

Cálculo I

Examen IV

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Cálculo I

Examen IV

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023-2024

Asignatura Cálculo I.

Curso Académico 2023-24.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor José Luis Gámez Ruíz.

Descripción Examen parcial de evaluación continua.

Fecha 6 de noviembre de 2023.

Ejercicio 1.

1. (2 puntos) Escribe los siguientes enunciados (sin demostraciones):
 - Axioma del supremo.
 - Principio de buena ordenación de \mathbb{N} .
 - Propiedad arquimediana del orden en \mathbb{N} .
 - Definición de conjunto denso.
2. (2 puntos) Enuncia y demuestra el Teorema de caracterización del supremo (incluyendo la caracterización por sucesiones).

Ejercicio 2 (2.5 puntos). Demuestra que la suma de los cubos de tres naturales consecutivos es siempre múltiplo de 9.

Ejercicio 3 (3.5 puntos). Considera $r \in \mathbb{R}$ (fijo) y sea $x_n = r^n, \forall n \in \mathbb{N}$ (observa que $x_1 = r$ y $x_{n+1} = rx_n, \forall n \in \mathbb{N}$). Justifica la posible monotonía, la posible acotación y la posible convergencia (calculando, en su caso, el límite) de la sucesión $\{x_n\}$, distinguiendo los casos siguientes:

1. Casos $r = 0, r = 1, r = -1$.
2. Caso $r \in]0, 1[$.
3. Caso $r > 1$.
4. Caso $r \in]-1, 0[$.
5. Caso $r < -1$.

Consideremos también $y_n = \sum_{k=0}^n r^k, \forall n \in \mathbb{N}$.

1. Si $r \neq 1$, demuestra que: $y_n = \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r}, \forall n \in \mathbb{N}$.
2. Teniendo en cuenta todos los apartados anteriores, ¿para qué valores de r será convergente la sucesión $\{y_n\}$?