

## 区块链如何帮助商户社区联盟推动商业价值

### 摘要

传统积分系统一直是零售业与服务行业中重要的组成部分，但系统规模的增大与企业间流通需求的增多，使中心化管理的传统积分系统管理难度上升，且其不透明性造成客户信任度下降。随着区块链技术的逐渐成熟，其去中心化和可追溯性弥补了传统系统的缺陷，成为管理积分联盟更好的选择。联盟链作为区块链其中一支，限制特定节点加入联盟的准入机制相较公有链和私有链更符合积分联盟的特征，成为积分联盟背景下最好的选择。本文研究了基于联盟链的成熟积分联盟体系，在两种应用场景下分别建立模型，衡量积分系统为商户带来的利益并决定商户之间利益分配问题。

在一对一联盟问题中，本文根据相关文献，将直接与间接影响积分系统给商户带来的收益的因素处理归纳为激励效益、佣金收入与广告效益三个部分。并且依据两商户的客户相关性在积分合作中的变动与否，分别建立了短期与长期微分方程模型。对其向量场进行可视化处理之后，进一步分析一对一联盟中两商家的受益情况随各商户销售额和商户之间客户相关性变化的趋势。

在多对多联盟问题中，本文研究并学习了当下成熟的开源联盟链体系。结合 FISCO BCOS 区块链的特征和架构，本文在一对一联盟的基础上进行推广，确定了影响整体联盟效益的正负指标：销售收入指数、客户忠诚度指数和成本指数。本文利用 AHP 层次分析法，构建层次结构与判断矩阵，确立了各指标对总效益的权重大小。最后，建立了对于多对多联盟积分体系收益的综合效益函数，依据联盟总利益最大化的原则，运用多起点梯度下降算法对综合效益函数进行编程求解最大值。

在处理基于商户价值的利益分配问题中，本文参考了几家成熟的大型积分联盟后，确立了每个商家对于积分联盟重要性的四个因素：商家体量，发展潜力，广告效益和风险评价。并对应选取了六个指标量化四个因素：年营业收入，年营业收入增长率，年利润率，年利润增长率，销售成本以及风险评级指数。并且结合 TOPSIS 综合评价模型与 K-means 聚类算法，提出一套具有强适应性的商户联盟利益划分模型框架，可以适用于任意构成，任意大小的积分联盟中的商户价值分配问题。作为演示，本文收集整理了 30 家不同类型，不同大小商户的财务年报；从 Yahoo ESG Risk Rating 数据库中收集这 30 家商户的风险评级。从中提取出本模型中使用的因素的数据，利用本文提出的模型对各商户进行评分与聚类分析以形成联盟等级制度。最后，通过分配公式确定每一等级中每一商户应得奖励积分占比。

值得一提的是，本文着重于建立有着强适应性的通用模型，而并非针对一种单一或者特殊情况而建模。因此，我们的模型具有更好的实用性，可以更好的运用到不同的情境当中，发挥更大的作用。

**关键词：**区块链 联盟链 积分系统 客户忠诚度 AHP 层次分析法 微分方程模型 TOPSIS 分析法 K-means 聚类 梯度下降法

## 目录

1. 引言 .....	3
2. 问题重述 .....	3
3. 基本假设 .....	3
4. 符号约定 .....	4
5. 一对一联盟 .....	5
5.1. 问题分析与商户如何从这样的联盟中收益 .....	5
5.2. 参数与指标的选取与确定 .....	5
5.3. 模型的建设 .....	6
5.3.1. 短期模型 .....	6
5.3.2. 长期模型 .....	7
6. 多对多联盟 .....	9
6.1. 问题分析 .....	9
6.2. 因素的选取与权重的确定 .....	10
6.3. 模型的建立 .....	12
6.4. 最佳商家的分析与求解 .....	13
6.5. 商家年收入和利润的变化对联盟模式的影响 .....	14
7. 商户价值分析模型 .....	15
7.1. 问题分析与指标确定 .....	15
7.2. 模型建设 .....	15
8. 灵敏度分析 .....	17
9. 优缺点分析 .....	19
10. 结论 .....	19
11. 参考资料 .....	20

## 1. 引言

积分系统作为零售业和服务业重要的保持客户忠诚度的手段，一直是传统企业们构建营销系统中绕不开的一环。北美的 Tesco，日本的 7-Eleven 等，都构建并运营了自己庞大并且完善的积分激励系统，为联盟带来了丰厚的收益。但传统行业所使用的积分系统，仅可以在本企业企业的不同分店兑换和使用，并不能满足不同企业之间构成的积分联盟的需求。2008 年 10 月 31 日，一个署名为中本聪 (Satoshi Nakamoto) 的 ID 用一篇九页的论文提出并给出了区块链的概念[1]，公链就此诞生。

但公链的许多特性使其并不能很好的运用在积分联盟中：利用工作量证明作为共识机制消耗了大量无意义的算力；防止审查的初衷变得没有意义。联盟链，作为一个新的区块链类型，很好的适配了积分联盟的需求。在共识方面，联盟链与公链有着显著的差异。联盟链将少数同等权力的参与方视为验证者，而不是像公有链那样开放的系统，让任何人都可以验证区块。从这里开始，系统规则的制定非常灵活：链的可见性可以限制于验证者、授权人员或所有人都可以看到。只要与验证者达成共识，就可以轻松的进行修改。至于区块链的功能，如果这些参与者都能够按照预设门槛诚实行事，则系统不会发生任何问题[2]。

## 2. 问题重述

IMMC 联盟集团要求我们在去中心化忠诚度积分系统的背景下，基于以下两种商户联盟场景，分别确定影响商户从积分系统受益的因素并建立数学模型以衡量商户的收益模式。

### 场景一：一对一联盟

两个商户互相发放奖励积分，双方客户消费后获得积分到另一商户处兑现积分，兑现处商户给发行商户支付佣金，该模式促进联盟利益共同增长。

### 场景二：多对多联盟

多个商户自行组成奖励积分联盟，商户发行统一的积分，该积分可以到联盟中任意一个商户处兑换。

基于以上两个场景，我们需要完成以下 4 个任务：

1. 确定影响一对一联盟形成的因素并建立数学模型衡量一对一联盟中每个商户由积分联盟带来的年收入变化。
2. 确定影响多对多联盟形成的因素及其重要性，以研究多对多联盟最佳商家数量存在的可能性并确定数量。
3. 探究商家年收入和利润对联盟模式的影响。
4. 确定多对多联盟中商家奖励积分分配的影响因素，并建立数学模型决定商家奖励积分分配模式。

## 3. 基本假设

- 1) 模型中所有考虑的成本均为机会成本，既包含了会计成本和隐性成本。
- 2) 积分联盟中的企业均处在一个封闭系统当中，既各个公司的销售额只会因为积分联盟的收益而提升。
- 3) 企业的销售额单一决定了其体量大小与其知名度，本文不考虑销售额与体量大小呈非常规状态下的。
- 4) 消费者兑换积分时带来的激励效应与其兑换的积分成正比，激励效应带

来的收益为除开若不发行积分时整个系统

- 5) 系统中的积分不会因为外界原因而失效,如遗失等非常规行为不计入考虑范围。
- 6) 企业年报中提供的数据均为真实数据,本文不考虑因人为原因造成的数据造假与隐瞒。
- 7) 企业的销售相关统计数据可以代表其在各方面的能力以及潜力。
- 8) 积分在使用时必然会带来附加的消费或与消费相关的行为。

#### 4. 符号约定

符号	实际含义
$x$	$x$ 商户的年销售额
$y$	$y$ 商户的年销售额
$R$	$x$ 和 $y$ 商户的客户相关性
$w_x$	积分实际利用效率
$E_{x_x}$	$x$ 商户的返积分比,即消费奖励积分与消费额的比值
$c_x$	$x$ 商户使用积分的机会成本
$Si$	商户平均销售额指数
$Wd$	联盟客户群广度,即联盟中客户群的丰富性
$Dp$	联盟客户群深度,即联盟中客户群的体量大小
$N$	联盟商家数量
$Cp$	积分系统复杂度
$Sl$	总销售额指数
$n$	积分分配模型中的聚类类群总数量,即联盟分级数量
$X_i$	第 $i$ 等级商家的积分分配总占比
$k$	该等级层中的商家数量
$C_{ij}$	第 $i$ 等级中第 $j$ 商家的 TOPSIS 综合评分
$P_{ij}$	第 $i$ 等级中第 $j$ 商家的积分分配占比

## 5. 一对一联盟

### 5.1. 问题分析与商户如何从这样的联盟中收益

一对一联盟中两个商户通过互相发行、兑换奖励积分来促进各自业务的增长。由于 B 商户向 A 商户发行奖励积分，A 的客户在 A 处消费获得奖励积分后需要到 B 商户使用积分，积分带来的激励效应则促进客户在 B 处消费，B 商户销售额增加，反之同理。同时，由于客户累计消费越高，积分兑换的价值越大，客户的满意度则越高，使客户忠诚度增加。而一对一联盟的存在扩张了客户积分使用的范围，客户拥有了更多消费选择，实质上进一步增加了积分的价值，使客户忠诚度进一步增加，更有意愿在积分联盟中的商户进行消费，因此使商户获益[3]。

换言之，A 与 B 在成立积分联盟后共享了部分客户群体，而积分兑换的价值上涨，因此初步猜想联盟成立后客户忠诚度上升使得 A 与 B 的收益都上升。根据该猜想，进一步确定影响商户形成联盟的因素。

### 5.2. 参数与指标的选取与确定

因为模型中的公司均处在一个封闭的系统当中，因此只有积分系统带来的收益会对公司的销售额带来影响。由此得知，只需要考虑积分系统对公司销售额的提升，和影响积分系统对销售额提升的效率这两个综合的因素。

积分系统实质上是客户忠诚度系统一部分，本质上是对于消费者的行为的一个激励手段，主要通过金钱上的直观量化的手段，对消费行为进行激励。Tesco 零售公司的积分系统是该领域内的经典例子，通过对其系统解读的相关书籍[4]，与生活中消费经验的结合，积分系统对于销售额的提升主要体现在两方面：积分兑换带来的激励效应与积分政策带来的广告效应。



图表 1 积分效应流向图

影响附加消费收益的因素主要有**积分兑换率**： $w$  与 **佣金比例**： $bk_g$ ，

其中积分兑换率越高，就表明有越多的积分被转换成了销售额，激励了越多的消费者进行附加消费，而佣金比例则决定了在固定的积分被使用的情况下，企业能够获得的实际消费额增益有多少，越高的佣金比例表明企业获得的实际收益越少。

影响积分使用率的因素有**业务相关性** $R$  **积分汇率** $Ex$  和**积分兑换难度** $c$

其中业务的相关性决定了两家企业的消费者的相关性，相关性越大，代表他们面向的群体越类似，愿意兑换积分的人群比例就越大。积分汇率代表返还积分价值占消费的百分比，百分比越大代表消费者能从兑换积分中取得的好处就越大。

而积分兑换难度则代表了兑换积分的门槛和难易程度，其量化后代表了使用该积分的机会成本的大小。

影响广告效应的因素是积分发行方的**体量大小**： $\ln(x)$  or  $\ln(y)$ ，

在一对一联盟模型当中，一方从积分发行体系中或得到的广告营销效应，基本上取决于另一方（积分发行方）的体量大小决定，对方的销售额越大，发行的积分就会更多，另一方因此收到的广告效应也就越大。

### 5.3. 模型的建设

在积分系统的实际运作过程当中。封闭系统内的企业销售额的唯一增长途径就是积分系统带来的收益，由于一对一模型的特殊性，一方从积分系统中的收益实际上大部分由另一方的销售额而决定。一对一联盟中两方企业的规模差距也很大程度上对其行为造成影响。此外，由于销售额的数据具有连续性，积分系统给的运行时间也有一定长度。因此，我们建立了关于企业X和企业Y销售额的微分方程模型。

#### 5.3.1. 短期模型

##### 5.3.1.1. 模型的建设

在短期内，两家企业的企业相关性并不会因为积分这一激励机制而改变，所以其两家公司的积分兑换率都是一个定值，并不会因为时间的变化而变化，而一方企业的销售额增量，由另外一方的销售额与汇率（返还积分与实际消费之间）和积分兑换率的乘积成正比，另外一方成功兑换的积分返还的佣金也作为收入的一部分，还有来自对方销售额的广告营销收益。

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \cdot w_y \cdot (1 - bkg) + x \cdot w_x \cdot bkg + \ln(y) \\ \frac{dy}{dt} = x \cdot w_x \cdot (1 - bkg) + y \cdot w_y \cdot bkg + \ln(x) \end{cases}$$

$$w_x = R \cdot Ex_x \cdot \frac{1}{c_x}$$

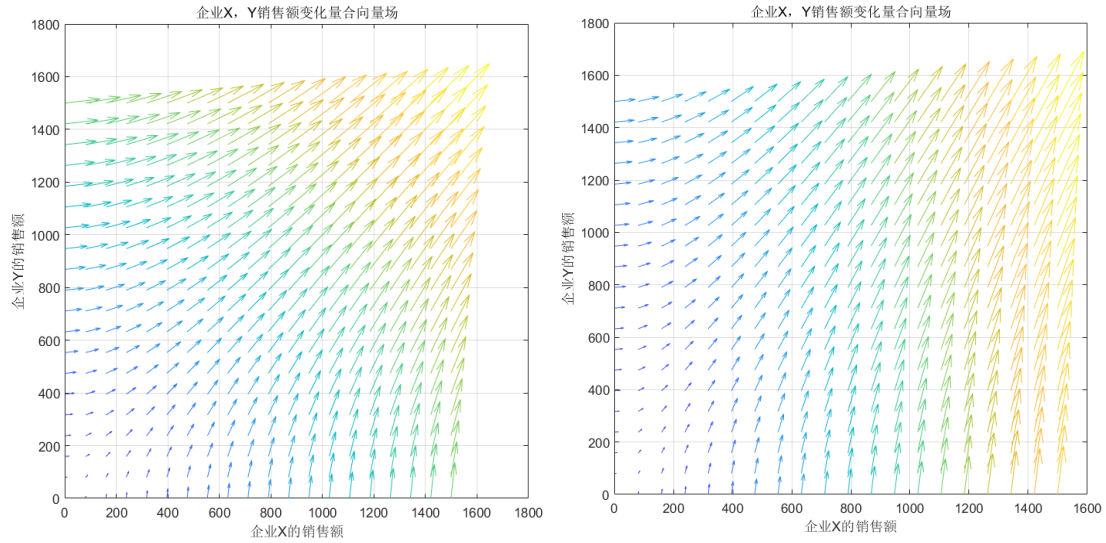
其中 $dx$ 和 $dy$ 是两企业各自的销售额增量， $y$ 是X企业由于积分带来的附加消费增益， $y$ 为另一家企业的销售额， $w$ 代表实际X企业实际兑换的了自己委托Y企业发行的积分的比率（已包含积分与实际价值的汇率）。

而 $bkg$ 则代表了佣金比例。则代表了X企业帮助Y企业发行积分所得到的佣金。 $\ln(y)$ 则代表了决定X企业受到广告效应的因素：Y公司的体量大小。在实际情景当中，销售额的大小与带来的广告效益并不是完全的线性上升，其上升速度会越来越慢，故对其销售额取对数处理，防止极端值的影响。而决定兑换率的 $R \cdot Ex_x \cdot c_x^{-1}$ ，对具有负向影响的积分使用成本做正向化处理，其与企业相关性和汇率的乘积决定了积分兑换率。

##### 5.3.1.2. 模型结果与分析

将方程导入 Matlab，进行编程后求出在不同积分兑换率 $w_x$   $w_y$  取值组合下，

该微分方程的斜率场。



图表 2 积分兑换率相近时向量场与积分对话率不相近时向量场

可以观察到在积分兑换率相近，如图 1 所示，该积分系统对各企业影响较为均衡；但是在积分兑换率相差较大，该积分系统会对具有更高积分兑换率的企业更有利。在短期模型内，积分兑换率的值，对方程的形式有很大的影响。此外，对于一开始并不均衡的两企业销售额数据，他们的最后会走向合作共赢，双方的总销售额和各自的销售额都稳步的增加。

### 5.3.2. 长期模型

在实际积分系统的运作当中，一对一联盟的两方企业的企业相关性会随着积分系统的运作而改变，双方合作越紧密，就有原本仅属于一方的客户逐渐变成两方共同的客户，增加两个企业的相关性。例如航空公司X与酒店Y开展一对一联盟积分活动，本来并不是Y酒店的用户就会更多的选择Y酒店，本来不是X航空公司的用户的消费者会更倾向乘坐X公司的飞机出行。此外，相关性的增长速度并不是线性的关系，其速度的增长在双方相关性极小时较慢，再随着相关性的增大，速度增快，最后又随着相关性趋于一个上限而减小。所以其关系更符合 Logistic 关系，故我们选用 Sigmoid 函数型来反映积分系统带来的收益与相关性增长之间的关系。

$$\text{Sigmoid}(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

为了使得有效定义域贴合本模型的有效定义域，模型中使用的 Sigmoid 函数进行了函数变化。下文所提到的 Sigmoid 函数均为变换后的 Sigmoid 函数。

$$\text{Sigmoid}_{\text{new}}(x) = \frac{1}{1 + e^{-0.05(x-80)}}$$

该函数可以更好的适用于本模型。

### 5.3.2.1. 模型的建立

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \cdot w_y \cdot (1 - bkg) + x \cdot w_x \cdot bkg + \ln(y) \\ \frac{dy}{dt} = x \cdot w_x \cdot (1 - bkg) + y \cdot w_y \cdot bkg + \ln(x) \\ \frac{dR}{dt} = Sigmoid\left(\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt}\right) \end{cases}$$

$$w_x = R \cdot Ex_x \cdot \frac{1}{c_x}$$

将  $\frac{dx}{dt}$  与  $\frac{dy}{dt}$  的值带入,

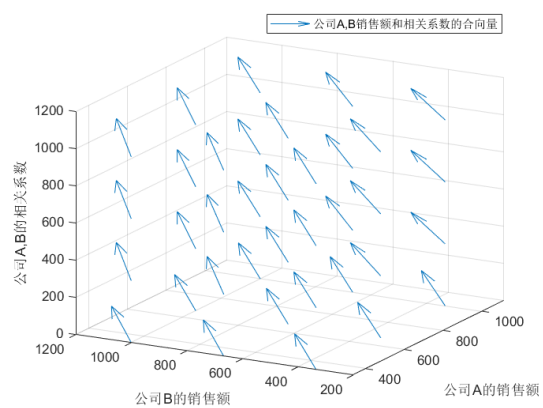
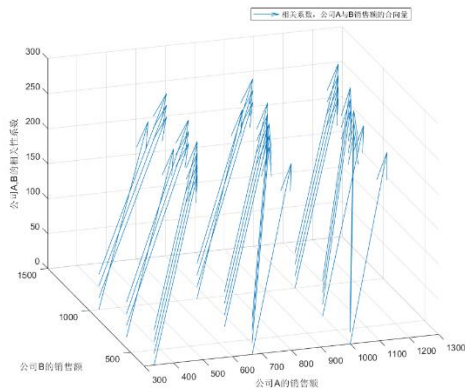
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \cdot w_y \cdot (1 - bkg) + x \cdot w_x \cdot bkg + \ln(y) \\ \frac{dy}{dt} = x \cdot w_x \cdot (1 - bkg) + y \cdot w_y \cdot bkg + \ln(x) \\ \frac{dR}{dt} = \frac{dR}{dt} = Sigmoid(y \cdot w_y \cdot (1 - bkg) + \ln(y) + x \cdot w_x \cdot (1 - bkg) + \ln(x)) \end{cases}$$

$$w_x = R \cdot Ex_x \cdot \frac{1}{c_x}$$

其中,  $R$ 代表两个企业的客户相关性,也就是用户的重合度。函数 $Sigmoid$ 指上文中对标准 $Sigmoid$ 函数变化后的新函数。

在短期模型的基础上,长期模型将相关性的变化整合进了方程当中。随着两企业的合作,两企业客户的交融日益增大,总客户数也会增大。

### 5.3.2.2. 模型可视化

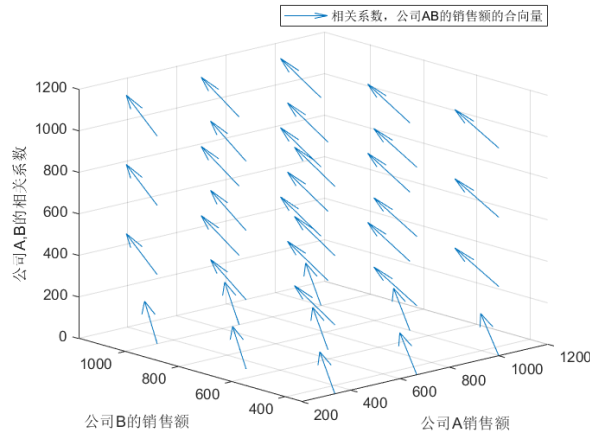


图表 3 相关系数增量、公司 A 与 B 销售额增量的合向量场

可以看到, 不仅两公司的销售额会共同上涨, 两个公司的客户相关性也会



逐步上涨。图 4 与图 5，均为在两家公司积分使用成本相近的时候的向量场。当两家公司积分使用成本并不相近时：



图表 4 两公司积分使用成本差别较大时的合同向量场

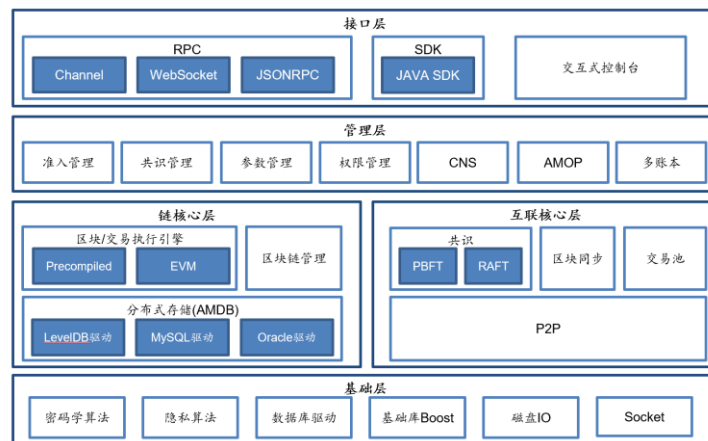
可以看到，使用积分成本更小的一家在积分体系中收益更大。此外，我们还注意到当 $R$ 的初值等于 0 时，两家企业的客户相关性为 0，代表没有用户重合度。方程中表示兑换积分的附加消费的一项的值也为 0。故在两家企业客户完全不相关的时候，一开始仅有由两家公司体量带来的广告效应唯一收益，直到相关性的随着合作时间的增大后，才会有相关性带来的积分兑换时的附加消费产生的收益。

## 6. 多对多联盟

### 6.1. 问题分析

联盟链通常是指多个主体达成一定的协议，或建立了一个业务联盟后，多方共同组建的链。因为联盟链从组建、加入、运营、交易等环节有准入和身份管理，在链上的操作可以用权限进行管控，网络规模相对可控，在交易时延性、事务一致性和确定性、并发和容量方面都可以进行大幅的优化。联盟链在继承区块链技术的优势的同时，更适合性能容量要求高，强调监管、合规的敏感业务场景，如金融、司法、以及大量和实体经济相关的业务[5]。因此，联盟链相对于传统的加密货币采取的公链，更适合积分联盟的使用场景。

一个标准的联盟架构一般如下：

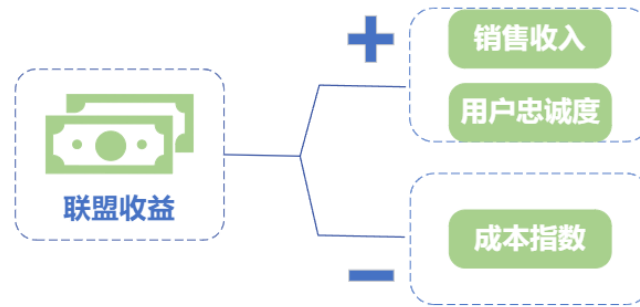


图表 5 FISCO 联盟链的架构[6]

综合上述联盟链架构的特征，本文基于该管理特征，在经济层面对联盟总收益进行衡量，并以最大化联盟总价值或总利益为原则目的选取参数并建立模型。

## 6.2. 因素的选取与权重的确定

对于形成多对多联盟而言，联盟的整体收益，即联盟中所有商户的整体利益，是我们设计多对多联盟重点关注的方面。在一对一联盟的基础上进行推广，可以得出三个决定联盟收益指数 $G$ 的因素：销售收入指数 $S$  客户忠诚度指数 $L$  和 成本指数 $C$ 。



图表 6 联盟收益关系图

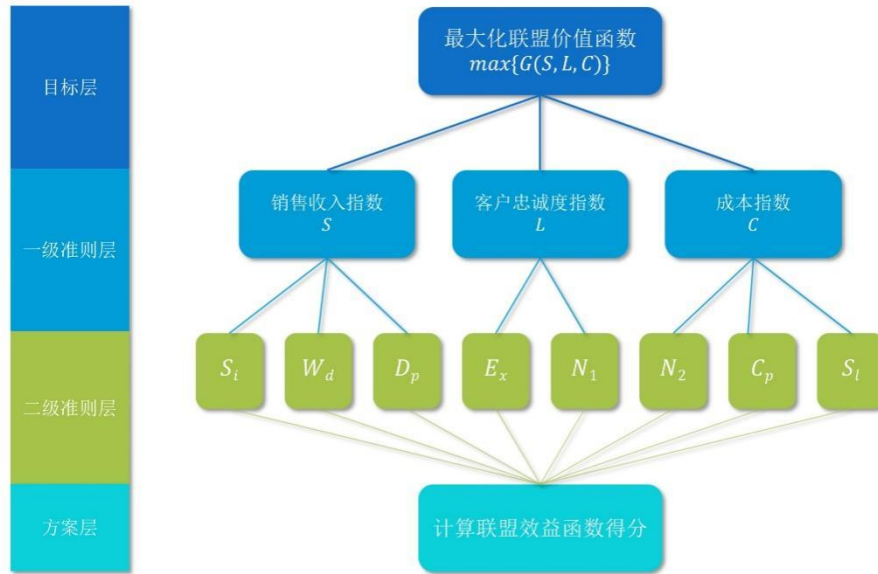
销售收入指数和客户忠诚度指数与联盟收益指数正相关，也就意味着指数 $S$ 和指数 $L$ 的增长会带来整体收益 $G$ 的增长。成本指数 $C$ 与联盟收益指数负相关，当指数 $C$ 增大时，整体收益 $G$ 会减少。

决定销售收入指数 $S$ 的一共有三个因素，分别是商家平均销售额指数 $S_i$ ，联盟客户群广度 $W_d$ ，和联盟客户群深度 $D_p$ 。商家平均销售额指数等于联盟的总销售额除以联盟内商户的数量，商家平均销售额指数 $S_i$ 是销售收入指数 $S$ 的基础量， $S$ 在 $S_i$ 的基础上进行增长。 $W_d$ 代表联盟内所有商户所拥有的客户群体的丰富性，更大的 $W_d$ 值意味着联盟商户涉及了更多的客户群体。 $D_p$ 代表联盟涉及每个群体的人数，更大的 $D_p$ 值意味着在原有的客户群体覆盖面上，联盟里商户涉及的不同群体内的人数总和更大，即相同的客户群体内可带来销售额的人更多了。

决定客户忠诚度 $L$ 的因素有 积分实际利用率 $R_t$  汇率效益 $E_x$  和 联盟中商户数量 $N$ 。 $R_t$ 为平均积分兑换率常数，意思是除开积分过期失效的情况，平均每个商户实际兑换的积分数量与平均发行积分的数量之比。 $E_x$ 是指消费者每消费一个积分，该积分给消费者带来的效益。 $N$ 即为加入此多对多联盟的商户数量。

决定成本指数的有三个因素，分别是积分系统复杂度 $C_p$  总销售额 $S_l$  和 商户数量 $N$ 。总销售额和商户数量的含义前文已经提及，所以在这里不过多赘述，我们会重点解释 $C_p$ 的含义。引入区块链的性质，在多对多联盟中，每当商户和顾客进行一笔交易，便会产生积分从商户向顾客的转移，每当顾客使用积分进行兑换，积分就会从顾客向商户转移，同时这些操作都需要被记录在一个实时更新的账本上。频繁的交易，交易对象的增多，都会使账本的内容增多，账本所需的空间更大。也就是说，积分系统的复杂度是由账本内容和长度决定的。

结合成熟联盟链体系的相关介绍[7]，我们将影响多对多联盟形成的因素总结为以下三个一级因子，同时，对于每一个一级因子，又有一些对应影响一级因子的因素，即二级因子：我们采用了 AHP 层次分析法，目标层为决策 将一级、二级因子作为准则层中的一级、二级准则，方案则是计算最终的联盟效益得分。AHP 层次分析结构如图所示。



图表 7 AHP 层次结构图

通过每两个因子之间的重要性比值，构造出四个判断矩阵：

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 1 & 1/3 & 1 \end{bmatrix} \quad C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1/3 & 1 & 2 \\ 1/4 & 1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1/3 & 1 \end{bmatrix} \quad C_4 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1/5 \\ 1/3 & 1 & 1/7 \\ 5 & 1/7 & 1 \end{bmatrix}$$

通过计算每个矩阵的权向量，我们确定了每个指标的权重：

第一因子	第一因子权重	第二因子	第二因子权重
$S$	0.2	$S_i$	0.625
		$W_d$	0.238
		$D_p$	0.136
$L$	0.6	$E_x$	0.75
		$N_1$	0.25
		$N_2$	0.188
$C$	0.2	$C_p$	0.08
		$S_l$	0.73

为了检验判断矩阵的一致性和合理性，我们首先求出每一个判断矩阵的最大特征根，并求出一致性指标 $CI$ 的值，以检验不一致性的严重程度：

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

通过计算得到，其中 $CI$ 的值越小，代表判断矩阵越一致，权重越合理。

$$CI_1 = 0.44 \times 10^{-17} \quad CI_2 = 0.009 \quad CI_3 = 0.032$$

接着，我们根据 $CI$ 和 $RI$ 的值计算了 $CR$ ，当 $CR < 0.1$ 时，判断矩阵的不一致性在可容忍范围。

表 2 平均随机一致性指标

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0	0	0.58	0.9	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49

$$CR \text{ 计算公式为: } CR = \frac{CI}{RI}$$

计算得到三个判断矩阵的一致性比值为：

$$CR_1 = 0.76 \times 10^{-17} \quad CR_2 = 0.015 \quad CR_3 = 0.055$$

通过计算验证所有判断矩阵均通过了一致性检验，证明该权重赋值一致且合理。

### 6.3. 模型的建立

在积分联盟模型中，商家之间的联系相比一对一联盟更加复杂。为了寻找最佳商家数量，我们设定一个目标函数——效益函数 $G$ ，当商家数量 $N$ 的值使得效益函数为最大值时，此 $N$ 值即为我们寻找的最佳商家数量。

但是我们发现 $N$ 无法与 $G$ 建立直接联系，于是我们引入 $S$ ， $L$ 和 $C$ 三个指数来表现 $N$ 对效益函数的影响。

$$S = Si \cdot \sqrt{Wd \cdot Dp}$$

$S$ 为销售收入值数， $Sl$ 是总销售额， $Sl/N$ 即为平均商家销售额。 $Wd$ 和 $Dp$ 分别为联盟用户群广度和深度，随着 $Wd$ 和 $Dp$ 的增加，它们对 $S$ 指数的效益增加呈递减趋势，所以 $S$ 与 $\sqrt{Wd \cdot Dp}$ 呈线性关系。

$$L = Rt \cdot Ex \cdot \ln(N + 1)$$

$L$ 为客户忠诚度指数，表示客户对此积分联盟的粘性。其中 $Rt$ 为积分实际应用率，即积分兑换率与积分能兑换公司的商品或服务的比率。 $Ex$ 为汇率效益，效益越大，客户忠诚度指数越高。客户忠诚度与商家数量呈正比，且商家数量越多，客户忠诚度的增量越少。

$$C = N \cdot Cp + Sigmoid(0.1(Si \cdot N) - 0.5)$$

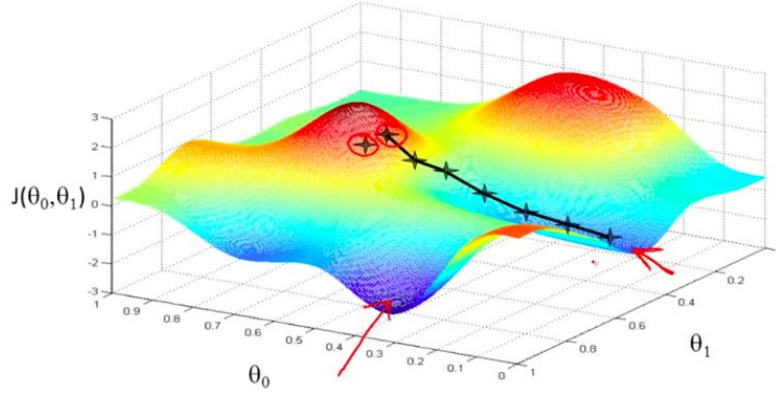
$C$ 是成本指数，本文可以将其分为运营成本指数和积分发行成本指数。运营成本指数可以看作 $N$ 和 $Cp$ 系统复杂度的乘积。积分发行成本指数则与总销售额有关，并且因为经济学中的经济规模效益，随着销售额的增多，积分发行成本指数的增长会相应减少，本文运用了 $Sigmoid$ 函数来代表这种趋势，并且通过函数平移使数值具有现实意义。

$$G = \alpha \cdot S + \beta \cdot L - v \cdot C$$

最后通过加权求和 $S$ 、 $L$ 和 $C$ 来得到 $N$ 所对应的 $G$ 的取值。基于最大化联盟总价值原则，该模型的目标为最大化 $G$ 。

#### 6.4. 最佳商家的分析与求解

至此，为了对单目标多变量问题进行极值求解，本文选用了多初值梯度下降算法来进行求解。



图表 8 梯度下降算法的可视化[8]

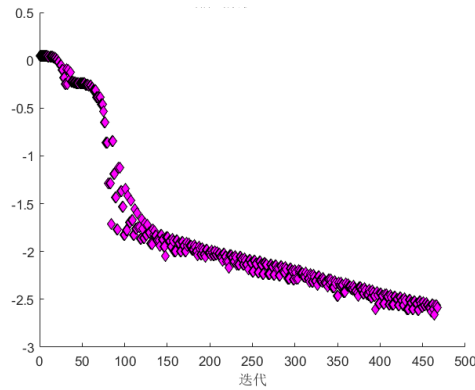
在函数任意一个点上的梯度方向，是该函数在此点的最快增长方向，实际上这也正是梯度的定义。任意选择一个初始点，始终沿着梯度方向或者梯度反方向（取决于目标为极大值还是极小值）改变自变量的值，如此以往，到达局部的极值。具体的算法如下：

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \theta_1 - \alpha \cdot \frac{\partial}{\partial \theta_1} J(\theta_0, \theta_1 \dots \theta_n) \\ \theta_2 - \alpha \cdot \frac{\partial}{\partial \theta_2} J(\theta_0, \theta_1 \dots \theta_n) \\ \vdots \\ \theta_n - \alpha \cdot \frac{\partial}{\partial \theta_n} J(\theta_0, \theta_1 \dots \theta_n) \end{bmatrix}$$

在具体实现过程当中，从设定好的初值（或随机初值）开始每次依据特定的步长系数向梯度方向迭代，直到保持或在某个值附近震荡后，则停止迭代。

其中 $J$ 是我们优化的函数， $\theta$ 是函数的自变量。 $\theta_0$ 为常数项的系数值为1。而算法中的 $:=$ 为计算机中的赋值语句，代表将赋值等号前的变量的值重新设定为等候后表达式的值。

但是我们在求解过程当中发现，对于一些实验的初值，函数都会在经过有限次迭代之后都会达到初值附近的局部最值。



图表 9 一次迭代效果的可视化(原函数经过负向处理后转换为最小值问题)

但是,对于不同的企业联盟,其不同指标的取值范围也各不相同。举例来讲,对于便利店联盟积分系统,企业数量 $N$ 的适合范围就会位于一个较大的区间,而对于航空公司积分联盟来讲,过多的企业数量 $N$ 可能会使得系统复杂度过大,降低积分联盟的效率。因此,我们的结论就是对于每一个适合的联盟参数区间都有特定的最佳的企业数量 $N$ 。但是没有一个对于任意积分联盟的通用最佳企业数量 $N$ 。

#### 6.5. 商家年收入和利润的变化对联盟模式的影响

在多对多联盟中,不同商户体量的差异会影响整个积分系统的稳健性,如果联盟内商户的体量(通过商户的年销售额体现)差异过大,积分系统内的小商户将会承担极高的风险[9]。此时联想一对一联盟中通过观察合向量场得出的结论,在长期,联盟中体量大的一方会带动体量小的一方的营销额增长。大的商户在初期会获得比标准增长速度慢的增长速度,而小的商户则会获得较快的增速,直到两商户体量相等时,两商户才会获得相同的增速。由于在设计模型时只考虑积分系统对销售额的影响,所以在现实情况中,通过组成联盟使两商户获得相同的体量是天方夜谭,所以体量小的公司将始终从积分系统中获益。在多对多联盟中,新加入的小商户通过共享整个联盟的用户群体,所以会在加入积分系统后获得较高的销售额增速。小商户得以借联盟中其他大商户的资源发展是商户体量差异带来的一个优势,同时,体量差异大也会带来弊端。

国际公司名称	销售额(/百万美元)	国内公司名称	销售额(/百万美元)
万豪国际酒店	20972	苏宁	619
沃尔玛百货	15201	全聚德食品	247
可口可乐	37266	华夏航空	853
希尔顿国际酒店	9452	永辉超市	7388
德国汉莎航空	36424	锦江酒店	2382
美国航空	45768	首旅如家酒店	1311
麦当劳	21365	青岛啤酒	4414

图表 10 国内外企业销售额表

如上表所示,表中统计了 7 家国际零售,酒店和民航业集团,和 7 家国内相近行业的企业。不难看出,国内企业的销售额远低于国际巨头。假设这 14 家企



业组成了多对多积分联盟，那么国际集团凭借其原本的高销售额，会产生大量的积分。如果此时拥有积分的用户对某个国内企业的需求量增大，那么可能会有大量的积分在该国内企业被兑换，而国内企业的销售额却无法支撑起大量的积分兑换，就会发生“挤兑”的危险，甚至导致该国内公司破产倒闭。

## 7. 商户价值分析模型

### 7.1. 问题分析与指标确定

在此问题中，我们在分析了几家成熟的积分联盟后，认为一个商家被分配到更多的奖励积分，则会受到更多积分效益的福利。而积分带来的成本会由整个联盟承担，所以奖励积分应按照商家为这个社区带来价值的多少进行分配。为了衡量商家的贡献，我们主要观察四个因素：商家体量，发展潜力，广告效益和风险评价。我们通过六个指标量化各个因素，这六个指标分别为：年营业收入，年营业收入增长率，年利润率，年利润增长率，销售成本以及风险评级指数(数据均来源于各企业年报和 Yahoo ESG Risk Rating)。

首先，TOPSIS 综合评价法作为客观赋权方法能基于我们给出的六个指标，分别计算出对于当前的联盟模式（任意）中每个商户关于所有指标的最优评价和最劣评价的距离，以此为基准得到每个商家在该联盟体系下的得分。其次，利用 K-means 聚类算法，从综合得分与风险评级指数（考虑到其特殊性）两个维度进行聚类分析，得到聚类数量和每一聚类中的对应商家。每一个聚类相当于一个利益分配等级，一级为最高等级，即一级商户的价值最大。依据现有文献，模型中建立了一个以分配等级和同等级内商户评分为判断基准的积分分配比例的分配公式。对于任意类群数量，都可以计算出每一等级内的每一商家应得积分与总奖励积分数量的占比。

每当新的企业加入联盟时，我们都会对整个联盟，利用 TOPSIS 进行打分，并且利用 K-means 算法对其进行聚类分析，分析该新的企业我们的指标体系下归属于哪个聚类，并依照该聚类的奖励积分标准为其分配积分。

### 7.2. 模型建设

为了演示对一个企业联盟真实的价值分析，我们通过企业年报与 Yahoo ESG Risk Rating 真实的收集了 30 家企业的年营业收入，年营业收入增长率，年利润率，年利润增长率，销售成本以及风险评级指数。

首先，我们将数据写入我们的评价矩阵  $X = (x_{ij})_{n \times m}$ ：

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix}$$

其中  $n$  代表了  $n$  个评价对象（此处为 30）， $m$  代表了  $m$  个因素（此处为 6），所有负向指标在写入评价矩阵之前都进行了正向化处理。

接着，我们对其进行规范化处理，消除量纲对不同数据类型的影响。

$$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^m x_{ik}^2}}$$

随后，将每一个因素最高的评分与最低的评分提出，列出最佳/最差对象。

$$Z^+ = (\max\{z_{11}, z_{21}, \dots, z_{n1}\}, \dots, \max\{z_{1m}, z_{2m}, \dots, z_{nm}\}) = (Z_1^+, Z_2^+, \dots, Z_m^+)$$

$$Z^- = (\min\{z_{11}, z_{21}, \dots, z_{n1}\}, \dots, \min\{z_{1m}, z_{2m}, \dots, z_{nm}\}) = (Z_1^-, Z_2^-, \dots, Z_m^-)$$

计算其各企业各因素到最优最差对象的距离

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^m (Z_j^+ - z_{ij})^2} \quad D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m (Z_j^- - z_{ij})^2}$$

最后，计算每一个企业的综合得分

$$C_i = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-}$$

计算出如下所示的综合评分

企业	综合得分	企业	综合得分	企业	综合得分
沃尔玛	76.00492	可口可乐	36.59289	万豪酒店	27.40367
三只松鼠	61.66289	绝味食品	36.29572	青岛啤酒	26.44842
贵州茅台	50.61496	格力电器	35.23304	步步高	24.24491
苏宁易购	41.97295	海尔智家	34.66706	梅西百货	23.7979
动视暴雪	40.85468	永辉超市	34.49284	南方航空	20.91606
晨光文具	40.38092	锦江酒店	33.0713	猫途鹰	18.70821
麦当劳	39.94873	星巴克	32.30938	全聚德	18.59841
珀莱雅	37.72147	居然之家	32.26321	美国航空	16.5467
拓新药业	37.2215	金陵饭店	29.807	人人乐	15.12991
高露洁	36.7637	希尔顿酒店	27.43461	万达电影	12.89207

图表 11 企业的综合评分排名

在得出了综合得分过后，为了更好的对其进行聚类分析与增加风险评级在分析中的重要性，我们利用了 K-means 聚类算法，在综合得分与风险评级两个变量的影响下对企业进行聚类分析。

K-means 算法经常被用来寻找圆形聚类特征，其原理大致为：先从点集中随机选取  $k$  个点作为聚类的中心，计算所有样本与这  $k$  个聚类中心的距离，对于每一个样本，将其划分到与其距离最近的聚类中心所在的聚类中，对于新的簇计算各个聚类的新的聚类中心。公式化流程如下：

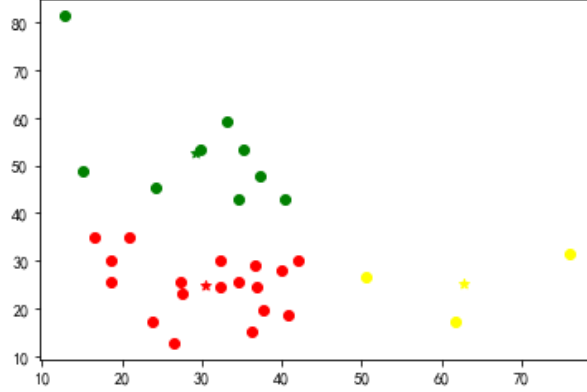
1. 输入样本集  $D = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ ，聚类的个数  $K$ ，分别为  $C = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$
2. 从样本集  $D$  中随机选则  $K$  个样本作为初始质心向量  $\{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k\}$
3. 计算各样本与各质心向量之间的距离  $d_{ij} = |x_i - \mu_j|^2$ ，将  $x_i$  标记为  $d_{ij}$  最小的质心  $\mu_j$  所对应的类别  $\lambda_j$ 。更新  $C_{\lambda_j} = C_{\lambda_j} \cup \{x_i\}$ 。
4. 对于任意聚类  $C_j$ ，中所有的样本点，重新计算新的质心  $\mu_j = \frac{1}{|C_j|} \sum_{x \in C_j} x$



5. 重复步骤 3 和 4，直到所有的中心点  $\mu$  都不再变化，输出最终的聚类结果

$$C = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$$

我们对我们所得到的数据进行求解，得到如下结果。



图表 12 企业聚类结果

可以看到，图中横坐标为商户 TOPSIS 得分，纵坐标为商户的风险指数，其中风险指数越低，代表商户风险越低，信用越高。联盟中的商户被聚集划分为三类，黄色类群中商户个数少，且信用与综合得分同样很高，代表联盟中的高贡献商户，对联盟贡献值最高。绿色类群中商户数量适当，属于低风险高信用但综合评分相对中等的普通贡献商户。而红色类群则数量最多，属于信用和综合评分均较低的低贡献商户。根据三个类群将联盟中商户划分为三个等级，其中一级商户对整体贡献度最高，因此积分分配占比最大；以此类推为二级、三级商户分配积分。

$$\begin{cases} X_{i+1} = 0.5 \cdot X_i \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \end{cases}$$

考虑到不同联盟内商家属性、特征、数量均有差异，聚类数量可能不同，本文参考一些其他等级制分配比例，对于不同等级数量，给出以下公式来计算当聚类数量为  $X$  时， $X_i$  代表第  $i$  级商家分配积分总和占发行积分总数量的比例，其中  $i$  越小代表等级越高。当每一等级中商家数量为  $k$ ，对于每一等级中商家  $j$ ，实际分配比例  $P_j$  为：

$$P_{ij} = X_i \cdot \frac{C_{ij}}{\sum_{j=1}^k C_{ij}}$$

## 8. 灵敏度分析

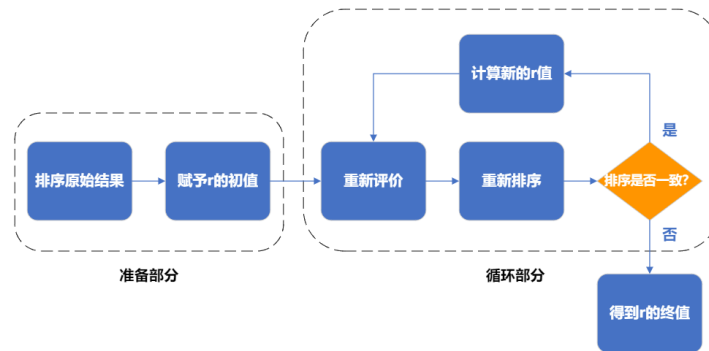
为了确定商户价值模型的敏感度检验是否合格，我们需要改变对商户的评价指标，并观察指标变化对商户综合得分排名的影响。我们需要通过以下的方法来检验模型的灵敏度。

一种方法是对两个评价对象之间的指标值进行敏感度分析,也可以将所有指标值按一定的百分比同时变化。本文通过指标值整体同步变化来分析指标值的敏感性。

对于评价指标 $v$ ,根据每个百分比考虑所有商户的增减,假设范围的变化为 $r_i$ ,那么新的评价值为:

$$V_i = D_i^+ + D_i^-$$

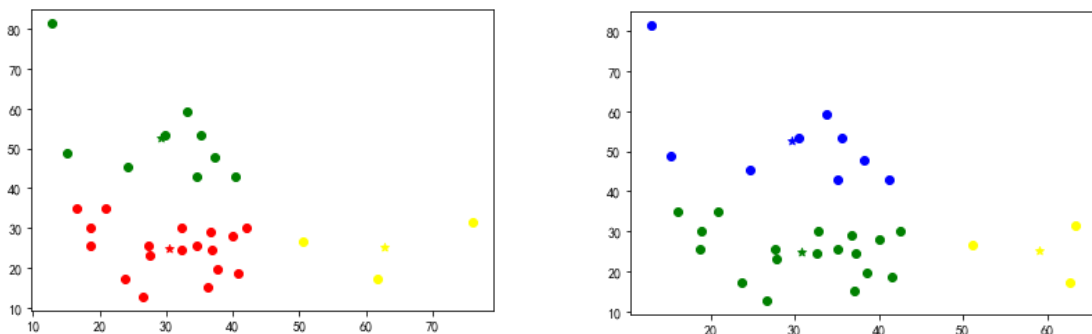
$$V_i = \sqrt{(Z_i^+ - z_{i1})^2 + (Z_i^+ - z_{i2})^2 + \dots + (Z_i^+ - z_{iv})^2 \cdot (1 + r_i) + (Z_i^+ - z_{im})^2} + \sqrt{(Z_i^- - z_{i1})^2 + (Z_i^- - z_{i2})^2 + \dots + (Z_i^- - z_{iv})^2 \cdot (1 + r_i) + (Z_i^- - z_{im})^2}$$



图表 13 灵敏度分析算法结构图

为了对单个指标 $z$ 进行灵敏度分析,首先我们需要对原始评价结果进行排序,并标记出每个商户的序号,并且求出 $r$ 的初值 $r_0$ 和步长 $\Delta r$ 。然后进入循环,每次循环都要计算变化后 $z$ 的评价值,再对其进行排序,并比较新的排序是否与原排序一致,如果出现不一致就跳出循环,并得到 $r$ 的终值,此时的 $r$ 值就是临界点的阈值。如果新排序与原排序一致,就将 $r$ 加上新的步长,并继续进行循环,基于新的 $r$ 值重新评价。另外,我们需要对 $r$ 值增加和减少的两种情况分别进行运算。

在 TOPSIS 综合评价法中,每个因素的占比权重是相等的。在此模型的灵敏性分析中,我们分别增大或缩小每个因素的权重,再利用 K-means 观察它们的分布情况,并依照原先的分布分析它们其中的差异。



图表 14 前后聚类分析结果对比

通过比较,我们发现在不同因素权重的条件下,虽然各个商家的分数发生变化,但是分类情况并没有明显改变。这表明我们的评分系统是相对稳定的,并不会因为因素权重的差异,影响到整个分类的结果。

## 9. 优缺点分析

模型一采用微分方程组进行建模，并利用向量场分析，可以清楚且同时观察到不同数值组合的情况。此模型建立于封闭系统，但是能更好地表现一对一联盟带给商家的影响。

模型二本文采用效益函数，将问题转变为最优化问题，可操作性强。缺点是在多对多联盟中复杂因素较多，本文考虑因素不够全面，造成模型结果与现实情况不完全符合。

模型三采用了 Topsis 和 K-means 算法的结合，因素考虑多样，评分结果颇为客观。但是在计算过程中，样本量太小导致 K-means 聚类算法的结果无法得出较为明显的分类，存在误差。

## 10. 结论

本文首先分析了在一对一联盟中，商户 A, B 使用奖励积分系统来实现销售额增长，互利共赢背后的数学原理。依托于现代商业理论，本文创造性地引入三项指标用于分析该联盟对两个商户销售额增长的影响。根据这三项指标，本文为短期和长期模型分别构建多元微分方程组。通过观察方程组的合向量场，本文发现两个商户的销售额在长期和短期都将增长。

为解决多对多联盟问题，本文引入了联盟链的概念。形成多对多积分联盟的重点在于通过积分体系实现联盟整体的收益增长，因此本文在全面的考量积分联盟收益模式后，找出了三个直接影响联盟效益的因素和八个间接因素。为得出最大化联盟收益的决策，本文先通过层次分析法确定各个因素的权重，再使用多初值梯度下降算法求解此复杂的多变量问题，最终发现对于不同组成成分的商户联盟，最佳企业数量各不相同，并不存在通用的解决方案。

为解决联盟内价值分配问题，本文主要根据六项指标，并使用理想解法（TOPSIS）为不同商户打分。基于评分和风险评级指数，本文使用 K-means 算法对联盟内商户进行聚类分析，并提出了依照聚类向商户分配奖励积分的结论。本文设计了一套去中心化积分系统，其模型建立由浅入深，由理论通往实际。商户通过阅读本文，可以清晰的看出该积分系统如何促进商户间的互利共赢。

在快速发展的信息时代，传统服务业却普遍缺乏一剂促进效益增长的良药。如今，区块链在互联网上大放异彩，在商户间结合区块链技术打造去中心化的新型积分系统，或许是促使商户间加强合作，共同实现收入增长的答案。

## 11. 参考资料

- [1] Nakamoto, Satoshi, and A. Bitcoin. "A peer-to-peer electronic cash system." Bitcoin.–URL: <https://bitcoin.org/bitcoin.pdf> 4.
- [2]“private public and consortium blockchains what’s the difference”  
<https://academy.binance.com/zh/articles/private-public-and-consortium-blockchains-whats-the-difference>
- [3] 王晓光，战略联盟的创新模式积分联盟问题研究
- [4] “Scoring points: How Tesco is winning customer loyalty.” Humby, Clive, Terry Hunt, and Tim Phillips. Kogan Page Publishers, 2004.
- [5] [https://fisco-bcos-documentation.readthedocs.io/zh\\_CN/latest/docs/tutorial/Key\\_concepts.html](https://fisco-bcos-documentation.readthedocs.io/zh_CN/latest/docs/tutorial/Key_concepts.html)
- [6] [https://fisco-bcos-documentation.readthedocs.io/zh\\_CN/latest/docs/design/architecture/index.html](https://fisco-bcos-documentation.readthedocs.io/zh_CN/latest/docs/design/architecture/index.html)
- [7] [https://fisco-bcos-documentation.readthedocs.io/zh\\_CN/latest/docs/Introducetion.html](https://fisco-bcos-documentation.readthedocs.io/zh_CN/latest/docs/Introducetion.html)
- [8] <https://www.coursera.org/learn/machine-learning>
- [9] <http://www.cninfo.com.cn/new/index>