Variable Compleja

Examen VIII

Foto: José Juan Castro

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada

Variable Compleja I
Examen VIII

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Arturo Olivares Martos

Granada, 2024-2025

Asignatura Variable Compleja I.

Curso Académico 2017-18.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Javier Merí de la Maza.

Descripción Prueba Intermedia.

Fecha 25 de Abril de 2018.

Duración 120 minutos.

Ejercicio 1 (3.5 puntos)**.** Probar que la serie $\sum_{n\geqslant 0} e^{-zn}$ converge absolutamente en todo punto del dominio $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 0\}$ y uniformemente en cada subconjunto compacto contenido en Ω. Deducir que la función $g : \Omega \to \mathbb{C}$ dada por

$$g(z) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-zn}$$

es continua en Ω y calcular $\displaystyle\int_{C(2,1)} g(z)\, dz$.

Ejercicio 2 (3.5 puntos)**.** Estudiar la derivabilidad de las funciones $f, g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ dadas por

$$f(z) = \cos(\overline{z}) \qquad g(z) = (z-1)f(z) \qquad \forall z \in \mathbb{C}.$$

Ejercicio 3 (3 puntos)**.** Sea Ω un abierto de $\mathbb{C}$ y $f \in \mathcal{H}(\Omega)$. Probar que la función $|f|$ no puede tener ningún máximo relativo estricto. Es decir, no pueden existir $z_0 \in \Omega$ y $r \in \mathbb{R}^+$ con $\overline{D}(z_0, r) \subset \Omega$ de modo que $|f(z_0)| > |f(z)|$ para cada $z \in \overline{D}(z_0, r) \setminus \{z_0\}$.