La entrega de aquellos ejercicios obligatorios deben estar dentro de un archivo ZIP con nombre *boleta*_U2_aammdd, donde *boleta* correspondie a su número de boleta y aammdd corresponde con la fecha límite de entrega considerando año, mes y día competando con cero, por ejemplo 220209 representaría 9 de febrero de 2022. Las fechas de entrega se indica en cada apartado. Los ejercicios obligatorios son 18, 23, 24, 36, 44, 57, 60, 61, 120, 121, 131, 137, 149, 158, 161, 162, 166, 168, 175, 181, 183, 187 y 190.

Para los ejercicios del 1 al 11 no se auxilie de ninguna herramienta de cálculo, mas que de usted mismo. La entrega debe realizarse en un archivo PDF generado de código LaTeX. El archivo debe tener nombre `ejvarios.pdf`. Los ejercicios obligatorios son 1, 3 y 11 **La fecha límite de entrega es el 21 de febrero de 2022**.

1. Obligatorio. Complete la siguiente tabla. Al inicio de cada columna se indica la base en que debe estar el número de la celda correspondiente. En cada renglón se tiene el mismo número, pero representado en distintas bases.

base 2	base 4	base 8	base 10	base 16
	302001			
			1866	
		3147		
	211112			
	121321			
				9d2
				6b8
				bf8
11001000001				
			2776	
		2331		
		624		
110011001010				
				3d0
	323232			
	221211			
10100001001				
				855
		7133		
110000000100				

Continúa en la siguiente página.

			3812	
			3424	
		1451		
				69f
		2245		
110000000				
	111200			
				a77
10001110				
101001110101				
			3010	
		672		
	201132			
	103223			
		4516		
			100	
			246	
10111001111				
	231220			
	133311			
			3054	
		7735		
	310100			
11010110101				
		2575		
		2355		
10000011000				
			3376	
		1220		
		2455		
		3632		
			2549	
	321331			
			932	
	133110			

Continúa en la siguiente página.

	301010			
	132033			
			3566	
				43c
110000110010				
Finaliza la lista de conversiones.				

2. Evalúe las siguientes expresiones agrupadas por operadores e indique algún comentario en caso de haber una inconsistencia o particularidad del lenguaje de programación en `C` o en `Java`.

   - aritméticos.
     1. -2 − 4
     2. 2 − -2
     3. -2 / 3
     4. -5 ∗ 3
     5. 0.16 − -1
     6. 4 / 1
     7. 4 / 2
     8. -1 / 3
     9. 0.14 − 0
     10. 4 − -3
     11. 3 % -0.41
     12. -2 + 4
     13. -3 + -1
     14. -5 % -3
     15. 4 + 2
     16. 4 ∗ -2
     17. 1 ∗ -3
     18. 2 + -3
     19. -5 + -2
     20. -2 + -2
   - lógicos.
     1. ! 1
     2. -4 || 3
     3. ! 0
     4. -3 && -4
     5. -4.84 || -4.97
     6. 1 && 3
     7. 0 || -2
     8. ! 0
     9. ! -2
     10. -4 && -3
     11. -5 && 4
     12. ! -4
     13. ! 1
     14. 4 && 1
     15. ! 2
     16. ! 0
     17. ! 0
     18. 0 || -4
     19. 1 && 1
     20. 2 || 4
   - relacionales.
     1. -3 <= 0
     2. 4 > -2
     3. -1 <= -3.3
     4. 3 < -4
     5. 0 >= -1
     6. 2 ! = -1.34
     7. -1 > 1
     8. 3.31 > 2
     9. -2 == -2
     10. 0 >= 1
     11. -5 > -4.05
     12. 0 < 4
     13. -3 < -5
     14. 2 ! = -5
     15. 4.45 < -1
     16. -4 >= -1
     17. 4 <= 4.9
     18. 4.57 == 3
     19. -1 ! = -2
     20. 2.49 >= -5
   - bit a bit.
     1. 2.4 << -5
     2. -4 & -0.32
     3. -2 << 2
     4. -2 << -1.83
     5. ˜ -5

6. 1 | -3
7. 1 ˆ -2
8. -5 | 2
9. -1 >> -5
10. 4.34 | -4
11. ˜ 1
12. 4 << -5
13. -4 ˆ 4
14. 4 >> -4
15. -0.15 & 2
16. -1 >> -2
17. -2.13 | -1
18. ˜ 0
19. -3 >> 2
20. ˜ 4

- de asignación.
  1. 2 / = 0
  2. 2.16 >>= -1
  3. -3 − = -2
  4. 4.4 <<= 2
  5. 3 ∗ = -2
  6. -2 + = -3
  7. -1 ˆ= 4
  8. 4 / = -5
  9. -3 + = 2
  10. -0.46 ∗ = -3
  11. -2.95 − = -3.76
  12. -3 ˆ= -2
  13. -5 − = -1
  14. -3 &= -3
  15. 3 &= -1
  16. -3 >>= 1
  17. -3 ∗ = 0
  18. -5 ˆ= 0
  19. 2 = -1
  20. -0.97 &= 4
- ternario.
  1. expresión_entera ? varlor_1: valor_2

3. Obligatorio. Evalúe las siguientes expresiones e indique algún comentario en caso de haber una inconsistencia o particularidad del lenguaje de programación en `C` o en `Java`. Utilizamos `vardouble` para indicar una variable de tipo básico o primitivo `double` y `varint` para indicar una variable de tipo básico o primitivo `int`.

   1. ((((˜ -4) || (-3 == -1))) ? (((! -1) ! = (`vardouble` = 4))) : (((! 2) && (-2 >= 4))) && (((2 ! = 1) ∗ (`varint` &= 3)) << ((˜ 1) − (˜ -4)))))
   2. (-5 ∗ -2)
   3. (((! -3.47) > (˜ 1)) < ((1 >> 3) & (˜ 1)))
   4. (((− (! -1)) == (+ (˜ -4))) & (((! -3.47)) ? ((1 & 3)) : ((! 2)) || ((! -1.88) == (˜ 1)))))
   5. (-5 & -3)
   6. ((! -1.88) & (˜ -4))
   7. ((˜ (-5 | -4)) || ((4 − -1) / (! 4)))
   8. (4 % 2)
   9. ((! -1) + (˜ -4))
   10. ((4 − -1) > (2 + 1.93))
   11. (− (4 | -3))
   12. (− (((! -1.88) ∗ (˜ -4)) >> ((-2 % -5) >= (`varint` &= -5))))

13. (((~ -4) & (~ 1)) − ((-1 + -4) >= (0.57 == -4)))
14. ((! -1) << (2 && 1))
15. (((! (! 4)) % ((! -1.88) ! = (~ 1))) ∗ (((! 2) & (~ -4)) + (+ (-5 & 3.06))))
16. ((`vardouble` = -3) & (-1 + -4))
17. (~ (((-1.46 && 0) ! = (! -1.88))^((! -1.88) ! = (! -1.88))))
18. (4 >= -1)
19. (+ (((-1 + -4) ∗ (4 % 2)) / (− (-2 ∗ 1))))
20. (((! -1.88) / (~ -4)) << ((! 2) <= (~ 1)))
21. ((((1 && -2) << (~ -4))^((-5 % 0) % (~ 1))) ! = (((-1 == -2) & (`vardouble` / = 0)) & (~ (2 ∗ 4)))))
22. (((! -1.88) > (`vardouble` / = -4)) >> (! (-3 == -1)))
23. ((~ -4) | (~ -4))
24. (! 4)
25. ((+ ((0 || 2) % (~ -4))) | (((~ 1) == (-1.46 && 0))) ? (((-5 && -2.65)) ? ((! -1)) : ((~ -4))) : (((! 2)) ? ((! 4)) : ((~ -4)))))
26. ((0 << -2.49)) ? ((-2 && 3.35)) : ((-2 && 3.35))
27. (-2 ∗ 0)
28. ((((-3 << -5) << (`vardouble` / = 0)) & ((4 % 2) == (! -1))) < (((-5 & 3.06) >= (-5 ! = 3.01)) >= ((-2.86 + 4) ! = (`vardouble` = 4)))))
29. ((-2 || -3) == (! 2))
30. ((2 >= 3) − (2 >= 3))

4. Considere un real $r \in \mathbb{R}$ y un natural $n \in \mathbb{N}$, ¿como pude calcular nr? ¿Cuántas sumas se requieren para ese cálculo? Consideramos que la suma es de dos sumandos.

5. Considere un real $r \in \mathbb{R}$ y un natural $n \in \mathbb{N}$, ¿como pude calcular r^n? ¿Cuántas multiplicaicones se requieren para ese cálculo? Consideramos que la multiplicación es de dos factores.

6. Considere un mes de 30 días y que el primero de ese mes inicia en domingo. Si nos dan un día del mes d entre $1 \leq d \leq 30$, ¿en qué día de la semana cae ese día d?

7. Considere un mes de 30 días y que nos indican en qué día de la semana cae el primero de ese mes. Si nos dan un día del mes d entre $1 \leq d \leq 30$, ¿en qué día de la semana cae ese día d?

8. Considere un mes de 30 días y que nos indican en qué día de la semana cae el primero de ese mes. Si nos dan un día del mes d entre $1 \leq d \leq 30$ y nos indican si ese día pertenese a ese mes o al siguiente, ¿en qué día de la semana cae ese día d?

9. Considere el mes de debrero y que nos indican en qué día de la semana cae el primero de ese mes. Si nos dan un día del mes d entre $1 \leq d \leq 28$ y nos indican si ese día pertenese a efebrero o marzo, ¿en qué día de la semana cae ese día d?

10. ¿Cómo podemos saber si febrero cuenta con 28 o 29 días?

11. Obligatorio. Si nos dan dos fechas de un mismo año y nos indican en qué día de la semana se supone que cae la primera fecha,¿en qué día de la semana debería caer la segunda fecha?

Tipos de datos básicos o primitivos

Mediante el uso exclusivo de los tipos de datos básicos o primitivos, los operadores, la lectura desde la entrada estándar, la escritura a la salida estándar y el empleo de las funciones, constantes, métodos, atributos de bibliotecas o clases para el uso de elementos matemáticos, desarrolle un programa para cada una de las situaciones enumeradas del 12 al 25. Los ejercicios obligatorios son 18, 23 y 24 **La fecha límite de entrega es el 25 de febrero de 2022**.

12. Dados el numerador y denominador de dos números racionales, escribir el numerador y denominador de su suma y de su producto.

13. Dados la parte real y la parte imaginaria de dos números complejos, escribir la parte real e imaginaria de la resta y de la división del primero menos o entre el segundo.

14. Dada una línea recta en el plano cartesiano, hallar una abscisa que corresponda con una ordenada dada.

15. Dada una parábola en el plano cartesiano, hallar una abscisa que corresponda con una ordenada dada.

16. Dada una circunferencia en el plano cartesiano, hallar una abscisa que corresponda con una ordenada dada.

17. Dados tres longitudes correspondientes a un triángulo, hallar su área.

18. Obligatorio. Dado un polinomio $p(x)$ de grado 2 en $\mathbb{R}$ y dado un $r \in \mathbb{R}$, hallar $p(r)$. Genere un programa de nombre `evalcual` con la extensión que corresponda. El programa debe leer de la entrada estándar los coeficientes a, b y c, en ese orden, donde $p(x) = ax^2 + bx + c$, seguido de la lectura de r y debe escribir en la salida estándar el valor calculado de $p(r) = ar^2 + br + c$.

19. Dado $n \in \mathbb{N}$, hallar la suma de los cuadrados de los primeros n naturales.

20. Dadas dos matrices 2×2 con entradas en $\mathbb{Z}$, escribir su suma, producto y determinante.

21. Dado un polinomio de grado 2 con coeficientes reales, escribir su derivada e integral indefinida.

22. Dado un objeto en reposo colocado a una altura h del suelo, se deja caer, ¿cuál es la velocidad con la que toca el suelo?

23. Obligatorio. Dado un polinomio de grado 2 con coeficientes reales, escribir su derivada e integral indefinida. Genere un programa de nombre `derint` con la extensión que corresponda. El programa debe leer desde la entrada estándar los coeficientes del polinomio desde el de mayor grado al de grado cero. La escritura a la salida estándar de los polinomios derivada e integral indefinida debe hacerse desde el de mayor grado al de grado cero.

24. Obligatorio. Dado un objeto de masa m en un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, si estaba en reposo antes de que se le imprimiera una fuerza f, ¿cuál es su velocidad y su posición después de un tiempo t? La masa, la fuerza y el tiempo se deben leer de la entrada estándar. Genere un programa de nombre `mrua` con la extención que corresponda. El programa debe leer de la entrada estándar el valor de la masa m, de la fuerza f y el tiempo t. El programa debe escribir a la salida estándar la velocidad y posición después de que haya transcurrido el tiempo t. Se asume que las unidades de masa fuerza y tiempo son Kg, N y seg respectivamente.

25. Dada una carga eléctrica en el plano, ¿cuál es el campo eléctrico que sufre una carga puntual que se encuentra en la posición (x, y) del plano.

Control de flujo: Condicionales y Ciclos

Para los ejercicios del 26 al 61 puede emplear adicionalmente contro de flujo. Se sobre entiende la limitante de los tipos básicos o primitivos en la realización de los programas que se indican a continuación. Los ejercicios obligatorios son 36, 44, 57, 60 y 61 **La fecha límite de entrega es el 25 de febrero de 2022**.

26. Dadas una matriz 2×2 con entradas en $\mathbb{Z}$, si su determinante es ± 1, ¿tiene inversa con entradas en $\mathbb{Z}$? de ser el caso, halle su inversa.

27. Dados las coordenadas de tres puntos en el plano cartesiano, indicar si son colineales. En caso de no serlo, escribir el área del triángulo que se forma con esos tres puntos, en caso de sí serlo, solicitar otro punto en el plano cartesiano e indicar si pertenece o no a la recta.

28. Dado un polinomio de grado 2, hallar sus raíces complejas.

29. Dado un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas, indicar si existe una única solución. De ser el caso, indique la solución encontrada.

30. Dado un polinomio $p(x)$ de grado n con coeficientes en $\mathbb{R}$ y un $r \in \mathbb{R}$, hallar $p(r)$.

31. Dado $n \in \mathbb{N}$ seguido de n puntos cartesianos de una poligonal, hallar la longitud de la poligonal.

32. Dados $a, b \in \mathbb{Z}$, hallar su máximo común divisor.

33. Dados $a, b \in \mathbb{Z}$, hallar su máximo común divisor d y una combinación lineal de d en términos de a y b.

34. Suponiendo que los años que son múltiplo de cuatro son bisiestos, salvo aquellos que son múltiplos de cien, salvo para estos últimos, aquellos que son múltiplos de cuatrocientos, dado un año, indique cuántos días tiene febrero de ese año.

35. Dadas dos fechas de un mismo año, como día del mes, mes y año, indique la diferencia de días entre esas dos fechas. ¿Siempre importante el año? ¿En qué casos sí importa?

36. Obligatorio. Dado $n \in \mathbb{N}$, dibujar un cuadrado con los números del 1 al n^2, como se muestra en los siguientes ejemplos para $n = 4$. Genere un programa de nombre `n2` con la extensión que corresponda. El programa debe leer de la entrada estándar un entero n seguido de un entero t con $n > 0$ y $1 \leq t \leq 4$. El programa debe escribir en la salida estándar n renglones con n columnas cada uno disponiendo los enteros entre 1 y n^2 de a cuerdo al tipo t.

tipo 1				tipo 2				tipo 3				tipo 4			
1	2	3	4	1	5	9	13	1	2	4	7	1	4	9	16
5	6	7	8	2	6	10	14	3	5	8	11	2	3	8	15
9	10	11	12	3	7	11	15	6	9	12	14	5	6	7	14
13	14	15	16	4	8	12	16	10	13	15	16	10	11	12	13

37. Considere $a, b \in \mathbb{N}_0$ con $b > 1$. ¿cómo se pueden obtener los dígitos que permiten expresar a a en base b? Desarrolle un programa que calcule esos dígitos.

38. Suponga que entre dos fechas exisiten 31 días de diferencia. Si la primera fecha cae en lunes, ¿en qué día de la semana cae la segunda fecha. Si la diferencia de días entre la primera y la segunda fecha es de n días y la primera fecha cae en lunes, ¿en qué día de la semana cae la segunda? Desarrolle un programa que dada una fecha como día de la semana, día del mes, mes y año, dada una segunda fecha como día del mes, mes y año, el programa escriba el día de la semana en la que cae la segunda fecha. No olvide considerar los años bisiestos.

39. Recuerde que dado a un número en un conjunto que tiene multiplicación (y suma, por supuesto), si existe b en ese mismo conjunto tal que $b^2 = a$, entonces decimos que b es una raíz cuadrada de a y lo denotamos por $\sqrt{b}$. Recuerde en $\mathbb{C}$ la multiplicación está dada por $(a + ib)(c + id) = (ac - bd) + i(ad + bc)$. Desarrolle un programa que dado $z = a + ib \in \mathbb{C}$ encuentra $x + iy$ una raíz cuadrada de z.

40. Considere el conjunto $\mathbb{H} = \{a + ib + jc + kd | a, b, c, d \in \mathbb{R} \text{ con } i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1\}$ con la suma y producto agrupando de forma obvia y realizando la distribución de la multiplicación respecto a la suma. Desarrolle un programa que dados dos elementos de $\mathbb{H}$, escriba a la salida estándar su suma y producto. A los elementos del conjunto $\mathbb{H}$ se les denomina *números cuaternios* o simplemente *cuaternios*.

41. De la noción de raíz cuadrada indicada en 39 y de cuaternios en 40, desarrolle un programa que dado un cuaternio calcule una raíz cuadrada.

42. Desarrolle un programa que dado $n \in \mathbb{N}$ seguido de n reales desde la entrada estándar, escriba en la salida estándar el máximo, el mínimo, la suma y el promedio de los n reales.

43. Recuerde que en el plano cartesiano si se considera un punto (h, k) como centro de una circunferencia de radio r, su ecuación es $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$. Desarrolle un programa que dado el centro y radio de una circunferencia calcule lo siguiente:

    1. Dada una abscisa x, halle todas las ordenadas y tales que (x, y) sea un punto de la circunferencia.
    2. Dado un punto (a, b), indique si el punto está sobre la circunferencia, en el interior del círculo o en su exterior.
    3. Dada una recta con ecuación $ax + by + c = 0$, escriba los puntos de intersección o indique que no se intersectan la recta y la circunferencia.
    4. Escriba la ecuación de la circunferencia de la forma $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$.
    5. Dada una segunda circunferencia, indique si se intersectan o no las dos circunferencias y de ser el caso, calcule los puntos de intersección.

44. Obligatorio. Dados $a, b \in \mathbb{Z}$, halle $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que $as + bt = \text{mcd}(a, b)$. Si b es un número primo y a es tal que $b \not| a$, ¿cuánto vale $as \mod b$? Genere un programa de nombre `comlin` y la extensión que corresponda. El programa debe leer de la entrada estándar dos enteros a y b. El programa debe escribir en la salida estándar los valores de s, t y el máximo común de a y b. Los valores de s y t los debe ir calculando conforme vaya calculando el mcd.

45. Recuerde que dado a un número en un conjunto que tiene multiplicación (y suma, por supuesto), si existe b en ese mismo conjunto tal que $ab = 1$, entonces decimos que b es el inverso multiplicativo de a, o simplemente inverso de a, y lo denotamos por b^{-1} o $\frac{1}{b}$. Desarrolle un programa que calcule el inverso de un número de acuerdo a las siguientes opciones dentro del mismo programa.

    $\mathbb{Z}_p$ Enteros módulo p. Para esta opción se debe leer de la entrada estándar un primo (se asume que el número dado es primo) y un entero a.

    $\mathbb{Q}$ Racionales. Para esta opción se debe leer de la entrada estándar dos enteros p y q. El racional debe representarse de forma única calculando a, b tales que $\mathrm{mcd}(a, b) = 1$ con $b > 0$ y $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$.

    $\mathbb{C}$ Complejos. Para esta opción se debe leer de la entrada estándar dos números reales a y b que representan al complejo $a + ib$.

    $\mathbb{H}$ Cuaternios. Para esta opción se debe leer de la entrada estándar cuatro números reales a, b, c y d que representan al cuaternio $a + ib + jc + kd$, como se indica en el punto 40.

46. Desarrolle un programa que dado un natural n entre 0 y 10 escriba en la salida estándar los primeros $n + 1$ dígitos decimales iniciando en 0.

47. Desarrolle un programa que dado un natural n entre 0 y 25 escriba en la salida estándar las primeras $n + 1$ letras del alfabeto en minúsculas.

48. Desarrolle un programa que dado un natural n entre 0 y 25 escriba en la salida estándar las primeras $n + 1$ letras del alfabeto en mayúsculas.

49. Desarrolle un programa que dado un natural n entre 0 y 51 escriba en la salida estándar las primeras $n + 1$ letras del alfabeto en minúsculas si $n < 26$ o escriba las letras de la a a la z miúsculas seguido de las $n + 1 - 26$ letras del alfabeto en mayúsculas.

50. Desarrolle un programa que dado un natural n entre 0 y 61 escriba en la salida estándar las primeras $n + 1$ letras del alfabeto en minúsculas si $n < 26$ o escriba las letras de la a a la z miúsculas seguido de las $n + 1 - 26$ letras del alfabeto en mayúsculas si $n < 52$ o escriba las letras de la a a la z miúsculas seguido de la a a la z mayúsculas seguido de los $n + 1 - 52$ dígitos iniciando en 0.

51. Desarrolle un programa que lea dos naturales n y c, con c una opción entre 1 y 4 y escriba en la salida estándar lo siguiente de acuerdo a la opción elegida.

opción 1	opción 2	opción 3	opción 4
$n-\text{veces}\begin{cases}\text{X}\\ \text{XX}\\ \text{XXX}\\ \vdots\\ \underbrace{\text{XX}\ldots\text{XX}}_{n-\text{veces}}\end{cases}$	$n-\text{veces}\begin{cases}\hfill\text{X}\\ \hfill\text{XX}\\ \hfill\text{XXX}\\ \hfill\vdots\\ \underbrace{\text{XX}\ldots\text{XX}}_{n-\text{veces}}\end{cases}$	$n-\text{veces}\begin{cases}\overbrace{\text{XX}\ldots\text{XX}}^{n-\text{veces}}\\ \vdots\\ \text{XXX}\\ \text{XX}\\ \text{X}\end{cases}$	$n-\text{veces}\begin{cases}\overbrace{\text{XX}\ldots\text{XX}}^{n-\text{veces}}\\ \hfill\vdots\\ \hfill\text{XXX}\\ \hfill\text{XX}\\ \hfill\text{X}\end{cases}$

52. Desarrolle un programa que dado un número real r, un $n \in \mathbb{N}_0$, seguido de los coeficientes $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$ de un polinomio $p(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ calcule la evaluación $p(r)$. Note que $p(x)$ puede verse como se muestra a continuación al emplear la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma:

$$p(x) = (((\cdots((a_n)x + a_{n-1})x + \cdots)x + a_2)x + a_1)x + a_0,$$

con lo que se podría ir calculando la evaluación conforme se lean los coeficientes en el orden indicado.

53. Considere un conjunto de hasta 32 elementos enumerados del 0 al 31, eliga el tipo de datos básico o primitivo para representar a tal conjunto. Desarrolle un programa que lea dos conjuntos A y B desde la entrada estándar (se debe indicar qué número entre 0 y 31 pertenece al conjunto en cuestión) y escriba en la salida estándar cada uno de los conjuntos leídos, así como su unión, intersección y complemento. ¿Qué operadores bit a bit pupeden auxiliarnos en esta tarea?

54. Considere la expresión $\frac{\operatorname{sen} x}{x}$. Desarrolle un programa para que calcule los puntos $(x, \frac{\operatorname{sen} x}{x})$ para $x = -2\pi + n\varepsilon$ con $n = 1, \ldots, 100$ y $\varepsilon = \frac{\pi}{25}$.

55. Considere la expresión

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt{100 - x^2} \text{ si } -10 \leq x < 0 \\ \sqrt{100 - x^2} \text{ si } 0 \leq x \leq 10 \end{cases}.$$

Desarrolle un programa para que calcule los puntos $(x, f(x)$ para $x = -10 + n\varepsilon$ con $n = 1, \ldots, 100$ y $\varepsilon = \frac{1}{5}$.

56. Recuede que en la física Newtoniana si la posición de una partícula la podemos expreser como $s(t)$ con $s(t)$ doblemente derivable, entonces la velocidad $v(t)$ y la aceleración $a(t)$ de esa partícula en el instante t se pude calcular como $v(t) = \frac{ds(t)}{t}$ y $a(t) = \frac{v(t)}{dt} = \frac{d^2 s(t)}{dt^2}$. Desarrolle un programa en el que se lea de la entrada estandar los coeficientes del polinomio $s(t) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ seguido de un tiempo t y esrciba a la salida estandar la posición, velocidad y aceleración de una partícula cuya posición estuviera dada por la espresión $s(t)$.

57. Obligatorio. Considere el sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

$$\begin{array}{rl} ax+by & =c \\ dx+ey & =f \end{array}.$$

Desarrolle un programa que lea de la entrada estándar 6 enteros a, b, c, d, e y f, asíı como un número primo p y escriba en la salida estándar si existe o no sulución al sistema de ecuaciones visto en $\mathbb{R}$ en $\mathbb{Z}$ y en $\mathbb{Z}_p$, en cada caso debe indicar si existe solución única o no y, en caso de existir, mostrarla en la salida estándar. Genere un programa de nombres `siseclin2` con la extensión que corresponda. El program debe leer un entero t con $1 \leq t \leq 3$, si $t = 1$ se deben utilizar reales, en caso de $t = 2$ se deben utilizar enteros y si $t = 3$ se debe leer un entero p, el cual se asumirá que es primo, y se deben utilizar enteros módulo p. Se deben leer seis números de acuerdo al valor de t. El proframa debe escribir en la salida estándar si existe solución única o no. En caso de existir solución única, el programa debe escribir los valores de x e y que satisfaga el sistema de dos ecuaciones lineales de dos incógnitas.

58. Desaarrolle un programa que escriba en la salida estándar los números primos (positivos) menores que 100 y en una segunda lista menores que 1000. Debe tomar en cuenta las restricciones que se tienen hasta este momento en el curso.

59. Dado un natural n, considere su representación binaria $\sum_{i=0}^{m} b_i 2^i$ con $b_i = 0, 1$. ¿Cómo se puede aprovechar esa representación para calcular na y a^n para a un número? Desarrolle un programa que dado un natural n y una opción c (con $c = 1, \ldots, 4$) realice el cálculo de acuerdo a la opción seleccionada.

    1. leer un entero a y escribir en la salida estándar a^n.
    2. leer un racional a, b con $a \in \mathbb{Z}$ y $b \in \mathbb{N}$ y escribir en la salida estándar $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ de forma simplificada.
    3. leer un complejo $a + ib$ con $a, b \in \mathbb{R}$ y escribir en la salida estándar $(a + ib)^n$.
    4. leer un entero a y un natural p primo y escribir en la salida estándar $a^n \mod p$.

60. Obligatorio. Desarrolle un programa que dado un natural n, enliste los inversos aditivos y multiplicativos, si existen, los cuadrados y los cubos $\mod n$ de los números del 0 al $n - 1$. Genere un programa de nombre `modn` con la extensión que corresponda. El programa debe leer de la entrada estándar un entero positivo n. El programa debe escribir en la salida estándar cuatro renglones, en el primer renglón debe escribir los inversos aditivos $\mod n$, en el segundo renglón debe escribir los inversos multiplicativos $\mod n$ o una X en caso de no existir inverso, en el tercer renglón debe escibir el cuadrado $\mod n$ y en el cuarto renglón debe escribir el cubo $\mod n$. El orden de debe corresponder con los valores calculados a partir del 0 al $n - 1$.

61. Obligatorio. Considere la ecuación lineal $ax + b = 0$ con a y b números y la forma de resolver dicha ecuación. Desarrolle un programa que lea de la entrada estándar una opción c con $c = 1, \ldots, 9$ y de acuerdo a la opción realice lo siguiente:

    1. leer los coeficientes naturales a y b e indique si existe o no sulución. En caso de existir, escriba la solución en la salida estándar.
    2. leer los coeficientes enteros a y b e indique si existe o no sulución. En caso de existir, escriba la solución en la salida estándar.
    3. leer los coeficientes enteros a y b seguidos de un entero n e indique si existe o no sulución mod n. En caso de existir, escriba la solución en la salida estándar.
    4. leer los coeficientes racionales $a = \frac{p}{q}$ y $b = \frac{r}{s}$ e indique si existe o no sulución. En caso de existir, escriba la solución de forma simplificada en la salida estándar.
    5. leer los coeficientes reales a y b e indique si existe o no sulución. En caso de existir, escriba la solución en la salida estándar.
    6. leer los coeficientes complejos $a = \alpha + i\beta$ y $b = \gamma + i\delta$ e indique si existe o no sulución. En caso de existir, escriba la solución en la salida estándar.
    7. leer los coeficientes cuaternios $a = \alpha_1 + i\beta_1 + j\gamma_1 + k\delta_1$ y $b = \alpha_2 + i\beta_2 + j\gamma_2 + k\delta_2$ e indique si existe o no sulución. En caso de existir, escriba la solución en la salida estándar.
    8. leer un natural n y los coeficientes como polinomios en la indeterminada y y coeficientes de estos polinomios en $\mathbb{Z}_n$, es decir $a = \alpha_1 y + \beta_1$ y $b = \alpha_2 y + \beta_2$ e indique si existe o no sulución de la forma $\gamma y + \delta$ tal que $a(\gamma y + \delta) + b = 0$, es decir $(\alpha_1 y + \beta_1)(\gamma y + \delta) + (\alpha_2 y + \beta_2) = 0$ con la operación en $\mathbb{Z}_n$ de los coefientes de los polinomios con indeteminada y. En caso de existir, escriba la solución en la salida estándar.
    9. leer los coeficientes como números *Gaussianos* $a = \alpha_1 + i\beta_1$ y $b\alpha_2 + i\beta_2$ con $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2 \in \mathbb{Z}$ y las operaciones de suma y multiplicación de $\mathbb{C}$, e indique si existe o no sulución. En caso de existir, escriba la solución en la salida estándar.

    Genere un programa de nombre `eclineal` y la extensión que corresponda. El programa debe leer un entero t con $1 \leq t \leq 9$. De acuerdo al valor de t, se debe leer los valores que correspondan a la conformación de a y de b, seguido, de ser el caso, del valor n. El programa debe escribir en la salida estándar si existe o no solución y en caso de existir, se debe escribir la solución de acuerdo al tipo t.

Tipos de datos estructurados y funciones. Clases (atributos y métodos)

Para los ejercicios del 62 al 155 puede emplear adicionalmente tipos estructurados de datos, clases, funciones y/o métodos. Se sobre entiende la limitante de los tipos básicos o primitivos en la realización de los programas que se indican a continuación. Los ejercicios obligatorios son 120, 121, 131, 137 y 149 **La fecha límite de entrega es el 4 de marzo de 2022**.

62. Considere una función f de los reales en los reales fija continua. Dado un segmento $[a, b]$, por el método de los trapecios halle una aproximación del área bajo la curva de f en el segmento $[a, b]$.

63. Dados dos polinomios con coeficientes en $\mathbb{R}$, halle el cociente y el residuo de dividir el primero entre el segundo.

64. Dados dos polinomios con coeficientes en $\mathbb{R}$, halle una combinación lineal para un máximo común divisor de los dos polinomios en término de estos.

65. Dadas dos matrices con coeficientes racionales (representados como dos enteros para el numerador y el denominador), escriba la suma y producto de las dos matrices y encuentre el determinante mediante el uso de las operaciones elementales fila de matrices.

66. Considere el conjunto de los cuaterniones como $\mathbb{H} = \{a + bi + cj + dk|a, b, c, d \in \mathbb{R}, i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1\}$ con la suma y producto como monomios de tres indeterminadas, pero considerando las condiciones multiplicativas de i, j y k. Dados dos cuaterniones, escriba su suma, producto e inversos de cada uno de los dos dados.

67. Considere una superficie con forma de parábola con el vértice en el piso y sus ramas hacia arriba, cuya ecuación esta dada por $y = \frac{x^2}{H}$, como se muestra en la figura 1. Si se coloca una esfera sobre esa superfice desde una altura H, calcule el tiempo aproximado de caída auxiliándose de los cálculos para planos inclinados.

68. Dados desde la entrada estándar dos "fracciones" $\mod 11$, escriba en la salida estándar su suma. Cada fracción se debe leer como dos enteros, donde el primero es el numerador y el segundo el denominador. Recuerde que la notación $\frac{a}{b}$ significa ab^{-1}, por lo que deberá calcular el inverso multiplicativo módulo 11 del denominador dado. Ejemplo: La fracción $\frac{13}{7} \mod 11$, realmente representa a $(2)(7^{-1}) = (2)(8) = 16 \equiv 5 \mod 11$. Considere el caso en el que en lugar del 11 se utilice algún otro número primo.

69. Dado de la entrada estándar un entero n y caracter c. Desplegar dos triángulos en la salida estándar como se muestra a continuación:

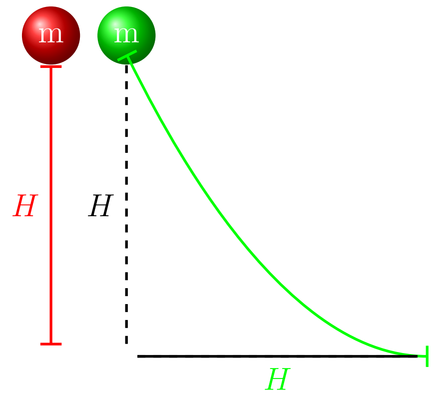


Figure 1: Caida libre y a través de un plano parabólico

$$n\text{-renglones}\left\{\begin{array}{llllllllll} c & & & & & & & & & c \\ c & c & & & & & & & c & c \\ c & c & c & & & & & c & c & c \\ \vdots & & & & & & & & & \vdots \\ c & c & c & \cdots & c & c & \cdots & c & c & c \end{array}\right.$$

70. los enteros módulo n. Decimos que el entero m tiene inverso $\mod n$ si existe un entero k tal que $mk \equiv 1 \mod n$, en este caso decimos que k es *inverso* de m y lo denotamos por m^{-1}. Decimos que el entero m es divisor de cero $\mod n$ si existe un entero b tal que $mb \equiv 0 \mod n$.

71. Dado un cuerpo con masa m en el espacio, aceleración inicial a_0, velocidad inicial v_0 y posición inicial r_0, al imprimirle una fuerza F, indicar cuáles son sus nuevas condiciones de aceleración, velocidad y posición en un tiempo t inmediatemente posterior a la fuerza proporcionada al cuerpo.

72. Dados $n \in \mathbb{N}$, n cuerpos con sus correspondientes posiciones, velocidades y aceleraciones, ¿cuál es la fueza debida a la acción de la fuerza gravitacional que en ese instante recibe cada uno de los n cuerpos? Después de un tiempo t, suponiendo que durante ese intervalo no hay ninguna interacción entre los cuerpos y solo se cuenta en cada cuerpo la fuerza del instante al inicio del intervalo, ¿cuál es la posición, velicidad y aceleración de cada cuerpo?

73. Dados dos racionales de la forma $\frac{p}{q}$ con $p, q \in \mathbb{Z}$ y $q \neq 0$, halle su suma, multiplicación, resta, división e inverso de cada uno de ellos.

74. Dados dos reales, halle su suma, multiplicación, resta, división e inverso de cada uno de ellos.

75. Dados dos complejos de la forma $a + ib$ con $a, b \in \mathbb{R}$, halle su suma, multiplicación, resta, división e inverso de cada uno de ellos.

76. Considere el conjunto $\mathbb{H} = \{a + ib + jc + kd | a, b, c, d \in \mathbb{R},\ \text{con } i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1\}$, al cual denominamos *cuaterniones* con la suma análoga a la de vectores de $\mathbb{R}^4$ y la multiplicación como la de cuatrinomios con la simplificación debida a las condiciones de i, j y k. Dados dos cuaterniones, halle su suma, multiplicación, resta, división e inverso de cada uno de ellos.

77. Dados tres enteros, hallar el máximo y el mínimo de éstos. Dados $n \in \mathbb{N}$ y n enteros, hallar el máximo y el mínimo de éstos. Dados $n, m \in \mathbb{N}$ y n enteros, agrupando de m en m los enteros dados, hallar el máximo y el mínimo de cada grupo de m enteros. ¿Cuántos grupos completos de m enteros hay? ¿Cuántos grupos incompletos de m enteros hay y de qué tamaño son?

78. Dados tres enteros, ordénelos de menor a mayor.

79. Dado $z \in \mathbb{C}$, halle una raíz cuadrada.

80. Dado $r \in \mathbb{R}$ y un polinomio cuadrático $p(x) = ax^2 + bx + c$ con $a, b, c \in \mathbb{R}$, halle $p(r)$.

81. Resuelva en los complejos la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ con $a, b, c \in \mathbb{R}$.

82. Resuelva la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ con $a, b, c \in \mathbb{C}$.

83. Dada una distancia d y un intervalo de tiempo Δt, halle la velocidad asumiendo un movimiento uniformemente rectilíneo.

84. Dada una distancia d y un intervalo de tiempo Δt, halle la velocidad después de transcurrido el intervalo de tiempo asumiendo un movimiento uniformemente acelerado, en línea recta y que parte del reposo, solicite la información que haga falta.

85. Dadas dos masas y la distancia entre sus centros, halle la fuerza de atracción gravitacional entre ellas.

86. Dadas tres masas y la distancia entre sus centros dos a dos, halle la fuerza de atracción gravitacional entre ellas.

87. Dados dos puntos en el plano cartesiano, halle la distancia entre ellos.

88. Dada la coordenada en el plano de un objeto de masa m, su velocidad inicial y su aceleración, halle la posición después de transcurridos t unidades de tiempo.

89. Dado un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas, diga si existe solución única. En caso afirmativo, dé la solución.

90. Dados a, b y c números reales, resuelva en $\mathbb{C}$ la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$. Especifique si son dos soluciones reales distintas, una solución real (de doble multiplicidad) o si las soluciones son complejas.

91. Suponga que se cumple la siguiente regla: un año es bisiesto si es múltiplo de cuatro, salvo que sea múltiplo de cien, salvo que lo sea de cuatro cientos. Dado un año, diga si es bisieto o no.

92. Considerando la suposición del ejercicio 91, dada una fecha de la forma día del mes, número del mes (enero=1, ..., diciembre=12), y un año, diga cuántos días han transcurrido desde el primero de enero de ese mismo año.

93. Considerando la suposición del ejercicio 91, dada una fecha de la forma día del mes, número del mes (enero=1, ..., diciembre=12), y un año, suponga que el primero de enero de ese mismo año cae en lunes, diga en qué día de la semana cae el de la fecha dada.

94. Lea un número real de la entrada estándar y una opción, escriba en la salida estándar el resultado de la conversión elegida. Las opciones de conversión son:

    1. Centímetros a pulgadas.
    2. Grados Celsius a Fahrenheit.
    3. Kilogramos a libras.
    4. segundos a horas.

95. Dados dos vectores en $\mathbb{R}^2$, diga cuál es el más cercano al punto $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$.

96. Dados dos vectores en $\mathbb{R}^2$, diga cuál es el más cercano a la recta $x - y = 0$.

97. Dados dos vectores en $\mathbb{R}^2$, diga cuál es el más cercano a la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$.

98. Halle la raíz cuadrada de un número complejo.

99. Dados cuatro números reales, ordénelos de menor a mayor.

100. Dados tres enteros desde la entrada estándar, despliegue el resultado de operar los dos primeros con los operadores bit a bit binarios y despliegue el resultado de operar el tercero con los operadores bit a bit unarios.

101. Dados desde la entrada estándar dos números reales (los que representarán a un número complejo), escriba en la salida estándar una de las raíces cuadradas del número complejo.

102. Dados desde la entrada estándar tres valores reales, los cuales serán interpretados como la velocidad de A, velocidad de B y la distancia entre A y B; escriba en la salida estándar el tiempo que le tomaría a A alcanzar a B suponiendo que parten al mismo tiempo y corren en línea recta y A va tras B.

103. Dados desde la entrada estándar un carácter y dos números enteros. El carácter debe representar la opción de convertir del sistema inglés al sistema métrico o viceversa, los enteros tienen una interpretación de acuerdo a la opción seleccionada como se muestra a continuación:

    del sistema inglés: el primer entero representa longitud en pulgadas y el segundo representa longitud en pies, y

    del sistema métrico: el primer entero representa longitud en centrímetros y el segundo longitud en decímetros.

    Se debe escribir en la salida estándar la suma de estas longitudes, el resultado debe estar en metros o en yardas según la opción seleccionada.

104. Dados seis números enteros a, b, c, d, e y f, resuelva el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} ax+by &\equiv c \mod 5 \\ dx+ey &\equiv f \mod 5 \end{aligned}.$$

105. Utilizando enteros de cuatro bits, despliegue las tablas de los operadores bit a bit *and, or, xor, complemento de bit,* $<<$ *y* $>>$, para los corrimientos considere enteros con y sin signo.

106. Dado $n \in \mathbb{N}$, dibujar un cuadrado con los números del 1 al n^2, como se muestra en los siguientes ejemplos para $n = 4$.

tipo 1				tipo 2				tipo 3				tipo 4			
1	2	3	4	1	5	9	13	1	2	4	7	1	4	9	16
5	6	7	8	2	6	10	14	3	5	8	11	2	3	8	15
9	10	11	12	3	7	11	15	6	9	12	14	5	6	7	14
13	14	15	16	4	8	12	16	10	13	15	16	10	11	12	13

107. El usuario debe escoger un número natural x tal que $1 \leq x \leq 1000$ haciendo el menor número de preguntas posibles se debe atinar la respuesta. El tipo de preguntas debe ser tal que la respuesta solo pueda ser sí o no.

108. Calcular una combinación lineal para el máximo común divisor de dos enteros en término de estos.

109. Dadas dos longitudes, diga cúal es mayor. Las longitudes pueden estar dadas en diferentes unidades. Las unidades de longitud a considerar son centímetros, metros, pulgadas, pies y yardas.

110. Dado un número de segundos, escriba `D hh:mm:ss` en donde `D` es el número de días completos transcurridos por esos segundos, `hh` las horas restantes ($0 \leq \texttt{hh} < 60$), `mm` los minutos restantes ($0 \leq \texttt{mm} < 60$) y `ss` los segundos restantes ($0 \leq \texttt{ss} < 60$). En caso de que el número de días transcurridos sea 0, no lo escriba.

111. Dado un número de 5 dígitos, diga si ese número es capicúa o no. Un número es capicúa si se lee de igual forma de derecha a izquierda que de izquierda a derecha.

112. Considere una superficie con forma de parábola con el vértice en el piso y sus ramas hacia arriba, cuya ecuación esta dada por $y = \frac{x^2}{H}$. Si se coloca una esfera sobre esa superfice desde una altura H, calcule el tiempo aproximado de caída auxiliándose de los cálculos para planos inclinados.

113. Dado un intervalo $[a, b]$, halle por el método de los trapecios una proximación del área bajo la curva $f(x) = \cos(x^2)$ en ese intervalo.

114. Dado un natural n, seguido de n reales $a_1, \ldots, a_n$, halle el máximo, el mínimo y el promedio de ellos.

115. Dada una partícula con posición iniciál $\vec{s}_0$ y velocidad iniciál $\vec{v}_0$, calcule la posición y velocidad finales $\vec{s}_f$ y $\vec{v}_f$ después de un intervalo dado de tiempo Δt si se tiene una aceleración $\vec{a}$.

116. Dado desde la entrada estándar un natural $n < 10$, escriba en la salida estándar un cuadrado como se muestra a continuación:

$$\begin{array}{ccccc}
\texttt{n} & \texttt{n} & \texttt{n} & \texttt{n} & \texttt{n} \\
 & & \vdots & & \texttt{n} \\
\texttt{3} & \texttt{3} & \texttt{3} & \cdots & \texttt{n} \\
\texttt{2} & \texttt{2} & \texttt{3} & \cdots & \texttt{n} \\
\texttt{1} & \texttt{2} & \texttt{3} & \cdots & \texttt{n}
\end{array}$$

117. Se colocan dos esferas con la misma masa a una altura de H metros. Ambas se dejan caer, una en tiro vertical y la otra en un plano inclinado, cuya base es de H metros, como se muestra en la figura 2.

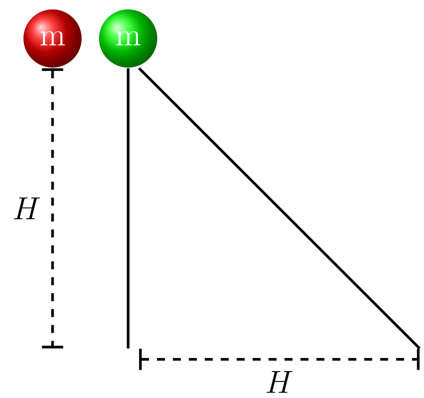


Figure 2: Caida libre y a través de un plano inclinado

Lea de la entrada estándar un número real que represente la altura H en metros y escriba en la salida estándar la velocidad de cada una de las esferas cuando estén a $\frac{H}{2}$ metros de altura, así como el tiempo que le toma a cada una llegar ahí.

118. Dados desde la entrada estándar dos "fracciones" $\mod 11$, escriba en la salida estándar su suma. Cada fracción se debe leer como dos enteros, donde el primero es el numerador y el segundo el denominador. Recuerde que la notación $\frac{a}{b}$ significa ab^{-1}, por lo que deberá calcular el inverso multiplicativo módulo 11 del denominador dado. Ejemplo: La fracción $\frac{13}{7} \mod 11$, realmente representa a $(2)(7^{-1}) = (2)(8) = 16 \equiv 5 \mod 11$.

119. Dado de la entrada estándar un entero n y caracter c. Desplegar dos triángulos en la salida estándar como se muestra a continuación:

$$n\text{-renglones} \quad \left\{ \begin{array}{llllllllll} c & & & & & & & & & c \\ c & c & & & & & & & c & c \\ c & c & c & & & & & c & c & c \\ \vdots & & & & & & & & & \vdots \\ c & c & c & \cdots & c & c & \cdots & c & c & c \end{array} \right.$$

120. Obligatorio. Los enteros módulo n. Decimos que el entero m tiene inverso $\mod n$ si existe un entero k tal que $mk \equiv 1 \mod n$, en este caso decimos que k es *inverso* de m y lo denotamos por m^{-1}. Decimos que el entero m es divisor de cero $\mod n$ si existe un entero b tal que $mb \equiv 0 \mod n$. Genere un programa de nombre `invdiv0modn` y la extensión que corresponda. El programa debe leer de la entrada estándar dos enteros a y n. El programa debe escribir

en la salida estándar si a tiene o no inverso multiplicativo, en caso de que tenga inverso, debe escribir el entero k tal que $ak = 1 \mod n$. También debe escribir en la salida estándar si a es o no divisor de cero, en caso de ser divisor de cero, debe escribir en la salida estándar el valor b que no sea múltiplo de n tal que $ab = 0 \mod n$.

121. Obligatorio. Los polinomios con coeficientes reales módulo un polinomio $p(x)$. Decimos que el polinomio $m(x)$ tiene inverso multiplicativo $\mod p(x)$ si existe un polinomio $p(x)$ tal que $m(x)k(x) \equiv c \mod p(x)$ con $c \in \mathbb{R}$, en este caso decimos que $k(x)$ es *inverso* de $m(x)$ y lo denotamos por $m^{-1}(x)$. Decimos que el polinomio $m(x)$ es divisor de cero $\mod p(x)$ si existe un polinomio $b(x)$ tal que $m(x)b(x) \equiv 0 \mod p(x)$. Genere un programa de nombre `invdiv0modpx` y la extensión que corresponda. El programa debe leer de la entrada estándar dos polinomios con coeficientes reales iniciando con el grado n_a seguido de $n_a + 1$ reales que representan al polinomio $a(x)$ y seguido del grado n_p seguido de $n_p + a$ reales que representan al polinomio $p(x)$, los coeficientes van del de mayor grado al de menor grado. El programa debe escribir en la salida estándar si a tiene o no inverso multiplicativo, en caso de que tenga inverso, debe escribir el polinomio $k(x)$ tal que $a(x)k(x) = c \mod p(x)$ para algún $c \in \mathbb{R}$. También debe escribir en la salida estándar si $a(x)$ es o no divisor de cero, en caso de ser divisor de cero, debe escribir en la salida estándar el valor $b(x)$ que no sea múltiplo de $p(x)$ tal que $a(x)b(x) = 0 \mod p(x)$, los polinomios deben escribirse de mayor a menor grado.

122. Considere un número primo p y números enteros del 0 al $p - 1$ con las operaciones de suma y producto definidas como el resultado de realizar la operación en cuestión usual de los enteros y tomar el residuo al dividir entre p. Implemente las operaciones aritméticas en $\mathbb{Z}_p$ (por operaciones aritméticas entendemos la suma, resta, multiplicación y división).

123. Considere números racionales de la forma $\frac{p}{q}$ con $p \in \mathbb{Z}$ y $q \in \mathbb{N}$ con $(p, q) = 1$. Implemente las operaciones aritméticas en $\mathbb{Q}$(por operaciones aritméticas entendemos la suma, resta, multiplicación y división).

124. Considere números complejos de la forma $a + ib$ con $a, b \in \mathbb{R}$. Implemente las operaciones aritméticas en $\mathbb{C}$(por operaciones aritméticas entendemos la suma, resta, multiplicación y división).

125. Considere números complejos racionales de la forma $\frac{p}{q} + i\frac{r}{s}$con $p, r \in \mathbb{Z}$ y $q, s \in \mathbb{N}$ con $(p, q) = 1$ y $(r, s) = 1$. Implemente las operaciones aritméticas en $\mathbb{Q}[i]$ (por operaciones aritméticas entendemos la suma, resta, multiplicación y división).

126. Considere números cuaternios de la forma $a + ib + jc + kd$ con $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, además de $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$. Implemente las operaciones aritméticas en $\mathbb{H}$(por operaciones aritméticas entendemos la suma, resta, multiplicación y división).

127. Considere polinomios con coeficientes números enteros módulo p, para algún primo dado. El polinomio se puede ver como un arreglo cuyas entradas corresponden al coeficiente del monomio del grado respectivo al índice del elemento del arreglo en cuestión. Implemente las operaciones aritméticas en $\mathbb{Z}_p[x]$ (por operaciones aritméticas entendemos la suma, resta, multiplicación y el cociente y residuo de la división), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente a al valor $\alpha(a) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i a^i$.

128. Considere polinomios con coeficientes números racionales. El polinomio se puede ver como un arreglo cuyas entradas corresponden al coeficiente del monomio del grado respectivo al índice del elemento del arreglo en cuestión. Implemente las operaciones aritméticas en $\mathbb{Q}[x]$ (por operaciones aritméticas entendemos la suma, resta, multiplicación y el cociente y residuo de la división), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente a al valor $\alpha(a) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i a^i$.

129. Considere polinomios con coeficientes números reales. El polinomio se puede ver como un arreglo cuyas entradas corresponden al coeficiente del monomio del grado respectivo al índice del elemento del arreglo en cuestión. Implemente las operaciones aritméticas en $\mathbb{R}[x]$ (por operaciones aritméticas entendemos la suma, resta, multiplicación y el cociente y residuo de la división), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente a al valor $\alpha(a) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i a^i$.

130. Considere polinomios con coeficientes números complejos. El polinomio se puede ver como un arreglo cuyas entradas corresponden al coeficiente del monomio del grado respectivo al índice del elemento del arreglo en cuestión. Implemente las operaciones aritméticas en $\mathbb{C}[x]$ (por operaciones aritméticas entendemos la suma, resta, multiplicación y el cociente y residuo de la división), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente a al valor $\alpha(a) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i a^i$.

131. Obligatorio. Considere polinomios con coeficientes números complejos racionales. El polinomio se puede ver como un arreglo cuyas entradas corresponden al coeficiente del monomio del grado respectivo al índice del elemento del arreglo en cuestión. Implemente las operaciones

aritméticas en $\mathbb{Q}[i][x]$ (por operaciones aritméticas entendemos la suma, resta, multiplicación y el cociente y residuo de la división), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente a al valor $\alpha(a) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i a^i$. Genere un programa de nombre `Qix` y la extensión que corresponda. El programa debe leer de la entrada estándar dos polinomios empezando por leer el grado del polinomio seguido de los coeficientes de grado mayor a menor. El programa debe escribir en la salida estándar los polinomios resultantes de operar el primero con el segundo polinomio leído para las operaciones suma, resta, multiplicación, cociente y residuo de la división, así como las derivadas e integrales indefinidas de cada uno de esos dos polinomios. Se debe leer de la entrada estaándar un racional complejo y se debe escribir en la salida estándar el resultado de las evalucaciones del racional complejo den cada uno de los dos polinomios dados.

132. Considere polinomios con coeficientes números cuaternios. El polinomio se puede ver como un arreglo cuyas entradas corresponden al coeficiente del monomio del grado respectivo al índice del elemento del arreglo en cuestión. Implemente las operaciones aritméticas en $\mathbb{H}[x]$ (por operaciones aritméticas entendemos la suma, resta y multiplicación), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente a al valor $\alpha(a) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i a^i$.

133. Considere dos naturales p, n, con p primo, y matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números enteros módulo p. La matriz se puede ver como un arreglo cuyas entradas corresponden a la entrada de la matriz de índices respectivos a los índice del elemento del arreglo bidimensional en cuestión. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Z}_p)$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta, determinante e inversa).

134. Considere un natural n y matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números racionales. La matriz se puede ver como un arreglo cuyas entradas corresponden a la entrada de la matriz de índices respectivos a los índice del elemento del arreglo bidimensional en cuestión. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Q})$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta, determinante e inversa).

135. Considere un natural n y matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números reales. La matriz se puede ver como un arreglo cuyas entradas corresponden a la entrada de la matriz de índices respectivos a los índice del elemento del arreglo bidimensional en cuestión. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta, determinante e inversa).

136. Considere un natural n y matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números complejos. La matriz se puede ver como un arreglo cuyas entradas corresponden a la entrada de la matriz de índices respectivos a los índice del elemento del arreglo bidimensional en cuestión. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C})$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta conjugada, determinante e inversa).

137. Obligatorio. Considere un natural n y matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números complejos racionales. La matriz se puede ver como un arreglo cuyas entradas corresponden a la entrada de la matriz de índices respectivos a los índice del elemento del arreglo bidimensional en cuestión. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Q}[i])$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta conjugada, determinante e inversa). Genere un programa de nombre `MnQi` y la extensión que corresponda. El programa debe leer de la entrada estándar un entero n y dos matrices con entradas complejos racionales. El programa debe escribir en la salida estándar las matrices resultantes de operar la primera con la segunda matriz leídas para las operaciones suma, resta, multiplicación, así como las transpuestas, los determinantes y las inversas de cada uno de esas dos matrices.

138. Considere un natural n y matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números complejos cuaternios. La matriz se puede ver como un arreglo cuyas entradas corresponden a la entrada de la matriz de índices respectivos a los índice del elemento del arreglo bidimensional en cuestión. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{H}[i])$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta).

139. Considere dos naturales p, n, con p primo, y polinomios con coeficientes matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números enteros módulo p. Implemente las operaciones en $\left(\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Z}_p)\right)[x]$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente A al valor $\alpha(A) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i A^i$.

140. Considere un natural n y polinomios con coeficientes matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números racionales. Implemente las operaciones en $\left(\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Q})\right)[x]$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente A al valor $\alpha(A) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i A^i$.

141. Considere un natural n y polinomios con coeficientes matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números reales. Implemente las operaciones en $\left(\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})\right)[x]$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado

desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente A al valor $\alpha(A) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i A^i$.

142. Considere un natural n y polinomios con coeficientes matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números comlejos. Implemente las operaciones en $(\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C}))\,[x]$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente A al valor $\alpha(A) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i A^i$.

143. Considere un natural n y polinomios con coeficientes matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números complejos racionales. Implemente las operaciones en $(\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Q}[i]))\,[x]$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente A al valor $\alpha(A) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i A^i$.

144. Considere un natural n y polinomios con coeficientes matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números cuaternios. Implemente las operaciones en $(\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{H}))\,[x]$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente A al valor $\alpha(A) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i A^i$.

145. Considere dos naturales p, n, con p primo, y matrices cuadradas $n\times n$ con entradas polinomios con coeficientes números enteros módulo p. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Z}_p[x])$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta).

146. Considere un natural n y matrices cuadradas $n \times n$ con entradas polinomios con coeficientes números racionales. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Q}[x])$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta).

147. Considere un natural n y matrices cuadradas $n \times n$ con entradas polinomios con coeficientes números reales. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R}[x])$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta).

148. Considere un natural n y matrices cuadradas $n \times n$ con entradas polinomios con coeficientes números complejos. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C}[x])$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta).

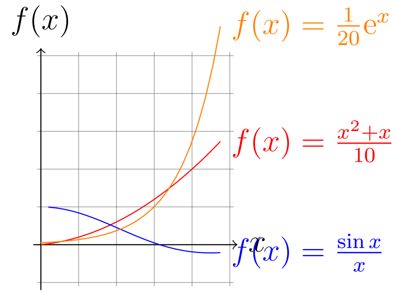


Figure 3: Funciones del punto 151

149. Obligatorio. Considere un natural n y matrices cuadradas $n \times n$ con entradas polinomios con coeficientes números complejos racionales. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Q}[i][x])$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta). Genere un programa de nombre `MnQix` con la extensión que corresponda. El programa debe leer de la entrada estándar un entero n, seguido de n renglones, en donde cada rengón debe contener n poninomios con coeficientes en $\mathbb{Q}[i][x]$ para la primera matriz y seguido de otros n renglones, en donde cada rengón debe contener n poninomios con coeficientes en $\mathbb{Q}[i][x]$ para la segunda matriz. El programa debe escribir en la salida estándar Las matrices correspondientes a la suma, restra y multiplicación de la primera con la segunda, así como la transpuesta de cada una de las dos matrices dadas.

150. Considere un natural n y matrices cuadradas $n \times n$ con entradas polinomios con coeficientes números cuaternios. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{H}[x])$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta).

151. Considere las tres funciones que se muestran en la figura 3. Lea de la entrada estándar un natural n y $a, b \in \mathbb{R}$. Lea una opción con la cual se seleccione una de las tres funciones y escriba en la salida estándar el valor aproximado de la integral por medio del método de los trapecios empleando n divisiones del segmento $[a, b]$.

152. Considere funciones polinomiales. Recuerde que si $s(t)$ es una función escalar dos veces derivable que representa la posición de una párticula en un instante de tiempo t, su velocidad v y aceleración a están dadas por $v(t) = \dot{s}(t) = \frac{ds(t)}{dt}$ y por $a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{s}(t) = \frac{d^2s(t)}{dt^2}$. Dada desde la entrada estándar $s(t)$, escriba en la salida estándar $v(t)$ y $a(t)$ y para un t_0 dado desde la entrada estándar, escriba en la salida estándar los valores $v(t_0)$ y $a(t_0)$.

153. Considere funciones polinomiales. Recuerde que si $\vec{s}(t) = (s_1(t), s_2(t))$ es una función vectorial en $\mathbb{R}^2$ dos veces derivable cada entrada que representa la posición de una párticula en un

instante de tiempo t, su velocidad v y aceleración a están dadas por $\vec{v}(t) = \dot{\vec{s}}(t) = (\frac{ds_1(t)}{dt}, \frac{ds_2(t)}{dt})$ y por $a(t) = \dot{\vec{v}}(t) = \ddot{\vec{s}}(t) = (\frac{d^2s_1(t)}{dt^2}, \frac{d^2s_2(t)}{dt^2})$. Dada desde la entrada estándar $s(t)$, escriba en la salida estándar $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$ y para un t_0 dado desde la entrada estándar, escriba en la salida estándar los valores $\vec{v}(t_0)$ y $\vec{a}(t_0)$.

154. Considere conjuntos como tramas de bits, almacenados en tramas de bytes. Si llamamos A a un conjunto, este es una trama de bits enumerados desde 0 a $n-1$, donde el conjunto universo se asume de n elementos. Un elemento $0 \leq i < n$ decimos que $i \in A$ si y solo si el i-ésimo bit en la enumeración dada es 1, así como $i \notin A$ si ese i-ésimo bit es 0. Lea desde la entrada estándar dos conjuntos A y B y escriba en la salida estándar $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \triangle B$ (diferencia simétrica igual a $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$), A^c, B^c, cardinalidad de A y de B y, finalmente, el conjunto potencia de A si su cardinalidad es inferior o igual a 5 y el conjunto potencia de B si su cardinalidad es inferior o igual a 5.

155. Considere n cuerpos de masas m_i con $i = 1, \ldots, n$ en un instante t en las posiciones $\vec{s_i} = (s_{i,x}, s_{i,y}, s_{i,z})$, velocidades $\vec{v_i} = (v_{i,x}, v_{i,y}, v_{i,z})$ y aceleraciones $\vec{a_i} = (a_{i,x}, a_{i,y}, a_{i,z})$. Para cada uno de los cuerpos, por mera interacción gravitatoria entre un cuerpo i y cada uno de los otros cuerpos $j \in \{1, \ldots, n\} \setminus \{i\}$ ($\vec{F} = G\frac{m_i m_j}{r^2}\hat{r_{ij}}$) y suponiendo que en un intervalo Δt el cuerpo i solo tiene el efecto de la fuerza $\vec{F}$ calculada, halle la posición, velocidad y aceleración de todos y cada uno de los cuerpos después de ese intervalo Δt.

Recursividad

Para los ejercicios del 156 al 162 debe emplear adicionalmente recursividad, salvo donde se especifique explícitamente otra indicación. Los ejercicios obligatorios son 158, 161 y 162 **La fecha límite de entrega es el 11 de marzo de 2022**.

156. Para cada una de las siguientes situaciones, desarrolle un programa en `C` o en `Java` que la resuelva en una versión iterativa y en una recursiva.
   (a) Multiplicación de un número m por un número entero no negativo n.
   (b) Exponenciación de un número m elevado a un número entero no negativo n.
   (c) Implementar la función

$$f(n) = \begin{cases} 3n+1 \text{ si } n \mod 2 = 1 \\ \frac{n}{2} \text{ si } n \mod 2 = 0 \end{cases}$$

   y evaluar su composición las veces necesarias hasta que el resultado sea 1. ¿siempre se llegará al valor de 1?

(d) Hallar una combinación lineal para el máximo común divisor de dos enteros en términos de estos.

(e) Hallar los n primeros términos de la sucesión de Fibonacci.

(f) Hallar $n!$.

(g) Hallar el coeficiente binomial $\binom{n}{m}$.

(h) Dados $b \in \mathbb{N}$ con $b > 1$ y un $n \in \mathbb{N}$ expresado en decimal, escriba n en base b.

157. Indague sobre la función de Ackermann e impleméntela en un programa.

158. Obligatorio. Desarrolle un programa que lea un natural n de la entrada estándar y escriba a la salida estándar todas las permutaciones de n elementos.

159. Para cada uno de los siguientes ejercicios, genera una versión iterativa y otra recursiva.

(a) Adicionalmente indiqué a partir de qué n no se calcula bien el valor debido al empleo de los tipos de datos básicos o primitivos.

i. Dado $n \in \mathbb{N}$, calcular el n-ésimo término de ls sucesión de Fibonacci.

ii. Dado $n \in \mathbb{N}$, calcular la factorial de n.

(b) Dado $n, b \in \mathbb{N}$ en base diez con $1 < b \leq 36$, expresar n en base b.

(c) Dados $a, b \in \mathbb{N}$, hallar su máximo común divisor.

(d) Dados $a, b \in \mathbb{N}$, una combinación lineal para el máximo común divisor de a y b.

(e) Dados $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$, calcular a^n.

(f) Dado $n \in \mathbb{N}$ y dada $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$, calcular su deterninante.

160. Resuelva el problema de las torres de Hanói, el cual se describió en clase.

161. Obligatorio. Resuelva el problema de los caballos del ajedrez.

Problema de los caballos: En un tablero de ajedrez (cuadrícula de ocho por ocho) hay que numerar los saltos que de un caballo para recorrer un tablero de ajedrez de tal forma que en el recorrido del caballo no pase por una casilla más de una vez y que recorra todas las casillas del tablero. Un caballo puede pasar de la casilla que se encuentra a otra (de hasta ocho posibles) como se muestra a continuación (el caballo se representa por la letra C y la posible siguiente casilla con X):

		X		X			
	X				X		
			C				
	X				X		
		X		X			

El programa debe permitir colocar el caballo en cualquier posición del tablero. Una solución se da en el siguiente ejemplo colocando el caballo en la casilla (1, 1).

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	38	59	36	43	48	57	52
2	60	35	2	49	58	51	44	47
3	39	32	37	42	3	46	53	56
4	34	61	40	27	50	55	4	45
5	31	10	33	62	41	26	23	54
6	18	63	28	11	24	21	14	5
7	9	30	19	16	7	12	25	22
8	64	17	8	29	20	15	6	13

162. Obligatorio. Resuelva el problema de los damas del ajedrez.

Problema de las ocho damas: En un tablero de ajedrez (cuadrícula de ocho por ocho) hay que colocar ocho damas de tal forma que no haya dos de ellas que se den jaque entre sí. Una dama da jaque a otra si la segunda está en alguna de las casillas que ataca la primera. Las casillas que ataca una dama se da a continuación (la dama se representa con 'D' y la casilla atacada con 'X'):

X			X			X	
	X		X		X		
		X	X	X			
X	X	X	D	X	X	X	X
		X	X	X			
	X		X		X		
X			X			X	
			X				X

El programa debe encuentrar todas las posibles soluciones a este problema. Una solución (junto con una posible codificación) se da en el siguiente ejemplo.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1		D						
2				D				
3						D		
4								D
5			D					
6	D							
7							D	
8					D			

Codificación: 2 4 6 8 3 1 7 5

Varios

Para los ejercicios del 163 al 170 desarrolle un programa que implemente lo que se solicita en el ejercicio correspondiente. Los ejercicios obligatorios son 166 y 168 **La fecha límite de entrega es el 18 de marzo de 2022**.

163. Considere a la representación de un número racional como un numerador y un denominador con el numerador un número entero y el denominador un entero positivo. Desarrolle un programa que implemente la funcionalidad de suma, resta, multiplicación, división de números racionales, simplificación (que su numerador y su denominador sean primos relativos), lectura y escritura de un número racional y, finalmente, inverso aditivo y multiplicativo de un número racional.

164. Considere a la representación de un número complejo como una parte entera y una parte imaginaria con cada una de estas partes como números reales. Desarrolle un programa que implemente la funcionalidad de suma, resta, multiplicación, división de números complejos, lectura, escritura, inverso aditivo y multiplicativo de un número complejo y, finalmente, obtención de la raíz cuadrada de un número complejo.

165. Considere un polinomio con coeficientes racionales como un arreglo de números racionales. Desarrolle un programa que implemente la funcionalidad de suma, resta, multiplicación, cociente y residuo de dos polinomios, inverso aditivo, lectura y escritura de un polinomio y, finalmente, obtención de un máximo común divisor de dos polinomios.

166. Obligatorio. Considere un polinomio con coeficientes complejos como un arreglo de números complejos. Desarrolle un programa que implemente la funcionalidad de suma, resta, multiplicación, cociente y residuo de dos polinomios, inverso aditivo, lectura y escritura de un polinomio y, finalmente, obtención de un máximo común divisor de dos polinomios.

167. Considere matrices $m \times n$ con entradas racionales como un arreglo bidimensional de números racionales. Desarrolle un programa que implemente la suma, resta, producto de dos matrices, la traspuesta, el inverso aditivo, la lectura y la escritura de una matriz y, de ser cuadrada la matriz, el determinante y, en caso de exisitir, la inversa de la matriz.

168. Obligatorio. Considere matrices $m \times n$ con entradas complejas como un arreglo bidimensional de números complejos. Desarrolle un programa que implemente la suma, resta, producto de dos matrices, la traspuesta, el inverso aditivo, la lectura y la escritura de una matriz y, de ser cuadrada la matriz, el determinante y, en caso de exisitir, la inversa de la matriz.

169. Considere polinomios con coeficientes matrices cuadradas con entradas racionales como arreglos de matrices con entradas racionales. Desarrolle un programa que sume, reste y multiplique este tipo de polinomios y que lea y escriba un polinomio de este tipo.

170. Considere matrices con entradas polinomios con coeficientes complejos como arreglos bidimensionales de polinomios con coeficientes complejos. Desarrolle un programa que sume, reste y multiplique este tipo de matrices y que lea y escriba una matriz de este tipo.

Bibliotecas de funciones y manejo de archivos

Para los ejercicios del 171 al 193 debe generar una biblioteca de funciones o JAR que permita la manipulación de $\mathbb{Z}_p$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{Q}[i]$, $\mathbb{H}$, polinomimos con esos coeficientes y matrices con esos coeficientes. Debe usar también memoria dinámica para la creación del espacio necesario para la manipulación de polinomios y matrices. Los ejercicios obligatorios son 175, 181, 183, 187 y 190 **La fecha límite de entrega es el 18 de marzo de 2022**.

171. Considere dos naturales p, n, con p primo, y polinomios con coeficientes matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números enteros módulo p. Implemente las operaciones en $(\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Z}_p))[x]$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente A al valor $\alpha(A) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i A^i$.

172. Considere un natural n y polinomios con coeficientes matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números racionales. Implemente las operaciones en $(\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Q}))[x]$ (por operaciones entende-

mos la suma, resta, multiplicación), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente A al valor $\alpha(A) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i A^i$.

173. Considere un natural n y polinomios con coeficientes matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números reales. Implemente las operaciones en $(\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R}))\,[x]$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente A al valor $\alpha(A) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i A^i$.

174. Considere un natural n y polinomios con coeficientes matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números comlejos. Implemente las operaciones en $(\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C}))\,[x]$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente A al valor $\alpha(A) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i A^i$.

175. Obligatorio. Considere un natural n y polinomios con coeficientes matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números complejos racionales. Implemente las operaciones en $(\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Q}[i]))\,[x]$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente A al valor $\alpha(A) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i A^i$.

176. Considere un natural n y polinomios con coeficientes matrices cuadradas $n \times n$ con entradas números cuaternios. Implemente las operaciones en $(\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{H}))\,[x]$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación), derivada, integral indefinida y evaluación en un coeficienta dado desde la entrada estándar. Dado un polinomio $\alpha(x) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i x^i$, se entiende por derivada a $\frac{d\alpha(x)}{dx} = \sum_{i=1}^{g} i\alpha_i x^{i-1}$, por integral indefinida a $\int \alpha(x)dx = \sum_{i=1}^{g} \frac{\alpha_{i-1}}{i} x^i + c$ y por evaluación en un coeficiente A al valor $\alpha(A) = \sum_{i=0}^{g} \alpha_i A^i$.

177. Considere dos naturales p, n, con p primo, y matrices cuadradas $n\times n$ con entradas polinomios con coeficientes números enteros módulo p. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Z}_p[x])$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta).

178. Considere un natural n y matrices cuadradas $n \times n$ con entradas polinomios con coeficientes números racionales. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Q}[x])$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta).

179. Considere un natural n y matrices cuadradas $n \times n$ con entradas polinomios con coeficientes números reales. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R}[x])$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta).

180. Considere un natural n y matrices cuadradas $n \times n$ con entradas polinomios con coeficientes números complejos. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C}[x])$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta).

181. Obligatorio. Considere un natural n y matrices cuadradas $n \times n$ con entradas polinomios con coeficientes números complejos racionales. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{Q}[i][x])$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta).

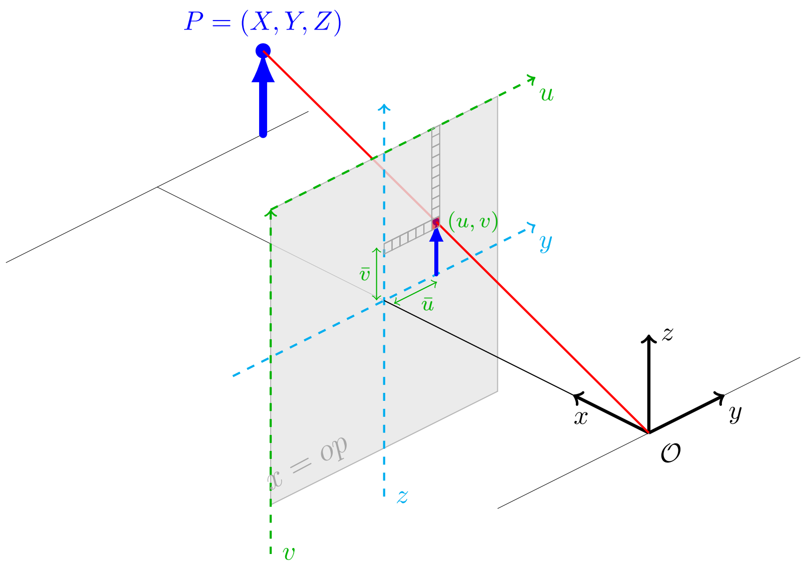
182. Considere un natural n y matrices cuadradas $n \times n$ con entradas polinomios con coeficientes números cuaternios. Implemente las operaciones en $\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{H}[x])$ (por operaciones entendemos la suma, resta, multiplicación, transpuesta).

183. Obligatorio. Genere un programa en `C` y en `Java`, el cual debe implementar los fractales que se muestran en la liga

    https://archive.org/details/commodore-power-play-21/page/n89/mode/2up?q=fractals

184. Considere funciones polinomiales. Recuerde que si $s(t)$ es una función escalar dos veces derivable que representa la posición de una párticula en un instante de tiempo t, su velocidad v y aceleración a están dadas por $v(t) = \dot{s}(t) = \frac{ds(t)}{dt}$ y por $a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{s}(t) = \frac{d^2s(t)}{dt^2}$. Genere un programa en `C` y en `Java`, el cual dado $s(t)$ desde la línea de comandos o desde una interface gráfica, grafique $s(t)$, $v(t)$ y $a(t)$ y para un t_0 dado también desde la línea de comandos o desde una interface gráfica, escriba en pantalla los valores $v(t_0)$ y $a(t_0)$.

185. Genere un programa en `C` y en `Java`, el cual tenga predefinidas 10 diferentes funciones $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ y que al seleccionar una de ellas , bosqueje su gráfica. El bosquejo debe visualizarse empleando la representación siguiente.



186. Genere un programa que lea un archivo de nombre `entrada.txt` que contenga una función polinomial de la forma `a`$_n$`x ^ n+a`$_{n-1}$`x ^ n-1+...+a`$_1$`x ^ 1+a`$_0$`x ^ 0`, grafique el polinomio y escriba en un archivo de nombre `salida.txt` por cada renglón los valores calculados `x y` donde `x` es el valor evaluado en el lpolinomio e `y` el resultado de esa evalulación, calores empleados para la gráfica del polinomio.

187. Obligatorio. Genere un programa que dado un verbo regular con terminación **ar**, escriba en un archivo de nombre *`verbo`*`.txt`, donde *`verbo`* es el verbo ingresado, el contenido del archivo debe tener la congujación de ese verbo en todos los tiempo simples y compuestos de los modos indicativo y subjuntivo.

188. Genere un programa que dado un verbo regular con terminación **er**, escriba en un archivo de nombre *`verbo`*`.txt`, donde *`verbo`* es el verbo ingresado, el contenido del archivo debe tener la congujación de ese verbo en todos los tiempo simples y compuestos de los modos indicativo y subjuntivo.

189. Genere un programa que dado un verbo regular con terminación **er**, escriba en un archivo de nombre *`verbo`*`.txt`, donde *`verbo`* es el verbo ingresado, el contenido del archivo debe tener la congujación de ese verbo en todos los tiempo simples y compuestos de los modos indicativo y subjuntivo.

190. Obligatorio. Indague sobre los diferentes modelos de congugación de verbos irregulares, seleccione tres distintos modelos y genere un archivo `PDF` en LaTeX con esa información. El nombre del archivo debe ser `verbosIrregulares.pdf`. Genere un programa que dado un

verbo irregular de los modelos seleccionados, escriba en un archivo de nombre `verbo.txt`, donde `verbo` es el verbo ingresado, el contenido del archivo debe tener la congujación de ese verbo en todos los tiempo simples y compuestos de los modos indicativo y subjuntivo.

191. Genere un programa que,de acuerdo a lo que opte por implementear de acuerdo a los ejercicios del 171 al 176, lea dos polinomios de un archivo de nombre `entrada.txt` y escriba en un archivo de nombre `resultado.txt` el resultado de su suma y producto.

192. Genere un programa que,de acuerdo a lo que opte por implementear de acuerdo a los ejercicios del 177 al 182, lea dos matrices de un archivo de nombre `entrada.txt` y escriba en un archivo de nombre `resultado.txt` el resultado de su suma y producto.

193. indague sobre la estructura de un archivo BMP de windows y genera un programa que lea un archivo BMP y despliegue en pantalla la información correspondiente a la *cabecera* de ese archivo y despliegue en pantalla la imagen. Omita el posible cambio debido a la paleta de colores que se indique para aquellos casos de colores a 2, 4 y 8 bits.