Topología I

Examen X

Foto: José Juan Castro

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada

Topología I
Examen X

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Jesús Muñoz Velasco

Granada, 2024-2025

Asignatura Topología I.

Curso Académico 2024-25.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Antonio Alarcón.

Descripción Primer Parcial.

Fecha 8 de noviembre de 2024.

Duración 1 hora y media.

Ejercicio 1 (2.5 puntos)**.** Demuestra que un espacio topológico $(X, \mathcal{T})$ es T1 si y solo si el conjunto $\{x\}$ es cerrado en $(X, \mathcal{T})$ para todo $x \in X$.

Ejercicio 2 (7.5 puntos)**.** En el conjunto $\mathbb{R}$ de los números reales, denotamos por $\mathcal{T}_u$ la topología usual y consideramos la familia de subconjuntos

$$\mathcal{T} = \{U \cup V : U \in \mathcal{T}_u, V \subset (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \cap [0, \pi]\}.$$

1. Demuestra que $\mathcal{T}$ es una topología en $\mathbb{R}$ y que es más fina que $\mathcal{T}_u$.
2. Determina qué propiedades de entre T1, T2, 1AN y 2AN cumple el espacio topológico $(\mathbb{R}, \mathcal{T})$.
3. Determina todos los intervalos de $\mathbb{R}$ que son a la vez abiertos y cerrados en $(\mathbb{R}, \mathcal{T})$.
4. Calcula el interior y la adherencia de $\mathbb{Q}$ y de $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ en $(\mathbb{R}, \mathcal{T})$.
5. Calcula el interior y la adherencia de $[0, \sqrt{2}] \cup \{\sqrt{3}\}$ y $[2, \pi]$ en $([0, \pi], \mathcal{T}|_{[0,\pi]})$.