Universidad del Valle de Guatemala Diego Sosa 14735
Simulación y Modelación

Mini Proyecto # 1

Ejercicio 1 El Triángulo de Shierpinski:

Parámetros de ploteo: 'ro', ms =0.5, alpha=0.3 en la librería Matplotlib.

Para 100000 simulaciones de la variable aleatoria X que decidía cuál función utilizar para obtener el nuevo punto, el resultado es el siguiente:

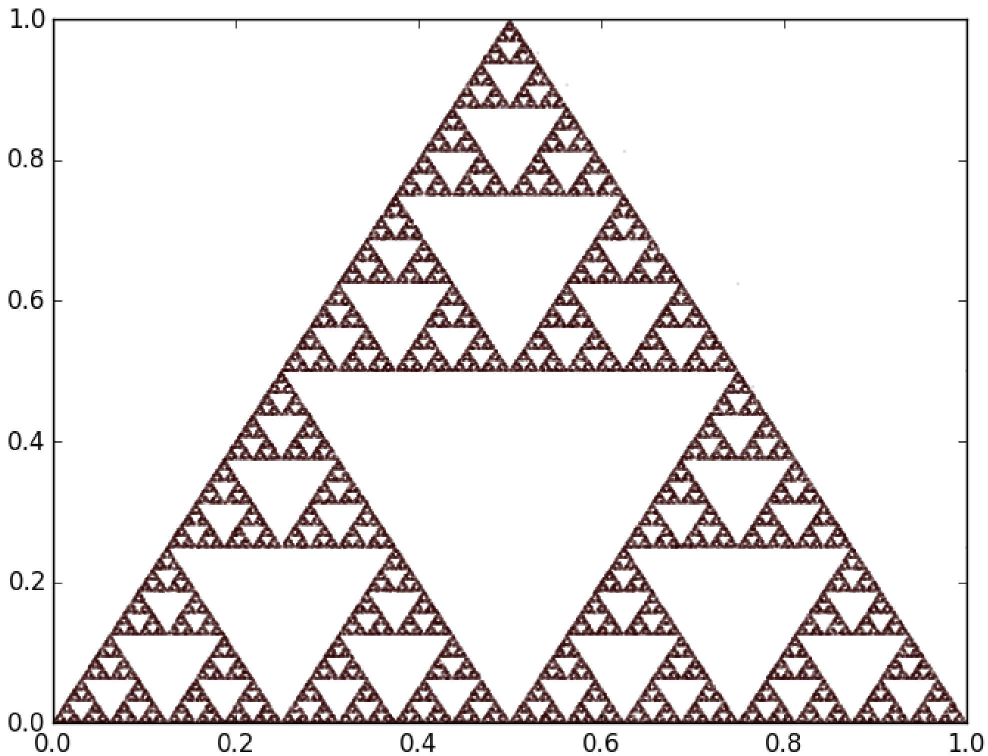

Figura 1: Triangulo de Shierpinski con mayor densidad

```
Point f1(Point p): return Point(p.x/2, p.y/2)
Point f2(Point p): return Point(p.x/2 + 0.5, p.y/2)
Point f3(Point p): return Point(p.x/2 + 0.25, p.y/2 + 0.5)
```

Figura 2: funciones f1, f2 y f3

La distribución de probabilidad que hace más denso la figura 1 es: P(x=f1) = P(x=f2) = P(x=f3) = 1/3, donde P(x=f1) + P(x=f2) + P(x=f3) = 1.

Ejercicio 2 El Helecho de Barnsley:

Parámetros de ploteo: 'ro', ms =0.5, alpha=0.3 en la librería Matplotlib.

Para 100000 simulaciones de la variable aleatoria X que decidía cuál función utilizar para obtener el nuevo punto, el resultado es el siguiente:

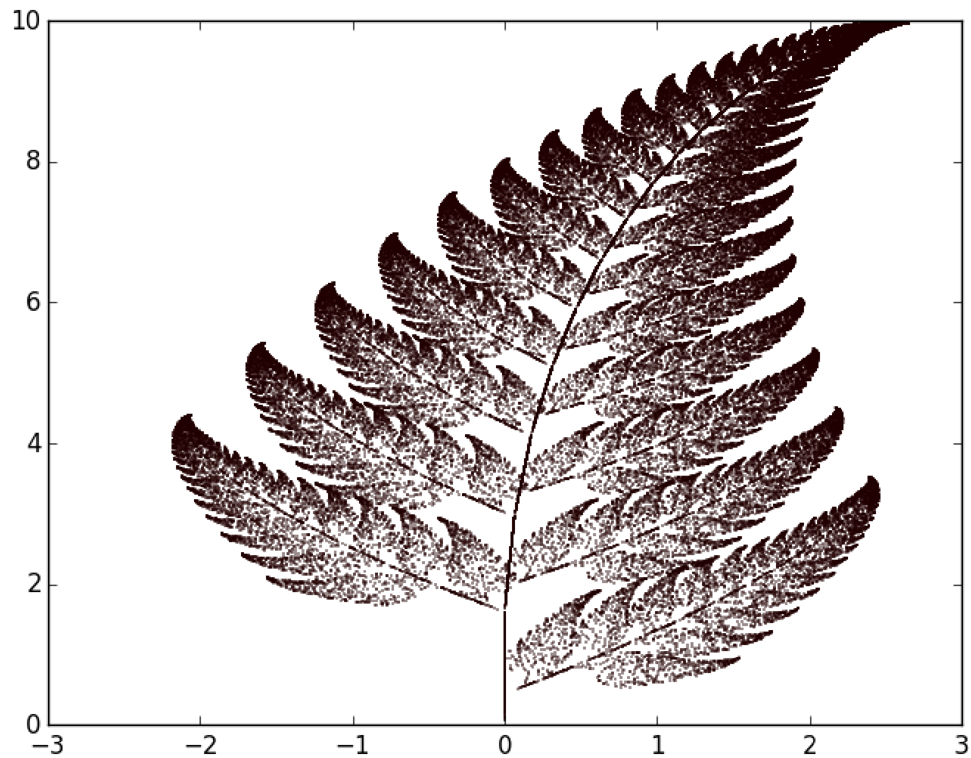

Figura 3: El Helecho de Barnsley

```
f1(x, y) → (x*0.85 + y*0.04 + 0.0, x*-0.04 + y*0.85 + 1.6)
f2(x, y) → (-0.15*x + 0.28*y + 0.0, x*0.26 + y*0.24 + 0.44)
f3(x, y) → (x*0.2 + y*-0.26 + 0.0, x*0.23 + y*0.22 + 1.6)
f4(x, y) → (x*0.0 + y*0.0, x*0.0 + y*0.16)
```

Figura 4: funciones f1, f2, f3 y f4

P(x=f1) = 0.85, P(x=f2) = 0.07, P(x=f3) = 0.07, P(x=f4) = 0.01, donde P(x=f1) + P(x=f2) + P(x=f3) + P(x=f4) = 1.

Ejercicio 3 Análisis de pseudorandoms:

```
 100 Iteraciones
g1
0.0 - 0.1: ********** (10, %10.0)
0.1 - 0.2: ********** (10, %10.0)
0.2 - 0.3: ******** (8, %8.0)
0.3 - 0.4: ******** (8, %8.0)
0.4 - 0.5: ************** (14, %14.0)
0.5 - 0.6: ******* (7, %7.0)
0.6 - 0.7: ************ (12, %12.0)
0.7 - 0.8: ********** (10, %10.0)
0.8 - 0.9: ********** (10, %10.0)
0.9 - 1.0: *********** (11, %11.0)
g2
0.0 - 0.1: ********** (10, %10.0)
0.1 - 0.2: ******** (8, %8.0)
0.2 - 0.3: ********** (10, %10.0)
0.3 - 0.4: *************** (15, %15.0)
0.4 - 0.5: ************ (12, %12.0)
0.5 - 0.6: ******* (7, %7.0)
0.6 - 0.7: *********** (11, %11.0)
0.7 - 0.8: *********** (11, %11.0)
0.8 - 0.9: ******* (7, %7.0)
0.9 - 1.0: ********* (9, %9.0)
g3
0.0 - 0.1: ******** (8, %8.0)
0.1 - 0.2: ********* (9, %9.0)
0.2 - 0.3: ************ (12, %12.0)
0.3 - 0.4: ******** (8, %8.0)
0.4 - 0.5: **************** (16, %16.0)
0.5 - 0.6: ******** (8, %8.0)
0.6 - 0.7: ********* (9, %9.0)
0.7 - 0.8: ********** (10, %10.0)
0.8 - 0.9: ************ (12, %12.0)
0.9 - 1.0: ******** (8, %8.0)
```

Figura 5: Comparación de los 3 generadores de número random

```
 500 Iteraciones
g1
0.0 - 0.1: ********** (510, %10.2)
0.1 - 0.2: ********* (459, %9.18)
0.2 - 0.3: ********** (511, %10.22)
0.3 - 0.4: ********** (508, %10.16)
0.4 - 0.5: ********** (535, %10.7)
0.5 - 0.6: ********** (507, %10.14)
0.6 - 0.7: ********* (482, %9.64)
0.7 - 0.8: ********** (507, %10.14)
0.8 - 0.9: ********* (478, %9.56)
0.9 - 1.0: ********** (503, %10.06)
g2
0.0 - 0.1: ********* (497, %9.94)
0.1 - 0.2: ********** (528, %10.56)
0.2 - 0.3: *********** (554, %11.08)
0.3 - 0.4: ********** (502, %10.04)
0.4 - 0.5: ********* (498, %9.96)
0.5 - 0.6: ********* (496, %9.92)
0.6 - 0.7: ********* (457, %9.14)
0.7 - 0.8: ********** (506, %10.12)
0.8 - 0.9: ********* (471, %9.42)
0.9 - 1.0: ********* (491, %9.82)
g3
0.0 - 0.1: ********** (505, %10.1)
0.1 - 0.2: ********** (515, %10.3)
0.2 - 0.3: ********* (492, %9.84)
0.3 - 0.4: ********* (484, %9.68)
0.4 - 0.5: ********* (465, %9.3)
0.5 - 0.6: ********* (479, %9.58)
0.6 - 0.7: ********** (525, %10.5)
0.7 - 0.8: ********* (492, %9.84)
0.8 - 0.9: ********** (501, %10.02)
0.9 - 1.0: ********** (542, %10.84)
```

Figura 6: Comparación de los 3 generadores de número random de 5000 Iteraciones

```
 100000 Iteraciones
g1
0.0 - 0.1: ********** (10068, %10.068)
0.1 - 0.2: ********* (9843, %9.843)
0.2 - 0.3: ********** (10392, %10.392)
0.3 - 0.4: ********* (9861, %9.861)
0.4 - 0.5: ********** (10120, %10.12)
0.5 - 0.6: ********* (9848, %9.848)
0.6 - 0.7: ********* (9535, %9.535)
0.7 - 0.8: ********** (10031, %10.031)
0.8 - 0.9: ********** (10047, %10.047)
0.9 - 1.0: ********** (10255, %10.255)
g2
0.0 - 0.1: ********** (10094, %10.094)
0.1 - 0.2: ********** (10055, %10.055)
0.2 - 0.3: ********** (10174, %10.174)
0.3 - 0.4: ********** (10128, %10.128)
0.4 - 0.5: ********* (9994, %9.994)
0.5 - 0.6: ********* (9969, %9.969)
0.6 - 0.7: ********* (9686, %9.686)
0.7 - 0.8: ********** (10123, %10.123)
0.8 - 0.9: ********* (9758, %9.758)
0.9 - 1.0: ********** (10019, %10.019)
g3
0.0 - 0.1: ********** (10139, %10.139)
0.1 - 0.2: ********** (10044, %10.044)
0.2 - 0.3: ********* (9912, %9.912)
0.3 - 0.4: ********** (10013, %10.013)
0.4 - 0.5: ********* (9976, %9.976)
0.5 - 0.6: ********** (10016, %10.016)
0.6 - 0.7: ********* (9986, %9.986)
0.7 - 0.8: ********* (9820, %9.82)
0.8 - 0.9: ********** (10073, %10.073)
0.9 - 1.0: ********** (10021, %10.021)
```

Figura 7: Comparación de los 3 generadores de número random de 100000 Iteraciones

Generador 1:

$$x_n = 5^5 x_{n-1} \bmod(2^{35} - 1)$$

Generador 2:

$$x_n = 7^5 x_{n-1} \bmod(2^{31} - 1)$$

Figura 8: Generadores de números pseudoaleatorios.

Generador 1 al obtener su varianza, podemos notar que es mayor que la del generador 2. La varianza del generador 1 es 0.05824 en comparación de la varianza del generador 2 que es de 0.0258, por lo tanto podemos concluir que el generador 2 nos otorga una distribución más uniforme. En la fórmula del generador 2 se puede observar de inmediato que es mejor ya que utiliza un 7^5 lo cual nos permite generar números más grandes al multiplicarlos por la correspondiente x. Mientras que la otra fórmula utiliza un 5^5, lo cual al utilizarse el módulo nos deja mayor cantidad de números aleatorios.

Ejercicio 4 Integral Unidimensional

100 Iteraciones: 1.76843466223

10000 Iteraciones: 1.77192909835

1000000 Iteraciones: 1.77253148456

Ejercicio 5 Integral Bidimensional

100 Iteraciones: 0.481584116008

10000 Iteraciones: 0.504920810151

1000000 Iteraciones: 0.500454046535

Monte Carlo 1

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,dx = 2\int_{0}^{\infty} e^{-x^2}\,dx \quad \text{Por simetría}$$

$$\int_{0}^{\infty} e^{-x^2}\,dx = \int_{0}^{1} e^{-x^2}\,dx + \underbrace{\int_{1}^{\infty} e^{-x^2}\,dx}_{x \to 1/x}$$

$$\int_{1}^{0} e^{-1/x^2}\left(\frac{-dx}{x^2}\right) = \int_{1}^{0} e^{-x^2}\,dx$$

$$\Rightarrow \int_{0}^{1}\left(e^{-x^2} + \frac{e^{-1/x^2}}{x^2}\right)dx = \int_{0}^{\infty} e^{-x^2}\,dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\,dx = 2\int_{0}^{1}\left(e^{-x^2} + \frac{e^{-1/x^2}}{x^2}\right)dx$$

Monte Carlo 2

$$\int_{0}^{\infty}\int_{0}^{x} e^{-(x+y)}\,dy\,dx = \int_{0}^{\infty}\int_{0}^{1} x\,e^{-(x+xy)}\,dy\,dx$$

$$\Rightarrow \int_{0}^{1}\int_{0}^{\infty} x\,e^{-(x+xy)}\,dx\,dy = \int_{0}^{1}\int_{0}^{1} \frac{\left(\frac{1}{u}-1\right)e^{-\left(\left(\frac{1}{u}-1\right)+\left(\frac{1}{u}-1\right)y\right)}}{u^2}\,du\,dy$$

Figura 9: Demostración de Integral Unidimensional y Bidimensional