Summer Semester	**Final Exam**	**King Saud University**
(two pages)	**Time: 1:00 pm to 5:00 pm**	**College of Science**
Tuesday 30-11-1441	**244 Math**	**Math. Department**

تعليمات الاختبار المنزلي: (اقرأها بعناية)

١- رتب أجوبتك بحسب **ترتيب** ورود الأسئلة. نظم إجابتك وسلسل أفكار واكتب بلغة رياضية سليمة وواضحة.
٢- اكتب اسمك ورقمك وبريدك الإلكتروني على كل صفحة من صفحات الإجابة.
٣- على الطلاب ضرورة الاطلاع على كل ما يخص الاختبارات من تعليمات سواء عن طريق البريد الإلكتروني أو صفحة التعليمات في الاختبار.
٤- الالتزام بوقت بداية الاختبار المدرجة في البوابة وكذلك نهاية الاختبار المحددة مدته بأربع ساعات فقط شاملة استلام الأسئلة وتسليم الإجابات.
٥- يجب تسليم إجابة الاختبار دون تأخير، وآخر موعد للاستلام هو الساعة الخامسة عصرا (ويجوز أن يسلم الطالب إجابته قبل ذلك) ومن يتأخر عن موعد التسليم فلن يقبل منه، ويكون تسليم الإجابة عن طريق البريد الإلكتروني.
٦- يجب أن يتم إتمام الاختبار بشكل فردي ويحظر عرضه أو مناقشته مع أي شخص آخر، بما في ذلك (على سبيل المثال لا الحصر) الطلاب الآخرين في المقرر نفسه.
٧- يستخدم الكتاب كمرجع أساسي للطالب، وحينما يحتاج جزءا منه في الحل (نظرية أو تعريفا أو مثالا أو غير ذلك) فإنه يذكر نصه بالكامل وكيف استفاد منه ولا يكتفي بالرقم فقط (سواء رقم الصفحة أو النظرية أو التعريف أو المثال أو غير ذلك).
٨- عند طباعتك للأسئلة تأكد من أن كل شيء تمت طباعته بوضوح وذلك بمقارنتها بالأسئلة التي تم تحميلها من الجهاز.
٩- يمكن للطالب استخدام أي مادة متاحة يريدها، بما في ذلك العروض التقديمية ومذكرة المحاضرات والكتب والإنترنت، ويمنع نقل المعلومة كما هي، ولكن تكتب حسب فهم الطالب، وإلا ستعتبر اقتباسا يؤثر على درجة الطالب.
١٠- سيتم اعتماد أول نسخة من الإجابة تصل إلى أستاذ المقرر بالإيميل.
١١- سوف يتم النظر في جميع الحالات الطلابية التي لم تتمكن من أداء الاختبار المنزلي بعقد اختبار بديل لها في بداية الفصل الدراسي الأول من العام ١٤٤٢هـ.

Questions:

Let (x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7 x_8 x_9) be your university ID.

Q1: Define on $\mathbb{R}^2$ the following two operations for all real numbers x,y,z,w and k:

$$(x,y)+(z,w)=(x+z,y+w)$$
$$k(x,y)=(ky,kx)$$

Is $\mathbb{R}^2$ with these two operations a vector space? Why? (2 marks)

Q2- Let $\mathbb{R}^2$ be the Euclidean vector space and define the function

$<,>: \mathbb{R}^2\times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ by:

$$<(x,y),(z,w)>= xz$$

for all real numbers x,y,z and w. Is this function an inner product function? Why? (2 marks)

Q3- Let

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & x_8 & 5 \end{bmatrix}$$

be the transition matrix from the basis B={v_1,v_2, v_3} to the basis S={(1,0,0),(1,1,0),(1,1,1)} of $\mathbb{R}^3$. Find v_2 in a simple way. (2 mark)

Q4- Let B={v_1,v_2,v_3,v_4,v_5,v_6} be a subset of $\mathbb{R}^5$. Is B linearly independent? Why? (1 mark).

Q5- Let $\mathbb{R}^3$ be the Euclidean inner product space.
a- Find cos(θ) where θ is the angle between (x_1,x_2,x_3) and (x_4,x_5,x_6). (1 mark)
b- Use Gram-Schmidt Process to transform the basis vectors (x_3,0,0), (1,1,0), (1,x_8,1) into an orthonormal basis. (5 marks)

Q6- Let T: $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ be a map from the Euclidean inner product space $\mathbb{R}^3$ to the vector space $\mathbb{R}$ defined by T(v)=< v, (x_2,x_4,x_6)> for all vectors v∈ $\mathbb{R}^3$.

(a) Show that T is a linear transformation. (2 marks)

(b) Find a basis of ker(T). (2 marks)

(c) Show that T is onto in a simple way. (1 marks)

(d) If B and S are the standard bases of $\mathbb{R}^3$ and $\mathbb{R}$, respectively, then find the matrix for T relative to the bases B and S. (2 marks)