Probabilidad
Examen VI

Foto: José Juan Castro

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada

Probabilidad
Examen VI

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Arturo Olivares Martos
José Juan Urrutia Milán

Granada, 2024-2025

Asignatura Probabilidad.

Curso Académico 2019-20.

Grado Grado en Matemáticas y Doble Grado en Física y Matemáticas.

Grupo Único.

Descripción Examen Ordinario

Fecha 23 de junio de 2020.

TEORÍA (2.5 puntos)

Ejercicio 1. Obtener la expresión analítica para la función de densidad del máximo y del mínimo de n variables aleatorias independientes e identicamente distribuidas con función de distribución marginal F.

Ejercicio 2. Dada una sucesión $\{X_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas tales que existen $E[X_n] = \mu$ y $E[X_n^2] < \infty$, probar que $\frac{S_n}{n} \xrightarrow{P} \mu$.

PROBLEMAS (7.5 puntos)

Ejercicio 3. Una persona recibe un ticket que puede acumular para canjear por un premio si al elegir al azar dos números cualesquiera, X entre 0 y 1 e Y entre 1 y 3, su suma $X + Y < 2$. Este procedimiento se puede repetir de forma indefinida e independiente. Calcular el número de elecciones necesarias para poder obtener un premio que requiere de al menos 10 tickets acumulados con probabilidad superior a 0.9495.

Ejercicio 4. De un vector aleatorio bidimensional (X, Y) se sabe que sus rectas de regresión son $5y - x + 1 = 0$ y $2x - 5y + 2 = 0$:

a) Identificar la recta de regresión de Y sobre X.

b) Obtener una medida de la proporción de varianza de cada variable que queda explicada por el modelo de regresión lineal.

c) Calcular la esperanza del vector bidimensional.

Ejercicio 5. Dado el vector bidimensional (X, Y) distribuido uniformemente en el recinto limitado $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -2 \leqslant x \leqslant y \leqslant -x\}$:

a) Obtener su función de densidad conjunta.

b) Obtener su función de distribución conjunta.

c) Obtener la probabilidad de que $X + Y + 1 \geqslant 0$.

Ejercicio 6. Dado el vector bidimensional (X, Y) con la siguiente función masa de probabilidad conjunta:

$X \vert Y$	0	1	2
1	$1/4$	0	0
2	0	$1/4$	0
3	$1/4$	0	$1/4$

a) Obtener la mejor aproximación minimo-cuadrática a la variable Y conocidos valores de la variable X, así como calcular una medida de la bondad del ajuste.

b) Obtener la aproximación lineal minimo-cuadrática de la variable Y para $X = 1$.

c) Obtener el error cuadrático medio para la aproximación del primer apartado.