



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

## Geometría I Examen IV

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023

Asignatura Geometría I.

Curso Académico 2022-23.

**Grado** Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

**Profesor** Juan de Dios Pérez Jiménez<sup>1</sup>.

Descripción Convocatoria Ordinaria.

Fecha 23 de enero de 2023.

Duración 3 horas.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>El examen lo pone el departamento

- 1. [2 puntos] Enuncia y demuestra el Teorema del Rango.
- 2. Sea  $U = \{M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) : MA = AM\}$ , donde  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
  - a) [2 puntos] Demostrar que U es un espacio vectorial de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  y calcular un complementario.
  - b) [1 punto] Hallar una base de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})/U$  y calcular las coordenadas en esa base de  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + U$ .
  - c) [2 puntos] Construir una aplicación lineal  $f: \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}_3[x]$  cuyo núcleo sea U y su imagen tenga por sistema de generadores  $\{1+x, 1-x\}$ .
  - d) [1 punto] Calcular la matriz asociada a f respecto a las bases usuales  $\mathcal{B}_u = \{E_{ij} : 1 \leq i, j \leq 2\}$  (con la ordenación que se escoja) de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  y  $\mathcal{B}'_u = \{1, x, x^2, x^3\}$  de  $\mathbb{R}_3[x]$ .
  - e) [1 punto] Hallar, si es posible, bases  $\mathcal{B}$  de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  y  $\mathcal{B}'$  de  $\mathbb{R}_3[x]$  tales que

sea la identidad.

f) [1 punto] Hallar bases de an(U) y  $Ker(f^t)$ .