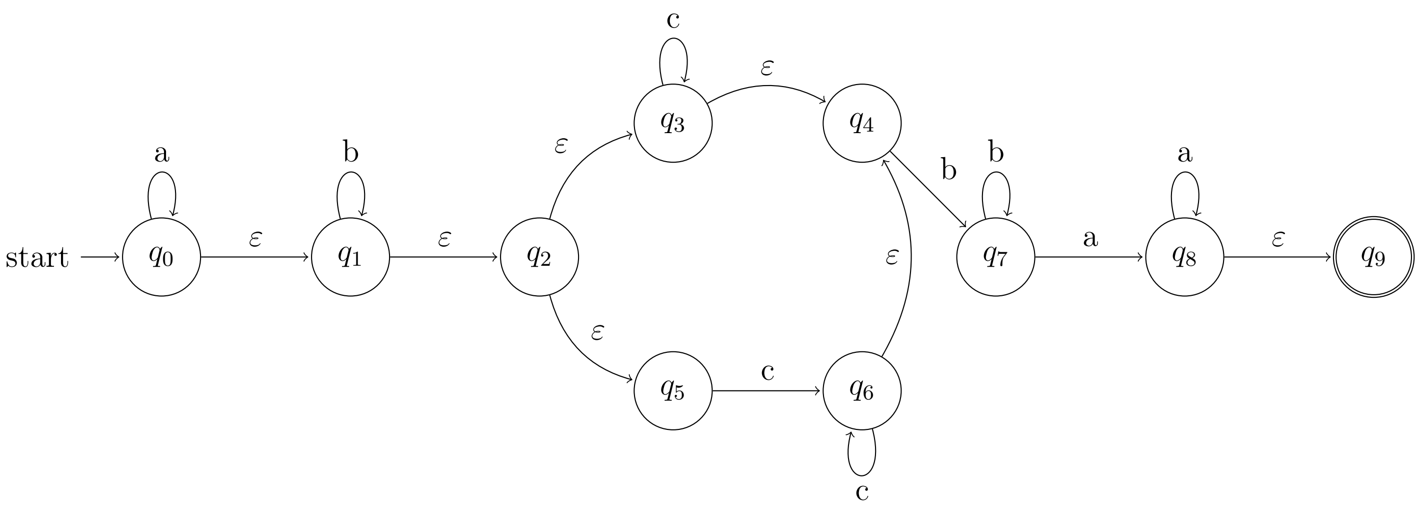
Решение задачи №1. Вариант 18

Условие: По регулярному выражению $a^*b^*(c^*|c^+)b^+a^+$ построить конечный автомат и выполнить его преобразования.

1 Построение диаграммы переходов НКА

Для построения недетерминированного конечного автомата (НКА) используем структуру регулярного выражения:

- a^*, b^* — циклы по символам 'a' и 'b' в начальных состояниях.
- $(c^*|c^+)$ — ветвление. Заметим, что $c^*|c^+ = c^*$, так как c^+ является подмножеством c^*, однако для полноты решения построим структуру с ветвлением.
- b^+ — обязательный символ 'b' с последующим циклом.
- a^+ — обязательный символ 'a' с последующим циклом (переход в финальное состояние).



2 Таблица состояний НКА

Состояние	a	b	c	ε
q_0	q_0	–	–	q_1
q_1	–	q_1	–	q_2
q_2	–	–	–	q_3, q_5
q_3	–	–	q_3	q_4
q_4	–	q_7	–	–
q_5	–	–	q_6	–
q_6	–	–	q_6	q_4
q_7	q_8	q_7	–	–
q_8	q_8	–	–	q_9
q_9 (финал)	–	–	–	–

3 Проверка на недетерминированность

Данный автомат является **недетерминированным (НКА)**, так как:

1. Он содержит ε-переходы (например, из q_0 в q_1, из q_2 в q_3 и q_5).
2. Для состояния q_0 и символа 'a' возможен переход как в само q_0, так и потенциально в q_1 через ε-переход, что создает множественность путей.

4 Преобразование НКА в ДКА

Используем метод построения подмножеств (алгоритм «вытягивания»).

- $S_0 = \epsilon\text{-closure}(q_0) = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$.
- $Move(S_0, a) = \{q_0, q_8\} \implies S_1 = \epsilon\text{-closure}(\{q_0, q_8\}) = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_8, q_9\}$. (Финал)
- $Move(S_0, b) = \{q_1, q_7\} \implies S_2 = \epsilon\text{-closure}(\{q_1, q_7\}) = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_7\}$.
- $Move(S_0, c) = \{q_3, q_6\} \implies S_3 = \epsilon\text{-closure}(\{q_3, q_6, q_4\}) = \{q_3, q_4, q_6\}$.

После выполнения всех итераций получаем таблицу переходов ДКА:

ДКА Сост.	Состояния НКА	a	b	c
S_0 (нач)	$\{q_0..q_5\}$	S_1	S_2	S_3
S_1 (фин)	$\{q_0..q_5, q_8, q_9\}$	S_1	S_2	S_3
S_2	$\{q_1..q_5, q_7\}$	S_4	S_2	S_3
S_3	$\{q_3, q_4, q_6\}$	–	S_5	S_3
S_4 (фин)	$\{q_8, q_9\}$	S_4	–	–
S_5	$\{q_7\}$	S_4	S_5	–

5 Минимизация ДКА

Разделим состояния на группы: $G_1 = \{S_0, S_2, S_3, S_5\}$ (нефинальные) и $G_2 = \{S_1, S_4\}$ (финальные).

Проверка эквивалентности:

- Для G_2: $S_1 \xrightarrow{a} S_1 \in G_2$, $S_4 \xrightarrow{a} S_4 \in G_2$. По остальным символам S_4 уходит в ошибку, а S_1 может переходить в S_2, S_3. Значит $S_1 \not\equiv S_4$.
- Для G_1: Состояния различаются по возможности перехода в финальные состояния. $S_0 \xrightarrow{a} S_1 \in G_{fin}$, в то время как $S_3 \xrightarrow{a} \emptyset$.

Автомат является **минимальным**, так как все состояния различимы по входным цепочкам (например, по наличию/отсутствию перехода по 'c' или достижимости финала).

6 Результирующее регулярное выражение

Поскольку в процессе преобразований язык не изменился, а лишь упростилась структура $(c^*|c^+) = c^*$, итоговое регулярное выражение для построенного автомата:

$$R = a^*b^*c^*b^+a^+$$