

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
رمز الإجابة															

السؤال الأول: ضع رمز الإجابة الصحيحة للفقرات من 1 إلى 15 في الجدول أعلاه: (درجتان لكل فقرة)

١. إذا كانت C مصفوفة مثلثية متماثلة، فإن C يجب أن تكون:

- (أ) قطرية (ب) قابلة للعكس (ج) متماثلة تخالفياً (د) غير قابلة للعكس

٢. إذا كانت $D = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ ، حيث $D^2 - 2DD^T + 3D = D$ مصفوفة من الدرجة 2 وقابلة للعكس، فإن

- (أ) $D = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 8 & 12 \end{bmatrix}$ (ب) $D = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 8 & -12 \end{bmatrix}$ (ج) $D = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -8 & 11 \end{bmatrix}$ (د) $D = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 8 & 11 \end{bmatrix}$

٣. لتكن A و B مصفوفتين من الدرجة 3. أوجد $\det A$ إذا علمت أن $\det B = 12$ و $\det(-3A^2 B^T A^T B^{-2}) = 18$

- (أ) $\frac{-3}{2}$ (ب) 8 (ج) -2 (د) $\frac{3}{2}$

٤. مجموعة قيم الثابت a التي تجعل للنظام $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + az = 3 \\ x + ay + 3z = 2 \end{cases}$ عدد لانهائي من الحلول هي:

- (أ) $\{2, -3\}$ (ب) $\{2\}$ (ج) $\{-3\}$ (د) $\mathbb{R} \setminus \{2, -3\}$

٥. إذا كان $v_3 = (-1, 0, 2)$ ، $v_2 = (1, 0, -2)$ ، $v_1 = (1, 2, 3)$ فإن

- (أ) v_1 ليس تركيباً خطياً من v_2 و v_3 (ب) v_1 تركيب خطي من v_2 و v_3 (ج) $\{v_1, v_2, v_3\}$ مستقلة خطياً (د) $\{v_1, v_2, v_3\}$ تولد \mathbb{R}^3

٦. إذا كان $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy = 0\}$ ، فإن

- (أ) $W \leq \mathbb{R}^2$ و $\dim W = 1$ (ب) W ليس فضاء جزئياً من \mathbb{R}^2 (ج) $W = \mathbb{R}^2$ (د) $W = \{(0, 0)\}$

٧. بعد الفضاء الجزئي المولد بالمجموعة $\{(1, 2, 3), (0, 1, 2), (-1, 0, 1)\}$ يساوي

- (أ) 0 (ب) 3 (ج) 1 (د) 2

٨. مجموعة قيم الثابت λ التي تجعل رتبة المصفوفة $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \lambda & 1 & \lambda \\ 1+\lambda & 2 & 3 \end{bmatrix}$ تساوي 2 هي

- (أ) $\{1, 2\}$ (ب) $\{1, -2\}$ (ج) $\{-1, 2\}$ (د) $\{-1, -2\}$

٩. إذا كانت A مصفوفة من الدرجة 4×11 ، فإن

- (أ) $\text{nullity } A \leq 4$ (ب) $\text{rank } A \geq 4$ (ج) $\text{nullity } A \geq 7$ (د) $\text{nullity } A \leq \text{rank } A$

١٠. إذا كان كل من $B = \{3x + 6, 2x + 10\}$ و $C = \{2, 2x + 3\}$ أساس للفضاء $P_1[x]$ ، فإن مصفوفة الانتقال P_B^C من

الأساس B إلى الأساس C هي

- (أ) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} \frac{7}{2} & \frac{3}{4} \\ 1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$ (ج) $\begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ \frac{7}{2} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{7}{2} \\ \frac{3}{2} & 1 \end{bmatrix}$

١١. بعد نواة التحويل الخطي $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ المعرفة بالقاعدة $T(x, y, z) = (x, x, y, y)$ هو

- (أ) 3 (ب) 2 (ج) 1 (د) 4

١٢. إذا كانت $A \in M_{22}$ مصفوفة غير قابلة للعكس وكانت $\lambda = 4$ قيمة مميزة لـ A فإن

- (أ) $\dim E_4 = 2$ (ب) A قابلة للاستقطار (ج) A غير قابلة للاستقطار (د) A قطرية

١٣. إذا كان $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ التحويل الخطي المعرفة بالقاعدة $T(x, y) = (x - y, x + 2y)$ ، فاحسب $[T]_B$ حيث B

هو الأساس المعطى بالمجموعة $\{(1, 1), (1, 2)\}$.

- (أ) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} -3 & -7 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ (ج) $\begin{bmatrix} -7 & -3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

١٤. إذا كان \langle , \rangle ضرباً داخلياً على فضاء المتجهات V وكان $u, v \in V$ متجهين بحيث أن $\|v\|^2 = 10$ ، $\|u\|^2 = 4$ ،

$$\langle u + v, 2u - v \rangle = -7 \text{ فإن } \langle u, v \rangle \text{ يساوي}$$

- (أ) 5 (ب) 6 (ج) -5 (د) -6

١٥. إذا كانت المجموعة $\{u_1, u_2\}$ أساس عياري متعامد لفضاء الضرب الداخلي V وكان $v \in V$ بحيث $\langle v, u_1 \rangle = 3$

و $\langle v, u_2 \rangle = -5$ فإن $\|v\|^2$ يساوي

- (أ) 36 (ب) 16 (ج) 8 (د) 34

السؤال الثاني: ليكن $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ هو التحويل الخطي المعرف بالقاعدة

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 - x_2, x_2 - x_3, x_3 - x_4)$$

(٣ درجات)

(أ) عيّن أساس وبعد نواة T .

(٣ درجات)

(ب) عيّن أساس وبعد صورة T .

السؤال الثالث:

(أ) لنفرض أن $\{u_1, u_2, u_3\}$ مجموعة مولدة لفضاء الضرب الداخلي V وليكن $v \in V$. إذا كان $\langle v, u_i \rangle = 0$ لكل $i = 1, 2, 3$ فأثبت أن $v = 0$.

(درجتان)

(ب) إذا كان $W = \{A \in M_{22} : A^T = A\}$

(درجتان)

١. أثبت أن W فضاء جزئي من M_{22} .

(درجتان)

٢. عین أساس وبعد W .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -5 & -3 \\ -3 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

السؤال الرابع: لتكن

(درجتان)

(أ) عين القيم المميزة للمصفوفة A .

(٤ درجات)

(ب) أثبت أن A قابلة للاستقطار وعين المصفوفة P بحيث $P^{-1}AP$ قطرية.

(درجتان)

(ج) احسب A^{10} .