

无线通信实验在线开放课程

主讲人：吴光 博士

广东省教学质量工程建设项目





第二章

FM系统设计与仿真

FM 广播



FM广播简介

- 在日常生活中，我们习惯上用FM来指一般的调频广播。FM调频广播在世界上绝大部分的国家有着相同的标准，其频率范围一般为87MHz~108MHz，每个电台的频带宽度为200kHz，FM收音机可以收听到这些频段的信号。

FM广播系统模型



- 一个简化的FM系统模型包含信源、FM调制器、无线信道、FM解调器、信宿五个模块。

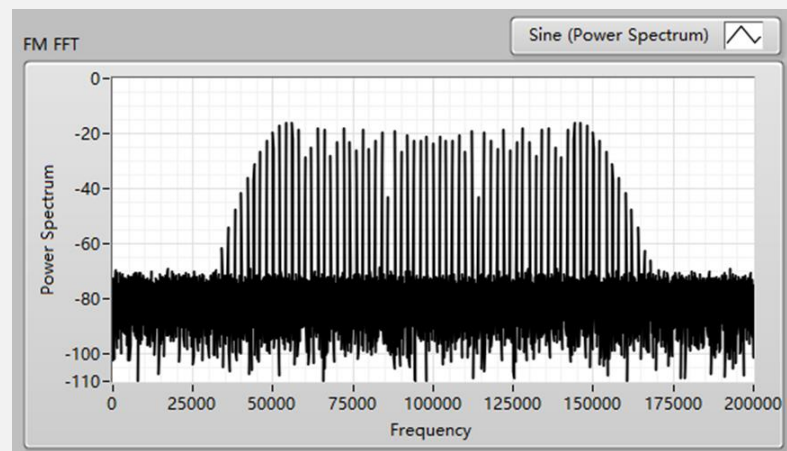
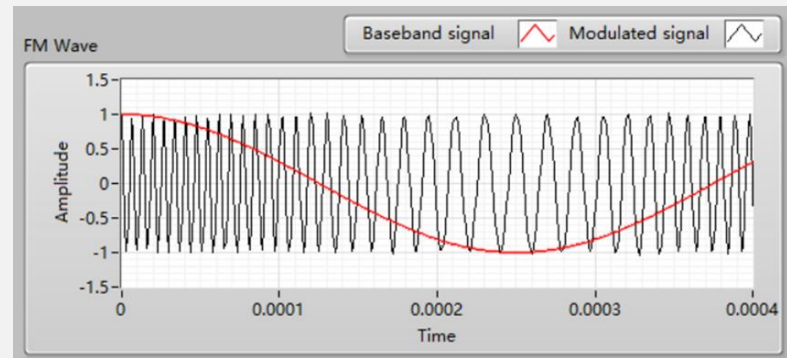


- **FM调制器的作用**是将语音信号调制到高频载波上，然后通过天线将高频信号辐射到空间中去。
- **FM解调器的作用**是将天线接收的高频信号进行解调，恢复原始的语音信号。

目录



- FM程序设计与仿真
- FM调制原理
- FM解调原理
- FM仿真调试与分析



FM程序设计



数学模型

程序框图

单音测试

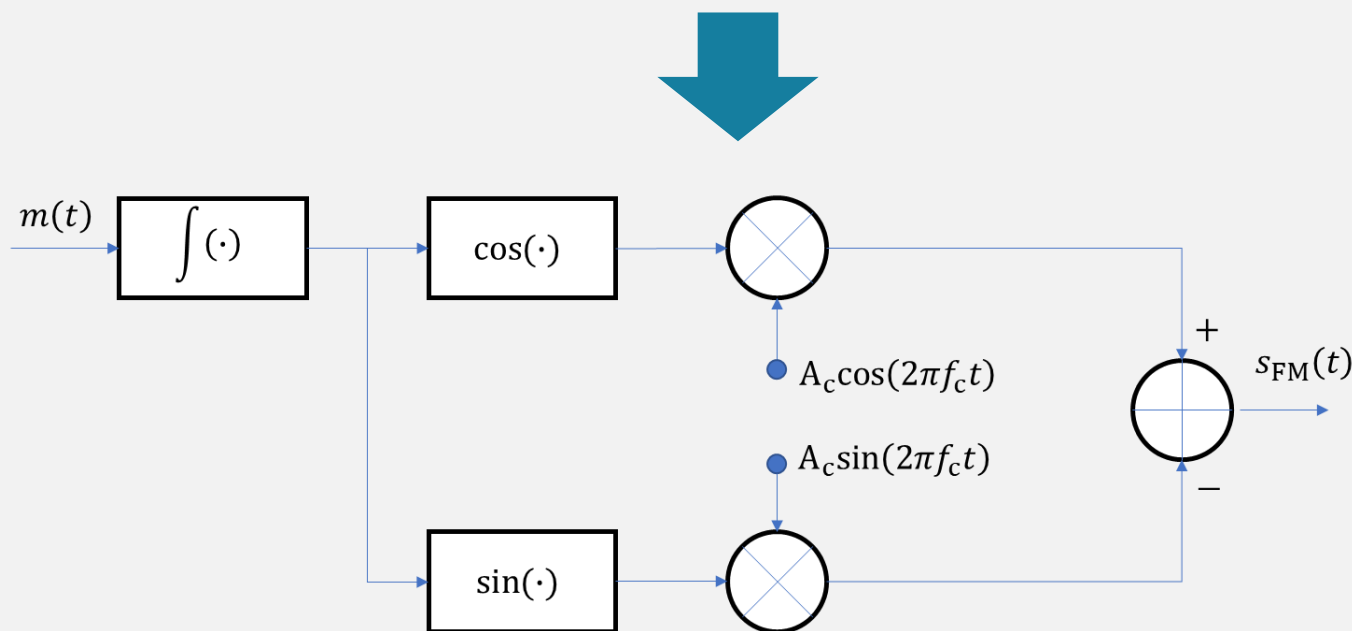
系统测试

FM程序设计——WBFM



- FM调制的数学表达式如下：

$$s_{\text{FM}}(t) = A_c \cos \left[\frac{2\pi\Delta f}{\max\{|m(t)|\}} \int m(\tau) d\tau \right] \cos(2\pi f_c t) - A_c \sin \left[\frac{2\pi\Delta f}{\max\{|m(t)|\}} \int m(\tau) d\tau \right] \sin(2\pi f_c t)$$

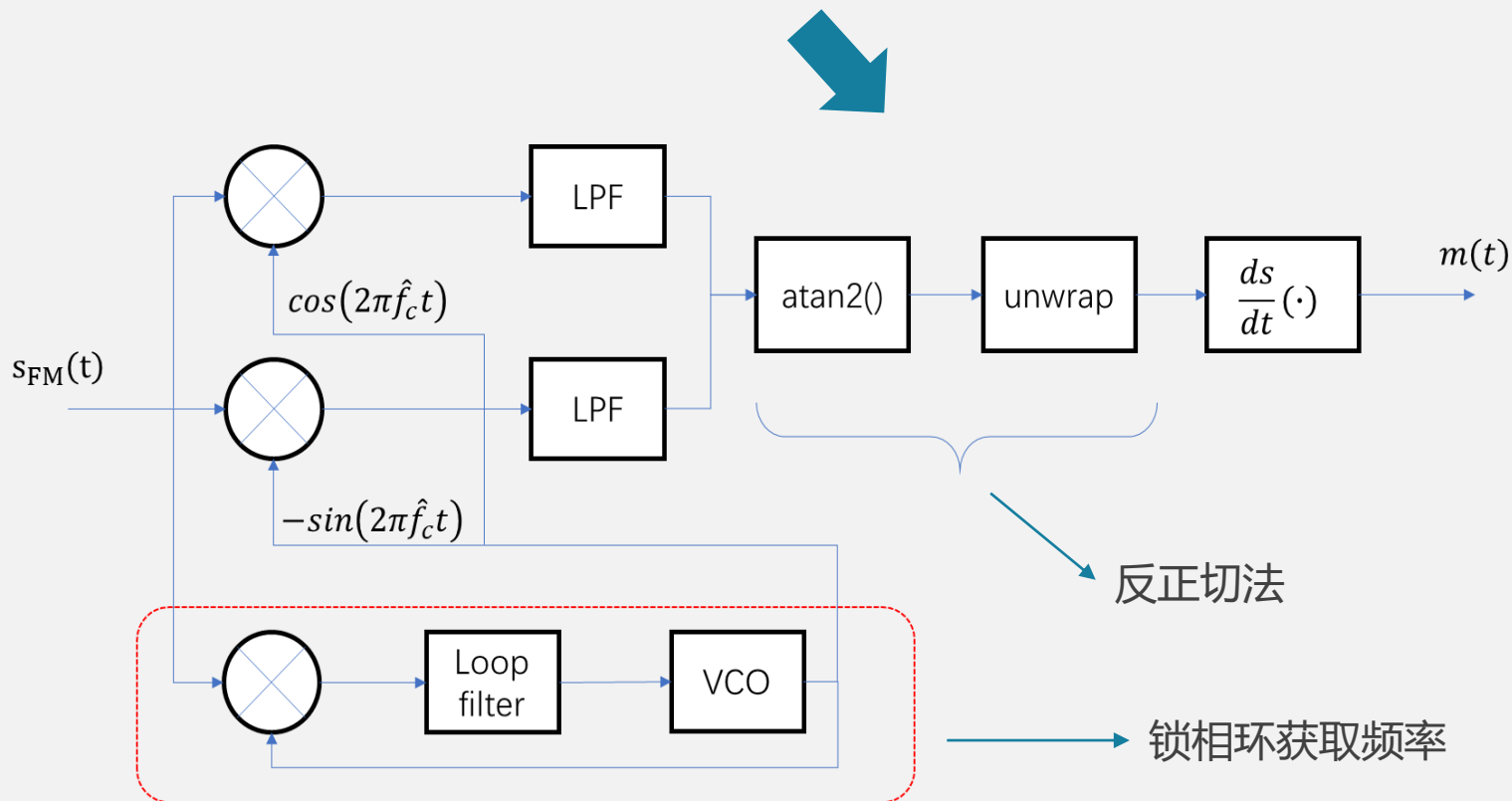


FM程序设计——WBFM



- 反正切解调的数学表达式如下：

$$\frac{d}{dt} \arctan \left\{ \left(\sin \left[\frac{2\pi\Delta f}{\max\{|m(t)|\}} \int m(\tau) d\tau \right] \right) / \left(\cos \left[\frac{2\pi\Delta f}{\max\{|m(t)|\}} \int m(\tau) d\tau \right] \right) \right\} = \frac{2\pi\Delta f}{\max\{|m(t)|\}} \cdot m(t)$$



FM仿真——WBFM



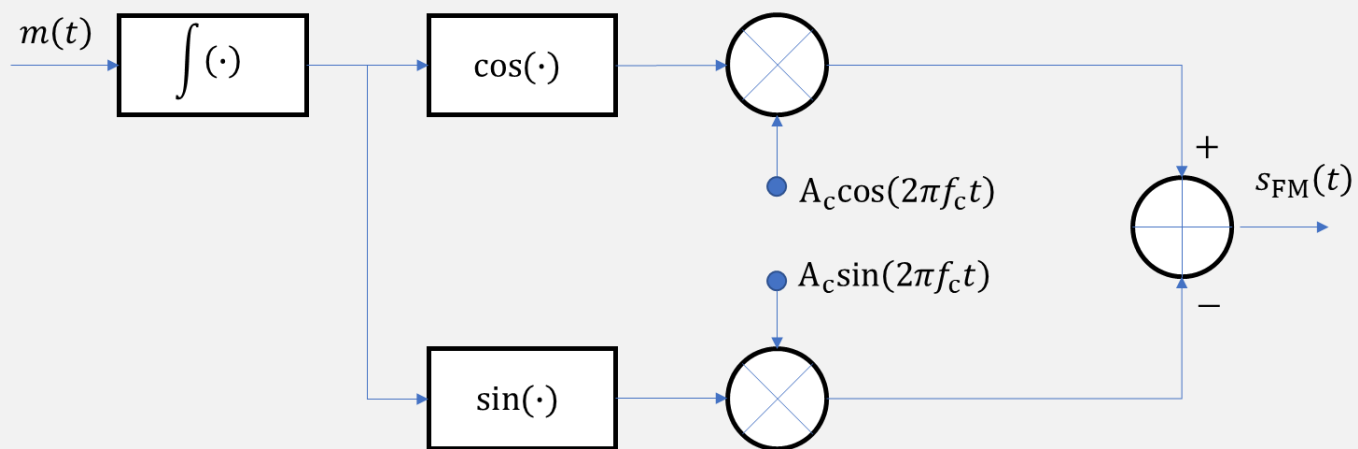
- 在LabVIEW中用以下参数进行仿真

参数	参数值
基带信号	单音信号/WAV文件
载波信号频率	100kHz
载波信号幅度	1
WBFM频偏	50kHz
信道	AWGN
低通滤波器截止频率	60kHz
采样率	1MHz
采样点数	100k

FM仿真——WBFM



- 基于调制系统框架流程设计调制程序

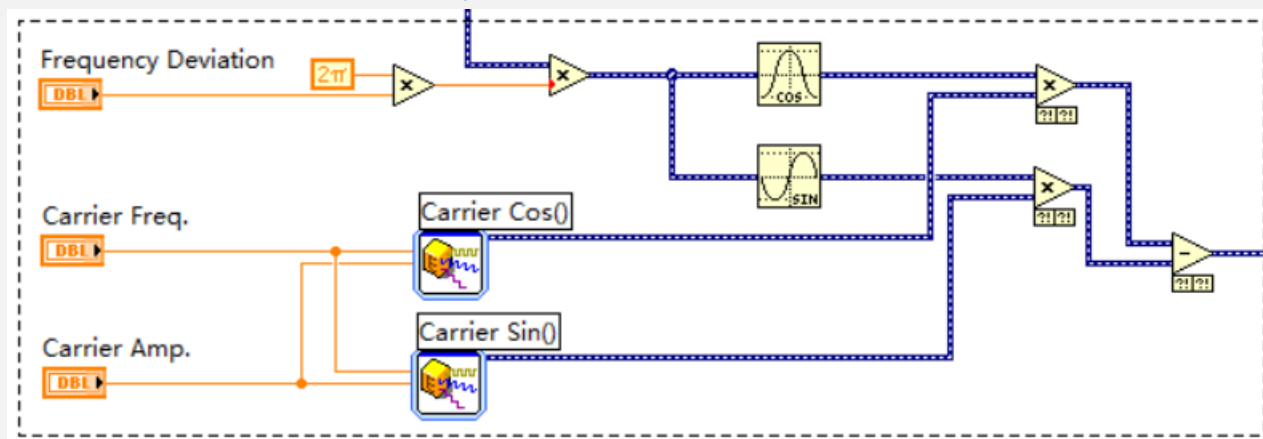


FM仿真——WBFM



- 基于调制系统框架流程设计调制程序

基带信号积分后输入

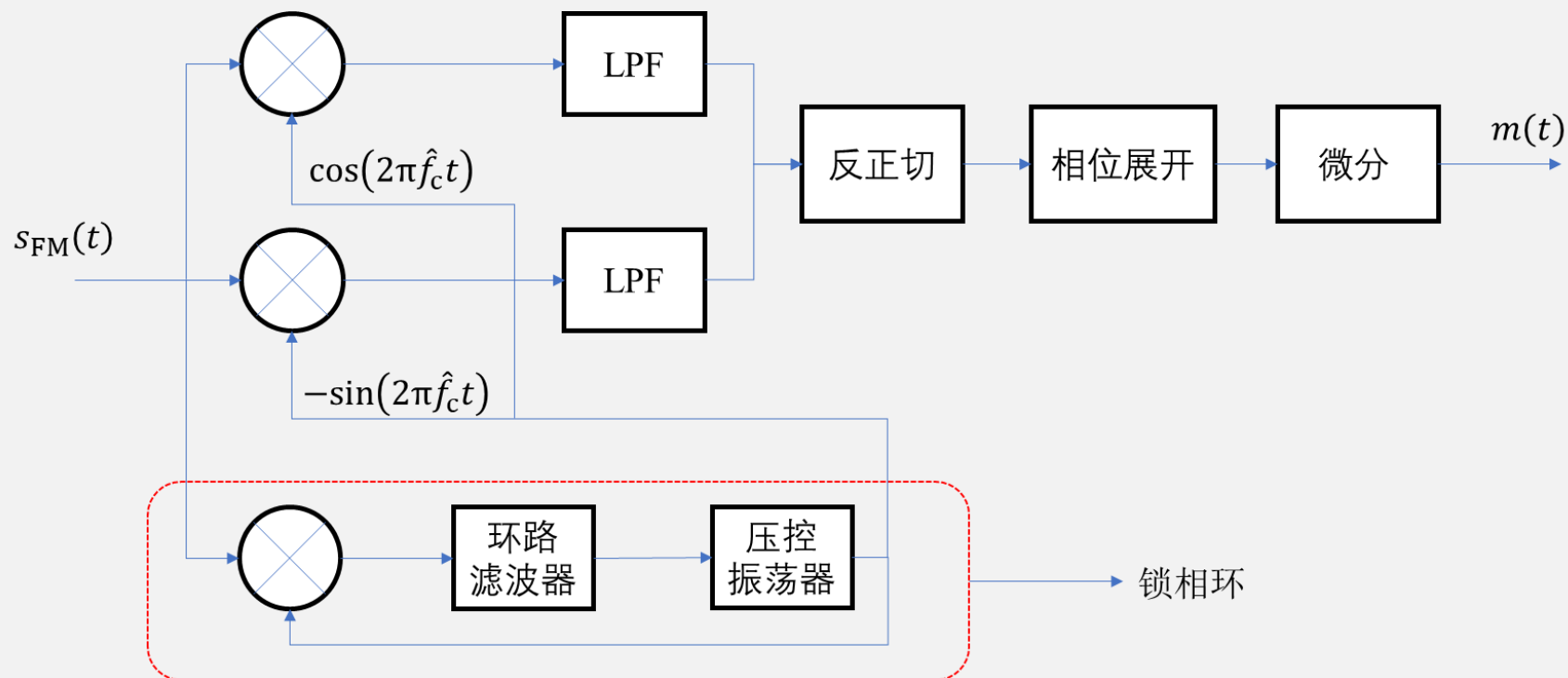


调制信号输出

FM仿真——WBFM



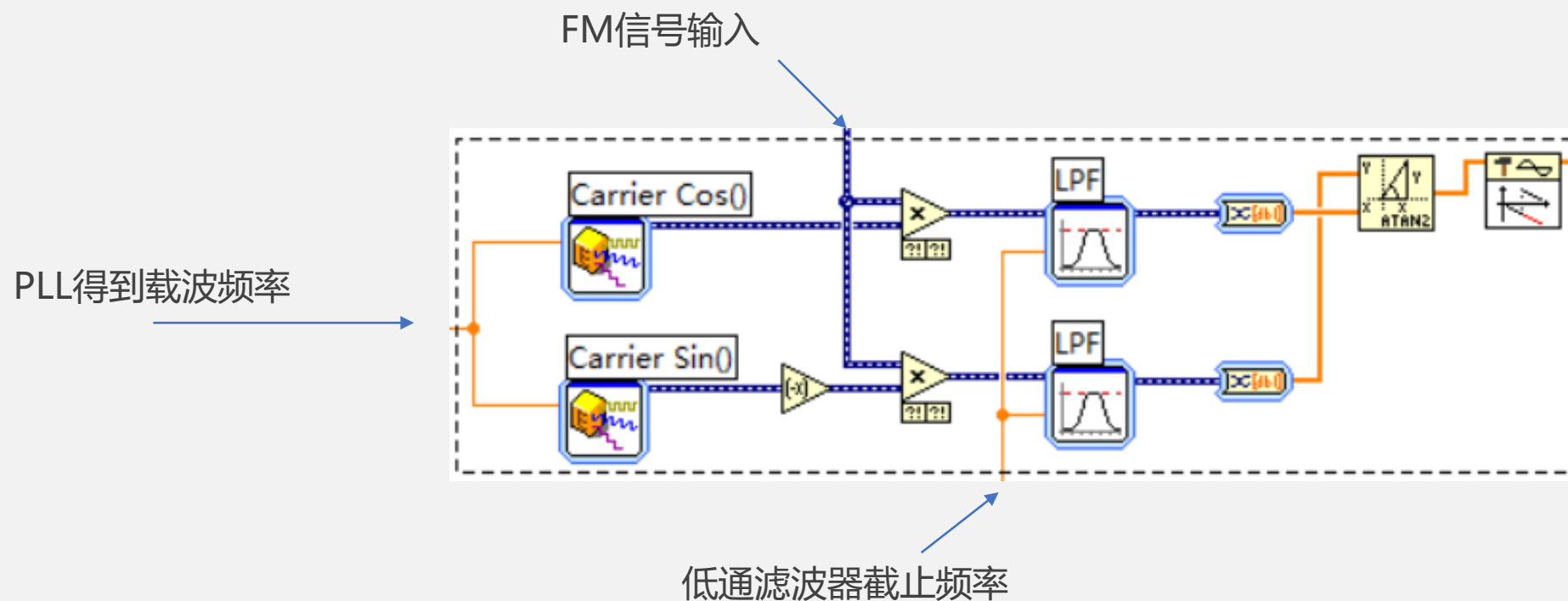
- 基于解调系统框架流程设计解调程序



FM仿真——WBFM



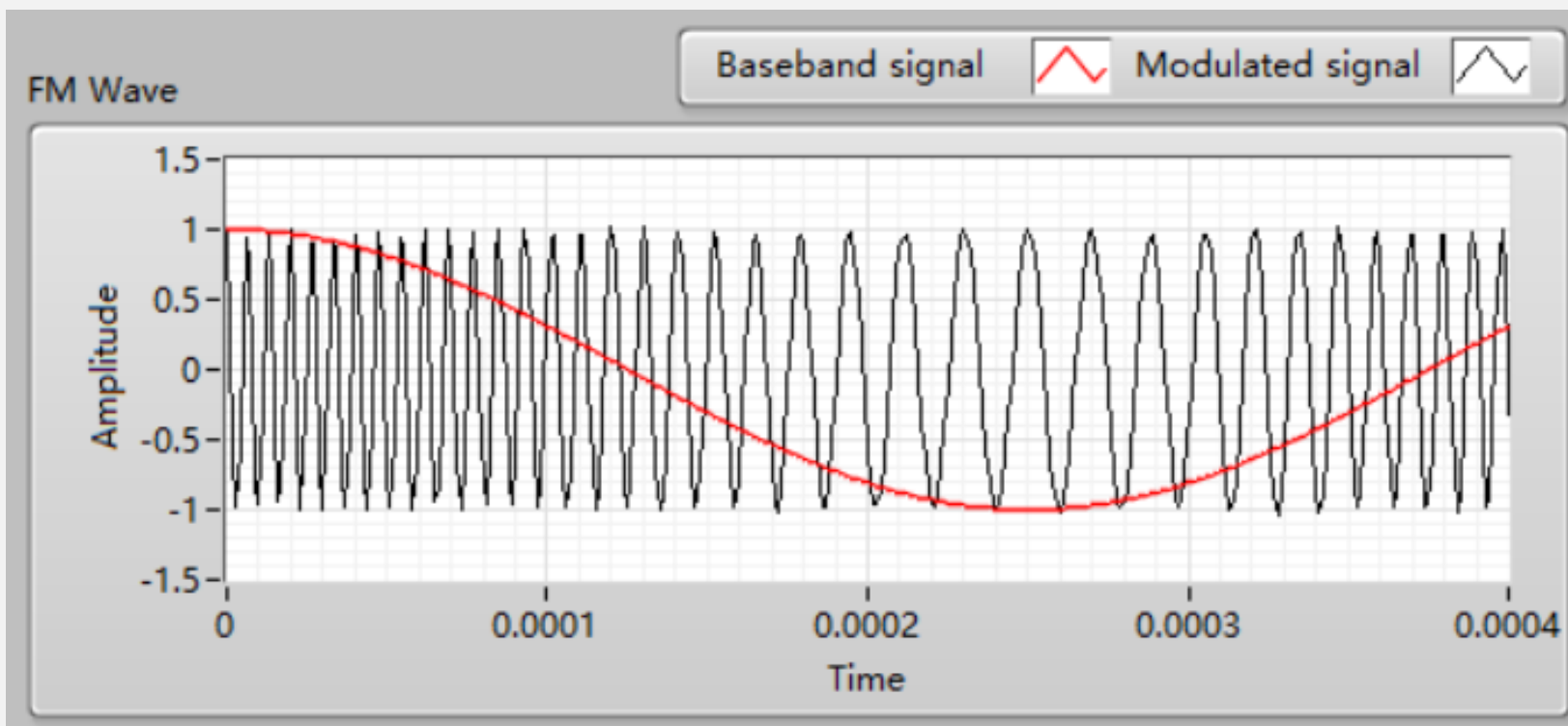
- 基于解调系统框架流程设计解调程序



FM仿真结果——单音WBFM



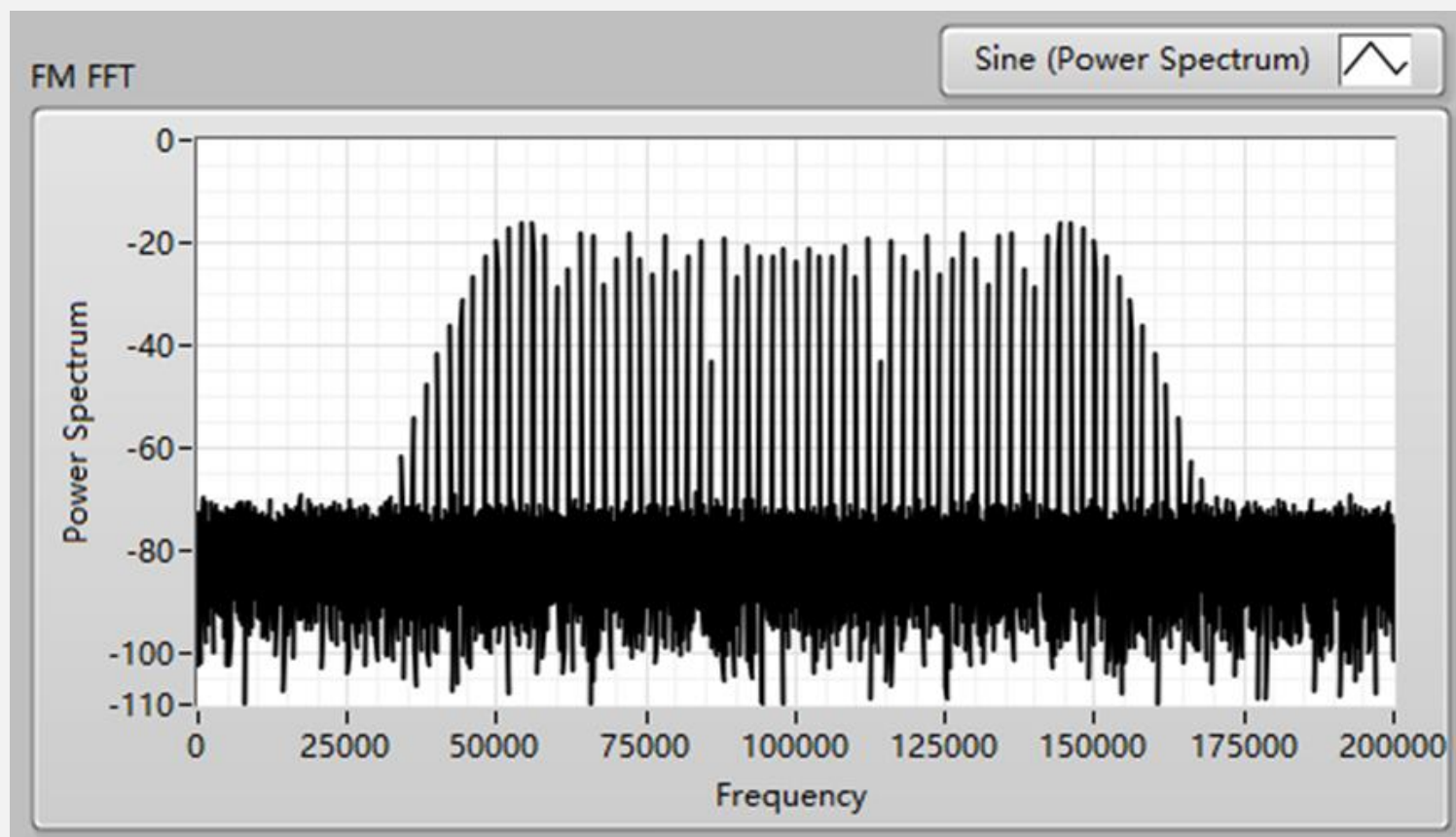
- 基带信号为2kHz单频信号，设信道信噪比为30dB的测试结果：



FM仿真结果——单音WBFM



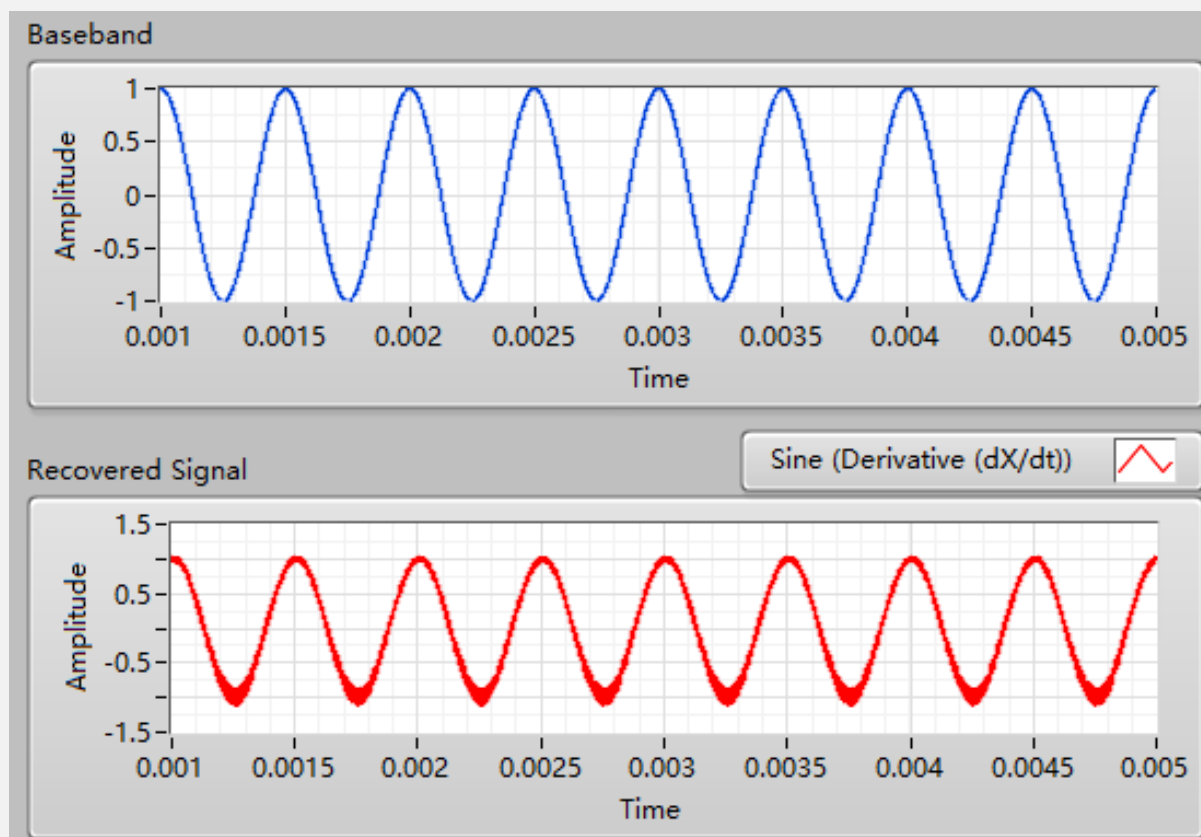
- 基带信号为2kHz单频信号，设信道信噪比为30dB的测试结果：



FM仿真结果——单音WBFM



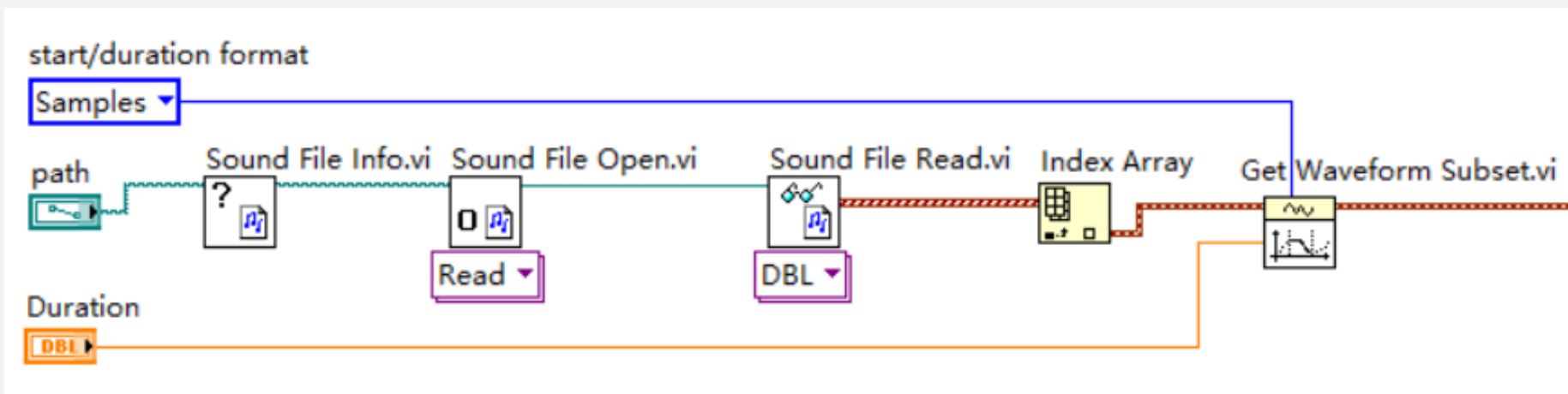
- 基带信号为2kHz单频信号，设信道信噪比为30dB的测试结果：



FM仿真——语音WBFM



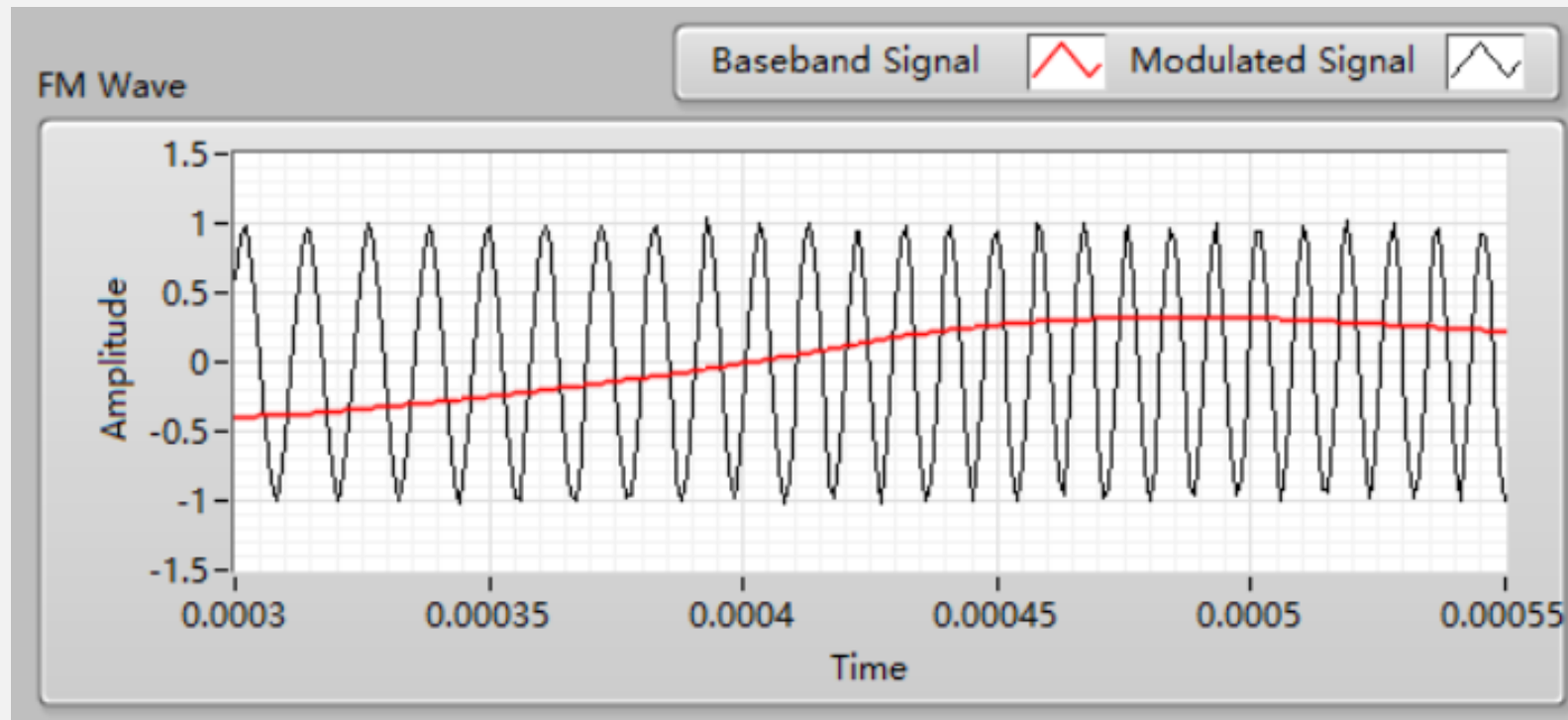
- 在完成单音信号的WBFM传输仿真后，接下来将WAV语音文件作为基带信号进行测试。
- LabVIEW中导入WAV语音波形文件的程序如下：



FM仿真结果——语音WBFM



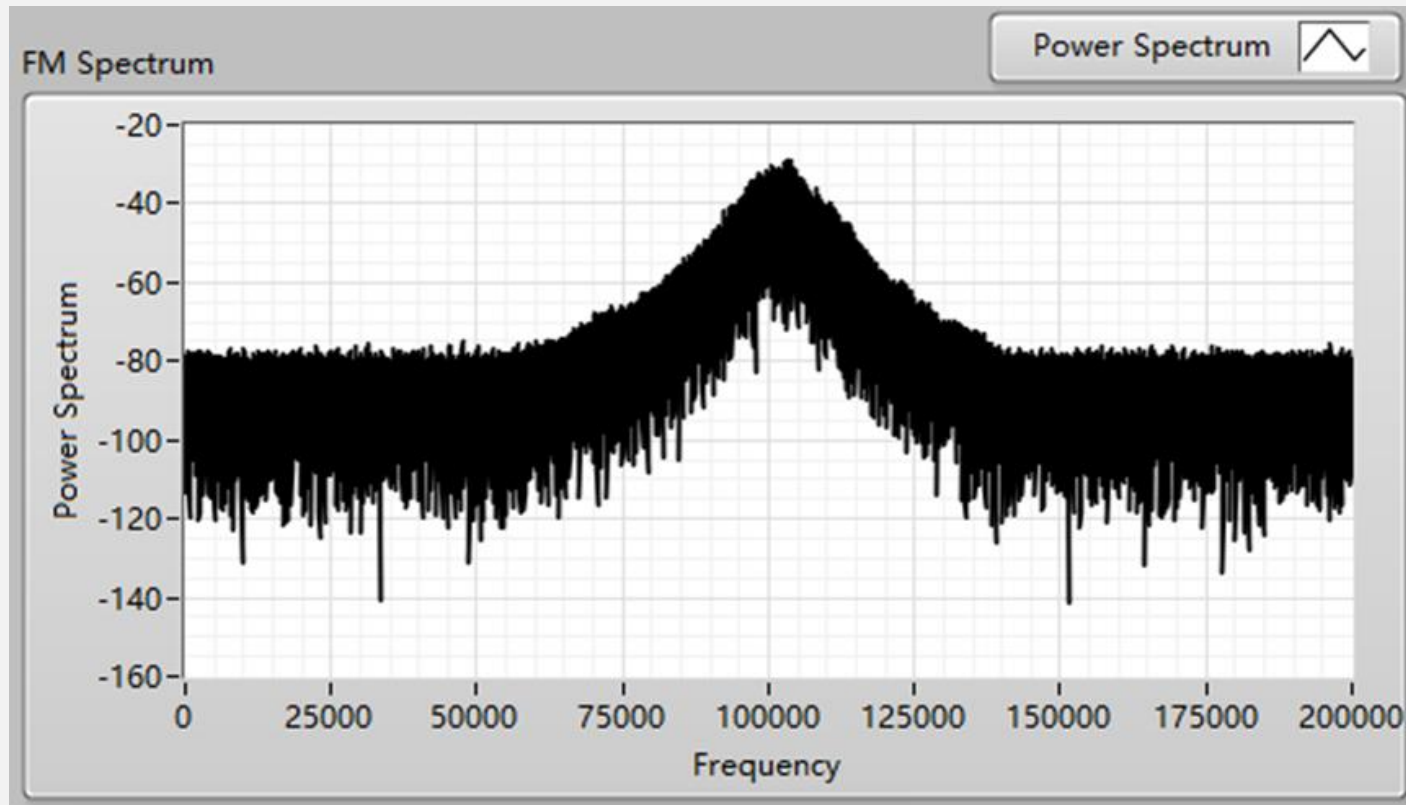
- 基带信号为时长1s的语音信号，信噪比仍为30dB:



FM仿真结果——语音WBFM



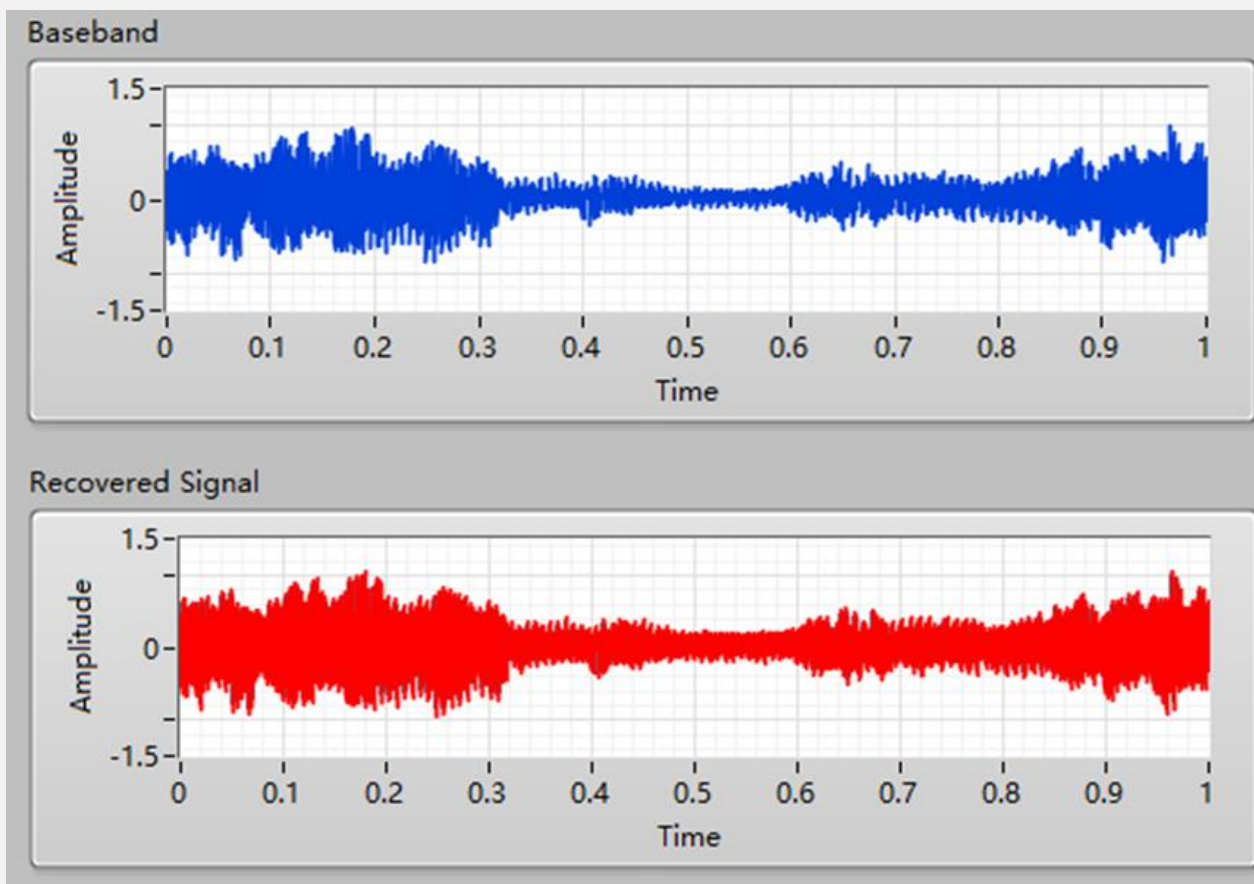
- 基带信号为时长1s的语音信号，信噪比仍为30dB:



FM仿真结果——语音WBFM



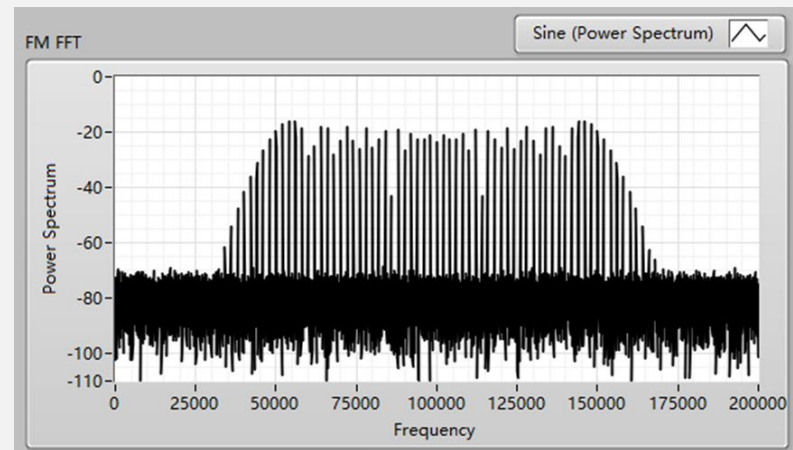
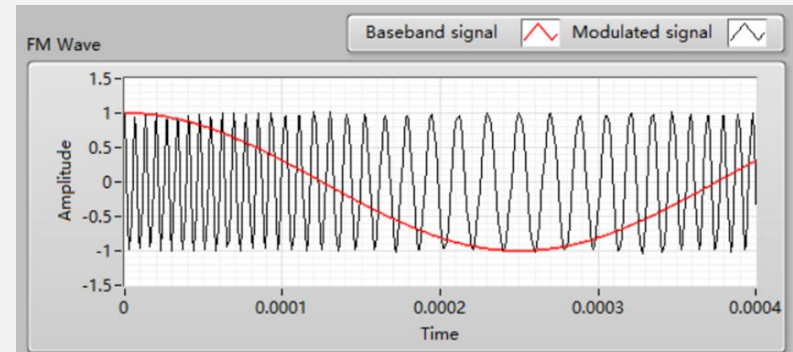
- 基带信号为时长1s的语音信号，信噪比仍为30dB，可以在扬声器上听到恢复的音乐：



目录



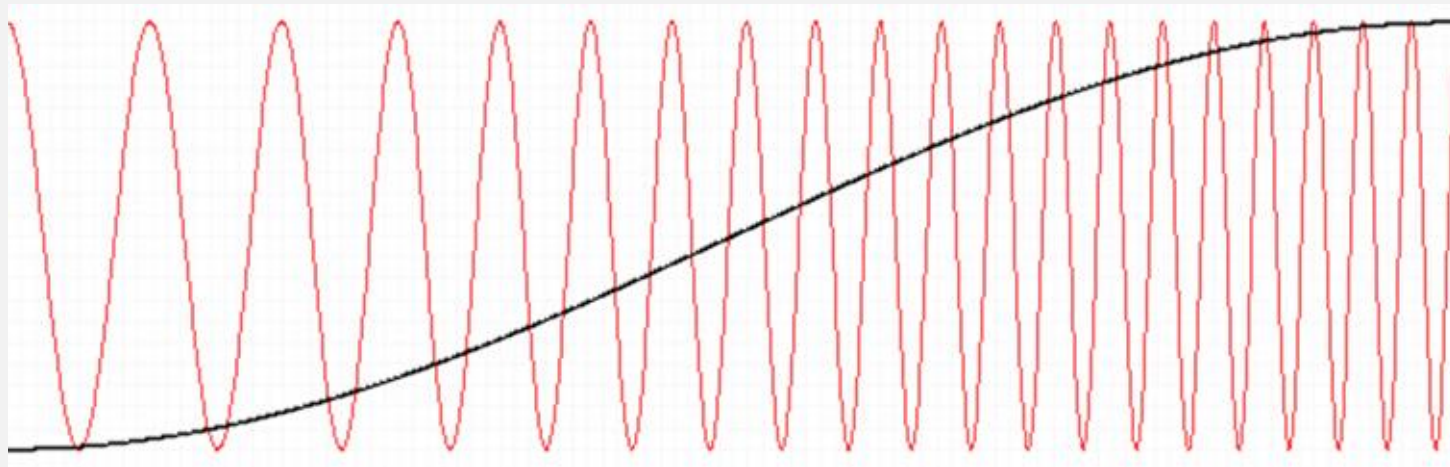
- FM程序设计与仿真
- FM调制原理
- FM解调原理
- FM仿真调试与分析



FM调制基本原理



- 无线调制有多种方式，其中频率调制（FM）就是利用**载波信号**频率的变化传输基带信号。





FM调制的时域表达式

- 由FM原理，我们定义载波信号的频率 f_c 随调制信号 $m(t)$ 的变化式如下， k_f 为调制灵敏度：

$$f_i = f_c + k_f \cdot m(t)$$

- 由频率与相位的关系可以得到：

$$s_{FM}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau)$$

- 定义 $m_p = \max\{|m(t)|\}$ ， f_{max} 为基带信号的最大频率，可得下式，其中调制指数 $\beta = \frac{k_f m_p}{f_{max}}$

$$s_{FM}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + 2\pi \beta \frac{f_{max}}{m_p} \int_0^t m(\tau) d\tau)$$



单频信号NBFM的时域表达式

$$s_{FM}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + 2\pi\beta \frac{f_{max}}{m_p} \int_0^t m(\tau) d\tau)$$

- 当基带信号为单频信号(Cosine), 且调制指数 $\beta \ll 1$ (NBFM)时, 可进一步利用三角函数化简为下式:

$$s_{NBFM}(t) \approx A_c \cos 2\pi f_c t - [A_c \beta \sin(2\pi f_m t)] \sin 2\pi f_c t$$

- 对其进行傅里叶变换可得其频域表达式:

$$S_{NBFM}(f) = \pi A_c [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] + \frac{A_c k_f}{2} \left[\frac{\delta(f - f_c)}{f - f_c} - \frac{\delta(f + f_c)}{f + f_c} \right]$$



单频信号WBFM的时域表达式

- 对于单频的WBFM调制，可以由傅里叶级数得到如下表达式：

$$s_{\text{WBFM}}(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos[2\pi(f_c + nf_m)t]$$

- 其中 $J_n(\beta)$ 为第一类 n 阶贝塞尔函数，傅里叶变换后有：

$$S_{\text{WBFM}}(f) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(f - f_c - nf_m) + \delta(f + f_c + nf_m)]$$

- WBFM信号的频谱 $S_{\text{WBFM}}(f)$ 由载波分量 f_c 以及无数边频分量 $(f_c \pm nf_m)$ 构成。

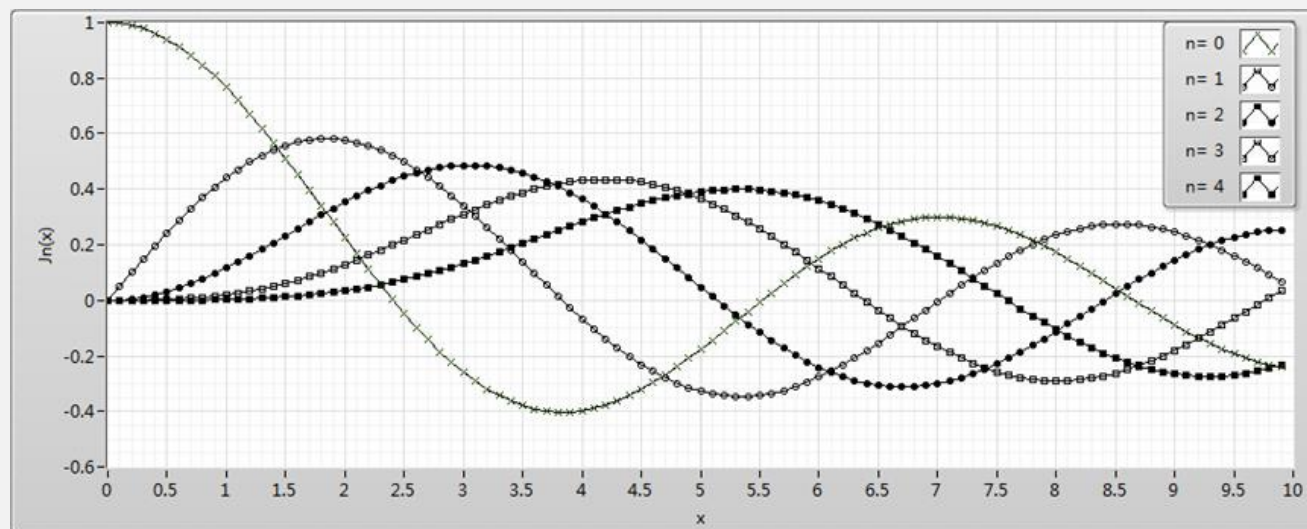
FM调制原理——贝塞尔函数



- 在对WBFM信号复杂的频谱进行分析时，我们用到了第一类n阶贝塞尔函数：

$$J_n(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! (n+m)!} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^{(n+2m)}$$

- 当n一定时，随着x增加振荡不断减弱；当x一定时， $J_n(x)$ 幅度随着n的增加而减小



FM调制原理——贝塞尔函数



$$J_n(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{m! (n+m)!} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^{(n+2m)}$$

- 利用 $J_n(x)$, $\cos(x\sin\theta)$ 和 $\sin(x\cos\theta)$ 的傅里叶展开分别为:

$$\cos(x\sin\theta) = J_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_n(x) \cos(2n\theta)$$

$$\sin(x\cos\theta) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(x) \sin(2n-1)\theta$$

WBFM的带宽估计——卡森准则



$$S_{\text{WBFM}}(f) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(f - f_c - nf_m) + \delta(f + f_c + nf_m)]$$

- n 增大时 $J_n(\beta)$ 逐渐减小，可以认为实际频谱有限。
- 对于WBFM信号的带宽估计，通常采用的原则是，当 $\beta \gg 1$ 以后，取边频数 $n = \beta + 1$ 即可，调频信号的有效带宽 BW_{WBFM} 可表示为：

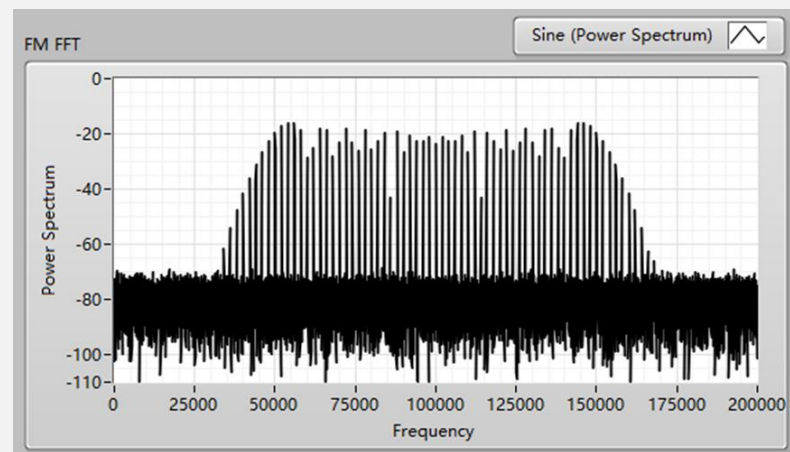
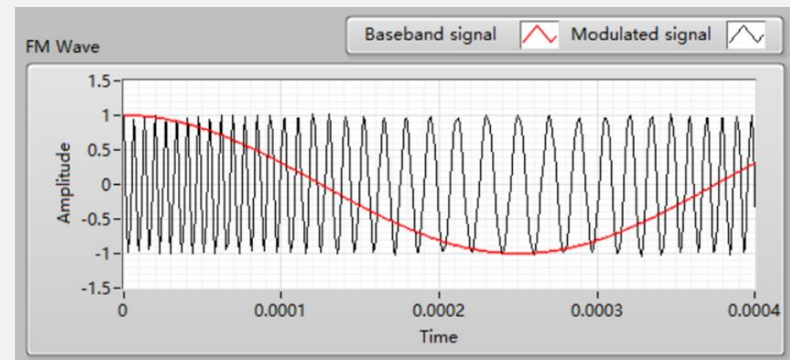
$$BW_{\text{WBFM}} \simeq 2\Delta f + 2f_m = 2\Delta f \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

- 这个式子被称为卡森公式/准则(Carson's Rule)。

目录



- FM程序设计与仿真
- FM调制原理
- FM解调原理
- FM仿真调试与分析



FM解调基本原理



$$s_{FM}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau)$$

- 从FM信号中解调得到基带信号 $m(t)$ ，通常有以下两种方法：
 - 反正切法：从信号中的瞬时相位 $2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau$ 中得到基带信号；
 - 包络检波法：对信号求导后经过包络检波器并去除直流分量得到基带信号

FM解调原理——反正切解调



- 对于从以上FM通式，可以用三角函数将其展开为：

$$s_{\text{FM}}(t) = A_c \cos[\theta(t)] \cos(2\pi f_c t) - A_c \sin[\theta(t)] \sin(2\pi f_c t)$$

- 其中 $\theta(t) = 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau$ 为FM调制信号的瞬时相位，定义 $I(t) = A_c \cos[\theta(t)]$ ， $Q(t) = A_c \sin[\theta(t)]$ ，这样上式可进一步化为：

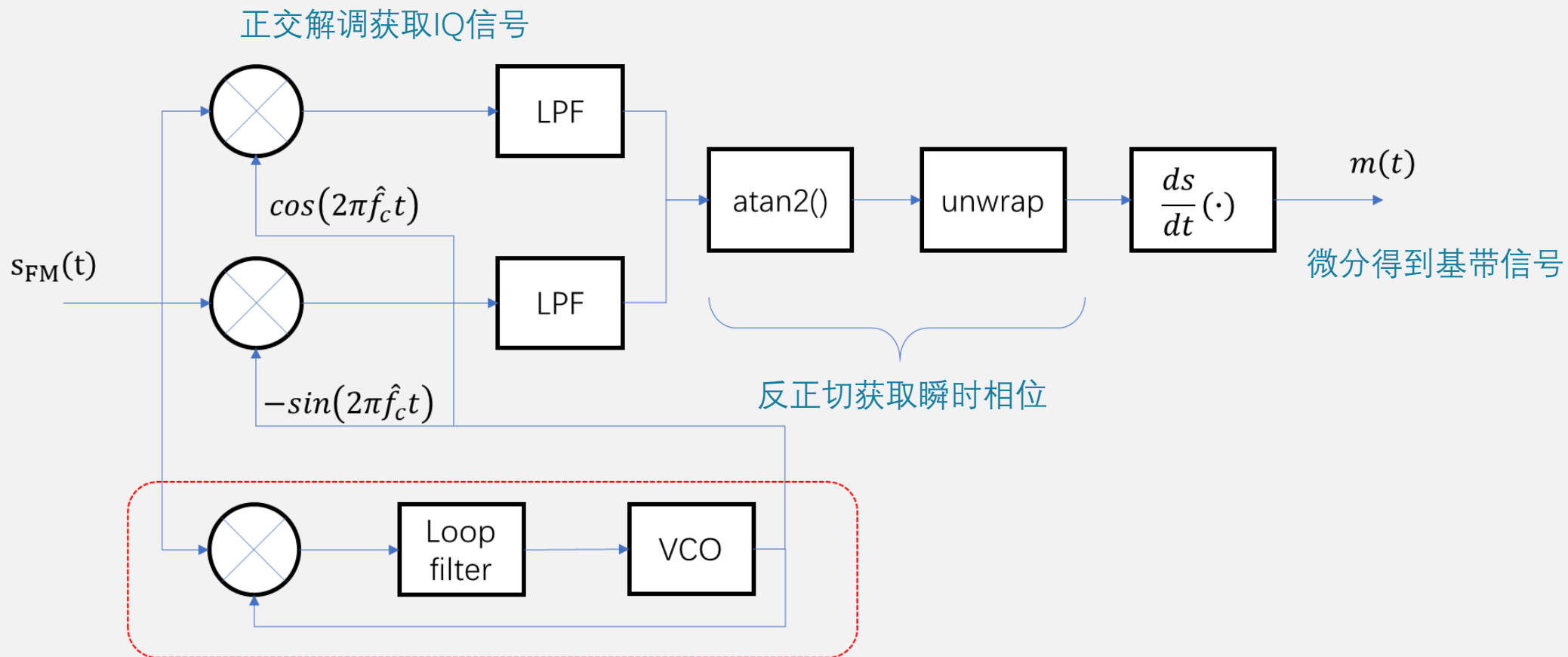
$$s_{\text{FM}}(t) = I(t) \cos(2\pi f_c t) - Q(t) \sin(2\pi f_c t)$$

- 从FM调制信号中获取I/Q两路信号后，对它们的商进行反正切运算，便可以得到瞬时相位：

$$\theta(t) = \arctan \frac{Q(t)}{I(t)}$$

- 对瞬时相位 $\theta(t) = 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau$ 进行微分，就可以解调出基带信号 $m(t)$

FM解调原理——反正切解调



FM解调原理——包络检波



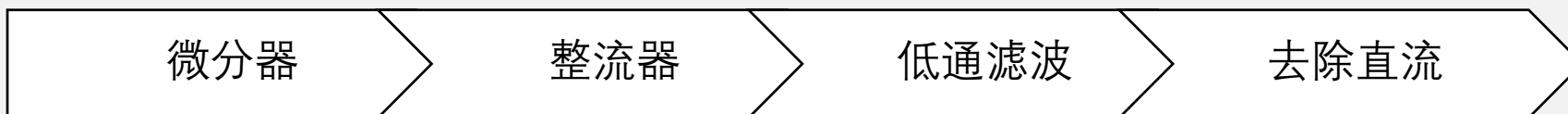
- 我们可以直接对FM调制信号求导得到：

$$\frac{ds_{\text{FM}}(t)}{dt} = -A_c [2\pi f_c + 2\pi k_f m(t)] \sin[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau]$$

- 经过包络检波器后得到其包络：

$$-A_c [2\pi f_c + 2\pi k_f m(t)]$$

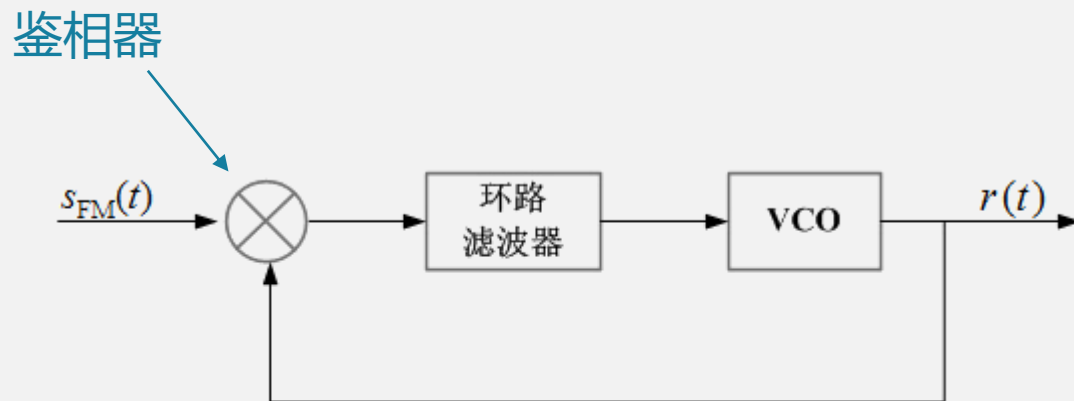
- 去除其中的直流分量 $2\pi f_c$ 并除以增益 $-A_c \cdot 2\pi k_f$ 后便可以得到基带信号 $m(t)$



FM解调原理——锁相环



- 锁相环(Phase-Locked Loop, PLL)是一个由鉴相器、环路滤波器、和压控振荡器组成的负反馈系统。

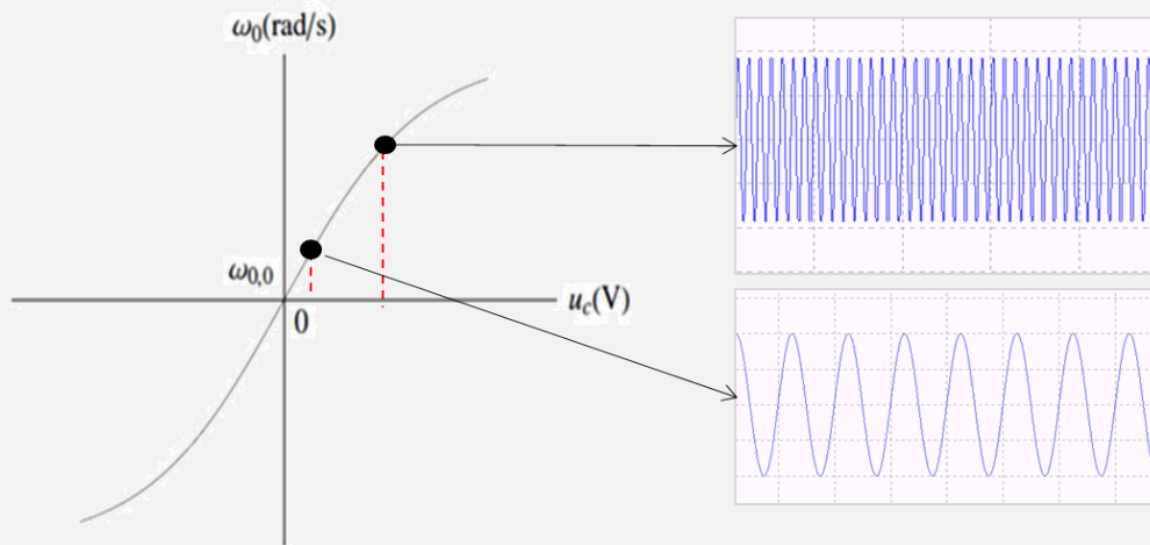


- 通过正交解调获取IQ信号时，需要调制信号的载波频率，锁相环可以通过负反馈获取调制信号的频率。

锁相环基本原理——VCO



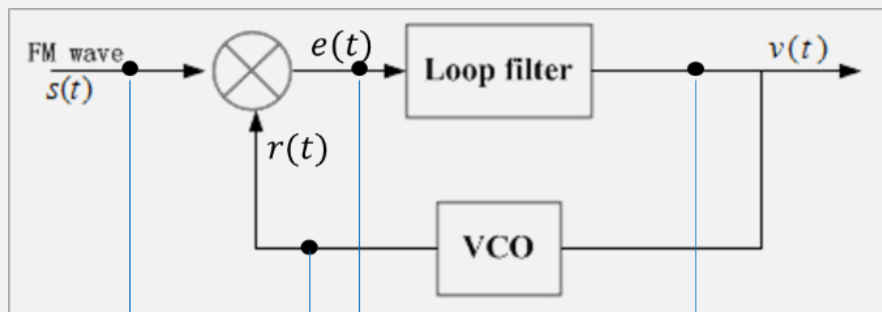
- 压控振荡器(Voltage Controlled Oscillator, VCO)可以通过电压控制产生不同频率的谐振信号。其主要通过一个电压控制的变容二极管实现控制电容，从而控制谐振频率。





锁相环工作原理

- 锁相环的工作模式如下图，此时鉴相器是一个简单的乘法器。可以用于估计已知模型但频率、相位未知的信号。



$$s(t) = \cos(2\pi f_c t + \varphi)$$

$$v(t) = \frac{1}{2} \cos[2\pi(f_c - \hat{f}_c)t + (\varphi - \hat{\varphi})]$$

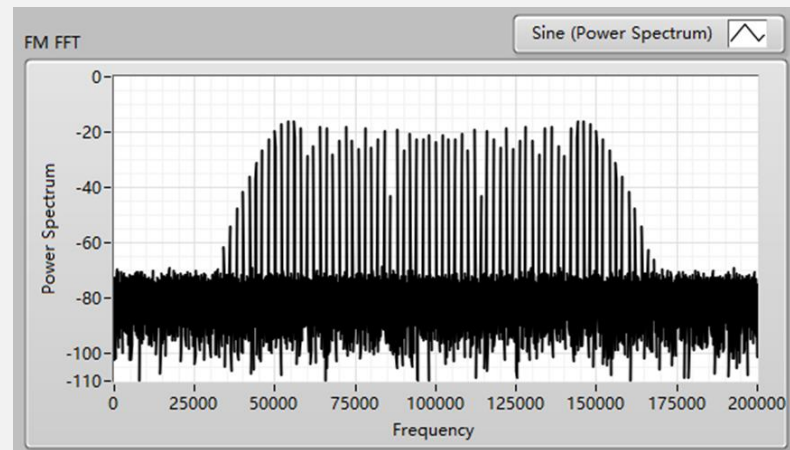
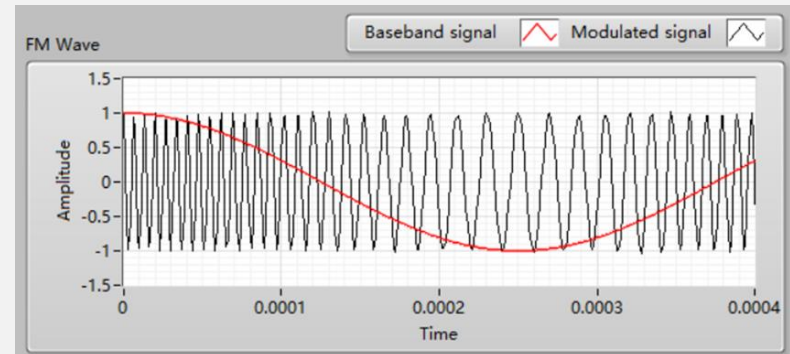
$$r(t) = \cos(2\pi \hat{f}_c t + \hat{\varphi})$$

$$e(t) = \frac{1}{2} \{ \cos[2\pi(f_c - \hat{f}_c)t + (\varphi - \hat{\varphi})] + \cos[2\pi(f_c + \hat{f}_c)t + (\varphi + \hat{\varphi})] \}$$

目录



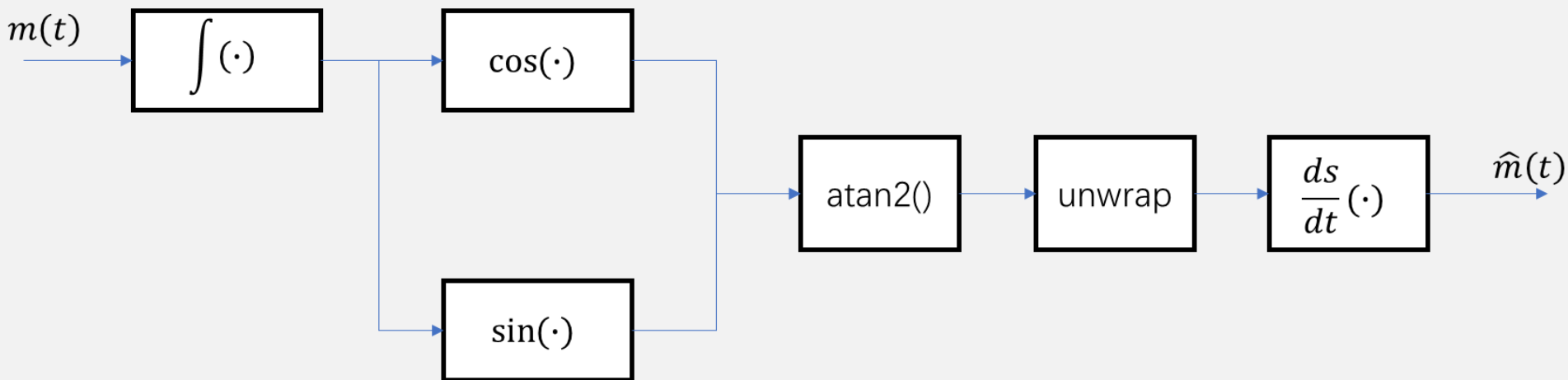
- FM程序设计与仿真
- FM调制原理
- FM解调原理
- FM仿真调试与分析





反正切解调仿真调试原理

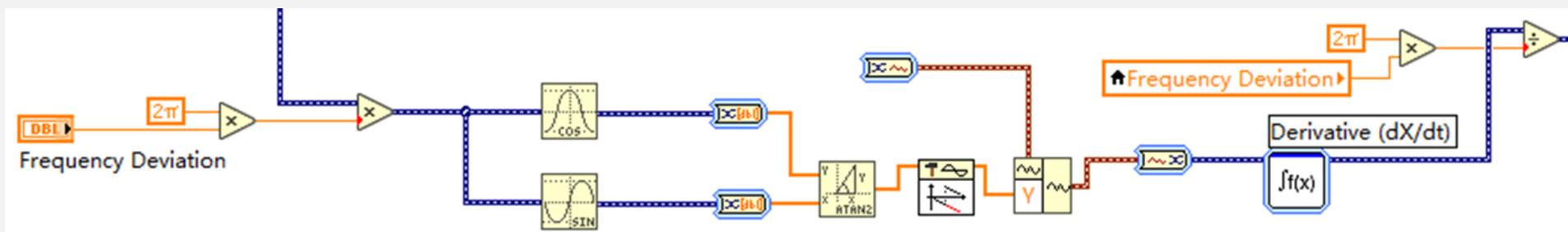
- 经过先前的分析，反正切解调中，需要从如下的FM调制信号中获取相位成分，其中，
- $\theta(t) = 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau$, $I(t) = A_c \cos[\theta(t)]$, $Q(t) = A_c \sin[\theta(t)]$





反正切解调仿真调试原理

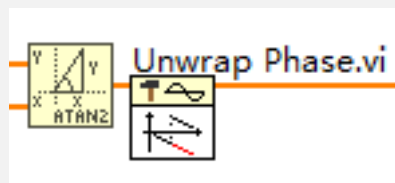
- 经过先前的分析，反正切解调中，需要从如下的FM调制信号中获取相位成分，其中，
- $\theta(t) = 2\pi k_f \int_0^t m(\tau) d\tau$, $I(t) = A_c \cos[\theta(t)]$, $Q(t) = A_c \sin[\theta(t)]$



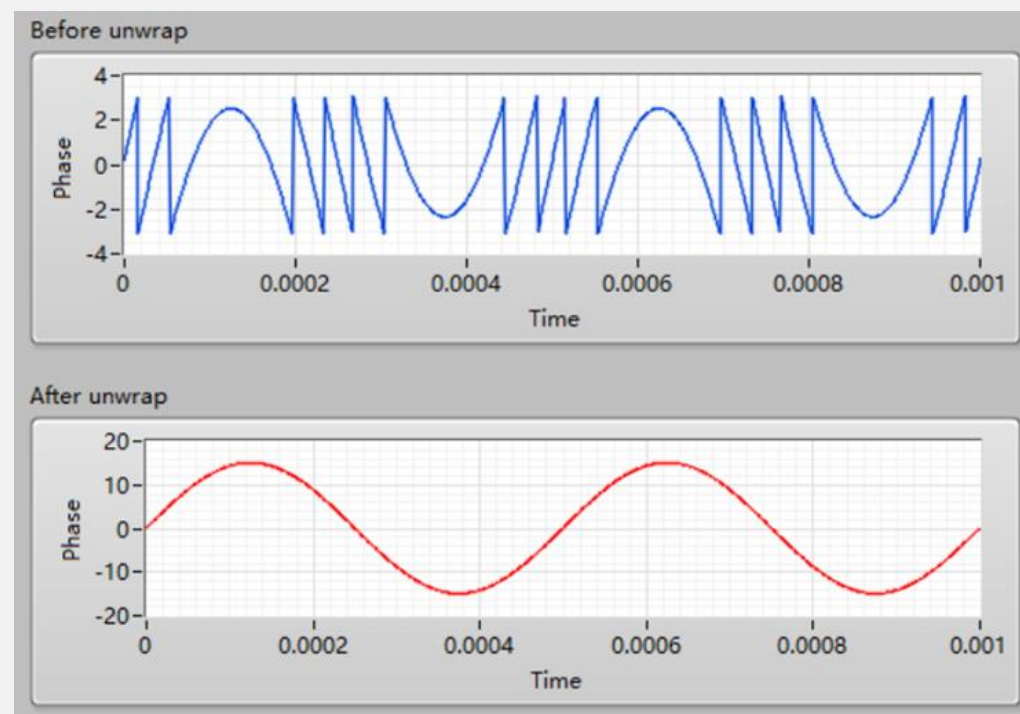
反正切解调仿真分析——相位展开



- 在实际的程序设计中，需要在反正切运算与微分器间加入**相位展开**模块，否则将无法解调。



- 这是因为正切函数为周期函数，反正切运算的值域为 $(-\pi, \pi)$ ，其得到的相位结果会出现不连续的情况。相位展开通过**将不连续点增加或减少 2π** 得到连续的相位。



包络检波解调仿真



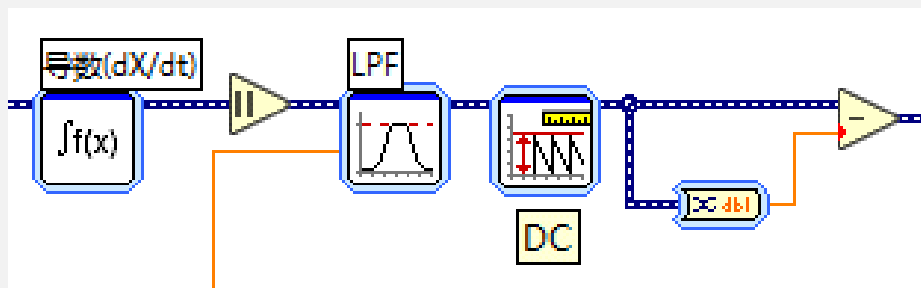
微分器

整流器

低通滤波

去除直流

- LabVIEW程序实现如下，其中我们用绝对值代替现实中的整流器：





FM解调的信噪比分析

- 根据FM解调原理得到基带信号的功率如下：

$$S_o = \overline{[2\pi k_f m(t)]^2} = 4\pi^2 k_f^2 \overline{m^2(t)}$$

- 当输入信噪比足够大($s_{FM}(t) \gg n(t)$)时，根据通信原理中带通噪声的功率计算得到输出噪声功率如下（ n_0 表示白噪声单边带功率谱密度）：

$$N_o = \frac{8\pi^2 n_0 f_m^3}{3A_c^2}$$

- 因此FM解调输出的理论信噪比为：

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{3A_c^2 k_f^2 \overline{m^2(t)}}{2n_0 f_m^3}$$

卡森准则仿真验证



- 卡森准则用于估计FM信号的带宽:

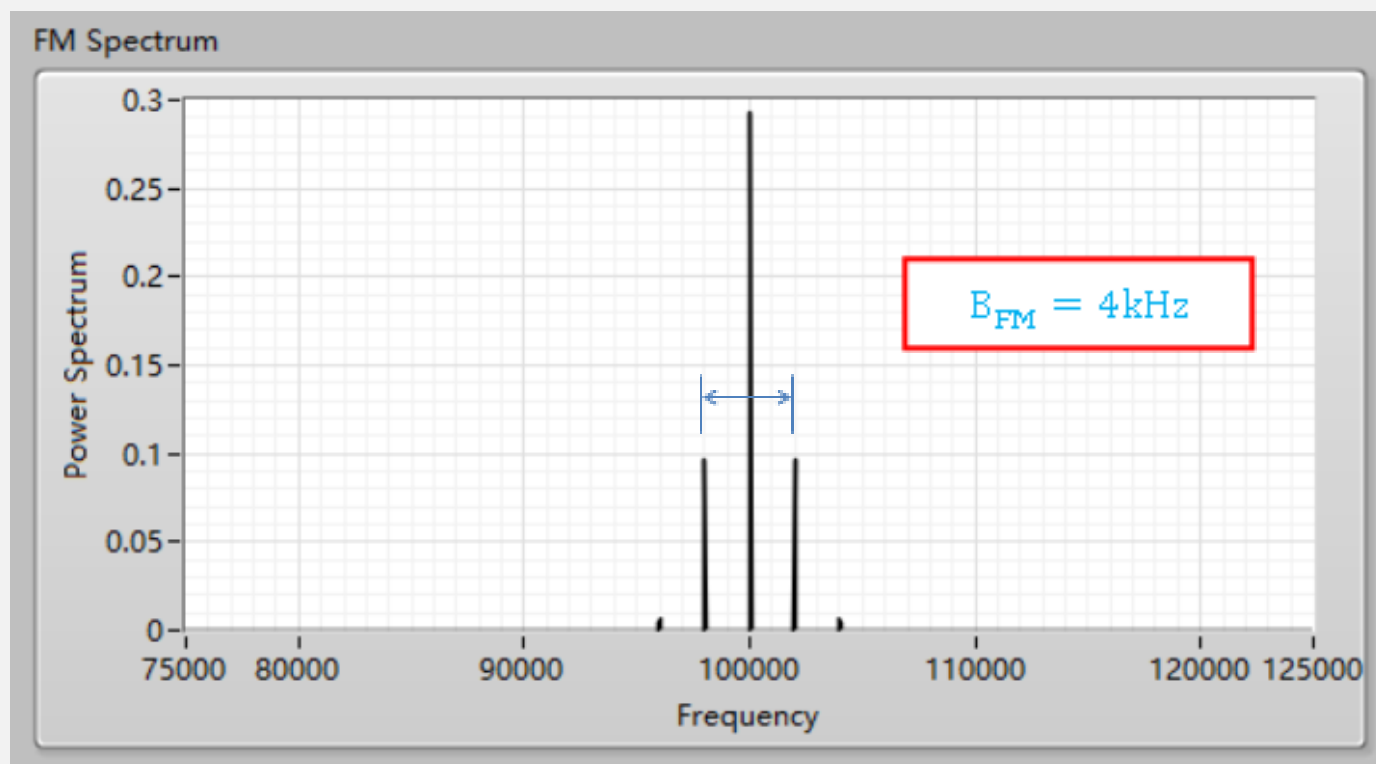
$$B_{\text{FM}} \simeq 2\Delta f + 2f_m = 2\Delta f \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

- 其中 Δf 为最大频偏, f_{max} 即 f_m 为基带信号的最大频率, $\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$ 为调制指数。
- 下面将在LabVIEW中对频率为2kHz的单频信号进行不同频偏的FM调制, 以对卡森准则进行仿真验证。

卡森准则仿真验证



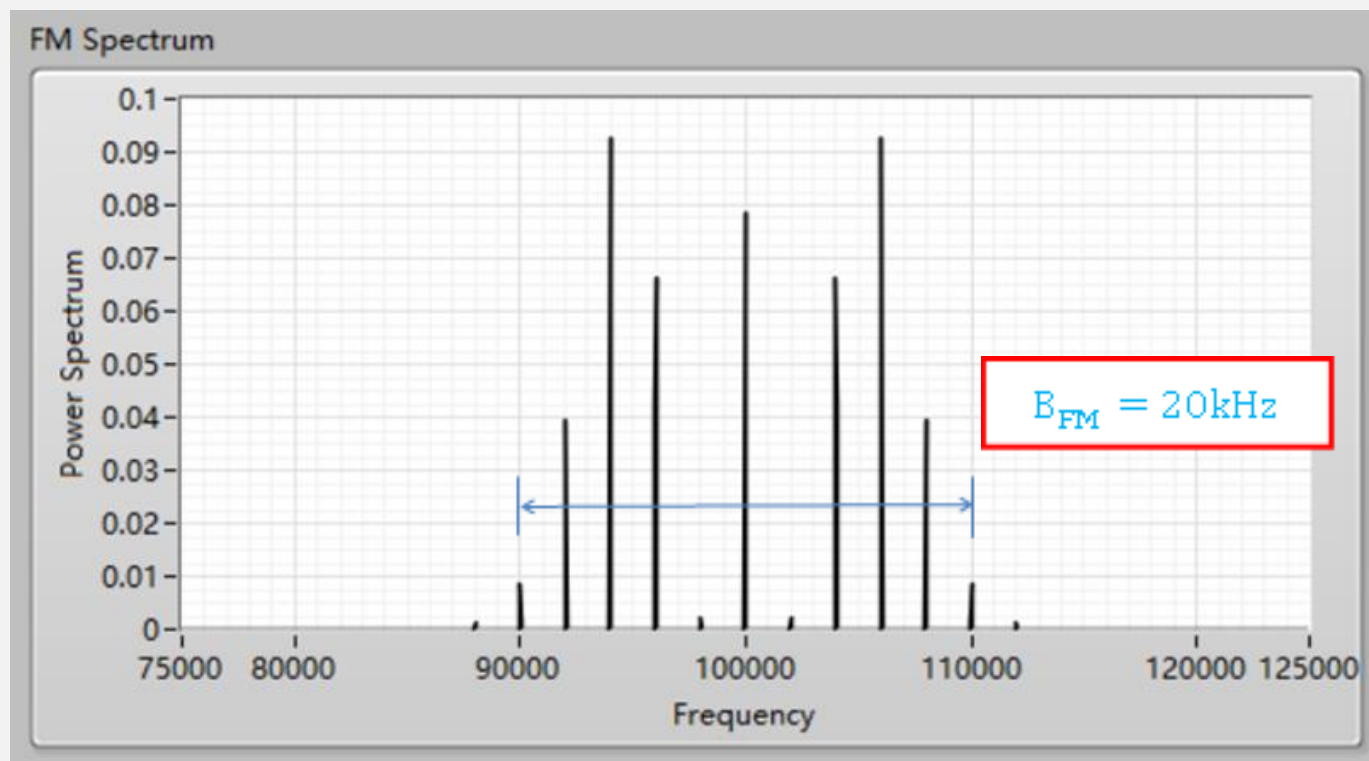
- 实验1: $\beta = 1$
- 由卡森准则有 $BW_{FM} = 2(\beta + 1)f_m = 4f_m = 8kHz$



卡森准则仿真验证



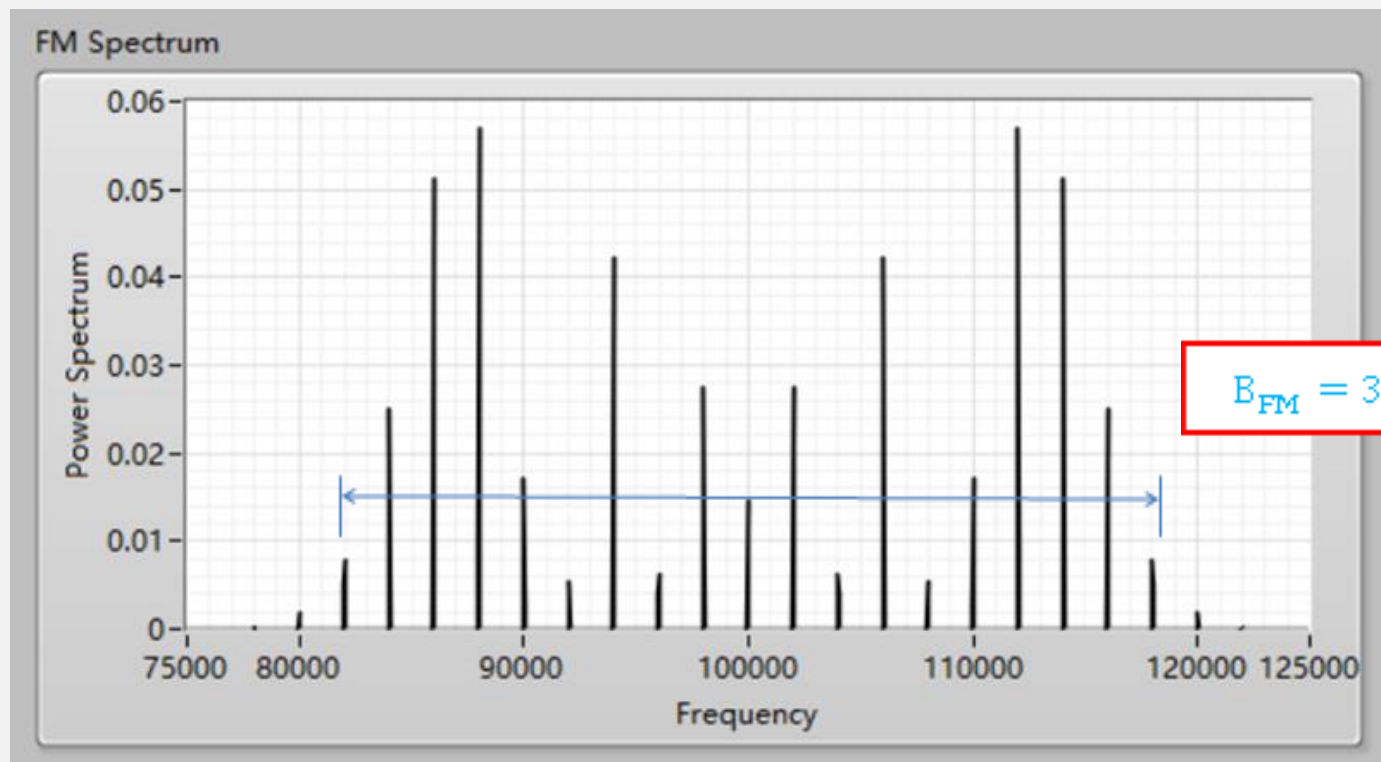
- 实验2: $\beta = 4$
- 由卡森准则有 $BW_{FM} = 2(\beta + 1)f_m = 10f_m = 20kHz$





卡森准则仿真验证

- 实验3: $\beta = 8$
- 由卡森准则有 $BW_{FM} = 2(\beta + 1)f_m = 18f_m = 36kHz$





- Question ?





【通信新说】



腾讯课堂