

# Cálculo II

## Examen XI

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



**Los Del DGIIM**

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Cálculo II

## Examen XI

Los Del DGIIM

Granada, 2023

**Asignatura** Cálculo II.

**Curso Académico** 2021-22.

**Grado** Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

**Grupo** Único.

**Profesor** María Victoria Velasco Collado.

**Descripción** Parcial 2. Cálculo Integral. Temas 4-7.

**Fecha** 3 de junio de 2022.

**Ejercicio 1. [2 puntos]** Estudiar la continuidad uniforme de las siguientes funciones en el sitio indicado:

1.  $f(x) = x^3$  en  $\mathbb{R}$ .

2.  $g(x) := \frac{\int_0^x (t-2)f(t) dt}{\int_0^x f(t) dt}$  en el intervalo  $]0, 1[$ , siendo  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^+$  una función continua.

**Ejercicio 2. [1 punto]** Determinar, de forma justificada, un intervalo no acotado en el que la función  $f(x) = \ln x$  sea lipschitziana. ¿Es dicha función lipschitziana en  $\mathbb{R}^+$ ?

**Ejercicio 3. [2 puntos]** Demostrar que  $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x}$  es integrable en  $[0, 1]$  siendo  $\frac{(\ln 2)^2}{2} \leq \int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{x} dx$ . Deducir que la función  $g(x) = \frac{e^x \ln(x+1)}{x}$  también es integrable en  $[0, 1]$ , siendo

$$\frac{(\ln 2)^2}{2} \leq \int_0^1 \frac{e^x \ln(x+1)}{x} dx \leq e - 1.$$

**Ejercicio 4. [1.5 puntos]** Mediante el cálculo integral, calcular

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}} + \frac{1}{\sqrt{n(n+2)}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n(n+n)}} \right).$$

**Ejercicio 5. [1.5 puntos]** Calcular

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_{\sqrt{x}}^{x(x+1)} \frac{dt}{2 + \sqrt[3]{t^2}}}{\int_0^{x^2} \frac{dt}{1 + 5\sqrt[3]{t^2}}}.$$

**Ejercicio 6. [2 puntos]** Determinar el área de la región acotada limitada por la gráfica de las funciones  $f(x) = \frac{1}{(x^2+1)^2}$  y  $g(x) = \frac{x^2}{(x^2+1)^2}$ .