

# Geometría III

## Examen I

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Geometría III

## Examen I

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023-2024

**Asignatura** Geometría III.

**Curso Académico** 2023-24.

**Grado** Grado en Matemáticas.

**Grupo** B.

**Profesor** José María Espinar García.

**Descripción** Parcial de los Temas 2 y 3.

**Fecha** 11 de diciembre de 2023.

**Ejercicio 1** (3 puntos). Clasificar afínmente las cónicas que se obtienen al cortar el cono de ecuación  $x^2 + y^2 = z^2$  con un plano arbitrario  $ax + bz + c = 0$ , con  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

**Ejercicio 2** (4 puntos). Sea la aplicación afín  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por

$$f(x, y, z) = \left( -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}z + 3, y + 4, \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}z - 1 \right)$$

1. Demostrar que es una isometría.
2. Clasifícala.
3. Calcular el conjunto de puntos fijos.
4. Calcular las ecuaciones que representan a  $f$  respecto de los sistemas de referencia  $\mathcal{R}$  (en el dominio) y  $\mathcal{R}'$  (en el codominio); siendo:

$$\mathcal{R} := \{(1, -1, 0), (0, 0, 1), (1, 0, -1), (2, -2, 1)\}$$

$$\mathcal{R}' := \{(0, 0, 1), (1, -1, 0), (0, 0, 0), (-2, 0, 1)\}$$

**Ejercicio 3** (3 puntos). En  $\mathbb{R}^2$ , para todo  $a, b \in \mathbb{R}^*$ , demostrar que toda hipérbola  $H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x/a)^2 - (y/b)^2 = 1\} \subset \mathbb{R}^2$  admite dos rectas  $R_1, R_2 \subset \mathbb{R}^2$ , con  $(R_1 \cup R_2) \cap H = \emptyset$ , verificando que  $\forall \varepsilon \in \mathbb{R}^+, \exists p \in H$  tal que:

$$\text{dist}(p, R_1 \cup R_2) \leq \varepsilon$$