

# Geometría I

## Examen IX

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Geometría I

## Examen IX

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023-2024

**Asignatura** Geometría I.

**Curso Académico** 2023-24.

**Grado** Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

**Grupo** Único.

**Profesor** Ana María Hurtado Cortegana y Antonio Ros Mulero.

**Descripción** Parcial 2. Tema 3.

**Fecha** 18 de diciembre de 2023.

**Duración** 1 hora.

**Ejercicio 1** (4 puntos). Sea  $f : V \rightarrow V'$  aplicación lineal con  $V$  espacio vectorial finitamente generado. Si  $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_k, v_{k+1}, \dots, v_n\}$  es una base de  $V$  con  $\{v_1, \dots, v_k\}$  base de  $\text{Ker}(f)$ . Demostrar que  $\{f(v_{k+1}), \dots, f(v_n)\}$  es una base de  $\text{Im}(f)$ . Deducir que

$$\dim(V) = \dim(\text{Ker}(f)) + \dim(\text{Im}(f)).$$

**Ejercicio 2** (6 puntos). Sea  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  la aplicación lineal dada por

$$f(x, y, z) = (-2x + y + z, -x + 2y - z, -x + y, -x + z).$$

1. Calcular bases del núcleo y de la imagen de  $f$ .
2. Encontrar bases  $\mathcal{B}$  de  $\mathbb{R}^3$  y  $\mathcal{B}'$  de  $\mathbb{R}^4$  tales que la matriz  $M(f, \mathcal{B}' \leftarrow \mathcal{B})$  tenga la forma

$$M(f, \mathcal{B}' \leftarrow \mathcal{B}) = \left( \begin{array}{c|c} I_r & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right), \quad r \in \{0, 1, 2, 3\}.$$