KING SAUD UNIVERSITY

COLLEGE OF COMPUTER & INFORMATION SCIENCES
DEPT OF COMPUTER SCIENCE

CSC281 Discrete Mathematics for CS Students

---

1. [Marks 20]
Let set $A = \{x, \{y\}\}, B = \{\{x\}, y\}$. Write the following:

i. The powerset $P(A) =$
ii. $A \times B =$
iii. $A \cup B =$
iv. $A - B =$

2. [Marks 10]
Consider the proposition, $F(x, y) =$ "*y* is the father of *x*". Express the proposition "any two different persons having the same father are sibling (إخوة)" using the given proposition *F*.

3. [Marks 10]
Let $f(x) = \sqrt{1 + x^2}$, and $g(x) = x^3$. Compute: $(f \circ g)(x)$.

4. [Marks 10]
Find the prime factorization of the number 508183.

5. [Marks 10]
Derive the formula to evaluate the sum $\sum_{k=-m}^{n} k$. Then calculate $\sum_{k=-30}^{100} k$.

6. [Marks 10]
Write the inverse (modulo 14) of all the numbers in the Table below. In case there is no inverse then write "-" in the box.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

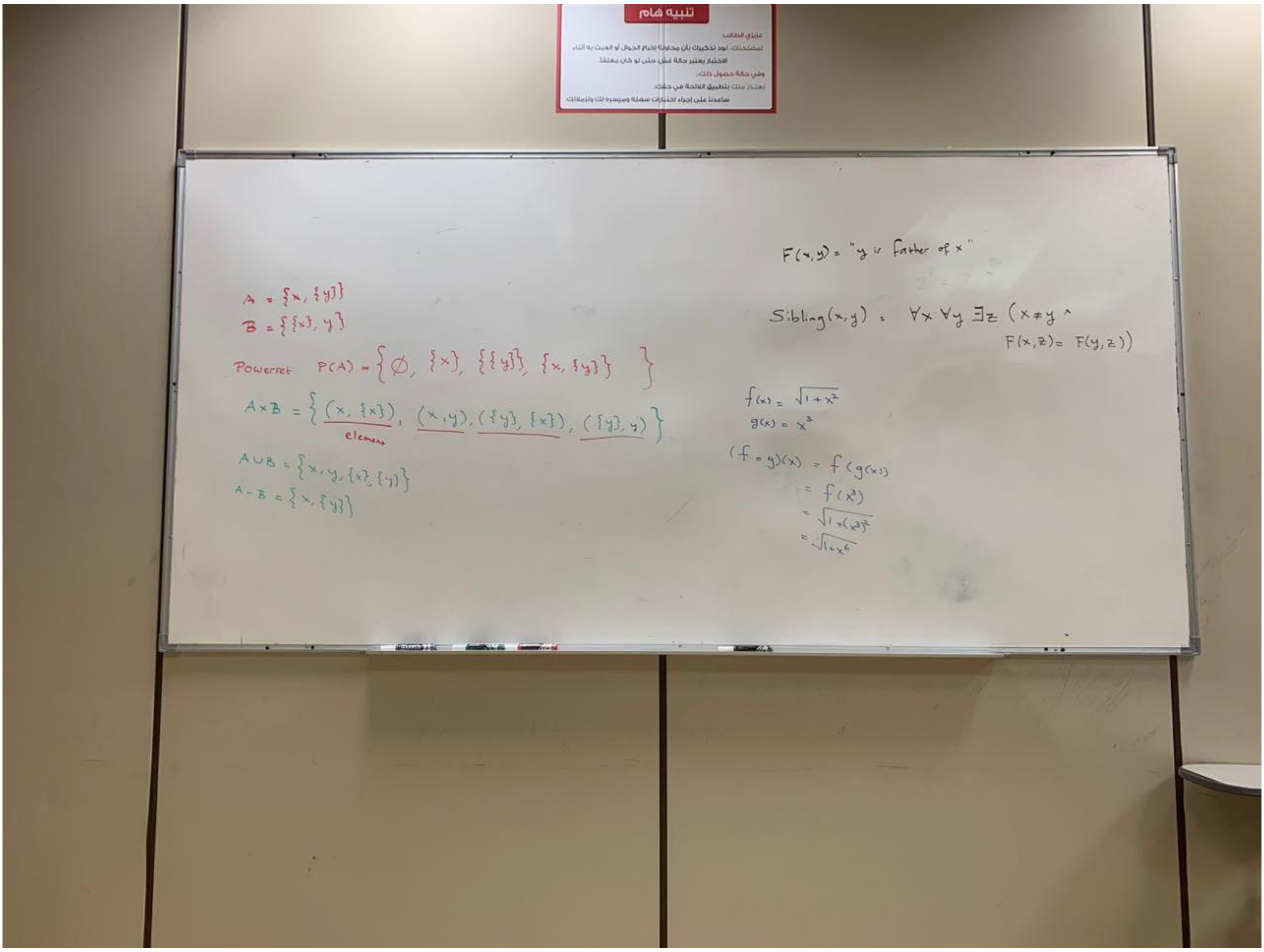
7. [Marks 10]
Solve the equation, $4x \equiv 5 \bmod 163$. Then write the general solution.

8. [Marks 20]
Using the Chinese Remainder Theorem to solve the equations. Show all the steps, and write the general solution as well.

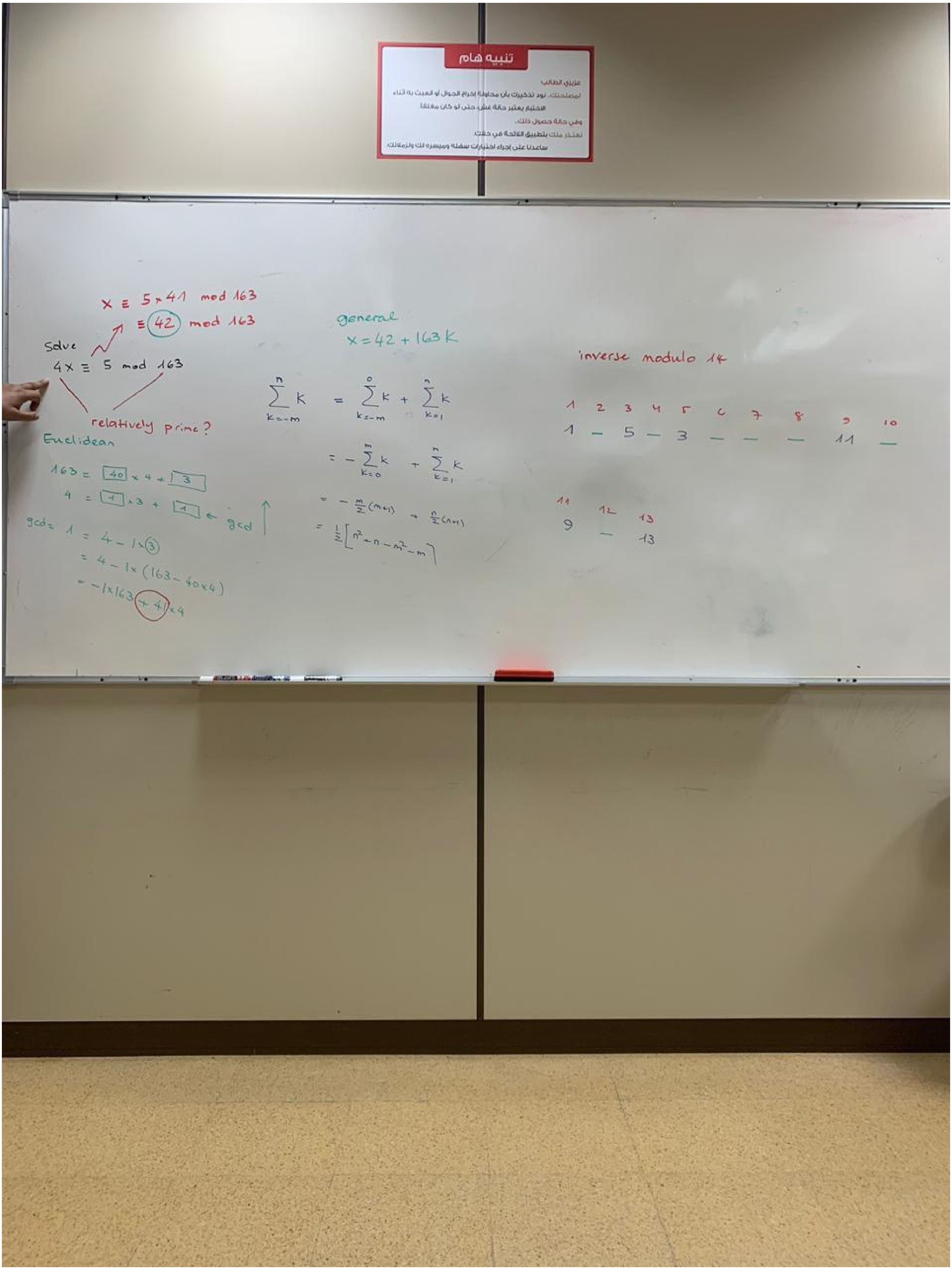
$x \equiv 3 \bmod 5$

$x \equiv 2 \bmod 8$

$x \equiv 5 \bmod 9$.



تنبيه هام
عزيزي الطالب
لمصلحتك، نود تذكيرك بأن محاولة إخراج الجوال أو العبث به أثناء
الاختبار يعتبر حالة غش، حتى لو كان مغلقا
وفي حالة حصول ذلك،
نعتذر منك بتطبيق اللائحة في حقك
ساعدنا على إجراء اختبارات سهلة وميسرة لك ولزملائك
$A = \{x, \{y\}\}$
$B = \{\{x\}, y\}$
Powerset $P(A) = \{\emptyset, \{x\}, \{\{y\}\}, \{x, \{y\}\}\}$
$A \times B = \{\underbrace{(x, \{x\})}_{\text{element}}, (x, y), (\{y\}, \{x\}), (\{y\}, y)\}$
$A \cup B = \{x, y, \{x\}, \{y\}\}$
$A - B = \{x, \{y\}\}$
$F(x, y) =$ "y is father of x"
$Sibling(x, y) = \forall x \forall y \exists z \, (x \neq y \wedge F(x, z) = F(y, z))$
$f(x) = \sqrt{1 + x^2}$
$g(x) = x^3$
$(f \circ g)(x) = f(g(x))$
$= f(x^3)$
$= \sqrt{1 + (x^3)^2}$
$= \sqrt{1 + x^6}$


تنبيه هام
عزيزي الطالب
لمصلحتك، نود تذكيرك بأن محاولة إخراج الجوال أو العبث به أثناء
الاختبار يعتبر حالة غش حتى لو كان مغلقا
وفي حالة حصول ذلك،
نعتذر منك بتطبيق اللائحة في حقك.
ساعدنا على إجراء اختبارات سهلة وميسرة لك ولزملائك.
x ≡ 5 × 41 mod 163
≡ 42 mod 163
Solve
4x ≡ 5 mod 163
relatively prime?
Euclidean
163 = 40 × 4 + 3
4 = 1 × 3 + 1 ← gcd
gcd = 1 = 4 − 1 × 3
= 4 − 1 × (163 − 40 × 4)
= −1 × 163 + 41 × 4
general
x = 42 + 163 k
inverse modulo 14
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
1 — 5 — 3 — — — 11 —
11 12 13
9 — 13

تنبيه هام

عزيزي الطالب

لمصلحتك، نود تذكيرك بأن محاولة إخراج الجوال أو العبث به أثناء

الاختبار يعتبر حالة غش حتى لو كان مغلقا

وفي حالة حصول ذلك،

نعتذر منك بتطبيق اللائحة في حقك.

ساعدنا على إجراء اختبارات سهلة وميسرة لك ولزملائك.

$x \equiv 5 \times 41 \mod 163$

$\equiv 42 \mod 163$

Solve

$4x \equiv 5 \mod 163$

relatively prime?

Euclidean

$163 = \boxed{40} \times 4 + \boxed{3}$

$4 = \boxed{1} \times 3 + \boxed{1} \leftarrow$ gcd

gcd $= 1 = 4 - 1 \times 3$

$= 4 - 1 \times (163 - 40 \times 4)$

$= -1 \times 163 + 41 \times 4$

general

$x = 42 + 163K$

<u>CRT</u>

$x \equiv \overset{a_1}{3} \mod 5$

$\equiv \overset{a_2}{2} \mod 8$

$\equiv \overset{a_3}{5} \mod 9$

pairwise relatively prime?

$m = 5 \times 8 \times 9 = 360$

$M_1 = \frac{360}{5} = 72$

$M_2 = 45$

$M_3 = 40$

$x \equiv (3 \times 72 y_1 + 2 \times 45 y_2 + 5 \times 40 y_3) \mod 360$

$72 y_1 \equiv 1 \mod 5$

$\Downarrow$

$2 y_1 \equiv 1 \mod 5$

$y_1 = 3$

$45 y_2 \equiv 1 \mod 8$

$5 y_2 \equiv 1 \mod 8$

$y_2 = 5$

$40 y_3 \equiv 1 \mod 9$

$4 y_3 \equiv 1 \mod 9$

$y_3 = 7$