جامعة الملك سعود كلية العلوم قسم الرياضيات الإختبار النهائي

الفصل الثاني 1437 - 1438 هـ 244 ريض الزمن ثلاث ساعات

السؤال الأول اذا كانت كا، من A ه B مصفوفة من الدرجة 3 بحيث

إذا كانت كل من A و B مصفوفة من الدرجة ويحيث $\frac{1}{2}A^4 + A = 0$ و $|AB^T| = -14$

فاحسب |A| و |B|

$$\frac{1}{2} A^{4} + A = 0$$

$$\frac{1}{8} |A|^{3} + 1 = 0$$

$$\frac{1}{8} |A|^{3} = -A$$

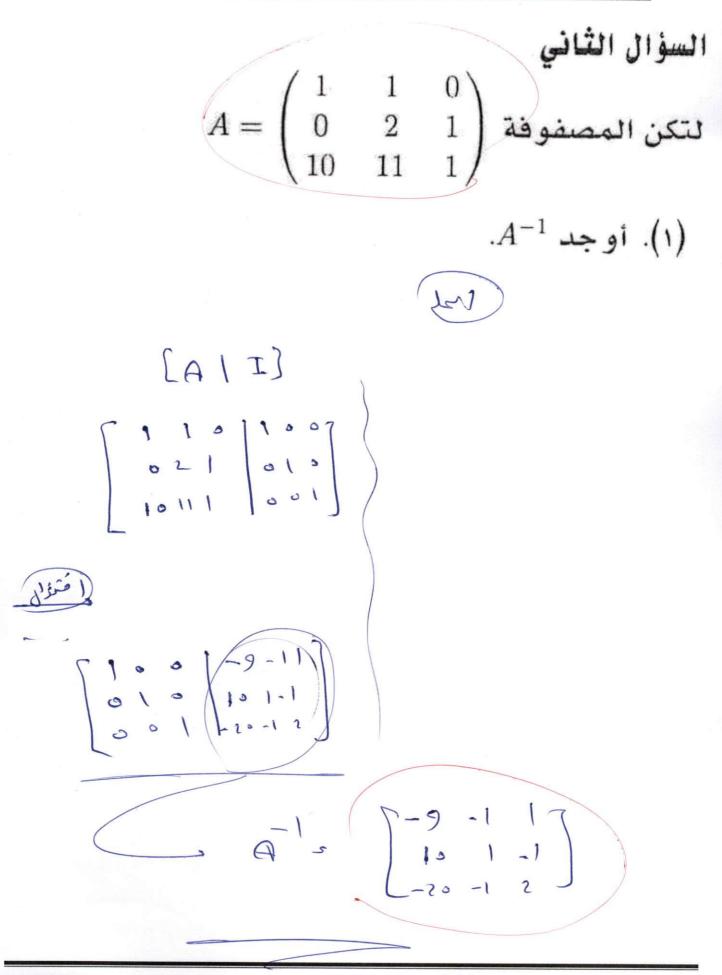
$$\frac{1}{8} |A|^{3} = -A$$

$$\frac{1}{8} |A|^{3} = -A$$

$$\frac{1}{8} |A|^{4} = -A$$

$$\frac{1}{8} |A|^{4}$$

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} g B = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ i.i.} AX = B \text{ with a likely and a lik$$

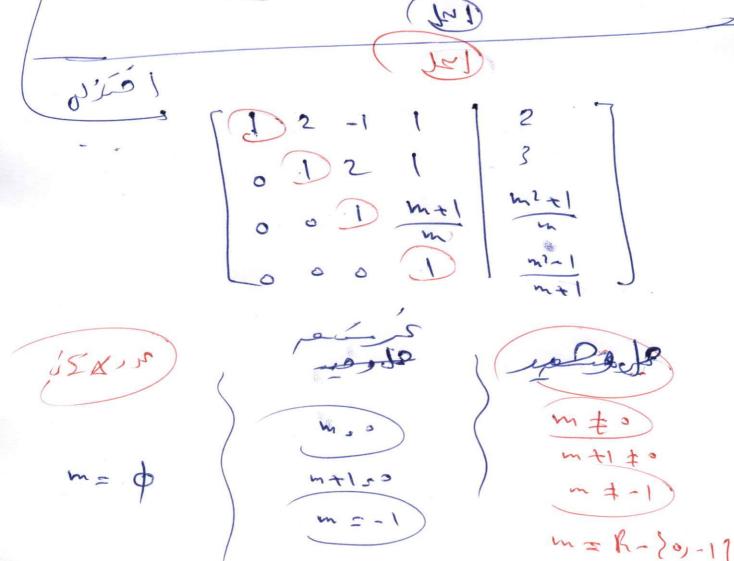


السؤال الثالث

ليكن $m \in \mathbb{R}$ و ليكن النظام الخطي التالي:

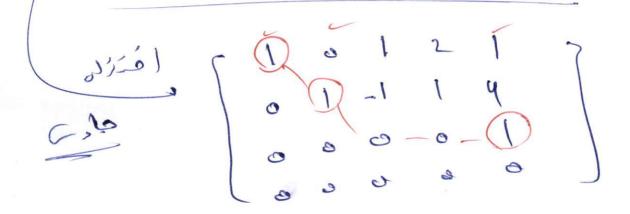
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -4 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & m-2 & m+3 & m^2+5 \\ 3 & 5 & -5 & m+3 & m^2+2 \end{bmatrix}$$

- (۱). أو جد قيم m حتى يكون النظام غير متسق.
- (۲). أو جد قيم m حتى يكون النظام له حل وحيد.
- (٣). أو جد قيم 111 حتى يكون النظام له عدد لا نهائي من الحلول.



$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -3 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$
 يتكن

- (۱). أو جدرتبة و صفرية المصفوفة A.
- (٢). أو جد أساسا للفضاء العمودي للمصفوفة A.



hullis Altrenkasn

There is
$$\left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

السؤال الخامس

ليكن الفضاء
$$V = \mathbb{R}^3$$
 و الأساسين $B = \{v_1 = (1, 1, -1), v_2 = (1, 1, 0), v_3 = (1, 0, 1)\}$ $C = \{u_1 = (1, 0, 1), u_2 = (4, 2, -1), u_3 \neq (1, 2, 0)\}$

- ا). أو جد $[u_1]_B$ ، $[u_2]_B$ ، $[u_3]_B$ ، $[u_3]_B$ ، $[u_1]_B$). أو جد $[u_1]_B$ بالنسبة للأساس (١).
 - B الأساس B إلى الأساس B إلى الأساس B إلى الأساس B

$$[v]_B$$
 فأو جد كلا من $[v]_C = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ وان $[v]_B$



$$(V) = (x_1, y_1)$$

$$(V) = (x_1, y_2)$$

$$(C | V) = (x_1, y_2)$$

$$(C | V) = (x_1, y_2)$$

2 xsla.

$$2 \approx_2 + 2 \approx_3 = 2(-2) + 2(1) = -2$$

$$\approx_1 - \approx_2 = 3 = 5 + 2 = 7$$

السؤال السادس ليكر $T(\mathbb{R}^3) \longrightarrow \mathcal{P}_2$ التحويل الخطي الذي يحقق: $T(0, 1, 0) = 2 + 3X^2,$ $T(0, 0, 1) \neq -X^2.$ $T(1,0,0) \neq 1 + X^2$ $T(a,b,c) \in \mathbb{R}^3$ لكل T(a,b,c)، أو جد (r) . أوجد أساسا لكل من الفضائين $\ker T$ و $(\mathsf{r}T)$ (Jul) ا الم حد ما عن المحديل (a,b,c) = +(1,0,0) + +(0,0,0) + +(0,0,0) عرب المكرد المكر 45 - C J(0,00) = 41 T(1,0,0) + 72 T(0,1,0) + 93 T(0,0,1) $T(a,b,c) = \alpha + ax^{2} + 2b + 3bx^{2} = cx^{2}$ $T(a,b,c) = \alpha + ax^{2} + 2b + 3bx^{2} = cx^{2}$

$$T(x,b,c)s (x+3b-c)x^{2} + a+2b$$

$$T(x,b,c)s = x^{2} + 1$$

$$T(x,b,c) = x^{2} + 1$$

$$T(x,b,c) = -x^{2}$$

$$T(x,b,c) = -x^{2}$$

$$= (a+3b-c)x^{2} + a+2b$$

$$a+2b - c=0$$

$$a$$

ado x (-2,1,1) = 0

IMT iè ce que (W-12 /2021 (39) $\frac{1}{1} (1,0,0) = \frac{1+x^2}{2+3x^2} - \frac{1}{3} (3,0,0)$ T (0/0/1) = - 02 - (-1,0/0) 0000 احترالا Cri I m (1) 5 (1+x2 / 2+7x2)

السؤال السابع ليكن الضرب الداخلي على الفضاء \mathbb{R}^2 معرفا بالقاعدة

$$\langle (x_1, y_1), (x_2, y_2) \rangle = 2x_1x_2 + 5y_1y_2 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1.$$

(١). استخدم قاعدة جرام شميت لتحويل الأساس

$$\{\mathbf{v}_1 = (1, -1), \mathbf{v}_2 = (-2, 1)\}$$

الى أساس $\{v_1, v_2\}$ عيارى و متعامد.

Jer 1

$$=(-2,1)-((-2,1),(1,-1))$$

$$\leq (-2,1) - [-4 - 5 + 4 + 2] \cdot \frac{(1,-1)}{(2+5-2-2)}$$

$$(1,-1)$$
 $(2+5-2-2)$

$$=(-2,1)-(\frac{-3}{3})(1,-1)$$

$$=\frac{(1,-1)}{\sqrt{2}}=\left(\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{a},0\right)$$

$$w=cv_1+dv_2$$
 و $v=av_1+bv_2$ (۲). ليكن (v,w) بدلالة (v,w) بدلالة

$$<$$
 \vee , \sim $>$

$$=$$
 $\langle (av_1 + bv_2) (cv_1 + bv_2) \rangle$

$$1 - \langle V_{1}, V_{2} \rangle = \langle (1, -1), (-2, 1) \rangle = -4 - 5 + 2 + 4 = -3$$