

# Variable Compleja

## Examen X

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Variable Compleja I

## Examen X

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Arturo Olivares Martos

Granada, 2024-2025

**Asignatura** Variable Compleja I.

**Curso Académico** 2024-25.

**Grado** Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

**Grupo** Único.

**Profesor** Javier Merí de la Maza.

**Descripción** Prueba Intermedia.

**Fecha** 29 de Abril de 2025.

**Duración** 120 minutos.

**Ejercicio 1** (3.5 puntos). Probar que la serie  $\sum_{n \geq 0} \frac{1}{n^z}$  converge absolutamente en todo punto del dominio  $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 1\}$  y uniformemente en cada subconjunto compacto contenido en  $\Omega$ .

1. **1 punto extra** Deducir que la función  $g : \Omega \rightarrow \mathbb{C}$  dada por  $g(z) = \sum_{n \geq 0} \frac{1}{n^z}$  es continua y probar que admite primitiva.

**Ejercicio 2.**

1. **1.5 puntos** Probar que la función  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  es entera:

$$f(0) = 1 \quad \text{y} \quad f(z) = \frac{e^z - 1}{z} \quad \forall z \in \mathbb{C}^*.$$

2. **1.5 puntos** Calcular la integral

$$\int_{C(0,2)} \frac{e^z - 1}{z(z-1)^2} dz.$$

**Ejercicio 3** (3.5 puntos). Dada  $g \in \mathcal{H}(D(0,1))$  y  $z_0 \in D(0,1)$ , probar que existe una única función  $f \in \mathcal{H}(D(0,1))$  verificando

$$z^2 f''(z) + f(z) = g(z), \quad \forall z \in D(0,1),$$