الأساس العياري المتعامد

5.3

في هذا الموضوع

تعطى مجموعه متجهات
وقاعدة ضرب داخلي
ويسأل هل هي
اساس عياري متعامد
اذا كانت
١- متعامدة (ضربهم
معًا مثنى يساوي صفر
٢- كل منها عياري
أي أن طول كل منها 1
فإنه اساس عياري
متعامد

يعطى مجموعه متجهات
ليست اساس عياري
متعامد ويطلب
استخراج (تحويلها)
الى اساس عياري متعامد
(خوارزميه جرام شميث)

تعيين الأساس العياري المتعامد

خوارزميه جرام شميث

مهارة 6 (تحويل مجموعة متجهات الى متجهات عياريه متعامده)

المعطى مجموعه متجهات و المطلوب إيجاد الاساس العياري المتعامد منها.

خوارزميه: (جرام شميدت (شميث))

اذا اعطيت $\{v_1, v_2, v_3, \dots\}$ اساس للفضاء V
و المطلوب ايجاد $\{u_1, u_2, \dots\}$ الاساس العياري المتعامد في V.

نوجد أولاً الاساس المتعامد $\{w_1, w_2, \dots\}$

$$w_1 = v_1 \quad \text{و} \quad w_2 = v_2 - \langle v_2, w_1\rangle \frac{w_1}{\|w_1\|^2}$$

$$\text{و}\; w_3 = v_3 - \langle v_3, w_2\rangle \frac{w_2}{\|w_2\|} - \langle v_3, w_1\rangle \frac{w_1}{\|w_1\|^2}$$

وهكذا ......

ثم نوجد ثانياً المتجهات العياريه من $w_1, w_2, w_3, \dots$
نحصل على الاساس العياري المتعامد $u_1, u_2, \dots$

$$\left\{ u_1 = \frac{w_1}{\|w_1\|} \;,\; u_2 = \frac{w_2}{\|w_2\|} \;,\; \dots \right\}$$

ملحوظه: كل مجموعه $S = \{v_1, v_2, v_3, \dots\} \in V$ تمثل اساس عياري متعامد فإنه يمكنه صياغه $u \in V$ كتركيب خطي منها كالآتي:

$$u = \overset{\alpha_1}{\langle u, v_1\rangle}\, v_1 + \overset{\alpha_2}{\langle u, v_2\rangle}\, v_2 + \overset{\alpha_3}{\langle u, v_3\rangle}\, v_3 + \dots$$

تذكر: متباينه كوشي - شوارتز

$$|\langle u, v\rangle| \leq \|u\|\,\|v\|$$

تذكر أيضا: متباينه المثلث

$$\|(u+v)\| \leq \|u\| + \|v\|$$