

MN I

# Examen V

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# MN I

# Examen V

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Arturo Olivares Martos

Granada, 2024

**Asignatura** Métodos Numéricos I.

**Curso Académico** 2023-24.

**Grado** Matemáticas.

**Grupo** Único.

**Profesor** Miguel Ángel Piñar González.

**Descripción** Parcial Temas 4 y 5.

**Fecha** 29 de mayo de 2024.

**Ejercicio 1.** Se desea interpolar la función  $f(x) = x^2 + \cos x$  en los puntos de abscisas  $x_k = -\frac{\pi}{2} + k \cdot \frac{\pi}{4}$ , para  $k = 0, 1, 2, 3$ , mediante un polinomio de grado adecuado.

1. Calcule el polinomio de interpolación utilizando la fórmula de Newton.
2. Use dicho polinomio de interpolación para aproximar el valor de  $f(\pi/6)$ .
3. Obtenga una cota lo más ajustada posible del error cometido en la aproximación anterior.

**Ejercicio 2.** Responda a las siguientes cuestiones:

1. Determine el spline cúbico  $s(x)$  que interpola la tabla de datos siguiente:

|        |       |    |       |   |
|--------|-------|----|-------|---|
| $x_i$  | -2    | -1 | 1     | 2 |
| $f_i$  | -2    | 0  | 0     | 2 |
| $f'_i$ | $5/2$ |    | $5/2$ |   |

2. Decida si  $s(x)$  coincide con el spline cúbico natural que interpola a la siguiente tabla de datos:

|       |    |    |   |   |
|-------|----|----|---|---|
| $x_i$ | -2 | -1 | 1 | 2 |
| $f_i$ | -2 | 0  | 0 | 2 |

Justifique la respuesta.

**Ejercicio 3.** Responda a las siguientes cuestiones:

1. Utilizando el algoritmo de Gram-Schmidt, determine una base ortogonal de  $\mathbb{P}_2$  utilizando el producto escalar siguiente:

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 p(x)q(x) dx$$

2. Use integración por partes para obtener una fórmula recursiva para las integrales

$$I_n = \int_{-1}^1 x^n e^{-x} dx$$

3. Utilizando los apartados anteriores obtenga el polinomio de grado no mayor que 2 mejor aproximación por mínimos cuadrados de la función  $f(x) = e^{-x}$  con respecto al producto escalar definido en el primer apartado.