

Ecuaciones Diferenciales I Examen XXV

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales I Examen XXV

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Arturo Olivares Martos

Granada, 2024-2025

Asignatura Ecuaciones Diferenciales I

Curso Académico 2024-25.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Parcial 2.

Fecha 17 de Diciembre de 2024.

Duración 120 minutos.

Ejercicio 1. Encuentra la solución del problema

$$(4y^3 + 2ye^x)x' + e^xy^2 = 0, \quad y(0) = 1.$$

¿Está definida en toda la recta real?

Ejercicio 2. Dada la ecuación

$$x'' - x = t$$

se llama S a su conjunto de soluciones y se define la aplicación

$$\begin{aligned} \Phi : S &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ x &\longmapsto \begin{pmatrix} x(0) \\ x'(0) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

¿Es Φ biyectiva?

Ejercicio 3. Encuentra la solución del problema de valores iniciales

$$\begin{cases} x'_1 = x_1 + 3x_2, \\ x'_2 = 3x_1 + x_2, \end{cases} \quad x_1(0) = x_2(0) = 1.$$

Ejercicio 4. Demuestra que la ecuación integral

$$x(t) = \cos t + t \int_0^t e^s x(s) ds$$

tiene a lo sumo una solución continua $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

Ejercicio 5. Se emplea la notación \mathcal{P} para designar a la familia de funciones polinómicas

$$\begin{aligned} p : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ t &\longmapsto a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \cdots + a_n t^n \end{aligned}$$

donde $n \geq 0$, $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$. Demuestra:

1. $f \notin \mathcal{P}$ si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(t) = \cos t$.

2. Dada $p \in \mathcal{P}$, la ecuación

$$x'' + x = p(t)$$

tiene a lo sumo una solución polinómica.