

# Cálculo I

# Examen I

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



**Los Del DGIIM**

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Cálculo I

# Examen I

Los Del DGIIM

Granada, 2023

**Asignatura** Cálculo I.

**Curso Académico** 2021-22.

**Grado** Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

**Grupo** Único.

**Profesor** José Luis Gámez Ruíz.

**Descripción** Convocatoria Ordinaria.

**Fecha** 20 de enero de 2022.

1. **[2 puntos]** Teorema (de los ceros) de Bolzano. Enunciado y demostración.
2. **[2 puntos]** Un tren hace el recorrido Madrid-Zaragoza un día entre las 10 y las 12. Al día siguiente, dicho tren hace el mismo recorrido en dirección contraria y con el mismo horario. Prueba que existe una determinada hora del segundo día a la que el tren se encuentra a la misma distancia de Madrid que el primer día a la misma hora.
3. **[3 puntos]** Estudia la convergencia de las siguientes sucesiones y calcula su límite (si existe):

a)  $x_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \left( \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} \right).$

b)  $x_n = \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}.$

c) (Dada por recurrencia)  $x_1 = 11, \quad x_{n+1} = 2[\sqrt{5 + x_n} - 1], \forall n \in \mathbb{N}.$

4. **[3 puntos]** Estudia la convergencia de las series:

a)  $\sum_{n \geq 1} \left( \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \right)^2.$

b)  $\sum_{n \geq 1} \frac{n!}{n^n}.$

c)  $\sum_{n \geq 1} \frac{\cos^3(n^2 + 7n - 10)}{n^2}.$