

Mini Project: 计算机生成和播放音乐

1. Objective

音乐文件有很多格式，不过其主要的数据（Data）部分，保存的都是一个 $M \times N$ 的矩阵(其中， N 为通道数)。因此，对于一个乐谱，我们可以用计算机程序生成这样一个矩阵，并用计算机播放出来。本项目的目标就是：

1. 理解音乐的基本要素，比如音调、节拍、音色、基频、和弦等，
2. 这些音乐要素如何反映在我们的数据中，
3. 通过 MATLAB 程序，将一张简谱转化成一段可以播放成音乐的数据，
4. 根据数据，产生可播放的音乐，
5. 根据数据，产生模仿某种乐器的音乐

2 数字简谱

数字简谱是简易的记谱法，用基本音符 1、2、3、4、5、6、7 代表音阶中的 7 个基本级，读音为 do、re、mi、fa、sol、la、ti（中国为 si），英文由 C、D、E、F、G、A、B 表示，休止以 0 表示。图 1 为《天空之城》数字简谱。

天空之城

1=D $\frac{4}{4}$

The digital notation for 'Suzuki no Toke no Kaze' is as follows:

```
1=D 4/4

| 6 7 || : 1̣ 7̣ 1̣ 3̣ | 7 - - 3 3 | 6̣ 5̣ 6̣ 1̣ | 5 - 0 3 3 | 4̣ 3̣ 4̣ 1̣
| 3 - 0 1̣ 1̣ 1̣ | 7̣ 4̣ 4̣ 7̣ | 7 - 0 6̣ 7̣ | 1̣ 7̣ 1̣ 3̣ | 7 - 0 3 3 | 6̣ 5̣ 6̣ 1̣
| 5 - - 0 3 | 4̣ 1̣ 7̣ 7̣ 1̣ | 2̣ 2̣ 3̣ 1̣ 0 | 1̣ 7̣ 6̣ 6̣ 7̣ 5̣ || 6 - 0 1̣ 2̣ | 3̣ 2̣ 3̣ 5̣
| 2̣ - 0 5̣ 5̣ | 1̣ 7̣ 1̣ 3̣ | 3̣ - 0 0 | 6̣ 7̣ 1̣ 7̣ 2̣ 2̣ | 1̣ 5̣ 5̣ 0 | 4̣ 3̣ 2̣ 1̣
| 3̣ - - - | 3̣ - 0 3̣ | 6̣ - 5̣ 5̣ | 3̣ 2̣ 1̣ 0 1̣ | 2̣ 1̣ 2̣ 2̣ 5̣ | 3̣ - 0 3̣
| 6̣ - 5̣ - | 3̣ 2̣ 1̣ - 0 1̣ | 2̣ 1̣ 2̣ 2̣ 7̣ | 6̣ - 0 6̣ 7̣ || 6̣ - - - |
```

Fine

图 1.《天空之城》 数字简谱

2.1 音调

简谱中 1、2、3、4、5、6、7 表示七种高低不同的音，我们称之为音调。之所以会呈现不同音调，是因为他们分别对应不同频率的音波。图 2 为 C 调音符与频率对应表。

C调音符与频率对照表

音符	频率/Hz	音符	频率/Hz	音符	频率/Hz
低音1	262	中音1	523	高音1	1046
低音1#	277	中音1#	554	高音1#	1109
低音2	294	中音2	587	高音2	1175
低音2#	311	中音2#	622	高音2#	1245
低音3	330	中音3	659	高音3	1318
低音4	349	中音4	698	高音4	1397
低音4#	370	中音4#	740	高音4#	1480
低音5	392	中音5	784	高音5	1568
低音5#	415	中音5#	831	高音5#	1661
低音6	440	中音6	880	高音6	1760
低音6#	466	中音6#	932	高音6#	1865
低音7	494	中音7	988	高音7	1976

图 2 C 调音符与频率对应表

从图 2 可以看出，低音频率为同一音符中音频率的一半，同样的，中音频率为同一音符高音频率的一半。也就是说，对应的中音音符和低音音符之间，频率减半，而音程相差一个八度。记在简谱基本音符符号下面的小圆点，叫低音点，它表示将基本音符降低一个音组，即降低一个纯八度。记两个圆点表示将基本音符降低两个音组，即降低两个纯八度。记在简谱基本音符符号上面的小圆点，叫高音点，它表示将基本音符升高一个音组，即升高一个纯八度。记两个圆点，表示升高两个音组，即升高两个纯八度。

为了便于记录表示这些不同频率的音调，出现了很多音律。常用的十二平均律，亦称“十二等程律”，将世界上通用的一组音（八度）分成十二个半音音程。在十二平均律中，各相邻两律之间的振动频率之比完全相等。换句话说，十二平均律是指八度的音程（一倍频程）按频率等比例地分成十二等份，每一等份称为一个半音。因此，十二平均律中，相邻两个音阶的频率比值为 $2^{\frac{1}{12}}$ ，如图 3 所示。

十二平均律表



将主音设为a1(440Hz)，来计算所有音的频率，结果如下（为计算过程更清晰，分数不进行约分）：

音程名称	间隔半音数	十二平均律的倍数	频率
纯一度 (A ¹)	0	$2^0 = 1$	$440 \times 1 = 440$
增一度/ 小二度 (A ^{#1} /Bb ¹)	1	$\sqrt[12]{2} = 2^{\frac{1}{12}} \approx 1.0594630943592952645618252949463$	$440 \times 2^{\frac{1}{12}} \approx 466.1637615180899164072031297762$
大二度 (B ¹)	2	$\sqrt[6]{2} = 2^{\frac{2}{12}} \approx 1.1224620483093729814335330496792$	$440 \times 2^{\frac{2}{12}} \approx 493.8833012561241118307545418586$
小三度 (C)	3	$\sqrt[4]{2} = 2^{\frac{3}{12}} \approx 1.1892071150027210667174999705605$	$440 \times 2^{\frac{3}{12}} \approx 523.2511306011972693556999870466$
大三度 (C [#])	4	$\sqrt[3]{2} = 2^{\frac{4}{12}} \approx 1.2599210498948731647672106072782$	$440 \times 2^{\frac{4}{12}} \approx 554.3652619537441924975726672023$
纯四度 (D)	5	$\sqrt[12]{32} = 2^{\frac{5}{12}} \approx 1.3348398541700343648308318811845$	$440 \times 2^{\frac{5}{12}} \approx 587.3295358348151205255660277209$
增四度/ 减五度 (D [#] /Eb)	6	$\sqrt{2} = 2^{\frac{6}{12}} \approx 1.4142135623730950488016887242097$	$440 \times 2^{\frac{6}{12}} \approx 622.2539674441618214727430386522$
纯五度 (E)	7	$\sqrt[12]{128} = 2^{\frac{7}{12}} \approx 1.4983070768766814987992807320298$	$440 \times 2^{\frac{7}{12}} \approx 659.2551138257398594716835220930$
小六度 (F)	8	$\sqrt[3]{4} = 2^{\frac{8}{12}} \approx 1.5874010519681994747517056392723$	$440 \times 2^{\frac{8}{12}} \approx 698.4564628660077688907504812795$
大六度 (F [#])	9	$\sqrt[3]{8} = 2^{\frac{9}{12}} \approx 1.6817928305074290860622509524664$	$440 \times 2^{\frac{9}{12}} \approx 739.9888454232687978673904190852$
小七度 (G)	10	$\sqrt[6]{32} = 2^{\frac{10}{12}} \approx 1.781797436280678609480452411181$	$440 \times 2^{\frac{10}{12}} \approx 783.9908719634985881713990609195$
大七度 (G [#])	11	$\sqrt[12]{2048} = 2^{\frac{11}{12}} \approx 1.8877486253633869932838263133351$	$440 \times 2^{\frac{11}{12}} \approx 830.6093951598902770448835778670$
纯八度 (A)	12	$2^1 = 2$	$440 \times 2 = 880$

其中 $\sqrt[12]{2} = 2^{\frac{1}{12}} \approx 1.0594630943593$

$\approx \frac{18}{17} = 1.05882$ 99 音分

$\approx \frac{107}{101} = 1.05941$ 99.9 音分

$\approx \frac{11011}{10393} = 1.05946310$ 100 音分

图 3.十二平均律表（主音是指当前音调下的参考基准）

而基本音级用 1-7 表示的不同音高，对应到十二平均律上，七个音符之间的频率间隔不是固定比例的。其中 3—4、7—i 是半音，而其它相邻两个音都是全音（2 个半音）。

MATLAB 练习 1：编写函数

```
function freq = num2freq(num)
% num为输入数字音符，freq为输出的频率
```

以 1=440 Hz 为主音，计算 1-7，高八度，低八度，总共 21 个音符的频率。

2.2 调号

按照一定的次序和位置记在谱号的后面的，这些记号叫做调号。调号总是只用同类的变音记号，即升记号或降记号。简谱的调号一般是用 1 等于 A、B、C、D、E、F、G 来表示，如 1=C 则表示该简谱是 C 调来记谱，图一中的 1=D 表示 D 调，不同调号和 C 调的对应关系如下图

频率	440	494	523	587	659	740	831	880	988
	A1	B1	C	D	E	F	G	A	B
C 调	低 6	低 7	1=C	2	3	4	5	6	7
A 调	1=A1								
B 调		1=B1							
D 调				1=D					
E 调					1=E				

表 1 不同调号主音频率

如果要表示升（降）号的调，则在字母前加#（b）号，升调表示比原音级高一个半音，降调同理。在十二平均律中，半音是构成音乐的最小单位，因此各基本音级之间相隔的距离并不平均，十二个半音构成了有八个基本音级的音列。大调音阶各音之间的关系是全全半全全全半。（简言之，除 3 4 和 7 1 之间属于半音，其他的全音。1 到 i 间加起来共 12 个半音）。图 4 为其他音调对应 C 调的频率。

各音调与C调对照表

A调	音名	C调	音名
低音	1	低音	6
	2		7
	3	中音	1#
	4		2
	5		3
	6		4#
	7		5#
中音	1		6
	2		7
	3	高音	1#
	4		2
	5		3
	6		4#
	7		5#
高音	1		6

B调	音名	C调	音名
低音	1	低音	7
	2	中音	1#
	3		2#
	4		3
	5		4#
	6		5#
	7		6#
中音	1		7
	2	高音	1#
	3		2#
	4		3
	5		4#
	6		5#
	7		6#
高音	1		7

各音调与C调对照表

D调	音名	C调	音名
低音	1	低音	2
	2		3
	3		4#
	4		5
	5		6
	6		7
	7	中音	1#
中音	1		2
	2		3
	3		4#
	4		5
	5		6
	6		7
	7	高音	1#
高音	1		2

E调	音名	C调	音名
低音	1	低音	3
	2		4#
	3		5#
	4		6
	5		7
	6	中音	1#
	7		2#
中音	1		3
	2		4#
	3		5#
	4		6
	5		7
	6	高音	1#
	7		2#
高音	1		3

各音调与C调对照表

F调	音名	C调	音名
低音	1	低音	4
	2		5
	3		6
	4		7b
	5	中音	1
	6		2
	7		3
中音	1		4
	2		5
	3		6
	4		7b
	5	高音	1
	6		2
	7		3
高音	1		4

G调	音名	C调	音名
低音	1	低音	5
	2		6
	3		7
	4	中音	1
	5		2
	6		3
	7		4#
中音	1		5
	2		6
	3		7
	4	高音	1
	5		2
	6		3
	7		4#
高音	1		5

图 4. 不同调号对应 C 调音级

MATLAB 练习 2: 在 2.1 函数的基础上，编写函数

```
function freq = num2freq(num, scale)
```

% num为输入数字音符，freq为输出的频率，scale 为调号

计算 A-G 调的频率。

2.3 音符长短

简谱中，音的长短是在基本音符的基础上加短横线、附点表示的。

※) 短横线的用法有两种：写在基本音符右边的短横线叫增时线。增时线越多，音的时值就越长。

不带增时线的基本音符叫四分音符，每增加一条增时线，表示延长一个四分音符的时间。写在基本音符下面的短横线叫减时线。减时线越多，音就越短，每增加一条减时线，就表示缩短为原音符音长的一半。

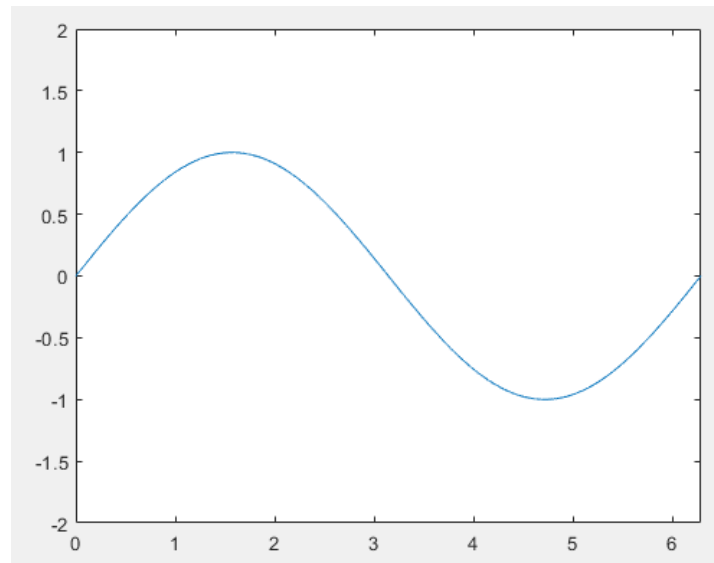
※) 写在音符右边的小圆点叫做附点，表示延长前面音符时值的一半。附点往往用于四分音符和少于四分音符的各种音符。带附点的音符叫附点音符。

3 生成不同频率波形

在 MATLAB 中，生成特定频率的波形一般用三角函数。

```
fs = 8192;  
x = linspace(0, 2 * pi, fs);  
y = sin(x)
```

以上代码生成了一个频率为 1 的正弦波。



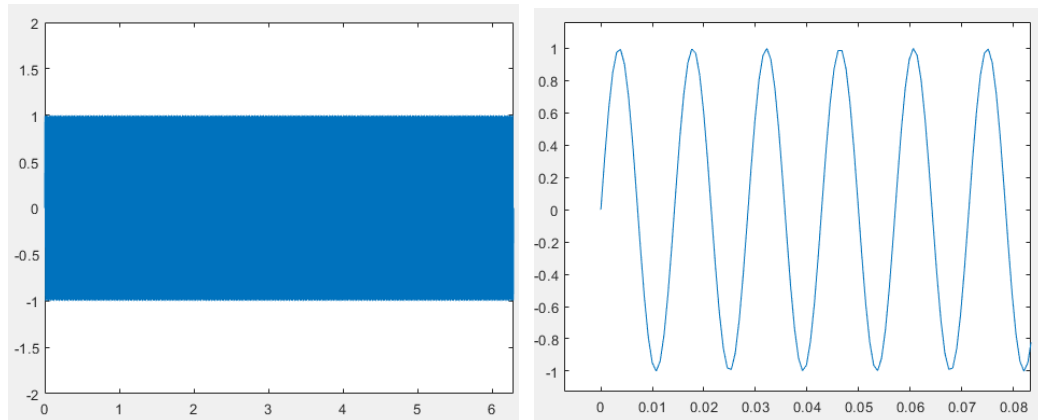
使用 sound 函数播放（用 help 命令了解 sound 函数用法）

```
sound(y, fs);
```

你会发现，什么都听不到，因为，人类听了频率范围是 20-20k Hz. 上面产生的正弦波频率太小了。将代码改成

```
fs = 8192;  
x = linspace(0, 2 * pi, fs);  
y = sin(440*x);  
plot(x,y);  
axis([0,2*pi,-2,2]);  
sound(y, fs);
```

你会听到一个持续 1 秒的 ‘du’ 的声音。波形如下图所示（右图为放大后）：



如果需要调整持续时长，则增加 x 长度。

```
rhythm = 5;
x = linspace(0, 2 * pi * rhythm, fs * rhythm);
```

使用 `sound` 函数播放，你会听到一个持续 5 秒的 ‘du’ 的声音。2.3 中介绍的符号决定了音乐中某个音符持续的时长，对应上面代码中的 **rhythm**，以 4/4 拍为例，每个音符持续时间设为 1/4 秒（可以自己定义），则延半拍（音符右边带小圆点）共持续 1/4+1/8 秒，一条减时线持续 1/8 秒，以此类推。

将数字简谱中的音符都转换成 1-7 表示的音级（频率），以及不同音级持续的时长，在使用上面介绍到的代码，生成每个音符对应的波形，将所有波形连接在一起，你将得到一段简单的音乐，你可以使用 `sound` 函数播放，也可以使用 `audiowrite` 函数（使用 `help` 命令了解其用法）将其写入音乐文件中。

MATLAB 练习 3 编写函数

```
function waves = gen_wave(tone, rhythm, fs, scale)
%tone为数字音符，rhythm为节拍，即每个音符持续时长，fs为采样频率，scale为调号
```

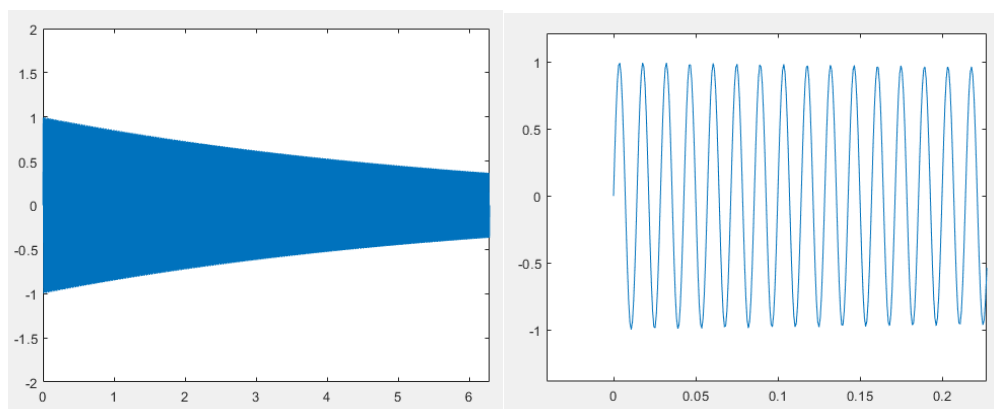
将图 1 中的《天空之城》 数字简谱转换成波形文件。

4 包络衰减

考虑到乐器演奏时，振动会有衰减，不会以固定幅度持续振动，因此一个包络衰减函数能够更加真实的模拟音乐的产生：

```
waves = y.*exp(-x/(rhythm * 2* pi));
```

增加这样一行代码，对生成的波进行指数衰减，新的波形如下图所示：



当然，也有很多别的衰减函数或许能带来更加真实的听感，如线性衰减，平方衰减等。

MATLAB 练习 4: 尝试使用不同的衰减函数对 2 中输出结果进行处理，使用 `sound` 函数播放并比较其听感，使用 `plot` 函数画出其波形并分析其播放效果，并选择其中你认为最好的。

5 泛音/不同乐器的音色区别

前面我们讲的乐谱中的音调都是指音乐的基频。而用乐器演奏音乐是，除了发出乐谱中的基频声音外，由于乐器的发声原理，还产生数量不等的驻波。驻波是指，当一根琴弦两端被固定时，我们拨动琴弦，琴弦振动部分的长度必须是半波长的整数倍，即，发出的声音频率包含基频以及基频的整数倍谐频。

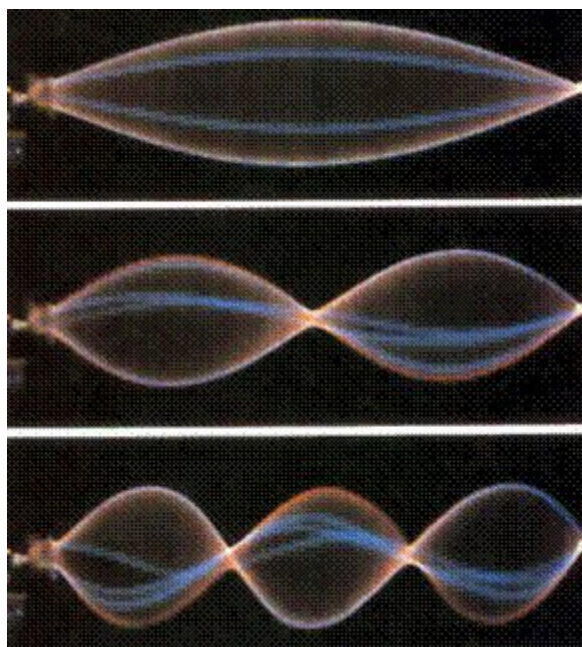


图 5. 驻波原理

所以乐器弹奏时会产生包括基频和若干整数倍频率的谐频，而主要的能量集中于基频。对于 2 倍、3 倍、4 倍、5 倍……的谐频，这些谐频的能量比例对于不同乐器各不相同，如果我们调整这个比例，将产生音色完全不同的声波：

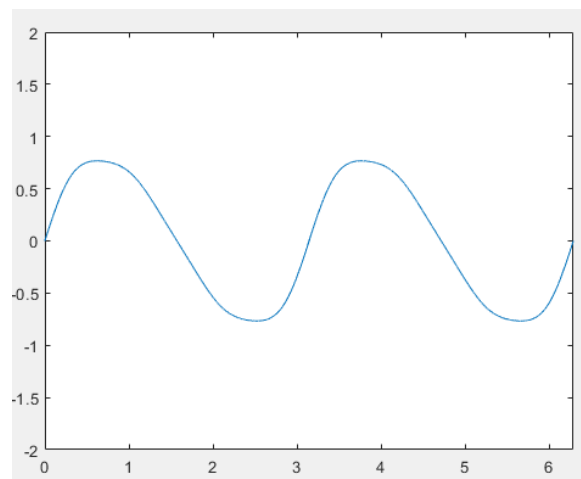
```
fs = 8192;
```

```

rhythm = 1;
freq = 2;
y = 0.8*sin(freq * x)+0.1*sin(2*freq *
x)+0.05*sin(3*freq * x)+0.025*sin(4*freq * x);
%waves = y.*exp(-x/(rhythm * 2* pi));
plot(x,y);
axis([0,2*pi,-2,2]);

```

如果用上面这段程序来产生乐曲，得到的新的波形如图所示，使用 sound 函数播放，你会发现，其音色明显与 2 中不同。



MATLAB 练习 5： 在 3 的基础上，尝试不同的谐波能量比例，用 plot 分析其波形以及频谱波形，并分析产生的音乐的音色差别。选择你喜欢的音色，将图 1 中的《天空之城》或者你喜欢的其他音乐转换成 wav 格式的音乐。

6 实验要求

1. 完成 MATLAB 练习 1-5，包括代码，结果，观察，分析等。
2. 完成完整的 代码（包含音符频率计算（num2freq），单个音符波形数据生成（gen_wave），整个简谱波形数据生成（gen_music）共三个函数文件，以及将波形数据保存成音乐文件（建议 wav 格式）的脚本文件），从一份简谱生成一段音乐数据，尝试调整代码中的包络衰减、谐波能量比例等，并分析其对听感的影响，尝试模拟某种乐器的声音，并给出结果分析。
3. 提交文件清单：1）pdf 格式实验报告一份，包含代码，图片（非必须）以及分析过程。2）源代码压缩包，包含上文提到的三个函数和一个脚本文件。简谱数据文件以及最终保存下来的音乐文件。