

Modelos Matemáticos I Examen I

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Modelos Matemáticos I Examen I

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023

Asignatura Modelos Matemáticos I.

Curso Académico 2021-22.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor María José Cáceres Granados.

Descripción Prueba 1. Temas 1.

Fecha 9 de abril de 2024.

Duración 90 minutos.

Ejercicio 1. Se considera la ecuación en diferencias $x_{n+1} = f(x_n)$, donde de la función f tan solo se conoce su gráfica, representada en la siguiente figura:

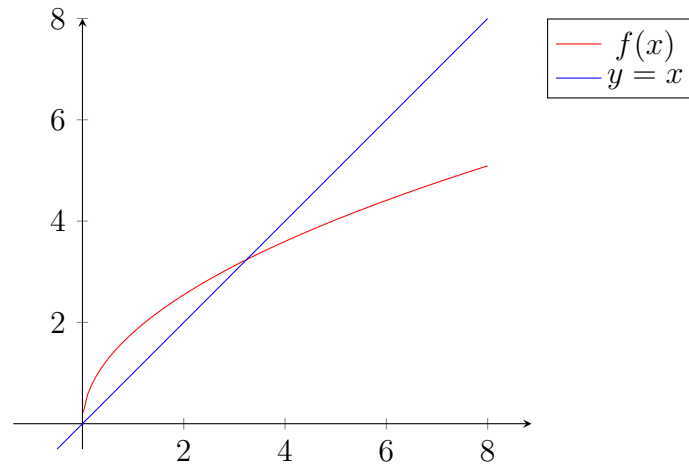


Figura 1: Función f asociada al Ejercicio 1.

Discute la veracidad o la falsedad de las siguientes afirmaciones:

- La ecuación no tiene soluciones constantes.
- La ecuación tiene, al menos, una solución constante asintóticamente estable localmente.
- Si $x_0 = 4$, entonces $x_n = 4$ para todo $n \in \mathbb{N}$.
- Si $x_0 = 1$, entonces la solución es creciente.

Ejercicio 2. En un laboratorio se está trabajando con un modelo lineal de la forma

$$x_{n+1} = ax_n + b \quad a, b \in \mathbb{R}^+$$

para describir el crecimiento de una población de bacterias, donde x_n representa el número de bacterias medido en miles en el día n .

1. Resolver la ecuación en función de los parámetros a y b .
2. Tras hacer distintos experimentos, se sospecha que si inicialmente se parte con 2000 bacterias, entonces cada día se irá duplicando el número de bacterias. ¿Se pueden determinar los valores de a y b para que la ecuación en diferencias se ajuste a esta hipótesis?

Ejercicio 3. Se considera la ecuación en diferencias $x_{n+1} = f(x_n)$, donde:

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto \begin{cases} 2(x+1) & \text{si } x < -1 \\ \frac{x+1}{2} & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Estudia la estabilidad de las soluciones constantes de la ecuación.

Ejercicio 4. Se considera la ecuación en diferencias siguiente:

$$x_{n+1} = x_n + \lambda e^{x_n} - 1 \quad \lambda \in]1, \infty[$$

1. ¿Tiene soluciones constantes? En dicho caso, estudiar su estabilidad.
2. ¿Tiene la ecuación 2-ciclos? En dicho caso, estudiar su estabilidad.
3. Si $x_0 > 0$, calcular el límite de la sucesión $\{x_n\}$.