

Ecuaciones Diferenciales I Examen XV

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales I Examen XV

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Arturo Olivares Martos

Granada, 2024-2025

Asignatura Ecuaciones Diferenciales I

Curso Académico 2024-25.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Parcial 1.

Fecha 29 de Octubre de 2024.

Duración 120 minutos.

Ejercicio 1. En el plano con coordenadas (A, B) se considera la ecuación

$$A^3 - \cos(AB) = 0.$$

¿Es posible encontrar una función $\varphi : I \rightarrow \mathbb{R}$, $B \mapsto \varphi(B)$ con $\varphi(0) = 1$ y de manera que se cumpla la ecuación para cada (A, B) con $A = \varphi(B)$, $B \in I$?

$I =]-\delta, \delta[$ para algún $\delta > 0$.

Ejercicio 2. Se considera la familia uniparamétrica de curvas

$$y = \frac{x^2}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}.$$

Encuentra la familia de trayectorias ortogonales y dibuja las dos familias en un plano común con coordenadas (x, y) .

Ejercicio 3. Encuentra la solución del problema de valores iniciales

$$x' = \frac{1+x^2}{1+t^2}, \quad x(0) = 1.$$

¿En qué intervalo está definida?

Ejercicio 4. Se considera la transformación

$$\varphi : D \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad \varphi(t, x) = (e^t x, \arctan x),$$

donde $D = \mathbb{R} \times]0, \infty[$. Se pide:

1. Describe el conjunto $D_1 = \varphi(D)$ y prueba que φ es un difeomorfismo entre D y D_1 .
2. Dada una ecuación $x' = f(t, x)$ con $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, ¿qué condiciones hay que imponer para que se pueda asegurar que el cambio $(s, y) = \varphi(t, x)$ es admisible?

Ejercicio 5. Dada una función $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ de clase C^1 , se considera el cambio de variable

$$s = t + \phi(x), \quad y = x.$$

1. Prueba que $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\varphi(t, x) = (s, y)$ es un difeomorfismo.
2. Encuentra una función ϕ en las condiciones anteriores que permita transformar la ecuación $x' = x$ en la ecuación

$$\frac{dy}{ds} = \frac{y}{1 + y \cos y}.$$

Describe los dominios sobre los que este cambio es admisible.