

جامعة الملك سعود / كلية العلوم قسم الرياضيات	بسم الله الرحمن الرحيم	الفصل الأول ١٤٢٦ / ١٤٢٧ هـ الزمن // ثلاث ساعات
الاسم / ..... رقم التحضير في المحاضرات / ....	الإختبار النهائي في المقرر ٢٤٤ رياض رقم الشعبة / .....	الرقم الجامعي / ..... أستاذ المادة / .....

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
رمز الإجابة								
رقم السؤال	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	
رمز الإجابة								

### ممنوع إستخدام الآلة الحاسبة

الجزء الأول : [ درجتان لكل سؤال ]

ضع رمز الإجابة الصحيحة للأسئلة من ١ إلى ١٥ في الجدول أعلاه :

$$x + y + z = 1$$

( ١ ) نظام المعادلات الخطية  $3x + 2y - 2z = -1$  :

$$4x + 3y - z = 0$$

( أ ) له حلان ( ب ) له حل وحيد ( ج ) ليس له حل ( د ) له عدد لا نهائي من الحلول

( ٢ ) إذا كانت  $A, B$  مصفوفتين من الدرجة 2 وكان  $|B| = -1$  ،  $|A| = 2$  ، فإن  $|B^3 A^{-1} B^t A^2|$  تساوي :

( أ ) -2 ( ب ) 2 ( ج ) -1 ( د ) 1

( ٣ ) المتجهات  $v_1 = (1, -1, 1, 3)$  ،  $v_2 = (1, 1, 3, 4)$  ،  $v_3 = (1, -1, 1, \lambda)$  مستقلة خطياً في  $R^4$  عند ما :

( أ )  $\lambda \in R \setminus \{-3, 3\}$  ( ب )  $\lambda \neq 3$  ( ج )  $\lambda = 3$  ( د )  $\lambda = \pm 3$

( ٤ ) إذا كانت  $A$  مصفوفة من النوع  $m \times n$  ، فإن جملة واحدة فقط مما يلي تكون صحيحة :

( أ ) الفضاء الصففي يساوي الفضاء العمودي لـ  $A$  .

( ب ) بعد الفضاء الصففي لـ  $A$  يساوي  $m$  .

( ج ) بعد الفضاء الصففي لـ  $A$  يساوي بعد الفضاء الصففي لـ  $A^t$  .

( د ) بعد الفضاء العمودي لـ  $A$  يساوي  $n$  .

( ٥ ) إذا كانت  $W = \{ (a, b) : a, b \in R \wedge a^2 = b^2 \}$  ، فإن :

( أ )  $W$  فضاء جزئي من  $R^2$  ( ب )  $W$  ليست مجموعة جزئية من  $R^2$

( ج )  $W$  ليست فضاءً جزئياً من  $R^2$  ( د )  $W = \Phi$

( ٦ ) لكي يكون المتجه  $(a, a, b)$  تركيباً خطياً من المتجهين  $(1, -1, 0)$  ،  $(0, 1, -1)$  فإن العلاقة بين  $a, b$  هي :

( أ )  $a = 2b$  ( ب )  $b = 2a$  ( ج )  $a = -2b$  ( د )  $b = -2a$

(٧) إذا كانت  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 6 \\ -1 & 4 & -2 \end{bmatrix}$  ، فإن  $Adj A$  تساوي :

(أ)  $-4I$  (ب)  $I$  (ج)  $-2I$  (د)  $-I$

(٨) إذا كان  $W = \langle \{ v_1 = (1, -1, 0, 1), v_2 = (-1, 1, 1, 0), v_3 = (2, -2, 1, 3) \} \rangle$  ، فإن :

(أ)  $\dim W = 1$  (ب)  $\dim W = 2$  (ج)  $\dim W = 3$  (د)  $\dim W = 4$

(٩) إذا كان  $u, v$  متجهين في فضاء ضرب داخلي  $V$  حيث  $\|2u + 3v\| = \|2u - 3v\|$  ، فإن :

(أ)  $u = \frac{3}{2}v$  (ب)  $\langle u, v \rangle = 0$  (ج)  $u = -\frac{3}{2}v$  (د)  $u = v$

(١٠) إذا كانت كل من  $B = \{ v_1 = (1, 1), v_2 = (-2, 1) \}$  و  $S = \{ u_1 = (1, -2), u_2 = (-1, 3) \}$  أساساً للفضاء  $R^2$  ، فإن مصفوفة الانتقال من الأساس  $B$  إلى الأساس  $S$  هي :

(أ)  $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$  (ب)  $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$  (ج)  $\begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$  (د)  $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$

(١١) إذا كان  $T: R^2 \rightarrow R^2$  مؤثراً خطياً بحيث أن  $T(1, 0) = (2, 0)$  ،  $T(0, 1) = (1, 3)$  ، فإن :

(أ)  $T(x, y) = (3y, 2x + y)$  (ب)  $T(x, y) = (2x + y, 3y)$  (ج)  $T(x, y) = (x, y)$  (د)  $T(x, y) = (2x + 3y, y)$

(١٢) إذا كان  $T: R^3 \rightarrow R^2$  تحويلاً خطياً معرفاً بالقاعدة  $T(x, y, z) = (x - y, 2x + y - z)$  ،

فإن قيمتي  $y, z$  لكي يكون  $(1, y, z) \in \text{Ker } T$  هما :

(أ)  $y = 1, z = 3$  (ب)  $y = 0, z = 0$  (ج)  $y = -1, z = 1$  (د)  $y = 1, z = -2$

(١٣) المصفوفة الممثلة للمؤثر الخطي  $T: R^2 \rightarrow R^2$  المعرف بالقاعدة  $T(x, y) = (-x + y, x + y)$

بالنسبة للأساس  $B = \{ v_1 = (1, -1), v_2 = (0, 1) \}$  هي :

(أ)  $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$  (ب)  $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  (ج)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$  (د)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(١٤) إذا كان  $X$  متجهاً ذاتياً لمصفوفة  $A$  ، مربعة من الدرجة  $n$  ، مرافقاً للقيمة الذاتية  $-2$  ، فإن

$X$  متجهاً ذاتياً للمصفوفة  $B = 3A + 4I_n$  مرافقاً للقيمة الذاتية :

(أ)  $1$  (ب)  $0$  (ج)  $7$  (د)  $-2$

(١٥) إذا كانت  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  ، فإن :

(أ)  $B$  قابلة للتحويل إلى الصورة القطرية بينما  $A$  لا .

(ب) كل من  $A$  و  $B$  قابلة للتحويل إلى الصورة القطرية .

(ج)  $A$  قابلة للتحويل إلى الصورة القطرية بينما  $B$  لا .

(د) كل من  $A$  و  $B$  غير قابلة للتحويل إلى الصورة القطرية .

الجزء الثاني : أجب على الأسئلة التالية في نفس ورقة الأسئلة :

**السؤال الأول :** [ ثلاث درجات ]

إذا كانت  $A$  مصفوفة تحقق المعادلة  $A^3 - 3A^2 + A - 2I = O$  ، فأثبت أن  $A$  قابلة للعكس ومستنتجا  $A^{-1}$  بدلالة  $A$  .

**السؤال الثاني : [ ثلاث درجات ]**

$$x - y + z = 1$$

$$-x + 2y + z = 0$$

$$-x + y - 2z = 0$$

أستخدم طريقة كرامر لإيجاد قيمة المتغير  $x$  في النظام :

### السؤال الثالث: [ خمس درجات ]

ليكن  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  تطبيقاً معرفاً بالقاعدة  $T(x, y) = (x - 2y, 2x + y, 3x)$

(i) أثبت أن  $T$  تحويل خطي . (ii) أوجد المصفوفة المعتادة  $[T]$  للتحويل الخطي  $T$  .

