

# Ecuaciones Diferenciales I Examen XIV

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Ecuaciones Diferenciales I Examen XIV

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Arturo Olivares Martos

Granada, 2024-2025

**Asignatura** Ecuaciones Diferenciales I

**Curso Académico** 2023-24.

**Grado** Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

**Grupo** Único.

**Profesor** Rafael Ortega Ríos.

**Descripción** Parcial 2.

**Fecha** 19 de Diciembre de 2023.

**Ejercicio 1.** Se consideran las funciones  $f_1, f_2 : ]0, 1[ \rightarrow \mathbb{R}$  dadas por:

$$f_1(t) = 1 \quad f_2(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in ]0, \frac{2}{3}] \\ 0 & \text{si } t \in ]\frac{2}{3}, 1[ \end{cases}$$

¿Son estas funciones linealmente independientes en el intervalo  $]0, 1[$ ?

**Ejercicio 2.** Se considera la ecuación diferencial

$$ax + by + (cx + dy)y' = 0,$$

con  $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$ . ¿En qué casos se puede afirmar que  $\mu(x, y) = e^{x+y}$  es un factor integrante?

**Ejercicio 3.** Dada una función  $a \in C(\mathbb{R})$ , se supone que  $\varphi_1, \varphi_2$  son las soluciones de la ecuación  $x'' + a(t)x = 0$  que cumplen las condiciones iniciales

$$\begin{aligned} \varphi_1(0) &= 1, & \varphi_1'(0) &= 0, \\ \varphi_2(0) &= 0, & \varphi_2'(0) &= 1. \end{aligned}$$

Demuestra que la función

$$x(t) = \varphi_2(t) \int_0^t e^s \varphi_1(s) \, ds - \varphi_1(t) \int_0^t e^s \varphi_2(s) \, ds + 2024 \varphi_2(t)$$

pertenece a  $C^2(\mathbb{R})$  y encuentra una ecuación diferencial de la que es solución.

**Ejercicio 4.** Encuentra todas las funciones continuas  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  que cumplen las desigualdades

$$0 \leq f(t) \leq \frac{1}{1+t^2} F(t), \quad \forall t \in \mathbb{R},$$

con  $F(t) = \int_0^t f(s) \, ds$ .

**Ejercicio 5.** El espacio vectorial de soluciones de la ecuación  $x'' + 4x = 0$  se denota por  $Z_x$ . De igual modo,  $Z_y$  será el espacio vectorial de soluciones de  $y'' + 2y' + 5y = 0$ . Demuestra que la transformación

$$\Psi : Z_x \rightarrow Z_y, \quad x \mapsto y, \quad y(t) = e^{-t} x(t)$$

define un isomorfismo. Encuentra bases de  $Z_x$  y  $Z_y$  y calcula la matriz que representa a  $\Psi$  en esas bases.