

Para entregarse el 8/03/2022.

La información se debe generar en \LaTeX , el nombre del archivo a entregar para esta tarea debe ser `boleta_0fn.pdf`, donde `boleta` es su número de boleta. Si lo entregado contiene otros archivos no solicitados, se descartará y se considerará como tarea no entregada.

Definición 1 Suponga que $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ y que existen $n_0 \in \mathbb{N}$ y $C \in \mathbb{R}^+$ tales que para todo $n \geq n_0$ se cumple $f(n) \leq Cg(n)$, entonces decimos que $f = O(g)$.

1. Muestre que si $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ y

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \text{alguna constante},$$

entonces $f = O(g)$.

2. Suponga que $f, g, f', g', h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$. Demuestre que se cumplen las siguientes propiedades.

- (a) Si $g = O(f)$ y $h = O(f)$, entonces $g + h = O(f)$.
- (b) Si $f = O(g)$ y $g = O(h)$, entonces $f = O(h)$.
- (c) $f + g = O(\max\{f, g\})$.
- (d) $O(f + g) = O(\max\{f, g\})$.
- (e) Si $f = O(f')$ y $g = O(g')$, entonces $f + g = O(f' + g')$.
- (f) Si $f = O(f')$ y $g = O(g')$, entonces $fg = O(f'g')$.
- (g) Si $f = O(g)$ y $a > 0$, entonces $af = O(g)$.
- (h) Si $f = O(g)$ y $n \geq 1$ un natural, entonces $f^n = O(g^n)$.

Para cada $f(n)$ en los ejercicios del 3 al 13 indique el inciso que sea una mejor estimación entre las siguientes:

- | | | |
|----------------------|------------------------|------------------------|
| a) $f(n) = O(\ln n)$ | d) $f(n) = O(\ln^2 n)$ | g) $f(n) = O(\ln^3 n)$ |
| b) $f(n) = O(n)$ | e) $f(n) = O(n^2)$ | h) $f(n) = O(n^3)$ |
| c) $f(n) = O(2^n)$ | f) $f(n) = O(n!)$ | i) $f(n) = O(n^n)$ |

3. $\binom{n}{3}$.

4. $10 \ln^3 n + 20n^2$.
5. El número de monomios en x, y, z de grado total a lo más n .
6. El número de polinomios en x de grado a lo más n cuyos coeficientes son 0 o 1.
7. El número de polinomios en x de grado a lo más $n - 1$ cuyos coeficientes son enteros entre 0 o n .
8. Dado $k \in \{0, 1, 2, n - 1\}$, la suma $\sum_{i=1}^n i^k$.
9. La cantidad de espacio de memoria que una computadora requiere para almacenar el número n .
10. La cantidad de espacio de memoria que una computadora requiere para almacenar n^2 .
11. La suma de los primeros n enteros positivos.
12. La suma de los cuadrados de los primeros n enteros positivos.
13. El número de bits en la suma de los cuadrados de los primeros n enteros positivos.