

Cálculo II

Examen XI

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Cálculo II

Examen XI

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023

Asignatura Cálculo II.

Curso Académico 2021-22.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor María Victoria Velasco Collado.

Descripción Parcial 2. Cálculo Integral. Temas 4-7.

Fecha 3 de junio de 2022.

Ejercicio 1. [2 puntos] Estudiar la continuidad uniforme de las siguientes funciones en el sitio indicado:

1. $f(x) = x^3$ en \mathbb{R} .

2. $g(x) := \frac{\int_0^x (t-2)f(t) dt}{\int_0^x f(t) dt}$ en el intervalo $]0, 1[$, siendo $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^+$ una función continua.

Ejercicio 2. [1 punto] Determinar, de forma justificada, un intervalo no acotado en el que la función $f(x) = \ln x$ sea lipschitziana. ¿Es dicha función lipschitziana en \mathbb{R}^+ ?

Ejercicio 3. [2 puntos] Demostrar que $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x}$ es integrable en $[0, 1]$ siendo $\frac{(\ln 2)^2}{2} \leq \int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{x} dx$. Deducir que la función $g(x) = \frac{e^x \ln(x+1)}{x}$ también es integrable en $[0, 1]$, siendo

$$\frac{(\ln 2)^2}{2} \leq \int_0^1 \frac{e^x \ln(x+1)}{x} dx \leq e - 1.$$

Ejercicio 4. [1.5 puntos] Mediante el cálculo integral, calcular

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n(n+1)}} + \frac{1}{\sqrt{n(n+2)}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n(n+n)}} \right).$$

Ejercicio 5. [1.5 puntos] Calcular

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_{\sqrt{x}}^{x(x+1)} \frac{dt}{2 + \sqrt[3]{t^2}}}{\int_0^{x^2} \frac{dt}{1 + 5\sqrt[3]{t^2}}}.$$

Ejercicio 6. [2 puntos] Determinar el área de la región acotada limitada por la gráfica de las funciones $f(x) = \frac{1}{(x^2+1)^2}$ y $g(x) = \frac{x^2}{(x^2+1)^2}$.