الفصل الثاني 1434 / 1435 هـ	اجابات الاختبار الفصلي الأوّل	جامعة الملك سعود / كلية العلوم قســـــم الرياضيات

4	3	2	1	رقم السؤال
أ	ب	ج	أ	رمز الإجابة

الجزء الاول : [درجتان لكل سؤال]:

(1) لتكن المصفوفة $A=\begin{bmatrix}1 & x & 0\\ x & 1 & x\\ 0 & x & 1\end{bmatrix}$ فإن قيمة المحدد $|A|$ تساوي:

(أ) $1-2x^2$ (ب) $1+2x^2$ (ج) 1 (د) x^2+1

(2) إذا كانت $A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ فإن $adj(A^2)$ تساوي:

(أ) $\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ (ج) $\begin{bmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 0 & -1\end{bmatrix}$

(3) إذا كانت المصفوفة الموسعة لنظام معادلات خطية هي $\left[\begin{array}{ccccc|c}1 & -1 & 0 & 0 & 2 & -1\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 2\end{array}\right]$ فإن مجموعة الحل هي:

(أ) $\{(t-2s,t,-s,-s,s);t,s\in\mathrm{R}\}$

(ب) $\{(-1+t-2s,t,1-s,2+s,s);t,s\in\mathrm{R}\}$

(ج) ϕ

(د) $\{(-1-t+2s,t,1+s,2-s,s);t,s\in\mathrm{R}\}$

(4) أيّ من المجموعات الآتية ليست فضاء جزئيّا:

(أ) $W_1=\{(x,y,z)\in R^3 : x^2+y-z=0\}$

(ب) $W_2=\{p(x)=a+bx+cx^2 : a,b,c\in R, p(2)=0\}$

(ج) $W_3=\{A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\in M_{2\times 2} : a-b+c=0\}$

(د) $W_4=\{(x,y,z)\in R^3 : x-y+2z=0, 2x+y-z=0\}$

السؤال الأول (4 درجات)

جد معكوس المصفوفة $A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\\ -1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & -1\end{bmatrix}$ بطريقة $[A\,|\,I_3]$.

الاجابة: $A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}$

السؤال الثاني (3 درجات)

ما هي القيود التي يجب وضعها على b_1,b_2,b_3 لكي يكون النظام التالي متسقا (متآلفا):

$$\begin{aligned} x_1+x_2-2x_3&=b_1\\ x_1-2x_2+x_3&=b_2\\ -2x_1+x_2+x_3&=b_3\end{aligned}$$

الاجابة:

$$\left[\begin{array}{ccc|c}1 & 1 & -2 & b_1\\ 1 & -2 & 1 & b_2\\ -2 & 1 & 1 & b_3\end{array}\right]\to\left[\begin{array}{ccc|c}1 & 1 & 1 & b_1\\ 0 & -3 & 3 & b_2-b_1\\ 0 & 0 & 0 & b_3+b_2+b_1\end{array}\right]$$

السؤال الثالث (3 درجات)

استخدم قاعدة كرامر لايجاد y في النظام

$$\begin{aligned} x-y+z&=1\\ -x+2y+z&=0\\ -x+y-2z&=0\end{aligned}$$

الاجابة:

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & -1 & 1\\ -1 & 2 & 1\\ -1 & 1 & -2\end{vmatrix}=-1\sim[1.5],\sim|A_y|=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ -1 & 0 & 1\\ -1 & 0 & -2\end{vmatrix}=-3\sim[1],\sim y=\frac{-3}{-1}=3\sim[0.5]$$

السؤال الرابع (4 درجات)

استخدم طريقة **"جاوس-جوردان"** لحل النظام:

$$\begin{aligned} x_1+2x_2+4x_3+x_4-x_5&=1\\ 2x_1+4x_2+8x_3+3x_4-4x_5&=2\\ x_1+3x_2+7x_3+3x_5&=-2\end{aligned}$$

الاجابة:

$$\left[\begin{array}{ccccc|c}1 & 2 & 4 & 1 & -1 & 1\\ 2 & 4 & 8 & 3 & -4 & 2\\ 1 & 3 & 7 & 0 & 3 & -2\end{array}\right]\to\left[\begin{array}{ccccc|c}1 & 0 & -2 & 0 & -3 & 7\\ 0 & 1 & 3 & 0 & 2 & -3\\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0\end{array}\right]\sim[3]$$

$$S=\{(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)=(7+2t+3s,-3-3t-2s,t.2s,s),t,s\in R\}\sim[1]$$

السؤال الخامس (3 درجات)

أثبت أن $W=\{(x,y,z)\in R^3: 2x+3y-z=0\}$ فضاء جزني من R^3 :[1+1+1].