

Geometría III

Examen I

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Geometría III

Examen I

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023-2024

Asignatura Geometría III.

Curso Académico 2023-24.

Grado Grado en Matemáticas.

Grupo B.

Profesor José María Espinar García.

Descripción Parcial de los Temas 2 y 3.

Fecha 11 de diciembre de 2023.

Ejercicio 1 (3 puntos). Clasificar afínmente las cónicas que se obtienen al cortar el cono de ecuación $x^2 + y^2 = z^2$ con un plano arbitrario $ax + bz + c = 0$, con $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Ejercicio 2 (4 puntos). Sea la aplicación afín $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dada por

$$f(x, y, z) = \left(-\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}z + 3, y + 4, \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}z - 1 \right)$$

1. Demostrar que es una isometría.
2. Clasifícala.
3. Calcular el conjunto de puntos fijos.
4. Calcular las ecuaciones que representan a f respecto de los sistemas de referencia \mathcal{R} (en el dominio) y \mathcal{R}' (en el codominio); siendo:

$$\mathcal{R} := \{(1, -1, 0), (0, 0, 1), (1, 0, -1), (2, -2, 1)\}$$

$$\mathcal{R}' := \{(0, 0, 1), (1, -1, 0), (0, 0, 0), (-2, 0, 1)\}$$

Ejercicio 3 (3 puntos). En \mathbb{R}^2 , para todo $a, b \in \mathbb{R}^*$, demostrar que toda hipérbola $H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x/a)^2 - (y/b)^2 = 1\} \subset \mathbb{R}^2$ admite dos rectas $R_1, R_2 \subset \mathbb{R}^2$, con $(R_1 \cup R_2) \cap H = \emptyset$, verificando que $\forall \varepsilon \in \mathbb{R}^+, \exists p \in H$ tal que:

$$\text{dist}(p, R_1 \cup R_2) \leq \varepsilon$$