Geometría III

Examen VII

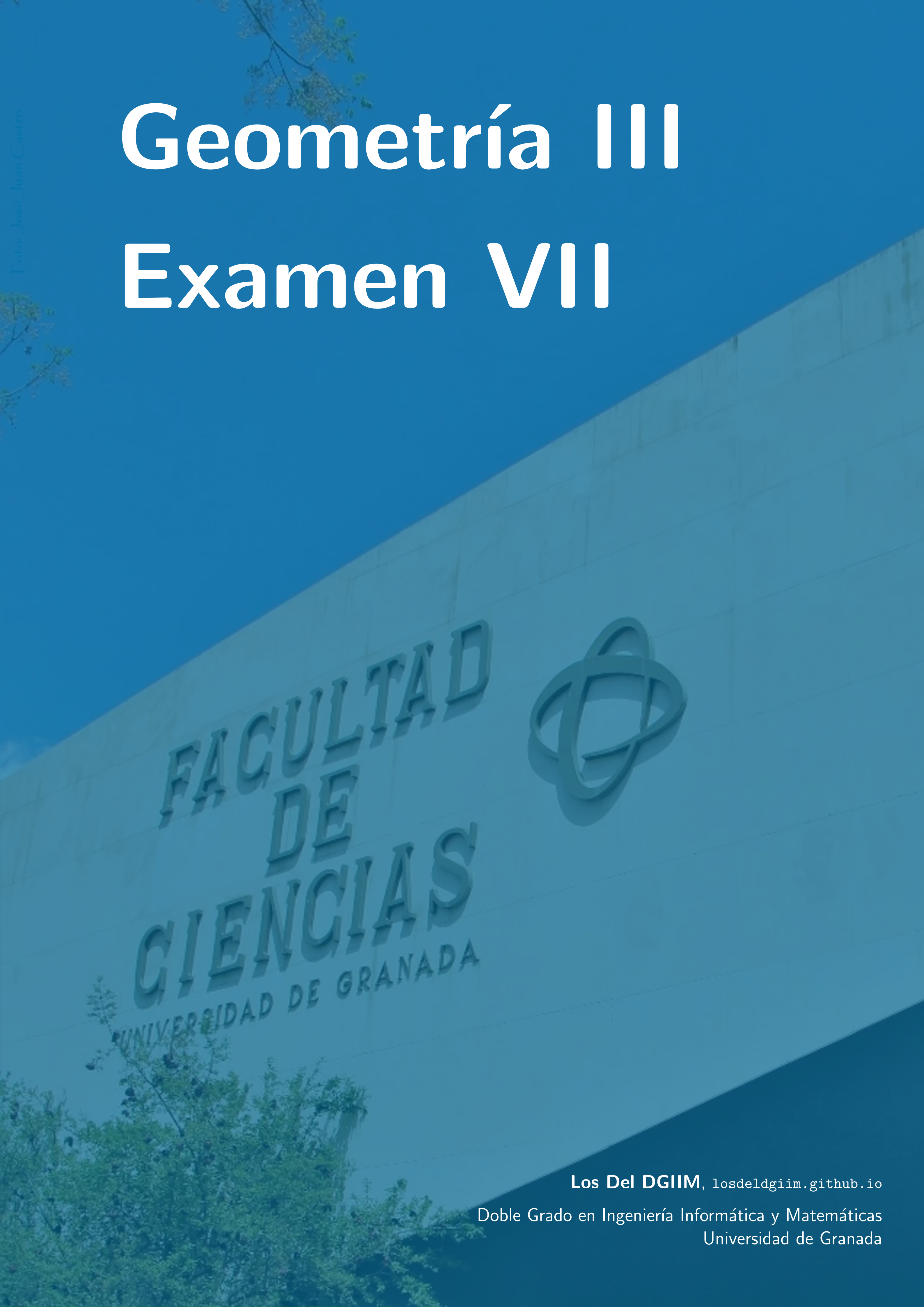

Foto: José Juan Castro

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada

Geometría III
Examen VII

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023-2024

Asignatura Geometría III.

Curso Académico 2023-24.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Antonio Martínez López.

Descripción Convocatoria Ordinaria[1].

Fecha 22 de enero de 2023.

Duración 3 horas.

[1] El examen lo pone el departamento.

Ejercicio 1 (3 puntos)**.** Razona:

1. (1,5 puntos) Sean $p_1 \neq p_2$ dos puntos distintos de un plano afin euclideo $\mathcal{A}$. Prueba que
$$\{p \in \mathcal{A} : \langle \overrightarrow{pp_1}, \overrightarrow{pp_2} \rangle = 0\}$$
es una circunferencia. Calcula el centro y el radio de la misma.

2. (1,5 puntos) Sean $S_1, S_2 \subset \mathbb{R}^3$ dos planos afines distintos y $f_1, f_2 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ las simetrias especulares respecto a S_1 y S_2 respectivamente. Clasificar $f = f_1 \circ f_2$.

Ejercicio 2 (2 puntos)**.** Se considera la aplicación $f : P_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^3$, siendo $P_2(\mathbb{R})$ el espacio de polinomios de orden 2 con coeficientes reales,

$$f(p(x)) = (p(0) + 1, p(1), p'(1) - 1).$$

1. (1 punto) Demuestra que f es afín y encuentra la expresión matricial de f respecto de los sistemas de referencia canónicos $\mathcal{R}'_0$ de $P_2(\mathbb{R})$ y $\mathcal{R}_0$ de $\mathbb{R}^3$. (En $\mathcal{R}'_0$, el polinomio 0 representa el origen del sistema de referencia y $\mathcal{B}'_0 = \{1, x, x^2\}$ la base asociada.)

2. (1 punto) Comprueba que $S = \{p(x) \in P_2(\mathbb{R}) : p(0) + p(1) = 2\}$ es un subespacio de $P_2(\mathbb{R})$ y determina sus ecuaciones implícitas en $\mathcal{R}'_0$.

Ejercicio 3 (3 puntos)**.** Clasifica euclídeamente la siguiente cónica encontrando el sistema de referencia euclídeo en el que adopta su ecuación reducida. Calcula sus elementos euclídeos (ejes, centro, focos, asíntotas):

$$-7 - 4x + 2x^2 + 4y + 8xy + 2y^2 = 0.$$

Ejercicio 4 (2 puntos)**.** Estudia si existe una proyectividad $f : \mathbb{P}^2 \to \mathbb{P}^2$ del plano proyectivo real en el plano proyectivo real, verificando

$$\begin{aligned} f(0:1:0) &= (1:1:1), \\ f(0:0:1) &= (1:0:0), \\ f(1:0:-1) &= (0:1:0), \\ f(2:-2:1) &= (0:0:1). \end{aligned}$$

En caso afirmativo calcula su expresión en coordenadas homogéneas usuales y decide si es o no biyectiva (homografía).