

# Arquitectura de Computadores



**Los Del DGIIM**, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Arquitectura de Computadores

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023-2024



# Índice general

<b>1. Relaciones de Problemas</b>	<b>5</b>
1.1. Arquitecturas Paralelas . . . . .	5
1.2. Programación paralela . . . . .	13



# 1. Relaciones de Problemas

## 1.1. Arquitecturas Paralelas

**Ejercicio 1.1.1.** En el código de prueba (benchmark) que ejecuta un procesador no segmentado que funciona a 300 MHz, hay un 20 % de instrucciones **LOAD** que necesitan 4 ciclos, un 10 % de instrucciones **STORE** que necesitan 3 ciclos, un 25 % de instrucciones con operaciones de enteros que necesitan 6 ciclos, un 15 % de instrucciones con operandos en coma flotante que necesitan 8 ciclos por instrucción, y un 30 % de instrucciones de salto que necesitan 3 ciclos.

1. ¿Cuál es la ganancia que se puede obtener por reducción a 3 ciclos de las instrucciones con enteros?

Resumimos los datos del enunciado en la siguiente tabla:

$I_i$	$CPI_i^b$	$NI_i$
LOAD	4 ciclos	0,2 NI
STORE	3 ciclos	0,1 NI
FX. POINT	6 ciclos	0,25 NI
FLT. POINT	8 ciclos	0,15 NI
BRANCH	3 ciclos	0,3 NI

donde  $I_i$  es el tipo de instrucción,  $CPI_i^b$  es el número de ciclos por instrucción y  $NI_i$  es el número de instrucciones de ese tipo.

El tiempo base  $T_b$  que tardaría en ejecutarse el programa sin mejoras sería:

$$\begin{aligned} T_b &= NI \cdot CPI \cdot T_c = T_c \cdot \sum_i NI_i \cdot CPI_i = \\ &= T_c \cdot NI \cdot \left( \underbrace{0,2 \cdot 4}_{LD} + \underbrace{0,1 \cdot 3}_{ST} + \underbrace{0,25 \cdot 6}_{FP} + \underbrace{0,15 \cdot 8}_{FLT \text{ POINT}} + \underbrace{0,3 \cdot 3}_{BRANCH} \right) = \\ &= T_c \cdot NI \cdot 4,7 \end{aligned}$$

donde  $T_c$  representa el tiempo de ciclo. Respecto al tiempo mejorado  $T_p$ , sabiendo ahora que en caso de los números enteros el número de ciclos se reduce

a 3, tendríamos:

$$\begin{aligned}
 T_p &= NI \cdot CPI \cdot T_c = T_c \cdot \sum_i NI_i \cdot CPI_i = \\
 &= T_c \cdot NI \cdot \left( \underbrace{0,2 \cdot 4}_{LD} + \underbrace{0,1 \cdot 3}_{ST} + \underbrace{0,25 \cdot \textcolor{red}{3}}_{FP} + \underbrace{0,15 \cdot 8}_{FLT \text{ POINT}} + \underbrace{0,3 \cdot 3}_{BRANCH} \right) = \\
 &= T_c \cdot NI \cdot 3,95
 \end{aligned}$$

La expresión de la ganancia, por tanto, es:

$$S = \frac{T_b}{T_p} = \frac{\cancel{T_c} \cdot \cancel{NI} \cdot 4,7}{\cancel{T_c} \cdot \cancel{NI} \cdot 3,95} = \frac{4,7}{3,95} \approx 1,1898$$

2. ¿Cuál es la ganancia que se puede obtener por reducción a 3 ciclos de las instrucciones en coma flotante?

Tenemos que:

$$\begin{aligned}
 T_p &= NI \cdot CPI \cdot T_c = T_c \cdot \sum_i NI_i \cdot CPI_i = \\
 &= T_c \cdot NI \cdot \left( \underbrace{0,2 \cdot 4}_{LD} + \underbrace{0,1 \cdot 3}_{ST} + \underbrace{0,25 \cdot 6}_{FP} + \underbrace{0,15 \cdot \textcolor{red}{5}}_{FLT \text{ POINT}} + \underbrace{0,3 \cdot 3}_{BRANCH} \right) = \\
 &= T_c \cdot NI \cdot 4,25
 \end{aligned}$$

La expresión de la ganancia, por tanto, es:

$$S = \frac{T_b}{T_p} = \frac{\cancel{T_c} \cdot \cancel{NI} \cdot 4,7}{\cancel{T_c} \cdot \cancel{NI} \cdot 4,25} = \frac{4,7}{4,25} \approx 1,10599$$

**Ejercicio 1.1.2.** Un circuito que implementaba una operación en un tiempo de  $T_{op} = 450$  ns se ha segmentado mediante un cauce lineal con cuatro etapas de duración  $T1 = 100$  ns,  $T2 = 125$  ns,  $T3 = 125$  ns y  $T4 = 100$  ns respectivamente, separadas por un registro de acoplo que introduce un retardo de 25 ns.

1. ¿Cuál es la máxima ganancia de velocidad posible? ¿Cuál es la productividad máxima del cauce?

Tenemos que el ciclo de reloj es de  $T_c = 125ns + 25ns = 150ns$ . La ganancia de velocidad es:

$$S(N) = \frac{T^b(N)}{T^s(N)} = \frac{N \cdot T_R}{T_{LI} + (N-1)T_c} = \frac{N \cdot T_R}{4 \cdot T_c + (N-1)T_c}$$

donde el 4 se debe a que es el número de etapas del cauce.

La ganancia máxima es:

$$S(N \gg) = \lim_{N \rightarrow \infty} S(N) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N \cdot T_R}{4 \cdot T_c + (N-1)T_c} = \frac{T_R}{T_c}$$



2. ¿A partir de qué número de operaciones ejecutadas se consigue una productividad igual al 90 % de la productividad máxima?

**Ejercicio 1.1.3.** En un procesador sin segmentación de cauce, determine cuál de estas dos alternativas para realizar un salto condicional es mejor:

- ALT1: Una instrucción **COMPARE** actualiza un código de condición y es seguida por una instrucción **BRANCH** que comprueba esa condición. Se usan dos instrucciones.
- ALT2: Una sola instrucción incluye la funcionalidad de las instrucciones **COMPARE** y **BRANCH**. Se usa una única instrucción.

Hay que tener en cuenta que hay un 20 % de instrucciones **BRANCH** para ALT1 en el conjunto de programas de prueba; que las instrucciones **BRANCH** en ALT1 y **COMPARE+BRANCH** en ALT2 necesitan 4 ciclos mientras que todas las demás necesitan sólo 3; y que el ciclo de reloj de la ALT1 es un 25 % menor que el de la ALT2, dado que en este caso la mayor funcionalidad de la instrucción **COMPARE+BRANCH** ocasiona una mayor complejidad en el procesador.

Como el tiempo de ciclo de reloj depende de la ejecución más lenta, es normal que este cambie (como se especifica en el enunciado). La relación entre estos es la siguiente:

$$T_c^1 = T_c^2 - 0,25T_c^2 = 0,75T_c^2$$

Resumimos los datos del enunciado en la siguiente tabla:

$I_i^1$	$CPI_i^1$	$NI_i^1$	$I_i^2$	$CPI_i^2$	$NI_i^2$
br	4 ciclos	$0,2 \cdot NI^1$	cmpbr	4 ciclos	$0,2 \cdot NI^1$
cmp	3 ciclos	$0,2 \cdot NI^1$			
Demás	3 ciclos	$0,6 \cdot NI^1$	Demás	3 ciclos	$0,6 \cdot NI^1$
		$NI^1$			$0,8 \cdot NI^1 = NI^2$

Tenemos que ver qué alternativa nos da un tiempo de ejecución menor (tengamos en cuenta que el tiempo de ciclo de cada uno no es el mismo, por lo que tenemos que pasarlo todo al mismo tiempo de ciclo):

$$T_{CPU}^1 = NI^1 \cdot \left( \underbrace{0,2 \cdot 4c}_{br} + \underbrace{0,8 \cdot 3c}_{cmp+Resto} \right) \cdot T_c^1 = NI^1 \cdot 3,2 \cdot 0,75 \cdot T_c^2 = NI^1 \cdot 2,4 \cdot T_c^2$$

$$T_{CPU}^2 = NI^1 \cdot \left( \underbrace{0,2 \cdot 4c}_{cmpbr} + \underbrace{0,6 \cdot 3c}_{Resto} \right) \cdot T_c^2 = NI^1 \cdot 2,6 \cdot T_c^2$$

Por ser  $T_{CPU}^1 < T_{CPU}^2$ , concluimos que la opción ALT1 es la mejor, en cuanto a tiempos de ejecución.

**Ejercicio 1.1.4.** ¿Qué ocurriría en el problema del ejercicio anterior (Ejercicio 1.1.3) si el ciclo de reloj fuese únicamente un 10 % mayor para la ALT2?

**Ejercicio 1.1.5.** Considere un procesador no segmentado con una arquitectura de tipo LOAD/STORE en la que las operaciones sólo utilizan como operandos registros de la CPU. Para un conjunto de programas representativos de su actividad se tiene que el 43 % de las instrucciones son operaciones con la ALU (3 CPI), el 21 % LOADs (4 CPI), el 12 % STOREs (4 CPI) y el 24 % BRANCHs (4 CPI). Se ha podido comprobar que un 25 % de las operaciones con la ALU utilizan operandos en registros que no se vuelven a utilizar. Compruebe si mejorarían las prestaciones si, para sustituir ese 25 % de operaciones, se añaden instrucciones con un dato en un registro y otro en memoria. Tengan en cuenta en la comprobación que para estas nuevas instrucciones el valor de CPI es 4 y que añadirlas ocasiona un incremento de un ciclo en el CPI de los BRANCH, pero no afectan al ciclo de reloj.

Resumimos los datos del enunciado en la siguiente tabla:

$I_i^1$	$CPI_i^1$	$NI_i^1$	$I_i^2$	$CPI_i^2$	$NI_i^2$
Instrucción ALU	3 ciclos	$0,43 \cdot NI$	ALU r, r	3 ciclos	$0,2325 \cdot NI^1$
			ALU r, m	4 ciclos	$0,1075 \cdot NI^1$
LOADs	4 ciclos	$0,21 \cdot NI^1$	LOADs	4 ciclos	$0,1225 \cdot NI^1$
STOREs	4 ciclos	$0,12 \cdot NI^1$	STOREs	4 ciclos	$0,12 \cdot NI^1$
BRANCHs	4 ciclos	$0,24 \cdot NI^1$	BRANCHs	5 ciclos	$0,24 \cdot NI^1$
					$0,8925 \cdot NI^1 = NI^2$

Donde para completar la columna  $NI_i^2$  hemos usado que:

$$\begin{aligned}
 NI_{\text{ALU r, r}}^1 &= 0,75(0,43 \cdot NI^1) = 0,2325 \cdot NI^1 \\
 NI_{\text{ALU r, m}}^1 &= 0,25(0,43 \cdot NI^1) = 0,1075 \cdot NI^1 \\
 NI_{\text{LOADs}}^1 &= 0,21 \cdot NI^1 - 0,1075 \cdot NI^1 = 0,1225 \cdot NI^1
 \end{aligned}$$

Calculamos los tiempos en CPU:

$$\begin{aligned}
 T_{CPU}^1 &= NI^1 \left( \overbrace{0,43 \cdot 3c}^{\text{ALU r, r}} + (0,21 + 0,12 + 0,24) \cdot 4c \right) \cdot T_c \\
 &= NI^1 \cdot 3,57 \cdot T_c
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{CPU}^2 &= NI^1 (0,3235 \cdot 3c + (0,1075 + 0,1225 + 0,12) \cdot 4c + 0,24 \cdot 4c) \cdot T_c \\
 &= NI^1 \cdot 3,4875 \cdot T_c
 \end{aligned}$$

Y tenemos que  $T_{CPU}^2 < T_{CPU}^1$ , luego sí que mejorarían las prestaciones.

**Ejercicio 1.1.6.** Se ha diseñado un compilador para la máquina LOAD/STORE del problema anterior (Ejercicio 1.1.5). Ese compilador puede reducir en un 50 % el número de operaciones con la ALU, pero no reduce el número de LOADs, STOREs, y BRANCHs. Suponiendo que la frecuencia de reloj es de 50 Mhz, ¿Cuál es el número de MIPS y el tiempo de ejecución que se consigue con el código optimizado? Compárelos con los correspondientes del código no optimizado.

**Ejercicio 1.1.7.** En un programa que se ejecutan en un procesador no segmentado que funciona a 100 MHz, hay un 20 % de instrucciones LOAD que necesitan 4 ciclos,

un 15 % de instrucciones **STORE** que necesitan 3 ciclos, un 40 % de instrucciones con operaciones en la ALU que necesitan 6 ciclos, y un 25 % de instrucciones de salto que necesitan 3 ciclos.

1. Si en las instrucciones que usan la ALU el tiempo en la ALU supone 4 ciclos, determine cuál es la máxima ganancia que se puede obtener si se mejora el diseño de la ALU de forma que se reduce su tiempo de ejecución a la mitad de ciclos.
2. Con qué porcentaje de instrucciones con operaciones en la ALU se podría haber obtenido en los cálculos del apartado 1 una ganancia mayor que 2? Razone su respuesta.

**Ejercicio 1.1.8.** Suponga que en los programas que constituyen la carga de trabajo habitual de un procesador las instrucciones de coma flotante consumen un promedio del 13 % del tiempo del procesador.

1. Ha aparecido en el mercado una nueva versión del procesador en la que la única mejora con respecto a la versión anterior es una nueva unidad de coma flotante que permite reducir el tiempo de las instrucciones de coma flotante a tres cuartas partes del tiempo que consumían antes. ¿Cuál es la máxima ganancia de velocidad que puede esperarse en los programas que constituyen la carga de trabajo si se utiliza la nueva versión del procesador?

La  $p$  de la ley sería  $3/4$  y  $f = 0,87$ . Para calcular la ganancia adicional:

$$S = \frac{T_b}{T_p} = \frac{\cancel{T_b}}{0,87\cancel{T_b} + 0,13\cancel{T_b} \cdot 3/4} = 1,033$$

2. ¿Cuál es la máxima ganancia de velocidad con respecto a la versión inicial del procesador que, en promedio, puede esperarse en los programas debido a mejoras en la velocidad de las operaciones en coma flotante?

Lo que esperamos en el mejor caso es llevar a 0 el tiempo que tarda en ejecutarse la parte de punto flotante.

$$S = \frac{T_b}{T_p} = \frac{\cancel{T_b}}{0,87\cancel{T_b} + 0} = 1,149$$

3. ¿Cuál debería ser el porcentaje de tiempo de cálculo con datos en coma flotante en los programas para esperar una ganancia máxima de 4 en lugar de la obtenida en el apartado 2?

Buscamos la  $f$  para obtener 4:

$$\frac{\cancel{T_b}}{\underbrace{f\cancel{T_b} + (1-f)\cancel{T_b}}_p} = 4 \Rightarrow f = \frac{1}{4}$$

- ¿Cuánto debería reducirse el tiempo de las operaciones en coma flotante con respecto a la situación inicial para que la ganancia máxima sea 2 suponiendo que en la versión inicial el porcentaje de tiempo de cálculo con coma flotante es el obtenido en el apartado 3?

Se trata de buscar  $p$ , suponiendo que tenemos un 75 % de operaciones de coma flotante. Simplemente hay que despejar  $p$ .

**Ejercicio 1.1.9.** Suponga que, en el código siguiente,  $a[]$  es un array de números de 32 bits en coma flotante y  $b$  un número de 32 bits en coma flotante y que debería ejecutarse en menos de 0,5 segundos para  $N = 10^9$ :

```
for (i=0; i<N; i++)
    a[i+2]=(a[i+2]+a[i+1]+a[i])*b;
```

- ¿Cuántos GFLOPS se necesitan para poder ejecutar el código en menos de 0,5 segundos?

$$T(10) < 0,5 \text{ seg}$$

$$GFLOPS = \frac{NumFFP}{T_{CPU} \cdot 10^9} = \frac{3 \cdot N}{T_{CPU} \cdot 10^9} > \frac{3 \cdot N}{0,5 \cdot 10^9}$$

- Suponiendo que este código en ensamblador tiene  $7N$  instrucciones y que se ha ejecutado en un procesador de 32 bits a 2 GHz. ¿Cual es el número medio de instrucciones que el procesador tiene que poder completar por ciclo para poder ejecutar el código en menos de 0,5 segundos?

Sabemos que el tiempo en CPU lo podemos calcular de la forma:

$$T_{CPU} = NI \cdot CPI \cdot T_c = \frac{NI}{IPC \cdot F}$$

Con:

$$IPC = \frac{1}{CPS} =$$

Sabemos que  $NI = 7 \cdot 10^9$ , buscamos el valor de  $IPC$  y  $F = 2 \cdot 10^9$  c/s:

$$\frac{7 \cdot 10^9}{IPC \cdot 2 \cdot 10^9} < 0,5$$

$$IPC > 7$$

- Estimando que el programa pasa el 75 % de su tiempo de ejecución realizando operaciones en coma flotante, ¿cuánto disminuiría como mucho el tiempo de ejecución si se redujesen un 75 % los tiempos de las unidades de coma flotante?

Sea  $T_p$  el tiempo de mejora y  $T_b$  el tiempo base:

$$Porcreduccion = \frac{T_b - T_p}{T_b} \cdot 100$$

$$T_p = 0,25T_p + 0,75T_b \cdot 0,25 = 0,4375T_b$$

$$\left(1 - \frac{T_p}{T_b}\right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{0,4375T_b}{T_b}\right) \cdot 100 = 56,25 \%$$

$$p = 4 \quad f = 0,25$$

**Ejercicio 1.1.10.** Un compilador ha generado un código máquina optimizado para el siguiente programa

```

par=0; impar=0;
for (i=0; i<N; i++)
    if ((i%2) == 0)
        par=par+c*x[i];
    else
        impar=impar-c*x[i];

```

sin utilizar instrucciones de salto dentro de las iteraciones del bucle (porque se ha usado la técnica de desenrollado el bucle que veremos en el Seminario 4): el código tiene un número de iteraciones de  $N/2$ , 7 instrucciones fuera del bucle (2 de almacenamiento en memoria, 5 instrucciones para inicializar registros), 9 instrucciones dentro del bucle (4 instrucciones para implementar el bucle for: incremento de la variable de control  $i$ , comparación, salto condicional y un salto incondicional; 4 instrucciones coma flotante y 2 instrucciones de carga desde memoria a registro -se leen dos componentes de  $x$ ). El computador donde se ejecuta dispone de:

- Un procesador superescalar de 32 bits a 2 GHz capaz de terminar dos instrucciones de coma flotante por ciclo y dos instrucciones de cualquier otro tipo por ciclo, excepto instrucciones de carga, cuyo tiempo depende de si hay o no fallo de cache (si no hay fallo de cache suponen 1 ciclo), y las instrucciones de almacenamiento que suponen 1 ciclo.
- Dos caches integradas en el chip de procesamiento (una para datos y otra para instrucciones) de 512 KBytes cada una, mapeo directo, política de actualización de postescritura, líneas de 32 bytes, y latencia de un ciclo de reloj.
- Una memoria principal con latencia de 30 ns. y ciclos burst 6-1-1-1 a través de un bus de memoria de 200 MHz con 64 bits.

Conteste a las siguientes cuestiones:

1. ¿Cuál es la velocidad pico del procesador (en GFLOPS)?
2. ¿Cuál es el tiempo mínimo que tarda en ejecutarse el programa para  $N = 211$ ?

3. ¿Cuántos MFLOPS alcanza el programa?

*Observación.* Considere que el vector  $\mathbf{x}$  se almacena en memoria en una dirección múltiplo del tamaño de una línea de cache y que ningún componente está en cache cuando se referencia;  $N$ ,  $i$  estarán en registros de enteros, `par`, `impar`, `c`, y `x[]` son números de 32 bits en coma flotante; dentro del bucle `c`, `par` e `impar` estarán en registros.

**Cuestión 1.1.1.** Indique cuál es la diferencia fundamental entre una arquitectura CC-NUMA y una arquitectura SMP.

**Cuestión 1.1.2.** ¿Cuándo diría que un computador es un multiprocesador y cuándo que es un multicomputador?

**Cuestión 1.1.3.** ¿Un CC-NUMA escala más que un SMP? ¿Por qué?

**Cuestión 1.1.4.** Indique qué niveles de paralelismo implícito en una aplicación puede aprovechar un PC con un procesador de 4 cores, teniendo en cuenta que cada core tiene unidades funcionales SIMD (también llamadas unidades multimedia) y una microarquitectura segmentada y superscalar. Razone su respuesta.

**Cuestión 1.1.5.** Si le dicen que un ordenador es de 20 GIPS ¿puede estar seguro que ejecutará cualquier programa de 20000 instrucciones en un microsegundo?

**Cuestión 1.1.6.** ¿Aceptaría financiar/embarcarse en un proyecto en el que se plantease el diseño e implementación de un computador de propósito general con arquitectura MISD? (Justifique su respuesta).

**Cuestión 1.1.7.** Deduzca la expresión que se usa para representar la ley de Amdahl suponiendo que se mejora un recurso del procesador, que hay una probabilidad  $f$  de no utilizar dicho recurso y que la mejora supone un incremento en un factor de  $p$  de la velocidad de procesamiento del recurso.

**Cuestión 1.1.8.** ¿Es cierto que si se mejora una parte de un sistema (por ejemplo, un recurso de un procesador) se observa experimentalmente que, al aumentar el factor de mejora, llega un momento en que se satura el incremento de velocidad que se consigue? (Justifique la respuesta)

**Cuestión 1.1.9.** ¿Es cierto que la cota para el incremento de velocidad que establece la ley de Amdahl crece a medida que aumenta el valor del factor de mejora aplicado al recurso o parte del sistema que se mejora? (Justifique la respuesta).

**Cuestión 1.1.10.** ¿Qué podría ser mejor suponiendo velocidades pico, un procesador superscalar capaz de emitir cuatro instrucciones por ciclo, o un procesador vectorial cuyo repertorio permite codificar 8 operaciones por instrucción y emite una instrucción por ciclo? (Justifique su respuesta).

**Cuestión 1.1.11.** En la Lección 2 de AC se han presentado diferentes criterios de clasificación de computadores y en el Seminario 0 de prácticas se ha presentado atcgrid. Clasifique atcgrid, sus nodos, sus encapsulados y sus núcleos dentro de la clasificación de Flynn y dentro de la clasificación que usa como criterio el sistema de memoria. Razone su respuesta.

**Cuestión 1.1.12.** En la Lección 1 de AC se han presentado diferentes criterios de clasificación del paralelismo implícito en una aplicación y en el Seminario 0 de prácticas se ha presentado atcgrid. ¿Qué tipos de paralelismo aprovecha atcgrid? Razone su respuesta.

## 1.2. Programación paralela

**Ejercicio 1.2.1.** Un programa tarda 40 s en ejecutarse en un multiprocesador. Durante un 20 % de ese tiempo se ha ejecutado en cuatro procesadores; durante un 60 %, en tres; y durante el 20 % restante, en un procesador (consideramos que se ha distribuido la carga de trabajo por igual entre los procesadores que colaboran en la ejecución en cada momento, despreciamos sobrecarga).

1. ¿Cuánto tiempo tardaría en ejecutarse el programa en un único procesador?
2. ¿Cuál es la ganancia en velocidad obtenida con respecto al tiempo de ejecución secuencial?
3. ¿Cuál es la ganancia en eficiencia obtenida con respecto al tiempo de ejecución secuencial?

**Ejercicio 1.2.2.** Un programa tarda 20 s en ejecutarse en un procesador  $P_1$ , y requiere 30 s en otro procesador  $P_2$ . Si se dispone de los dos procesadores para la ejecución del programa (despreciamos sobrecarga):

1. ¿Qué tiempo tarda en ejecutarse el programa si la carga de trabajo se distribuye por igual entre los procesadores  $P_1$  y  $P_2$ ?
2. ¿Qué distribución de carga entre los dos procesadores  $P_1$  y  $P_2$  permite el menor tiempo de ejecución utilizando los dos procesadores en paralelo? ¿Cuál es este tiempo?

**Ejercicio 1.2.3.** ¿Cuál es fracción de código paralelo de un programa secuencial que, ejecutado en paralelo en 8 procesadores, tarda un tiempo de 100 ns, durante 50ns utiliza un único procesador y durante otros 50 ns utiliza 8 procesadores (distribuyendo la carga de trabajo por igual entre los procesadores)?

**Ejercicio 1.2.4.** Un 25 % de un programa no se puede paralelizar, el resto se puede distribuir por igual entre cualquier número de procesadores. ¿Cuál es el máximo valor de ganancia de velocidad que se podría conseguir al paralelizarlo en  $p$  procesadores, y con infinitos? ¿A partir de cuál número de procesadores se podrían conseguir ganancias mayores o iguales que 2?

**Ejercicio 1.2.5.** En la Figura 1.1, se presenta el grafo de dependencia entre tareas para una aplicación. La figura muestra la fracción del tiempo de ejecución secuencial que la aplicación tarda en ejecutar grupos de tareas del grafo. Suponiendo un tiempo de ejecución secuencial de 60 s, que las tareas no se pueden dividir en tareas de menor granularidad y que el tiempo de comunicación es despreciable, obtener el tiempo de ejecución en paralelo y la ganancia en velocidad en un computador con:

1. 4 procesadores.
2. 2 procesadores.

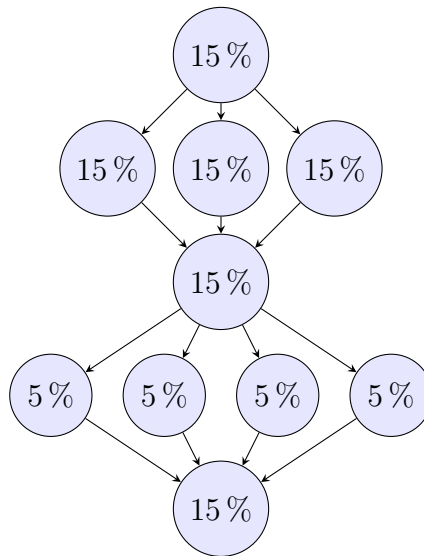


Figura 1.1: Grafo de tareas del Ejercicio 1.2.5

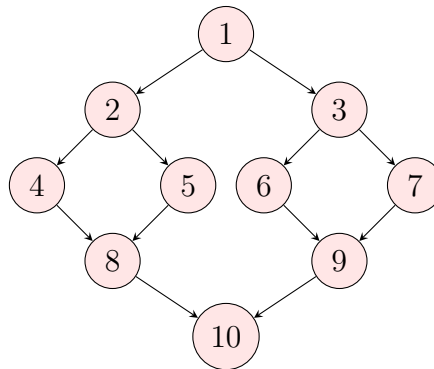


Figura 1.2: Grafo de tareas del Ejercicio 1.2.6

**Ejercicio 1.2.6.** Un programa se ha conseguido dividir en 10 tareas. El orden de precedencia entre las tareas se muestra con el grafo dirigido de la Figura 1.2. La ejecución de estas tareas en un procesador supone un tiempo de 2 sg. El 10 % de ese tiempo es debido a la ejecución de la tarea 1; el 15 % a la ejecución de la tarea 2; otro 15 % a la ejecución de 3; cada tarea 4, 5, 6 o 7 supone el 9 %; un 8 % supone la tarea 8; la tarea 9 un 10 %; por último, la tarea 10 supone un 6 %. Se dispone de una arquitectura con 8 procesadores para ejecutar la aplicación. Consideramos que el tiempo de comunicación se puede despreciar.

1. ¿Qué tiempo tarda en ejecutarse el programa en paralelo?
2. ¿Qué ganancia en velocidad se obtiene con respecto a su ejecución secuencial?

**Ejercicio 1.2.7.** Se quiere paralelizar el siguiente trozo de código:

```

// {Cálculos antes del bucle}
for( i=0; i<w; i++) {
    // Código para i
}
// {cálculos después del bucle}
  
```



Los cálculos antes y después del bucle suponen un tiempo de  $t_1$  y  $t_2$ , respectivamente. Una iteración del ciclo supone un tiempo  $t_i$ . En la ejecución paralela, la inicialización de  $p$  procesos supone un tiempo  $k_1p$  ( $k_1$  constante), los procesos se comunican y se sincronizan, lo que supone un tiempo  $k_2p$  ( $k_2$  constante);  $k_1p + k_2p$  constituyen la sobrecarga.

1. Obtener una expresión para el tiempo de ejecución paralela del trozo de código en  $p$  procesadores ( $T_p$ ).
2. Obtener una expresión para la ganancia en velocidad de la ejecución paralela con respecto a una ejecución secuencial ( $S_p$ ).
3. ¿Tiene el tiempo  $T_p$  con respecto a  $p$  una característica lineal o puede presentar algún mínimo? ¿Por qué? En caso de presentar un mínimo, ¿para qué número de procesadores  $p$  se alcanza?

**Ejercicio 1.2.8.** Supongamos que se va a ejecutar en paralelo la suma de  $n$  números en una arquitectura con  $p$  procesadores o cores ( $p$  y  $n$  potencias de dos) utilizando un grafo de dependencias en forma de árbol (divide y vencerás) para las tareas.

1. Dibujar el grafo de dependencias entre tareas para  $n = 16$  y  $p = 8$ . Hacer una asignación de tareas a procesos.
2. Obtener el tiempo de cálculo paralelo para cualquier  $n$  y  $p$  con  $n > p$  suponiendo que se tarda una unidad de tiempo en realizar una suma.
3. Obtener el tiempo comunicación del algoritmo suponiendo:
  - a) Que las comunicaciones en un nivel del árbol se pueden realizar en paralelo en un número de unidades de tiempo igual al número de datos que recibe o envía un proceso en cada nivel del grafo de tareas (tenga en cuenta la asignación de tareas a procesos que ha considerado en el apartado 1)
  - b) Que los procesadores que realizan las tareas de las hojas del árbol tienen acceso sin coste de comunicación a los datos que utilizan dichas tareas.
4. Suponiendo que el tiempo de sobrecarga coincide con el tiempo de comunicación calculado en el apartado 3, obtener la ganancia en prestaciones.
5. Obtener el número de procesadores para el que se obtiene la máxima ganancia con  $n$  números.

**Ejercicio 1.2.9.** Se va a paralelizar un decodificador JPEG en un multiprocesador. Se ha extraído para la aplicación el siguiente grafo de tareas que presenta una estructura segmentada (o de flujo de datos):

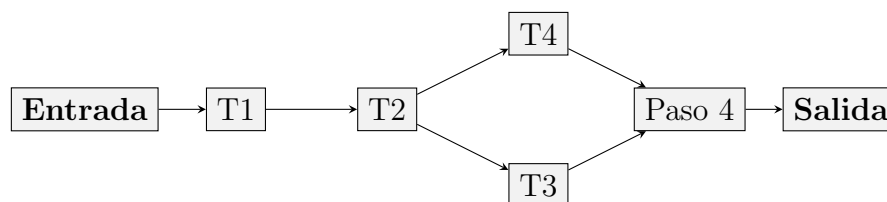


Figura 1.3: Segmentación del Ejercicio 1.2.9

La entrada tenemos que es el bloque de la imagen a decodificar (supone 8x8 pixels de la imagen). La salida será el bloque decodificado de 8x8 pixel. Las tareas 1, 2 y 5 se ejecutan en un tiempo igual a  $t$ , mientras que las tareas 3 y 4 suponen  $1,5t$ . El decodificador JPEG aplica el grafo de tareas de la figura a bloques de la imagen, cada uno de 8x8 píxeles. Si se procesa una imagen que se puede dividir en  $n$  bloques de 8x8 píxeles, a cada uno de esos  $n$  bloques se aplica el grafo de tareas de la figura. Obtenga la mayor ganancia en prestaciones que se puede conseguir paralelizando el decodificador JPEG en (suponga despreciable el tiempo de comunicación/sincronización):

1. 5 procesadores.
2. 4 procesadores.

En cualquier de los dos casos, la ganancia se tiene que calcular suponiendo que se procesa una imagen con un total de  $n$  bloques de 8x8 píxeles.

**Ejercicio 1.2.10.** Se quiere implementar un programa paralelo para un multi-computador que calcule la siguiente expresión para cualquier  $x$  (es el polinomio de interpolación de Lagrange):  $P(x) = \sum_{i=0}^n (b_i \cdot L_i(x))$ , donde:

$$L_i(x) = \frac{(x - a_0) \dots (x - a_{i-1})(x - a_{i+1}) \dots (x - a_n)}{k_i} = \frac{\prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n (x - a_j)}{k_i} \quad i = 0, 1, \dots, n$$

$$k_i = (a_i - a_0) \dots (a_i - a_{i-1})(a_i - a_{i+1}) \dots (a_i - a_n) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n (a_i - a_j) \quad i = 0, 1, \dots, n$$

Inicialmente  $k_i$ ,  $a_i$  y  $b_i$  se encuentran en el nodo  $i$  y  $x$  en todos los nodos. Sólo se van a usar funciones de comunicación colectivas. Indique cuál es el número mínimo de funciones colectivas que se pueden usar, cuáles serían, en qué orden se utilizarían y para qué se usan en cada caso.

**Ejercicio 1.2.11.**

1. Escriba un programa secuencial con notación algorítmica (podría escribirlo en C) que determine si un número de entrada,  $x$ , es primo o no. El programa imprimirá si es o no primo. Tendrá almacenados en un vector, NP, los  $M$  números primos entre 1 y el máximo valor que puede tener un número de entrada al programa.
2. Escriba una versión paralela del programa anterior para un multicomputador usando un estilo de programación paralela de paso de mensajes. El proceso 0 tiene inicialmente el número  $x$  y el vector NP en su memoria e imprimirá en pantalla el resultado. Considere que la herramienta de programación ofrece funciones `send()/receive()` para implementar una comunicación uno-a-uno asíncrona, es decir, con función `send(buffer, count, datatype, idproc, group)` no bloqueante y `receive(buffer, count, datatype, idproc, group)` bloqueante. En las funciones `send()/receive()` se especifica:

- **group**: identificador del grupo de procesos que intervienen en la comunicación.
- **idproc**: identificador del proceso al que se envía o del que se recibe.
- **buffer**: dirección a partir de la cual se almacenan los datos que se envían o los datos que se reciben.
- **datatype**: tipo de los datos a enviar o recibir (entero de 32 bits, entero de 64 bits, flotante de 32 bits, flotante de 64 bits, ...).
- **count**: número de datos a transferir de tipo **datatype**.

**Ejercicio 1.2.12.** Escribir una versión paralela del programa secuencial del ejercicio 1.2.11 para un multicomputador usando un estilo de programación paralela de paso de mensajes y suponiendo que la herramienta de programación ofrece las funciones colectivas de difusión y reducción (escribir primero la versión secuencial). Sólo el proceso 0 imprimirá en pantalla. En la función de difusión, `broadcast(buffer, count, datatype, idproc)` se especifica:

- **group**: identificador del grupo de procesos que intervienen en la comunicación, todos los procesos del grupo reciben.
- **idproc**: identificador del proceso que envía.
- **buffer**: dirección de comienzo en memoria de los datos que difunde **idproc** y que almacenará, en todos los procesos del grupo, los datos difundidos.
- **datatype**: tipo de los datos a enviar/recibir (entero de 32 bits, entero de 64 bits, flotante de 32 bits, flotante de 64 bits, ...).
- **count**: número de datos a transferir de tipo **datatype**.

En la función de reducción, `reduction(sendbuf, recvbuf, count, datatype, oper, idproc, group)`, se especifica:

- **group**: identificador del grupo de procesos que intervienen en la comunicación, todos los procesos del grupo envían.
- **idproc**: identificador del proceso que recibe.
- **recvbuf**: dirección en memoria a partir de la cual se almacena el escalar resultado de la reducción de todos los componentes de todos los vectores **sendbuf**.
- **sendbuf**: dirección en memoria a partir de la cual almacenan todos los procesos del grupo los datos de tipo **datatype** a reducir (uno o varios).
- **datatype**: tipo de los datos a enviar y recibir (entero de 32 bits, entero de 64 bits, flotante de 32 bits, flotante de 64 bits, ...).
- **oper**: tipo de operación de reducción. Puede tomar los valores OR, AND, ADD, MUL, MIN, MAX
- **count**: número de datos de tipo **datatype**, del buffer **sendbuffer** de cada proceso, que se van a reducir.

**Ejercicio 1.2.13.**

1. Escribir una versión paralela del programa paralelo del ejercicio 1.2.12 suponiendo que, además de las dos funciones colectivas anteriores, se dispone de dispersión y que  $M$  es divisible entre el número de procesos (escribir primero la versión secuencial). Sólo el proceso 0 imprimirá en pantalla. La función `scatter(sendbuf, sendcnt, recvbuf, recvcnt, datatype, idproc, group)` especifica:
  - **group**: identificador del grupo de procesos que intervienen en la comunicación, todos los procesos del grupo envían.
  - **idproc**: identificador del proceso que envía.
  - **recvbuf**: dirección en memoria a partir de la cual se almacenan los datos recibidos.
  - **sendbuf**: dirección en memoria a partir de la cual almacena el proceso `idproc` los datos a enviar.
  - **datatype**: tipo de los datos a enviar y recibir.
  - **recvcnt**: número de datos de tipo `datatype` a recibir en `recvbuf`.
  - **sendcnt**: número de datos de tipo `datatype` a enviar.
2. ¿Qué estructura de procesos/tareas implementa el código paralelo del apartado 1? Justifique su respuesta.

**Ejercicio 1.2.14.** Escribir una versión paralela del programa secuencial del ejercicio 1.2.11 para un multiprocesador usando el estilo de programación paralela de variables compartidas; en particular, use OpenMP (escribir primero la versión secuencial).

**Cuestión 1.2.1.** Indique las diferencias entre OpenMP y MPI.

**Cuestión 1.2.2.** Ventajas e inconvenientes de una asignación estática de tareas a procesos/threads frente a una asignación dinámica.

**Cuestión 1.2.3.** ¿Qué se entiende por escalabilidad lineal y por escalabilidad superlineal? Indique las causas por las que se puede obtener una escalabilidad superlineal.

**Cuestión 1.2.4.** Enuncie la ley de Amdahl en el contexto de procesamiento paralelo.

**Cuestión 1.2.5.** Deduzca la expresión matemática que se suele utilizar para caracterizar la ley de Gustafson. Defina claramente y sin ambigüedad el punto de partida que va a utilizar para deducir esta expresión y cada una de las etiquetas que utilice. ¿Qué nos quiere decir Gustafson con esta ley?

**Cuestión 1.2.6.** Deduzca la expresión que caracteriza a la ley de Amdahl. Defina claramente el punto de partida y todas las etiquetas que utilice.