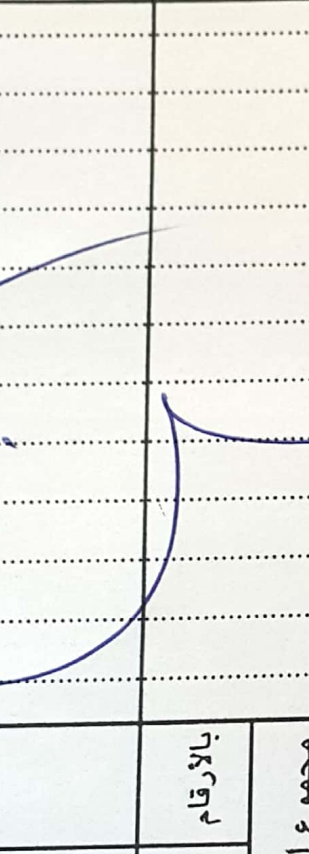


كلية .....  
 العام الدراسي .....  
 الفصل الدراسي .....  
 رقم المقرر ورمزه .....  
 رقم الشعبة .....

مجموع الدرجات		بالأرقام	بالحروف
رقم السؤال	الدرجة		

no photo

الفتاوى

اسم أستاذ المقرر



# CH.2 Probabilities...

## الإستخدام

## القانون

$$X! = X(X-1)(X-2) \dots - 1$$

يستخدم في حالة التباديل والتوافيق

factorial Notation ①

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

يستخدم في حالة وجود ترتيب  
arrange, in order, one after other

Permutation ②  
 ${}^n P_r$  التباديل

$${}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

يستخدم في حالة وجود عدم ترتيب  
unordered, chosen randomly,  
chosen at the same time

Combination ③  
 ${}^n C_r$  التوافيق

$A \cup B \Rightarrow$  أي من مجموع عناصر (A, B) في  
قوسين مع وحدة واحد

Ex.  $\rightarrow A = \{1, 2, 3\}$  و  $B = \{4, 5, 6\}$   
 $\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Union of Event ④  
اتحاد الأحداث

$A \cap B \Rightarrow$  أي من تقاطع ما هو مشترك  
بين طينتين

Ex.  $\rightarrow A = \{2, 3, 4\}$  ,  $B = \{4, 5, 6\}$

$\therefore A \cap B = \{4\}$

Intersection ⑤  
التقاطع





الاستخدام

القانون

Ex  $\rightarrow \Omega = \{1, 2, 3, 4\}$   
 $A = \{1, 2\}$

Complement  $\bar{A}$  ⑥  
المتكملت

$\therefore \bar{A} = \{3, 4\}$   
 $\& \bar{A} = 1 - A$

$(A \setminus B)$  or  $(B \setminus A)$

Difference ⑦

$(A \setminus B) \rightarrow$  حاصل العناصر الموجودة في A  
وليس موجودة في B

الفرق بين حدثين

Ex.  $\Rightarrow A = \{1, 2, 3\}$   
 $B = \{2, 3, 5\}$

$\therefore A \setminus B = \{1\}$

$(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$   
 $(A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A})$

Exactly One of ⑧  
Event

هو عبارة عن تقاطع الحدث مع متممته  
 $\phi$  ولا بد أن ينتج  $\phi$

Impossible Event ⑨  
الحدث المستحيل

$A \cap \bar{A} = \phi$

هو عبارة عن اتحاد الحدث مع متممته  
ولا بد أن ينتج  $\Omega$

Certain Event ⑩  
الحدث الحتمي

$A \cup \bar{A} = \Omega$





## الاستقارم

## القانون

مستقلين  
Mutually  
Exclusive

Mutually  
Exclusive Event

$$A \cap B = \emptyset \quad \emptyset = \text{لا يوجد تقاطع}$$

أي احتمال  $P$  هو عبارة عن  
 $\frac{\text{عدد النتائج المواتية}}{\text{عدد النتائج الكلية}}$

Probability (12)

$$\begin{aligned} P(\emptyset) &= 0 \\ P(S) &= 1 \\ P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \end{aligned}$$

for Simple Event, S  
 $P(S) = \frac{1}{|S|}$

Laplace Concept (13)  
قانون لابلاس

for Compound Event  
 $P(A) = \frac{|A|}{|S|}$

Simple Event  $\Rightarrow \{H\}, \{T\}, \{1\}$   
Compound Event  $\Rightarrow \{H, T\}, \{1, 2, 3\}$

قوانين الاحتمال (14)

$$\begin{aligned} P(\bar{A}) &= 1 - P(A) \\ 0 &< P(A) < 1 \\ 1 &\geq P(A) \geq 0 \end{aligned}$$

$$\sum P(w_i) = 1 \quad \text{جميع الاحتمالات}$$





## الاستخدام

## القانون

(15) قوانين De Morgan تستخدم في حالة طلب احتمال ملتزمة للتقاطع أو الاتحاد

$$\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

(16) قوانين الاتحاد

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

وإذا ذكر في مسألة أن  $A, B$  Mutually Exclusive  
فكون القانون :-

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

(17) احتمال اتحاد  
لأنه هواد

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

وإذا ذكر في مسألة أن الحوادث  $A, B, C$  Mut. Ex.

هذا القانون يصبح

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

$$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$

تقاطع  
(18) احتمال حيز  
بمتجه واحدة



## البرهان

## القانون

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

(20) الاحتمال الشرطي  
Conditional Probability

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

فإذا هذا القانون تستطيع حساب  $P(A \cap B)$   
وهو عبارة عن تقاطع  $A$  و  $B$  في  $P(A \cap B)$

(21) Multiplication Law in Probability  
قانون ضرب

$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

نصوبة عامة

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot P(A_4|A_1 \cap A_2 \cap A_3)$$

$$P(A|B) = P(A) \text{ إذا لم يكن لـ } A \text{ و } B \text{ أي تقاطع}$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

احتمال التقاطع = احتمال  $A$  لا  $B$   $\times$  احتمال  $B$  لا  $A$  -

(22) Independent Event  
الحدث المستقل

$$P(B) = \sum_{k=1}^n P(Z_k) P(B|Z_k)$$

(23) Total Probability  
الاحتمال الكلي



## الاستقراء

## القانون

مشكلة هذه النظرية في حالة وجود

Bayes Theorem (24)  
نظرية بيس

احتمال شرطية مجهول

احتمال شرطية معلوم

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)}$$

وإذا كنا نتعامل مع حدثين اثنين

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})}$$





لا يكتب في  
هذا الهامش

# CH.3.. Random Variables...

الاسقاط

الظاؤون

$$\Rightarrow F_X(x) = P(X \leq x)$$

① Distribution Function  
دالة التوزيع

$$0 \leq F_X(x) \leq 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} F_X(x) = 1 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0$$

$$\Rightarrow P(a \leq X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$$

② Discrete Random Variable

متغير عشوائي متقطع (هل المتغير ليس مستمر في)

① Probability Mass Function

$$P(X=x) \geq 0$$

الدالة للاحتمال P.m.f

$$\sum_x P(X=x) = 1$$

Mathematical Expectation  
التوقع الرياضي

Mean المتوسط

Variance التباين

$$E(X)$$

$$\mu = E(X)$$

$$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2$$

$$E(X^k) = \sum x^k P(X=x)$$

$$= \sum x P(X=x)$$

$$E(X^2) = \sum x^2 P(X=x)$$

⇒ Standard Deviation

$$\sigma = \sqrt{\text{variance}}$$





## Binomial Distribution

هو التوزيع الذي كثر في التجارب الاحتمالية ذات نتائجهين (فلاح - قاح)  $P$  (فشل  $1-P$ )

P.m.f of Binomial Distribution =

$$P(X=x) = \binom{n}{x} P^x (1-P)^{n-x}$$

حيث  $\binom{n}{x} = {}^nC_x = \frac{n!}{x!(n-x)!}$

Mean of  
Binomial

$$E(X) = \mu = np$$

Variance of  
Binomial

$$\text{Var}(X) = \sigma^2 = np(1-p)$$



لا يكتب في  
هذا الهامش

## Poisson Distribution

هو توزيع يعبر عنه احتمال حدوث (أو مجموع) أحداث  
مختلفة، احتمالية تحدث

### P.m.f of Poisson Distribution

$$P(X=k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \quad k=0,1,2,\dots$$

Mean of Poisson  
Distribution

$$E(X) = \lambda = \lambda$$

Variance of Poisson  
Distribution

$$\sigma^2 = \lambda$$





# Continuous Random Variables متغيرات عشوائية مستمرة

• هي المتغيرات التي لا تستطيع عد قيمها  
وبدلاً تميز بمجموعة  $\int$  (تكامل)

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

## Distribution Function of Continuous Random Var.

$$F_x(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$

• العلاقة بين الدالة الاحتمالية ودالة التوزيع

\* الدالة الاحتمالية — Probability density Function

ويرمز لها بـ  $f_x(x)$  P.d.f

\* الدالة لتوزيع — Distribution Function  
ويرمز لها بالرمز D.F

$$F_x(x)$$

حيث أن الدالة الاحتمالية هي عبارة عن مشتقة دالة لتوزيع

$$f_x(x) = \frac{d}{dx} F_x(x)$$



دالة التوزيع هي عبارة عن قاعلة لدالة الاحتمال

$$F_X(x) = \int_a^x f_X(x) dx$$

Mathematical  
Expectation  
التوقع الرياضي

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f_X(x) dx$$

Mean  $\mu$   
المتوسط

$$E(X) = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx$$

Variance  $\sigma^2$   
التباين

$$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2$$

Standard  
deviation  
 $\sigma = \sqrt{\text{Variance}}$

Exponential Distribution  
التوزيع الأسي

P.d.f  
الدالة الاحتمالية

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

Distribution  
Function

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

المتوسط

$$E(X) = \mu = \frac{1}{\lambda}$$

التباين

$$\sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\text{var}}$$





لا يكتب في  
هذا الهامش

# Normal Distribution التوزيع الطبيعي

P.d.f  
الدالة الكثافة

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Distribution  
Function  
دالة التوزيع

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} dt$$



إذا عوّضنا

$$\mu = 0, \sigma = 1$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

نصبح، إذن

Standard Normal  
Distribution

⇒ Standardizing Normally Distributed

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

