

Álgebra I

Cuestionarios y Relaciones

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Álgebra I

Cuestionarios y Relaciones

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

José Juan Urrutia Milán
Arturo OlivaresMartos

Granada, 2023-2024

Asignatura Álgebra I.

Curso Académico 2021-22.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor María Pilar Carrasco Carrasco.

Descripción Cuestionarios (ejercicios tipo test) y Relaciones de ejercicios.

1. Cuestionarios

1.1. Cuestionario I

Ejercicio 1. Si A es un conjunto finito arbitrario, la afirmación “ $|P(A)| > |A|$ ” es:

- Siempre verdadera.
- Verdadera o falsa, depende de A .
- Siempre falsa.

Ejercicio 2. Si A, B, C son conjuntos cualesquiera con B y C disjuntos, selecciona la afirmación verdadera:

- $(A \cup B) \cap C = A$.
- $(A \cup B) \cap (A \cup C) = A$.
- $(A \cap B) \cup (A \cap C) = A$.

Ejercicio 3. Si A y B son subconjuntos de un conjunto, la afirmación “ $c(A) \cap c(B) = c(A \cap B)$ ” es:

- Siempre cierta.
- Siempre falsa.
- A veces verdadera y a veces falsa, depende de A y B .

Ejercicio 4. Sean P y Q las propiedades referidas a los elementos de un conjunto. Las proposiciones $P \Rightarrow \neg Q$ y $Q \Rightarrow \neg P$ son:

- Siempre equivalentes.
- Nunca equivalentes.
- A veces equivalentes y a veces no, depende de P y de Q .

Ejercicio 5. Sean P, Q y R propiedades referidas a los elementos de un conjunto tal que $P \Rightarrow Q \vee R$, entonces (seleccionar la afirmación correcta):

- $P \Rightarrow Q$ y $P \Rightarrow R$.
- $P \Rightarrow Q$ o $P \Rightarrow R$.
- $P \Rightarrow Q$ siempre que $R \Rightarrow Q$.

Ejercicio 1. Si A es un conjunto finito arbitrario, la afirmación “ $|P(A)| > |A|$ ” es:

- Siempre verdadera.
- Verdadera o falsa, depende de A .
- Siempre falsa.

Justificación: Si $A = \emptyset$, entonces $P(A) = \{\emptyset\}$ y $|P(A)| = 1 > 0 = |A|$.

Si $A \neq \emptyset$, entonces $P(A)$ contiene a todos los subconjuntos unitarios $\{a\}$, con $a \in A$ (luego, el cardinal de $P(A)$ es, como mínimo, igual al de $|A|$) y, además, contiene el subconjunto vacío, luego tiene al menos tantos elementos como A más uno.

Otra alternativa es usar la fórmula vista para el cardinal del conjunto potencia de un conjunto finito vista en teoría:

Sea A un conjunto finito arbitrario con $|A| = n \in \mathbb{N}$, entonces $|P(A)| = 2^n$.

Notemos que $2^n > n \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

Ejercicio 2. Si A, B, C son conjuntos cualesquiera con B y C disjuntos, selecciona la afirmación verdadera:

- $(A \cup B) \cap C = A$.
- $(A \cup B) \cap (A \cup C) = A$.
- $(A \cap B) \cup (A \cap C) = A$.

Justificación:

$$(A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cap C) = A \cup \emptyset = A$$

Ejercicio 3. Si A y B son subconjuntos de un conjunto, la afirmación “ $c(A) \cap c(B) = c(A \cap B)$ ” es:

- Siempre cierta.
- Siempre falsa.
- A veces verdadera y a veces falsa, depende de A y B .

Justificación: Por las Leyes de Morgan: $c(A \cap B) = c(A) \cup c(B)$, por lo que podemos intuir que la afirmación no siempre es cierta. Podemos dar un contraejemplo para ilustrarlo:

Sea $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, sean $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5\} \subseteq X$:

$$c(A) = B \quad c(B) = A$$

$$c(A \cap B) = c(\emptyset) = X \neq c(A) \cap c(B) = \emptyset$$

Además, como no impone nada sobre los conjuntos, podemos ver que si $A = B$, es cierta la afirmación. Supongamos que $A = B$:

$$c(A \cap B) = c(A \cap A) = c(A) = c(A) \cup c(A) = c(A) \cup c(B)$$

Ejercicio 4. Sean P y Q las propiedades referidas a los elementos de un conjunto. Las proposiciones $P \Rightarrow \neg Q$ y $Q \Rightarrow \neg P$ son:

- Siempre equivalentes.
- Nunca equivalentes.
- A veces equivalentes y a veces no, depende de P y de Q .

Justificación: $Q \Rightarrow \neg P$ es el contrarrecíproco de $P \Rightarrow \neg Q$.

Demostremos que $(Q \Rightarrow \neg P) \Leftrightarrow (P \Rightarrow \neg Q)$:

O, equivalentemente, que $X_Q \subseteq c(X_P) \Leftrightarrow X_P \subseteq c(X_Q)$.

\Rightarrow) Sea $x \in X_P \Rightarrow x \notin c(X_P) \Rightarrow x \notin X_Q \Rightarrow x \in c(X_Q)$
 Para todo $x \in X_P$, luego $X_P \subseteq c(X_Q)$.

\Leftarrow) Sea $x \in X_Q \Rightarrow x \notin c(X_Q) \Rightarrow x \notin X_P \Rightarrow x \in c(X_P)$
 Para todo $x \in X_Q$, luego $X_Q \subseteq c(X_P)$.

Ejercicio 5. Sean P , Q y R propiedades referidas a los elementos de un conjunto tal que $P \Rightarrow Q \vee R$, entonces (seleccionar la afirmación correcta):

- $P \Rightarrow Q$ y $P \Rightarrow R$.
- $P \Rightarrow Q$ o $P \Rightarrow R$.
- $P \Rightarrow Q$ siempre que $R \Rightarrow Q$.

Justificación: Por hipótesis, $X_P \subseteq X_Q \cup X_R$.

Si $X_R \subseteq X_Q \Rightarrow X_P \subseteq X_Q = X_Q \cup X_R$.

1.2. Cuestionario II

Ejercicio 1. Sean X e Y dos conjuntos finitos con $|X| = |Y|$ y $f : X \rightarrow Y$ una aplicación. La afirmación “Si f es inyectiva o sobreyectiva, entonces f es biyectiva” es:

- Verdadera o falsa, depende de f .
- Siempre verdadera.
- Siempre falsa.

Ejercicio 2. Sea $f : X \rightarrow Y$ una aplicación inyectiva y sean $A, B \subseteq X$. Selecciona la afirmación verdadera:

- $f_*(A) - f_*(B)$ es un subconjunto propio de $f_*(A - B)$.
- $f_*(A - B)$ es un subconjunto propio de $f_*(A) - f_*(B)$.
- $f_*(A - B) = f_*(A) - f_*(B)$.

Ejercicio 3. Sea $f : X \rightarrow X$ una aplicación tal que $f_*(c(A)) = c(f_*(A))$, para todo $A \in \mathcal{P}(X)$. Entonces:

- f es inyectiva, pero no necesariamente sobreyectiva.
- f es sobreyectiva, pero no necesariamente inyectiva.
- f es biyectiva.

Ejercicio 4. Sea X un conjunto con $|X| \geq 2$. La afirmación “Todo subconjunto de $X \times X$ es de la forma $A \times B$ para ciertos subconjuntos $A, B \subseteq X$ ” es:

- Verdadera o falsa, depende de X .
- Siempre verdadera.
- Siempre falsa.

Ejercicio 5. Sea R una relación simétrica y transitiva en un conjunto $X \neq \emptyset$. ¿Prueba el siguiente razonamiento que R es reflexiva?:

“Por simetría, aRb implica bRa y entonces, por transitividad, concluimos que aRa .”

- Sí.
- No.

Ejercicio 1. Sean X e Y dos conjuntos finitos con $|X| = |Y|$ y $f : X \rightarrow Y$ una aplicación. La afirmación “Si f es inyectiva o sobreyectiva, entonces f es biyectiva” es:

- Verdadera o falsa, depende de f .
- Siempre verdadera.
- Siempre falsa.

Justificación: Si f es inyectiva, entonces $|X| = |\text{Img}(f)|$, luego $|\text{Img}(f)| = |Y|$ y por tanto, $\text{Img}(f) = Y$ y f es sobreyectiva luego biyectiva. Si f es sobreyectiva, entonces $|Y| = |\text{Img}(f)|$, luego $|\text{Img}(f)| = |X|$ y por tanto, f es necesariamente inyectiva luego biyectiva.

Ejercicio 2. Sea $f : X \rightarrow Y$ una aplicación inyectiva y sean $A, B \subseteq X$. Selecciona la afirmación verdadera:

- $f_*(A) - f_*(B)$ es un subconjunto propio de $f_*(A - B)$.
- $f_*(A - B)$ es un subconjunto propio de $f_*(A) - f_*(B)$.
- $f_*(A - B) = f_*(A) - f_*(B)$.

Justificación: Empezamos recordando la definición de $f_*(A)$ para $A \subseteq X$:

$$f_*(A) = \{y \in Y \mid \exists x \in A \text{ con } f(x) = y\}$$

\subseteq) Sea $y \in f_*(A - B) \Rightarrow \exists x \in A - B \mid y = f(x)$.

Esto es, $\exists x \in A \wedge x \notin B \mid y = f(x)$.

Como $x \in A \Rightarrow y = f(x) \in f_*(A)$. Además, por ser f inyectiva, se tiene que $y \notin f_*(B)$, ya que si suponemos que $y \in f_*(B)$:

$y \in f_*(B) \Rightarrow \exists b \in B \mid y = f(b) \Rightarrow f(x) = f(b)$ con lo que $x = b \in B$, en contradicción con que $x \notin B$.

Así, $y \in f_*(A) - f_*(B)$ para todo $y \in f_*(A - B)$. Luego:

$$f_*(A - B) \subseteq f_*(A) - f_*(B)$$

\supseteq) Sea $y \in f_*(A) - f_*(B) \Rightarrow y \in f_*(A) \wedge y \notin f_*(B)$.

Como $y \in f_*(A) \Rightarrow \exists x \in A \mid y = f(x)$.

Como $y \notin f_*(B) \Rightarrow x \notin B$.

Luego $x \in A - B \Rightarrow y = f(x) \in f_*(A - B)$ para todo $y \in f_*(A) - f_*(B)$.

Luego:

$$f_*(A) - f_*(B) \subseteq f_*(A - B)$$

Ejercicio 3. Sea $f : X \rightarrow X$ una aplicación tal que $f_*(c(A)) = c(f_*(A))$, para todo $A \in \mathcal{P}(X)$. Entonces:

- f es inyectiva, pero no necesariamente sobreyectiva.

- f es sobreyectiva, pero no necesariamente inyectiva.
- f es biyectiva.

Justificación: Procedemos a demostrar la inyectividad y sobreyectividad de la aplicación.

Para la sobreyectividad, consideramos $\emptyset \in \mathcal{P}(X)$:

$$f_*(c(\emptyset)) = f_*(X) = \text{Img}(f) = c(f_*(\emptyset)) = c(\emptyset) = X$$

Para la inyectividad, podemos suponer sin perder generalidad que $|X| \geq 2$ (si no lo fuera, la aplicación sería automáticamente inyectiva).

Sean $x, x' \in X \mid x \neq x'$. Entonces, $x' \in c(\{x\})$ luego:

$$f(x') \in f_*(c(\{x\})) = c(\{f(x)\})$$

Luego $f(x') \neq f(x)$.

Ejercicio 4. Sea X un conjunto con $|X| \geq 2$. La afirmación “Todo subconjunto de $X \times X$ es de la forma $A \times B$ para ciertos subconjuntos $A, B \subseteq X$ ” es:

- Verdadera o falsa, depende de X .
- Siempre verdadera.
- Siempre falsa.

Justificación: Supongamos que sí y consideremos el siguiente conjunto:

Sea $D = \{(x, x) \mid x \in X\} \subseteq X \times X$.

Si $D = A \times B$ para ciertos $A, B \subseteq X$, entonces para todo $x \in X$, $(x, x) \in A \times B$ y, por tanto, $x \in A$ y $x \in B$.

Así que $A = X = B$ y, necesariamente, $D = X \times X$. Pero $|X| \geq 2$, luego existen $a, b \in X$ con $a \neq b$, esto es, $(a, b) \notin D$ y $D \neq X \times X$.

Lo que nos lleva a contradicción.

Ejercicio 5. Sea R una relación simétrica y transitiva en un conjunto $X \neq \emptyset$. ¿Prueba el siguiente razonamiento que R es reflexiva?:

“Por simetría, aRb implica bRa y entonces, por transitividad, concluimos que aRa .”

- Sí.
- No.

Justificación: Dado un $a \in X$, no tiene por qué existir a priori un elemento $b \in X$ tal que aRb . Por tanto, buscamos un contraejemplo para desmentir la afirmación:

Dado $X = \{a, b, c\} \neq \emptyset$ y la relación $R = \{(a, b), (b, a), (b, b), (a, a)\} \subseteq X \times X$.

Observemos que R es simétrica y transitiva pero no reflexiva:

Es simétrica ya que para todos $\alpha, \beta \in X \mid \alpha R \beta \Rightarrow \beta R \alpha$:

Ya que aRb , ¿se cumple que bRa ?. Sí.
 Ya que bRa , ¿se cumple que aRb ?. Sí.
 Ya que bRb , ¿se cumple que bRb ?. Sí.
 Ya que aRa , ¿se cumple que aRa ?. Sí.

Es transitiva ya que para todos $\alpha, \beta, \gamma \in X \mid \alpha R \beta \wedge \beta R \gamma \Rightarrow \alpha R \gamma$:

Ya que aRb y bRa , ¿se cumple que aRa ?. Sí.

Ya que bRa y aRb , ¿se cumple que bRb ?. Sí.

Ya que bRb y bRb , ¿se cumple que bRb ?. Sí.

Ya que aRa y aRa , ¿se cumple que aRa ?. Sí.

No es reflexiva, ya que $\exists c \in X \mid c \not R c$.

2. Cuestionario III

Ejercicio 1. Sea X un conjunto no vacío. Definimos en $\mathcal{P}(X)$ operaciones de suma y producto por $A + B = A \cup B$ y $A \cdot B = A \cap B$. Entonces (selecciona la respuesta correcta).

- $\mathcal{P}(X)$ es un anillo conmutativo.
- $\mathcal{P}(X)$ no es un anillo conmutativo, falla un axioma.
- $\mathcal{P}(X)$ no es un anillo conmutativo, fallan dos axiomas.

Ejercicio 2. Para enteros m y n tales que $2 \leq m < n$, la afirmación “ \mathbb{Z}_m es un subanillo de \mathbb{Z}_n ” es:

- Verdadera o falsa, dependiendo de m y de n .
- Siempre verdadera.
- Siempre falsa.

Ejercicio 3. En el anillo \mathbb{Z}_8 (selecciona la afirmación verdadera).

- 3 es una unidad y $4 \cdot 3^{-1} = 4$.
- 3 es una unidad, pero $4 \cdot 3^{-1} \neq 4$.
- 3 no es una unidad.

Ejercicio 4. En el anillo $\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$, la afirmación “ $(7 + 4\sqrt{3})^n$ es una unidad para todo natural $n \geq 1$ ” es:

- Verdadera o falsa, dependiendo de n .
- Siempre verdadera.
- Siempre falsa.

Ejercicio 5. Sea $A \subseteq \mathbb{R}$ un subanillo. La afirmación “ \mathbb{Z} es un subanillo de A ” es:

- Siempre verdadera.
- Siempre falsa.
- Verdadera o falsa, dependiendo de A .

Ejercicio 1. Sea X un conjunto no vacío. Definimos en $\mathcal{P}(X)$ operaciones de suma y producto por $A + B = A \cup B$ y $A \cdot B = A \cap B$. Entonces (selecciona la respuesta correcta).

- $\mathcal{P}(X)$ es un anillo conmutativo.
- $\mathcal{P}(X)$ no es un anillo conmutativo, falla un axioma.
- $\mathcal{P}(X)$ no es un anillo conmutativo, fallan dos axiomas.

Justificación: En este caso, $0 = \emptyset$, ya que:

$$\emptyset + A = \emptyset \cup A = A \quad \forall A \in \mathcal{P}(X)$$

Y no hay opuestos, sea $A \neq \emptyset \in \mathcal{P}(X)$:

$$A + B = A \cup B \supseteq A \neq \emptyset \quad \forall B \in \mathcal{P}(X)$$

Podemos ver que el resto de axiomas se cumplen:

- Conmutativa de la suma:

$$A + B = A \cup B = B \cup A = B + A \quad \forall A, B \in \mathcal{P}(X)$$

- Asociativa de la suma:

$$A + (B + C) = A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = (A + B) + C \quad \forall A, B, C \in \mathcal{P}(X)$$

- Elemento neutro de la suma (ya demostrado).
- Existencia de opuestos (ya se ha visto que no se cumple).
- Conmutativa del producto:

$$A \cdot B = A \cap B = B \cap A = B \cdot A \quad \forall A, B \in \mathcal{P}(X)$$

- Asociativa del producto:

$$A \cdot (B \cdot C) = A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = (A \cdot B) \cdot C \quad \forall A, B, C \in \mathcal{P}(X)$$

- Elemento neutro del producto:

$$A \cdot X = A \quad \forall A \in \mathcal{P}(X)$$

- Distributiva del producto respecto de la suma:

$$A \cdot (B + C) = A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) = (A \cdot B) + (A \cdot C) \quad \forall A, B, C \in \mathcal{P}(X)$$

Ejercicio 2. Para enteros m y n tales que $2 \leq m < n$, la afirmación “ \mathbb{Z}_m es un subanillo de \mathbb{Z}_n ” es:

- Verdadera o falsa, dependiendo de m y de n .
- Siempre verdadera.
- Siempre falsa.

Justificación: En \mathbb{Z}_m , se tiene que $m = 0$.

Sin embargo, por ser $2 \leq m < n$, tenemos que $m \neq 0$ en \mathbb{Z}_n .

Ejercicio 3. En el anillo \mathbb{Z}_8 (seleccion la afirmación verdadera).

- 3 es una unidad y $4 \cdot 3^{-1} = 4$.
- 3 es una unidad, pero $4 \cdot 3^{-1} \neq 4$.
- 3 no es una unidad.

Justificación: 3 es una unidad ya que $3 \cdot 3 = 9 = 1$, luego $3^{-1} = 3$.

Entonces, $4 \cdot 3^{-1} = 4 \cdot 3 = 12 = 4$.

Ejercicio 4. En el anillo $\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$, la afirmación “ $(7 + 4\sqrt{3})^n$ es una unidad para todo natural $n \geq 1$ ” es:

- Verdadera o falsa, dependiendo de n .
- Siempre falsa.
- Siempre verdadera.

Justificación: Tenemos que $7 + 4\sqrt{3}$ es invertible, puesto que:

$$N(7 + 4\sqrt{3}) = 7^2 - 3 \cdot 16 = 49 - 48 = 1$$

Como el producto de unidades es una unidad, cualquier potencia de una unidad también lo es.

Ejercicio 5. Sea $A \subseteq \mathbb{R}$ un subanillo. La afirmación “ \mathbb{Z} es un subanillo de A ” es:

- Siempre verdadera.
- Siempre falsa.
- Verdadera o falsa, dependiendo de A .

Justificación: Por inducción, veamos primero que $\mathbb{N} = \mathbb{Z}^+ \subseteq A$.

Esto es, que $n \in A \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

$n = 0$: Por ser A subanillo de \mathbb{R} , se tiene que $0 \in A$.

$n = 1$: Por ser A subanillo de \mathbb{R} , se tiene que $1 \in A$.

$n > 1$: Como hipótesis de inducción, supongamos que $n \in A$ y veamos que $n + 1 \in A$.

Por ser A cerrado para la suma, tenemos que $1 \in A$ y que $n \in A$ por hipótesis de inducción, luego $n + 1 \in A$.

Por tanto, $\mathbb{N} = \mathbb{Z}^+ \subseteq A$.

Ahora, para $n \in \mathbb{Z}$ con $n \geq 0$, A es cerrado para opuestos, luego $-n \in A$.

Por tanto, $\mathbb{Z} \subseteq A$.

Por ser \mathbb{Z} cerrado para la suma, producto, opuestos y contiene al 0 y al 1, \mathbb{Z} es subanillo de A . Por tanto, \mathbb{Z} es el menor subanillo de \mathbb{R} .

3. Cuestionario IV

Ejercicio 1. En el anillo \mathbb{Z}_{10} , la afirmación “ $3^{4k+3} = -3$, para cualquier $k \in \mathbb{Z}$ ” es:

- Siempre falsa.
- Siempre cierta.
- A veces cierta y a veces falsa, depende de k .

Ejercicio 2. En el anillo $\mathbb{Z}_n[x]$, la afirmación “la suma reiterada n veces de cualquier polinomio es 0”, es:

- Verdadera o falsa, depende de n .
- Siempre falsa.
- Siempre verdadera.

Ejercicio 3. Un subanillo A de un anillo B se dice propio si $A \subsetneq B$. Seleccione el enunciado correcto:

- En anillo \mathbb{Z} no tiene subanillos propios.
- El conjunto $A = \{5k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ es un subanillo propio de \mathbb{Z} .
- El cuerpo \mathbb{Q} no tiene subanillos propios.

Ejercicio 4. Homomorfismos $\phi : \mathbb{Z}_2 \rightarrow \mathbb{Z}$,

- Hay exactamente uno.
- Hay al menos dos.
- No hay ninguno.

Ejercicio 5. Sea A un anillo conmutativo, la afirmación “Para cualesquiera indeterminadas x e y , los anillos de polinomios $A[x]$ y $A[y]$ son isomorfos”. Es:

- Verdadera o falsa, depende de A .
- Siempre verdadera.
- Siempre falsa.

Ejercicio 1. En el anillo \mathbb{Z}_{10} , la afirmación “ $3^{4k+3} = -3$, para cualquier $k \in \mathbb{Z}$ ” es:

- Siempre falsa.
- Siempre cierta.
- A veces cierta y a veces falsa, depende de k .

Ejercicio 2. En el anillo $\mathbb{Z}_n[x]$, la afirmación “la suma reiterada n veces de cualquier polinomio es 0”, es:

- Verdadera o falsa, depende de n .
- Siempre falsa.
- Siempre verdadera.

Ejercicio 3. Un subanillo A de un anillo B se dice propio si $A \subsetneq B$. Seleccion el enunciado correcto:

- En anillo \mathbb{Z} no tiene subanillos propios.
- El conjunto $A = \{5k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ es un subanillo propio de \mathbb{Z} .
- El cuerpo \mathbb{Q} no tiene subanillos propios.

Ejercicio 4. Homomorfismos $\phi : \mathbb{Z}_2 \rightarrow \mathbb{Z}$,

- Hay exactamente uno.
- Hay al menos dos.
- No hay ninguno.

Ejercicio 5. Sea A un anillo conmutativo, la afirmación “Para cualesquiera indeterminadas x e y , los anillos de polinomios $A[x]$ y $A[y]$ son isomorfos”. Es:

- Verdadera o falsa, depende de A .
- Siempre verdadera.
- Siempre falsa.

4. Cuestionario V

Ejercicio 1. En relación con los anillos \mathbb{Z}_6 y $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, selecciona la afirmación correcta:

- Ambos son DI.
- Uno de ellos es DI, pero el otro no.
- Ninguno es DI.

Ejercicio 2. En relación a las siguientes proposiciones, referidas a los elementos de un Dominio de Integridad:

(a) $a \mid b \wedge a \nmid c \Rightarrow b \nmid b + c.$

(b) $a \mid b \wedge a \nmid c \Rightarrow a \nmid b + c.$

Selecciona la afirmación correcta:

- Ambas son verdad.
- Una es verdad y la otra es falsa.
- Ambas son falsas.

Ejercicio 3. Polinomios de grado uno que son unidades en el anillo de polinomios $\mathbb{Z}_4[x]$:

- No hay.
- Hay dos.
- Hay infinitos.

Ejercicio 4. En el anillo $\mathbb{Z}[i]$:

- 3 es unidad.
- 3 es irreducible.
- 3 no es irreducible.

Ejercicio 5. En el anillo $\mathbb{Z}[i]$:

- 2 es unidad.
- 2 es irreducible.
- 2 no es irreducible.