Geometría I
Examen X

Foto: José Juan Castro

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada

Geometría I
Examen X

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Jesús Muñoz Velasco

Granada, 2023-2024

Asignatura Geometría I.

Curso Académico 2022-23.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Juan de Dios Pérez Jiménez.

Descripción Convocatoria Extraordinaria[1].

Fecha 17 de febrero de 2023.

Duración 3 horas.

[1]El examen lo pone el departamento.

Ejercicio 1 (2,5 puntos)**.** Enuncia y demuestra el Teorema de Reflexividad.

Ejercicio 2 (2 puntos)**.** Sea $V(\mathbb{R})$ un espacio vectorial de dimensión $n \in \mathbb{N}$ y f un endomorfismo suyo que verifica $f \circ f = -I_V$ (I_V es la aplicación identidad en V). Demuestra que f es un automorfismo y que n no puede ser impar.

Ejercicio 3 (5,5 puntos)**.** Se consideran los espacios vectoriales $S_2(\mathbb{R})$ y $\mathbb{R}_2[x]$.

1. (3 puntos) Construye una aplicación lineal $f : S_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}_2[x]$ que verifique:

   $$ker(f) = \{A \in S_2(\mathbb{R}) : \text{ traza}(A) = 0\} \text{ y } ker(f^t) = L\{\phi, \psi\} \text{ donde}$$
   $$\phi(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_0 - a_2, \quad \psi(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_1 - a_2, \quad \forall a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}.$$

   Determina explícitamente $f\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$, $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$.

2. (1 punto) Construye, si es posible, un endomorfismo h de $S_2(\mathbb{R})$ distinto del endomorfismo nulo tal que $f \circ h$ sea la aplicación lineal nula.

3. (1,5 puntos) Calcula una base del espacio cociente $\mathbb{R}_2[x]/Im(f)$ y determina si este espacio es isomorfo a $S_2(\mathbb{R})/ker(f)$.