

Hénon Map 轨迹与轨道图

21307130453 蒋瑜贤

问题描述

本项目旨在计算并绘制 Hénon map 的轨迹和轨道图。具体任务包括：

- 计算 Hénon map 的函数：**输入任意函数系数 a 、 b ，初始值 u_0 以及轨迹长度 N ，输出 Hénon map 的轨迹 $[u_0, u_1, u_2, \dots, u_N]$ 。
- 计算经典 Hénon map 的轨迹：**参数取值为 $a=1.4$ ， $b=0.3$ ， $u_0=(0, 0)$ ，探索 N 的取值，求解得到的轨迹，并绘制轨迹图（ x 为横坐标， y 为纵坐标）。
- 计算 Hénon map 的轨道图：**固定 $b=0.3$ ，改变 a 后获得一系列 Hénon map 的轨迹，然后以 a 为横轴， x 为纵轴绘制轨道图。
- 分析轨道图：**找到 Hénon map 可以收敛到一条周期性轨道的 a 值，计算该 a 值对应的 Hénon map 的轨迹并绘图。

解答思路

- 计算 Hénon map 的函数：**根据 Hénon map 的定义，编写函数 `henon_map`，设置坐标点的数据结构为元组，轨迹为坐标点元组组成的列表。利用迭代公式计算即可。
- 计算经典 Hénon map 的轨迹：**设置 N 的取值为 100, 1000, 10000，分别计算 Hénon map 的轨迹，并用 `matplotlib` 绘制轨迹图。
- 计算 Hénon map 的轨道图：**设置 a 的取值范围为 $[1.0, 1.4]$ ，均匀选取 50 个 a ，计算 Hénon map 的轨迹，并绘制轨道图。
- 分析轨道图：**通过观察轨道图，在轨道图中如果 x 取值分布是离散的，说明轨道大概率收敛，如果是连续的，说明轨道大概率发散。另外，遍历轨迹，如果轨迹中出现点和初始点重合，则说明轨迹收敛到一个周期性轨道。用遍历的方法找到收敛到周期性轨道的 a 值为 1，计算该 a 值对应的 Hénon map 的轨迹并绘图。

如何使用代码

1. **安装jupyter notebook**: 本项目使用 jupyter notebook 编写, 可以通过 `pip install jupyter` 安装。
2. **安装依赖**: 本项目依赖 `numpy`、`matplotlib` 库, 可以通过 `pip install numpy matplotlib` 安装。
3. **运行代码**: 下载本项目的 `answer.ipynb` 文件, 使用 jupyter notebook 打开并运行代码。