

# Álgebra II

## Examen II

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Álgebra II

## Examen II

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Arturo Olivares Martos

Granada, 2025

**Asignatura** Álgebra II.

**Curso Académico** 2018-19.

**Grado** Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

**Grupo** Único.

**Descripción** Parcial I.

**Fecha** Octubre de 2018.

**Ejercicio 1.**

1. Sea  $f : S_4 \rightarrow S_6$  la aplicación dada por  $f(\sigma) = \tau$  donde  $\tau$  actúa igual que  $\sigma$  sobre los elementos  $\{1, 2, 3, 4\}$  y los elementos  $\{5, 6\}$  los fija si  $\sigma$  es par o bien los intercambia si  $\sigma$  es impar. Demuestra que  $f$  es un homomorfismo inyectivo de grupos y que su imagen está contenida en  $A_6$ .
2. Considera los grupos  $Q_2 = \langle x, y \mid x^4 = 1, y^2 = x^2, yx = x^{-1}y \rangle$  y  $S_4$ . Demuestra que la asignación

$$\begin{aligned} x &\mapsto (12)(34), \\ y &\mapsto (34) \end{aligned}$$

determina un homomorfismo de grupos. Calcula su imagen y su núcleo, dando todos sus elementos.

**Ejercicio 2.** Razona cuál es la respuesta correcta en cada una de las siguientes cuestiones:

1. Sean  $C_8$  y  $C_{12}$  los grupos cíclicos de órdenes 8 y 12 respectivamente. El número de homomorfismos de grupos de  $C_8$  en  $C_{12}$  es:
  - a) Dos.
  - b) Tres.
  - c) Cuatro.
2. Si  $\sigma = (2 \ 5 \ 8 \ 4 \ 1 \ 3)(4 \ 6 \ 7 \ 8 \ 5)(8 \ 10 \ 11)$  en  $S_{11}$ , entonces la permutación  $\sigma^{1000}$ :
  - a) Es impar.
  - b) Tiene orden 3.
  - c) Es un 6-ciclo.
3. La ecuación  $x(1 \ 2 \ 3)x^{-1} = (1 \ 3)(5 \ 7 \ 8)$  en  $S_8$ :
  - a) No tiene solución.
  - b) Tiene una única solución.
  - c) Tiene solución pero no es única.
4. La ecuación  $x(1 \ 2)(3 \ 4)x^{-1} = (5 \ 6)(1 \ 3)$  en  $S_6$ :
  - a) No tiene solución.
  - b) Tiene una única solución.
  - c) Tiene solución pero no es única.
5. Si  $G \neq 1$  es un grupo cíclico que tiene un solo generador entonces:
  - a)  $G$  es infinito.
  - b) No existe  $G$  en esas condiciones.
  - c)  $G$  tiene como mucho 2 elementos.

6. Sea  $G \neq 1$  un grupo. Entonces:
- a)  $G$  puede tener un subgrupo propio isomorfo a  $G$ .
  - b) Si todos los subgrupos propios de  $G$  son abelianos entonces  $G$  es abeliano.
  - c) Si todos los subgrupos propios de  $G$  son cíclicos entonces  $G$  es cíclico.
7. El grupo simétrico  $S_4$ :
- a) Es cíclico.
  - b) No es cíclico pero se puede generar por dos elementos.
  - c) No tiene subgrupos de orden 6.
8. Si se consideran los grupos aditivos  $\mathbb{Z}$  de los enteros,  $\mathbb{Q}$  de los racionales y  $\mathbb{Z}_n$  de los enteros módulo  $n = 2, 5, 10$ , se tiene que:
- a) Los grupos  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}_2$  y  $\mathbb{Z}$  son isomorfos.
  - b) Los grupos  $\mathbb{Q} \times \mathbb{Z}_{10}$  y  $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Q} \times \mathbb{Z}_5$  son isomorfos.
  - c) Los grupos  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}_2$  y  $\mathbb{Q} \times \mathbb{Z}_2$  son isomorfos.
9. El subgrupo  $\text{GL}_3(\mathbb{Z}_2) < \text{GL}_3(\mathbb{Z}_2)$  de las matrices invertibles  $3 \times 3$  con entradas en  $\mathbb{Z}_2$  y de determinante 1:
- a) Es un subgrupo impropio.
  - b) Es un grupo abeliano de orden 168.
  - c) Es un grupo no abeliano de orden 84.