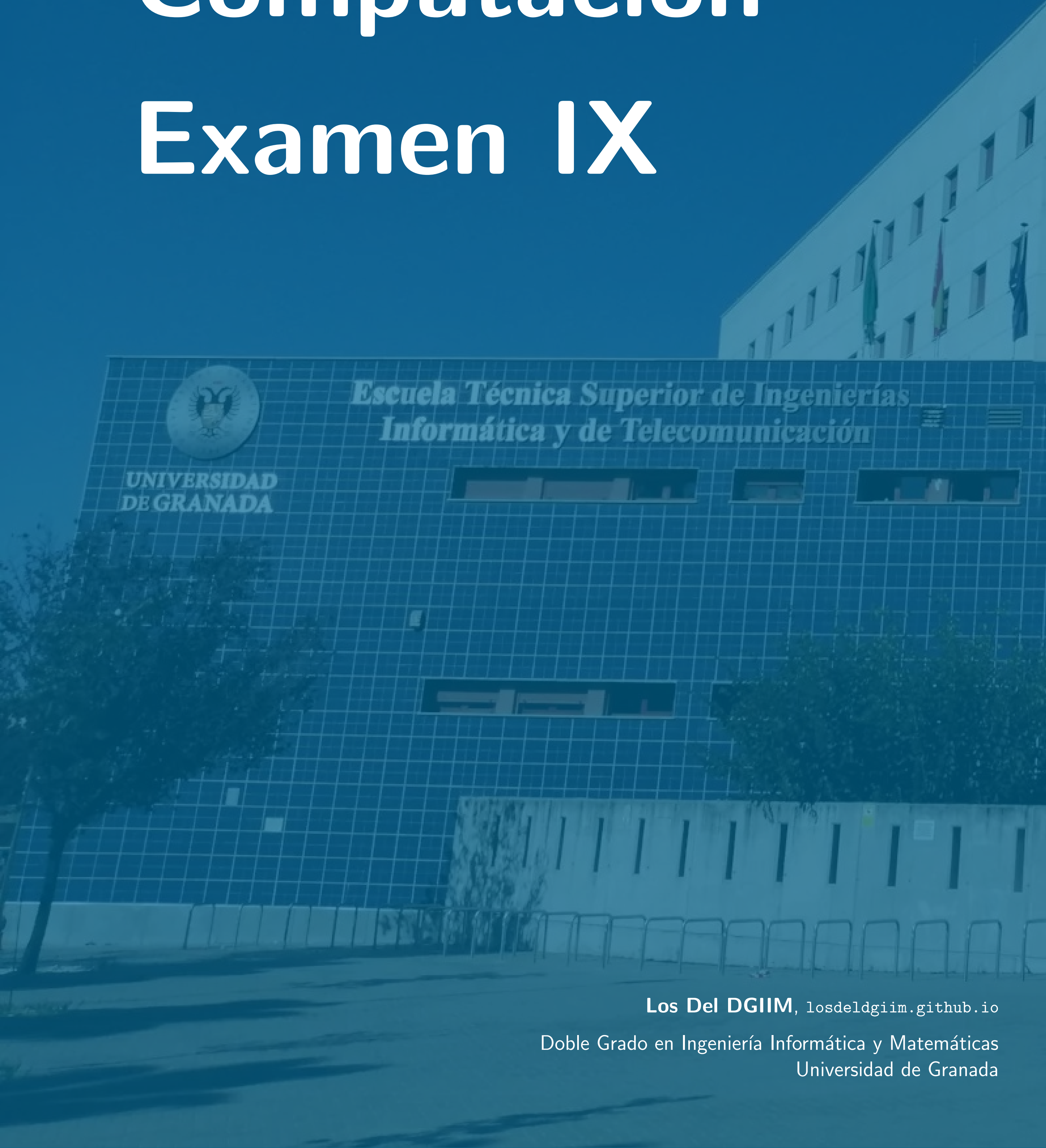
Modelos de Computación Examen IX



Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada

Modelos de Computación Examen IX

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Arturo Olivares Martos

Granada, 2024-2025

Asignatura Modelos de Computación

Curso Académico 2024-25.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo A2.

Profesor Serafín Moral Callejón.

Descripción Parcial Temas 3 y 4.

Fecha 12 de diciembre de 2024.

Duración 60 minutos.

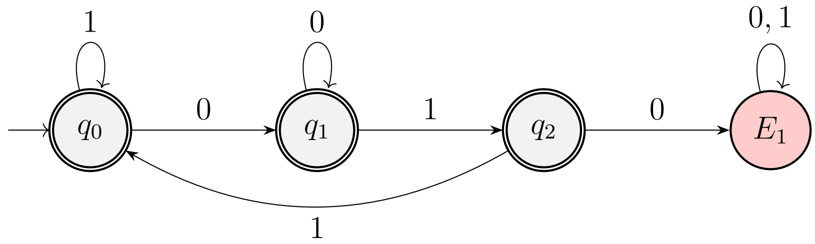


Figura 1: Autómata Finito Determinista para L_1.

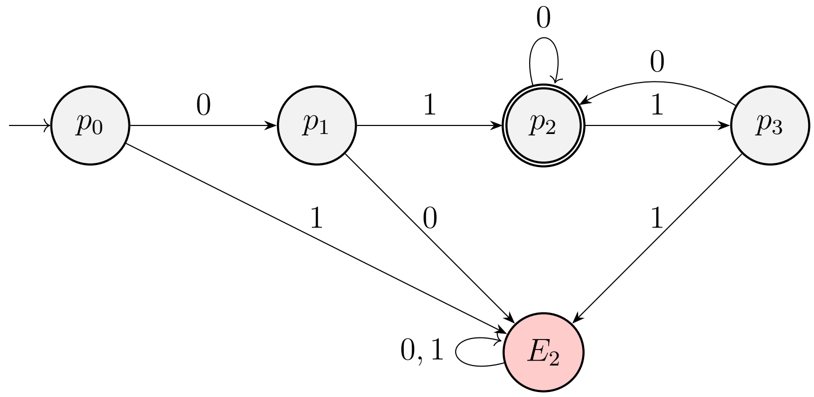


Figura 2: Autómata Finito Determinista para L_2.

Ejercicio 1. Sobre el alfabeto $A = \{0, 1\}$, se pide:

1. Construir un Autómata Finito Determinista para el lenguaje:

$$L_1 = \{u \in \{0,1\}^* \mid u \text{ no contiene la subcadena “010”}\}$$

   El AFD se puede ver en la Figura 1.

2. Construir un Autómata Finito Determinista para el lenguaje L_2 dado por la expresión regular:

$$01(10 + 0)^*$$

   El AFD se puede ver en la Figura 2.

3. Construir un Autómata Finito Determinista que acepte el lenguaje $L_1 \cap L_2$ y minimizarlo.

Ejercicio 2. Sea la gramática $G = (\{S\}, \{a, b, c\}, P, S)$ con P el conjunto que contiene las producciones:

$$S \to aaSbb \mid bbSaa \mid aaaSbbb \mid bbbAaaa \mid ccc$$

1. Demuestra que $\mathcal{L}(G)$ no es regular.

   Lo haremos mediante el Lema de Bombeo. Para cada $n \in \mathbb{N}$, consideramos la palabra $z = a^{2n}c^3b^{2n} \in \mathcal{L}(G)$, con $|z| = 4n + 3 \geqslant n$. Para cada descomposición $z = uvw$ con $|uv| \leqslant n$ y $|v| \geqslant 1$, tenemos que:

$$u = a^k,\ v = a^l,\ w = a^{2n-k-l}c^3b^{2n} \qquad \text{con } 0 \leqslant k + l \leqslant n,\ l \geqslant 1$$

Bombeando con $i = 2$, obtenemos la palabra:

$$uv^2w = a^{2n+l}c^3b^{2n} \notin \mathcal{L}(G)$$

la cual sabemos que no pertenece a $\mathcal{L}(G)$, ya que $2n + l \neq 2n$ por ser $l \geqslant 1$, y todas las palabras de $\mathcal{L}(G)$ tienen la misma longitud antes de c^3 y después.

Por tanto, por el recíproco del Lema de Bombeo, $\mathcal{L}(G)$ no es regular.

2. Demuestra que G es una gramática ambigua.

3. Dar una gramática no ambigua que genere el lenguaje $\mathcal{L}(G)$.

   Consideramos la gramática $G' = (\{S', S_A, S_B, A, B\}, \{a, b, c\}, P', S')$ con P' el conjunto que contiene las producciones:

$$\begin{aligned}
S' &\to S_A \mid S_B \mid c^3 \\
S_A &\to aaAbb \\
S_B &\to bbBaa \\
A &\to aAb \mid S_B \mid c^3 \\
B &\to bBa \mid S_A \mid c^3
\end{aligned}$$

   Es directo ver que $\mathcal{L}(G') = \mathcal{L}(G)$ y que G' es una gramática no ambigua.