策略下的登机时间。对于另外两种登机策略,按座位登机策略的平均登机时间对逾矩率的变化反应较小,稳定性较好。



图表 12 行李数量灵敏度分析

在另一变量行李数量的改变下,随机登机策略平均时间波动最小,仅有 136.66,其次是按座位登机策略,最后是按节登机策略。

总的来说,在对这两个变量进行灵敏度分析时,随机登机策略模型表现得最

好,按座位登机策略其次,按节登机表现得最差。但是在实际情况下,乘客携带行李量很大时,他们多会购买托运服务,以使旅行更加舒适,方便。并且比较数据,采用按节登机策略每次登机的平均时间依旧相对较少。所以,本文认为按节登机策略是这三种登机策略中最好的。

6.3. 行李数量显著增加时的模型灵敏读分析

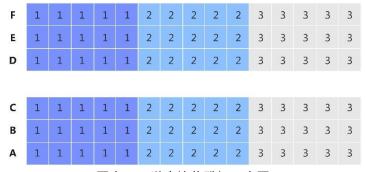
		原始状态	行李数量	
	_	原知仏芯	200%	300%
	5th	1028	1400	1756
随机登机	95th	1232	1664	2068
旭机豆机	平均数	1127. 79	1546. 14	1914. 58
	标准差	65. 90	79. 50	90. 10
	5th	960	1450	1889
+☆ ±+ 茲 +⊓	95th	1173	1685	2150
按节登机	平均数	1074. 45	1568. 80	2027. 15
	标准差	59. 00	73. 70	84. 60
	5th	1005	1399	1744
+☆ 。☆ √⇒ ₹Ў +□	95th	1257	1655	2048
按座位登机	平均数	1132. 16	1531. 24	1899. 82
	标准差	72. 80	73. 30	88. 60

图表 13 行李数量显著增多时的策略分析

登机中的行李干扰次数与行李数量息息相关。在乘客携带更多行李的情况下,任何策略下的时间都会增加。本文分别将行李数量提升至 200%和 300%,根据时间分布图得知,随机登机策略的平均时间变化量最少,航空公司采用这种策略会更容易地控制时间。然而在平均时间的数据上,按节登机在乘客行李较少时,略占优势。总而言之,在行李数量不确定的情况下,并不能确定一个最好的策略。本文建议航空公司在乘客行李较少时,采用按节登机策略;乘客携带较多行李时,采用按座位登机。

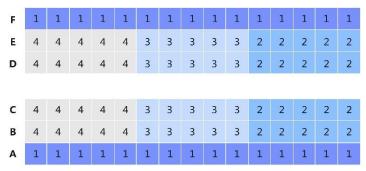
6.4. 两种新的登机方法评估与比较

在原来三种登机策略的基础上,本文又观察了另两种新登机策略的可行性。 逆序按节登机策略:将机舱等分为三个部分,座位最靠近入口的乘客先登机, 座位在中间的乘客再登机,座位离入口最远的乘客最后登机。



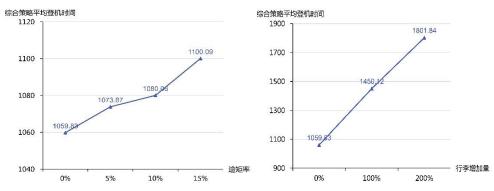
图表 14 逆序按节登机示意图

靠窗优先-按节综合登机策略:坐在靠窗位置的乘客先登机,剩余乘客依照按 节登机策略依次登机。



图表 15 靠窗优先-按节综合登机策略

本文在采取逆序按节登机进行初步仿真模拟时,观察到这种策略下的登机平均时间要远大于原先三种登机策略,故不深入研究逆序按节登机策略。而靠窗优先-按节登机综合策略在本文的简单模拟下,发现其比原先三种的登机策略所需要的登机时间都要短。接着本文再对该策略进行灵敏度分析,以判断该模型的稳定性。



图表 16 靠窗优先-按节综合登机灵敏度分析

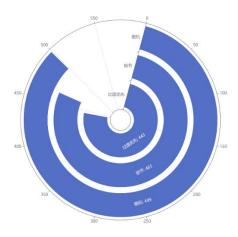
横向对比发现,无论逾矩率和行李数量的值,只要在相同条件下,采用靠窗 优先-按节登机综合策略登机所消耗的时间都是最少,且标准方差较小。并且纵 向比较,当逾矩率在 0%至 15%波动时,该综合登机策略平均时间波动范围仅有 3%; 当行李数量增至 300%时,平均时间波动仅为 742.01。

故本文最推荐的登机策略为靠窗优先-按节综合登机策略。

6.5. 离机策略分析

登机模型中不同的结构化登机策略的目的是一致的,即减小过道干扰和座位 干扰导致的登机时间延长。在离机模型中,结构化离机策略同样要考虑如何减小 过道干扰和落座干扰。和登机模型相同,乘客在离机的过程中同样需要从收纳架 上拿取行李,这就导致了过道干扰的出现,而不靠近过道的乘客也同样需要靠外 的乘客让座才能离开座位。因此,和前文提到的登机策略相似,本文提出了两个 可行的离机策略,分别是从后往前按节离机策略和靠近过道优先的离机策略。

本文将无结构的随机离机与提到的两个离机策略带入社会力决策模型中,运算得到不同策略乘客全部离机所需的总时间,分别是:随机离机 499 单位时间 (约 10 分钟),按节离机 465 单位时间 (约 9.3 分钟),过道优先离机 443 单位时间 (约 8.9 分钟)。下图清晰地比较了三种离机策略耗时长短:

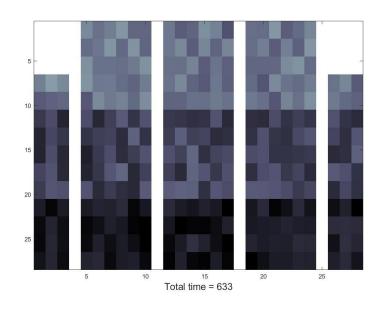


图表 17 三种离机策略时间比较

根据比较出的总耗时结果显示,在本文的社会力决策模型下,过道优先的离 机策略是最优的。

7. 问题三

在窄体飞机的情景下,飞机的长度远大于宽度,因此乘客通道的长度较长,若进入的乘客在飞机较前部分就坐,则其存放行李和落座的行为会影响所有后面进入的乘客,从而影响登机效率。因此,本文推测从飞机尾部到头部方向依次就座的登机策略可能更适应窄体类型的飞机。



图表 18 飞翼飞机按节登机仿真

飞翼型客机有多个乘客通道,增加了同一时间内入座乘客数量,多队列使得登机效率提高。但需要注意是,飞机中部同排座位更多,则乘客落座时可能发生更多的座位冲突。并且,靠窗先入座的登机策略可能不再具有独特优势。



图表 19 双通道-双入口客机仿真

双入口双通道的飞机和前两种飞机有共通性,增加的通道提高了乘客进入机舱的速率,双向的入口使得乘客可以自然地同时填充飞机头部和尾部的座位,使登机更加高效。然而,双向入口可能出现 A 入口进入的乘客向 B 入口附近的座位前进,造成人流的交叉拥堵,由于该现象并不普遍,因此在本文模型中不考虑。

通过总结以上三种机型的特点,模型中依然运用元胞自动机仿真飞机登机情况,比较了三种机型情况下的五种登机策略。其中,针对每一种机型和策略,本文均进行了200次的计算,得到以下结果,通过综合分析四组数据来综合评价各个模型。



图表 20 不同飞机不同策略下的平均时间



图表 21 不同飞机不同策略下的时间标准差

上图中展示了同一机型的五种登机策略效果,结果发现:

- 1)每一种飞机类型中,最优登机策略都为靠窗优先-按节综合登机策略。
- 2) 按节登机和靠窗优先-按节综合登机策略的波动更小,比较稳定。

经过计算,若以随机登机策略为基准,即无特殊登机策略,则靠窗优先-按节登机策略在三种机型上分别节省了6%,8.6%,14.6%的总时间。

若将模型中的单位时间换算为实际时间单位,则每种机型的最快的登机时间分别为 21.2 分钟,12.1 分钟,和 14.7 分钟。

将离机模型的三个不同策略分别应用于三种不同机型上,运用元胞自动机进行仿真计算,得到离机的时间:



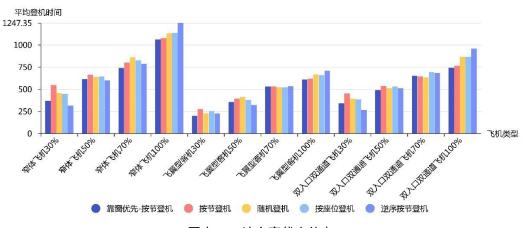
图表 22 不同飞机不同离机策略下离机时间

结果发现,对于窄体客机和双入口双通道飞机,过道优先的离机策略优势明显,分别将离机时间缩减了11.2%和25.1%;而离机策略对飞翼型客机的离机时间影响不大,三种策略基本相同。估算得到三种机型的最快离机时间分别为8.8分钟,6分钟,5.18分钟。

8. 问题四

8.1. 登机情况

在新冠疫情的大环境下,客流量会相应减少。乘客在登机过程中,因为乘客座位相对分散,他们之间的干扰也会相应减少。航空公司原先采用的登机策略可能并不适用于当前的环境。本文运用元胞自动机为三种机型各做了4000次登机仿真模拟,粗略得出在不同策略和不同客流量下登机平均花费的时间。

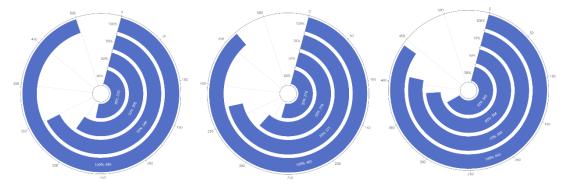


图表 23 综合客载率信息

通过数据比较,这三种机型所适用的登机策略有一定的相似性。飞机满载时,靠窗优先-按节综合登机策略为最优策略;在客载率为70%时,靠窗优先-按节综合登机策略在三种机型中均有较好的表现,相较其他策略,至少节省2%的时间;在客载率为50%时,策略发生相应的变化,飞翼飞机和双入口-双过道飞机仍采用综合登机策略,对于窄体飞机,逆序按节登机则有较优的结果;在客载率为30%时,飞翼飞机继续采用综合登机策略,窄体飞机和双出口,双过道飞机采用逆序按节登机策略。

8.2. 离机情况

同样的,本文比较了三种离机策略在客载率限制为 100%,70%,50%和 30%时所耗的总离机时间。客载率 100%时最优离机策略为过道优先。



图表 24 三种离机策略在不同客载率下的离机时间

对于所有的三种飞机而言,尽管随机离机在满员的情况下总耗时最长,但随着机舱内乘客数的减少,其总耗时与其他两个结构化登机策略相比甚至更少。当人数被限制在70%以下时,随机登机耗时最少,分节离机其次,过道优先再次之。因此,在疫情期间,如果机舱总人数被控制在70%以下,那么航空公司应当考虑让乘客随机自行离机,以此来压缩离机时间。上图为在限制不同人数的情况下,窄体飞机三种离机策略的总耗时对比。

9. 优缺点分析

对于登机模型,本文采用了基于元胞自动机的仿真模型,该模型在经典登机模型的基础上建立具有创新性的元胞特征和规则,清楚体现了元胞对邻居元胞的影响(如登机队列中前方元胞的运动状态会影响后方,使其减速或停止),更接近实际情况。不仅如此,本文更换并调整了对每个乘客存放行李和落座行为模式的模拟,在落座行为中增加了对座位冲突干扰的考虑,即乘客到达其座位排后挤入座位的行为造成了该排座位的封锁,因此将落座时间同样计入总时长内。同时,本文考虑了携带行李数量对乘客行进速度的影响,从而全面考虑所有干扰情况。然而,该模型在处理更复杂的随机乘客微观行为方面有所欠缺,因为模型并没有将一些突发的随机情况纳入考虑,比如乘客落座后再次移动,或者有乘客迟到等。因此模型结果和实际情况有误差,基本考虑接近理想状态的登机情况。

对于离机模型,本文采用基于社会力决策的元胞自动机模型。基于社会力模型中三个社会力进行改进,本文调整为适应离机情况的三个影响乘客是否选择排队离机的决策力。社会力模型作为基于牛顿经典力学的衍生,关注于事物更本质的运动规律,更客观合理。该模型兼具社会力模型对人群宏微观行为的模拟和优秀的排斥力体现,同时考虑到乘客等待意愿,以此为决策条件,来确

定每个微观乘客的离机排队决策。模型的不足在于,乘客具有多样性,使得每个乘客对自驱动力、排斥力和等候意愿影响力的权重大小不同,即每个乘客的决策条件有细微差距,可能造成结果与现实的偏离。

10. 结论

问题一中,通过分析实际问题,本文发现可以通过元胞自动机仿真过程和社会力模型对乘客登离机的情况进行模拟。因此,本文首先将机舱抽象建模为有边界的元胞空间,通过分析归纳乘客的登机、离机过程,抽象出其特征作为元胞特征,并且根据乘客运动条件和干扰设置为元胞自动机的基本规则。随后,对于不同的登离机策略,本文将其具像化为不同的元胞自动机规则,使模型最终能达到预测登离机时间和找最优策略的目的。

问题二中, 本文首先将窄体客机的规格数据代入到模型中, 并且分别在三 种登机策略(随机登机、按节登机、按座位登机)下仿真计算了1000次,取平 均值后得到结论: 按节登机策略在窄体客机情况下稍显优势, 约比另两种快 2.5%。考虑到不守规则的乘客占比和该航班乘客平均携带行李数量会对登机时 间产生误差和影响,因此本文调整参数后再次模拟,发现当有15%的乘客不遵 守登机策略时,登机时间增加约3%。乘客携带行李增加一倍时,登机时间增加 了34%,增加两倍时,时间增加了80%。当逾矩率增加,按节登机策略的优势不 再明显,但仍为最优策略:当平均行李数量增加时,按节登机和按座位登机的 效率大大降低,随机登机策略成为最优。除此之外,本文又考虑了两个新的登 机策略: 靠窗优先-按节综合登机策略和逆序按节登机策略。当本文将五个策略 再次横向对比发现,无论逾矩率和行李数量的值,只要在相同条件下,采用靠 窗优先-按节登机综合策略登机所消耗的时间都是最少, 且标准方差较小。对于 离机策略,本文考虑了随机离机、过道优先离机和按节离机三种策略。通过元 胞自动机拟真计算得到三种策略的离机时间分别为10分钟,8.9分钟,9.3分 钟,在本文的社会力决策模型下,让靠近过道的乘客优先离机的策略是最优的 离机策略。

问题三中,将五种登机策略分别代入三个机型进行计算,发现靠窗优先-按节综合登机策略在每种机型都为最优策略,在双入口-双通道大客机机型上优势最明显,提速 14.6%。估算出每种机型的最快的登机时间分别为 21.2 分钟,12.1 分钟和 14.7 分钟。对于窄体客机和双入口双通道飞机,过道优先的离机策略优势明显,分别将离机时间缩减了 11.2%和 25.1%;而离机策略对飞翼型客机的离机时间影响不大,三种策略基本相同。估算得到三种机型的最快离机时间分别为 8.8 分钟,6 分钟,5.18 分钟。

问题四中,疫情政策影响,客机的客载率受到限制。计算后发现:对于登机策略,飞机客载率在70%及以上时,靠窗优先-按节综合登机策略为所有机型最优策略;当客载率在50%以下时,窄体飞机最优策略变为逆序登机策略;当客载率在30%时,飞翼飞机继续采用综合登机策略,窄体飞机和双出口,双过道飞机采用逆序按节登机策略。对于离机策略,飞机客载率在70%及以上时,过道优先离机策略为最优策略;在70%以下时,随机离机策略为三种机型的最优策略。

11. 参考资料

- [1] Van Landeghem, H., & Beuselinck, A. (2002). Reducing passenger boarding time in airplanes: A simulation based approach. European Journal of Operational Research, 142(2), 294-308.
- [2] Von Neumann, J. (1951). The general and logical theory of automata. Cerebral mechanisms in behavior, 1(41), 1-2.
- [3] Helbing, D., & Molnar, P. (1995). Social force model for pedestrian dynamics. Physical review E, 51(5), 4282.
- [4] Steffen, J. H., & Hotchkiss, J. (2012). Experimental test of airplane boarding methods. Journal of Air Transport Management, 18(1), 64-67.
- [5] Bazargan, M. (2007). A linear programming approach for aircraft boarding strategy. European Journal of Operational Research, 183(1), 394-411.
- [6] Shang, H., Lu, H., & Peng, Y. (2010). Aircraft boarding strategy based on cellular automata. Journal of Tsinghua University Science and Technology, 50(9), 1330-1333.
- [7] Notomista, G., Selvaggio, M., Sbrizzi, F., Di Maio, G., Grazioso, S., & Botsch, M. (2016). A fast airplane boarding strategy using online seat assignment based on passenger classification. Journal of Air Transport Management, 53, 140-149.
- [8] Wald, A., Harmon, M., & Klabjan, D. (2014). Structured deplaning via simulation and optimization. Journal of Air Transport Management, 36, 101-109.

尊敬的航空公司主管:

您好,感谢您百忙之中阅读这份信件。

这封信来自 IMMC 数学协会的研究者,我们的最新研究是一项关于飞机登机、 离机策略的模型,依据研究结果给您呈递一些相关的建议。

飞机作为重要的公共交通工具,对时间规划的精准度要求极高。其中飞行时间和降落时间较为客观,易调控,而乘客的登机和离机所花费的时间容易受人为主观因素的影响。因此,相关工作者一直致力于改进相关模型和登机策略来使得到的结果更适用于现实中的多种场景。我们团队的研究在前人所提出的一些登机策略的基础上进行优化,综合提出了新的登离机时间预测模型,并针对不同的环境条件得出登离机所需要的时间和相应的最优登离机策略。

这封信将包含三个内容: 乘客登机离机的基本原理、我们的研究成果和建议。 一, 乘客登机离机的基本原理

每个个体乘客在登机时都将经历进入机舱、移动到所在座位、在行李架上存放行李、落座这四个行为,然而所有乘客在一个群体中会产生对其他个体的影响,我们将这种影响标记为干扰。研究中我们考虑的干扰主要有三个:行进干扰、行李存放时间干扰和落座干扰。我们根据现实情况更改了模型中的规则,并运用元胞自动机来仿真乘客的行为,记录每一次完整仿真的总时长来预测登机时间。

离机过程的研究中,我们将社会力模型与先前模型相结合进行三种机型、三种策略下的计算机仿真模拟,并分别计算出乘客离机需要的时间。

二,我们的研究结果

对于窄体客机、飞翼型客机和双入口双通道大客机三种机型,我们分别仿真模拟了每种机型环境下的五种登机策略(随机登机、按节登机、按座位登机、靠窗优先-按节登机、逆序按节登机)。研究结果表明,靠窗优先-按节综合登机策略在任意一种机型上都表现良好,逆序按节登机在任意机型上都表现较差。从策略的稳定性来看,依然是靠窗优先-按节综合登机策略最优秀。估算出每种机型的最快的登机时间分别为 21.2 分钟,12.1 分钟,和 14.7 分钟。其次,乘客携带行李增加一倍时,登机时间增加了 34%,增加两倍时,时间增加了 80%。当有 15%的人不遵守登机策略时,登机时间增加约 3%。而疫情政策下,载客量大于 70%时,对各机型的最优登机策略仍是靠窗优先-按节综合登机;在载客量小于 70%时,逆序按节登机显现出优势。

研究中我们考虑了三种离机策略(随机离机、过道优先离机、按节离机), 仿真得到过道优先策略是三种机型的最优离机策略,三种机型的最快离机时间分 别为8.8分钟,6分钟,5.18分钟;疫情之下,当客载率在70%以下时,飞翼型 客机和双入口双过道客机的最优离机策略应调整为随机离机策略。

三,对贵公司的建议

推荐使用靠窗优先-按节综合登机策略,即在登机时先让乘务员引导靠窗的乘客登机,靠过道的乘客再分区登机,能够最小化登机时间。同时,对于远距离长途飞行,合理推测乘客平均行李数量更多,需要预留出更多的时间登机、离机。对于离机,我们推荐使用过道优先离机策略。但当客载量小于70%时,我们建议让乘客自由离机,即采用随机离机策略。最后,不遵守规则的乘客出现的概率和突发情况的概率实际上影响较小,不需要着重考虑。

希望我们的建议能对贵公司航班登离机时间规划有所帮助,再次感谢您的仔细阅读。

来自 IMMC 的研究团队