111 學年度高級中學資訊學科能力競賽中投區複賽程式設計試題

共12頁

1. 峰值計算 (佔分 10 分)

所謂的灰階影像就是靜態影像中的每一個點(也稱像素或畫素)有 256 種顏色變化,像素值為 0 表示最黑,像素值為 255 表示最白,中間尚有 254 種灰階值,所以電腦內至少要用一個位元組(8 個位元)來記錄一個點的顏色。以直方圖統計為基礎的可回復式資訊隱藏方法是一非常知名的技術,可以將機密資訊藏入個別像素中而且於取出機密資訊後能還原被改變過的像素值回原來的像素值,其方法簡單且易實作,該方法的第一步就是要統計一張灰階影像裡面每個像素值出現的次數有多少,之後找到出現次數最多的像素值,我們稱此點為峰點(peak point),另外我們還要找到出現次數為 0 且距離峰點最近的像素值,我們稱此點為零點(zero point),峰點的值(也就是峰點像素值出現的次數)決定這張影像可以藏入的資訊量有幾個位元,零點與峰點的距離決定藏入機密資料後的影像品質,請寫一程式計算出所給定的影像用以上方法可藏入多少位元的資料?零點像素值為何?

輸入說明:

第一列有二個正整數 L 和 W (0 < L, $W \le 4096$),代表測試影像的長(L)跟寬(W)各有幾個像素,也就是整張影像有 L^*W 這麼多個像素,接下來有 L 列,每一列有 W 個介於 0~255 之間的數值代表該列影像的像素值。

輸出說明:

第一列請輸出所給定的影像可藏入多少位元的資料。

第二列請輸出零點的像素值為何?若零點不只一個,請以像素值較小者為標準答案,若零點不存在,請輸出-1,若峰點不只一個時,請以像素值最大者為參考峰點。

範例輸入:

46

12 0 255 12 12 38

34 45 12 12 66 67

13 11 10 9 8 17

12 13 14 12 12 0

範例輸出:

8

15

2. 最大共同子整數問題 (佔分 10 分)

給定一個正數 N1=2579413,定義一個整數的**子整數**為組成的數字出現在原整數內,可以不連續 但必須要維持數字之間的順序。例如,2,5,7,9,4,1,3,25,27,29,24,293,413,2793,57941,2579413 等 (未完全列出) 均為 N1 的子整數。 共同子整數問題為在給定的兩個整數 N1, N2 中,出現於每一個整數的子整數為 N1 與 N2 的共同子整數。例如若 N1=2579413, N2=354573, 共同子整數為 5, 4, 3, 7, 57, 54, 53, 73, 43, 543, 573 等。共同子整數中數值最大者定義為此兩個整數的最大共同子整數(Largest Common Sub-Integer, LCSI)」。故 N1=2579413, N2=354573, LCSI(N1, N2)=573。設計一個程式,輸入兩個正整數,輸出此兩個正整數的最大共同子整數,若無則輸出 0。

輸入說明:

輸入資料含多組測試案例。每組測試案例之輸入資料於同一列,代表為兩個正整數 N1, N2,中間以空格區分。單一輸入整數最大位數為 **50** 位。

輸出說明:

每組測試案例輸出一列,輸出為一個整數。

範例輸入:

1357904 20468

2579413 354573

12365402345 316524015331

123654045 31654015

10579413 015143

123654045123654045 3165401531654015

範例輸出:

4

573

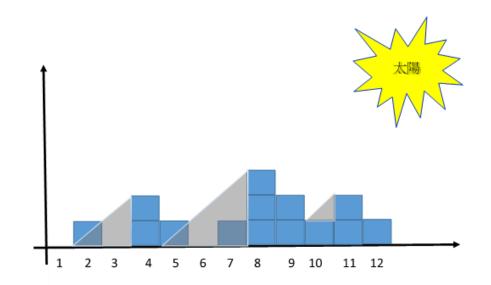
365405

365405

1543

365405365405

3. 太陽能發電 (佔分 10 分)



如圖在一街道上由左至右門牌號碼依序為 1, 2, ..., 12 棟大樓建築物, 樓高不超過 1000 層, 共 m棟大樓, 1≤m≤1000, 響應政府於頂樓裝置太陽能發電板, 假設每棟頂樓面積都一樣, 建築物每一層樓高度與寬度一樣都是正方形(如圖所示), 屋頂上都裝置同樣的太陽能發電板; 在早上 9:00 時每一棟樓每分鐘都能發 1 度電,但是如果右邊大樓比較高,會擋住左邊大樓頂樓的太陽,使左邊的太陽能發電板無法發電,假設太陽 09:00 的仰角是 45 度(所以大樓所產生的影子長度與大樓的高度是一樣的)。請依據所輸入的大樓高度,計算早上 9:00 時每分鐘發電量共為幾度?

舉例說明:

給定一陣列 [0,1,0,2,1,0,1,3,2,1,2,1],代表編號由左至右 1~12 的 12 棟樓的高度;0表示空地,無太陽能發電板;如圖所示,第7、10 棟大樓的太陽能發電板分別被第8、11 棟大樓的影子遮蔽日照,將無法發電,所以此時第2、4、5、8、9、11、12 棟能每分鐘發1度電,共發7度電,所以輸出7。

輸入說明:

每組測試資料將由一列組成,分別表示街道上編號由左至右 1~m 的每棟樓高,每棟樓高的數字之間用空格分開,直到沒有測資,表示街道已沒有大樓。可連續輸入多組測資(多條街道),直到無測資(無街道大樓)表示結束計算。

輸出說明:

輸出早上 9:00 時,街道每分鐘的總發電量。

範例輸入:

010210132121

56247

211225

範例輸出:

7

2

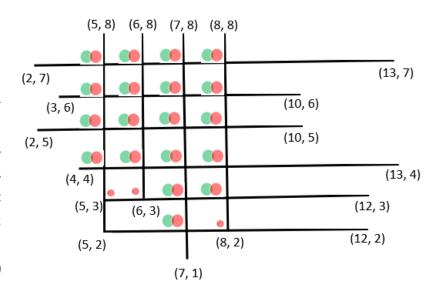
2

4. 月球墾荒 (佔分 10 分)

台灣科研火箭終於成功升空,如果他們想用機器人到月球開發棋盤式街道(縱橫交錯),由於降落點無法精準定位,為了節省燃料,所以從降落點開始隨機開闢南北向或東西向街道,機器人燃料即將用完時,就停止開發,如下圖之街道(一條線即代表一條街道),起點終點分別用(x,y)座標點表示,x,y均為整數, $0 \le x,y \le 99999$ 街道交叉處的十字路口需設置 2 組紅綠燈(南北向 1 組,東西向 1 組),丁字路口只需設置 1 組紅綠燈, $(90 \ g)$ 轉折的道路不需設置紅綠燈,請您幫忙決定,到底需設置多少組紅綠燈?

舉例說明:

如圖共有 6 條水平道路, 4 條垂直道路,每條道路建好的時間為隨機的,所以道路出現的順序也是隨機的;道路座標描述為起點-終點(或是終點-起點),例如: 10 條道路分別是 (5,8) - (5,2); (6,8) - (6,3); (7,1) - (7,8); (2,7) - (13,7); (3,6) - (10,6); (10,5) - (2,5); (13,4) - (4,4); (12,3) - (5,3); (5,2) - (12,2); (8,8) - (8,2); 而 (5,8) - (5,2)與(2,7) - (13,7) 交叉的十字路口設置 2 組紅綠燈; (5,8) - (5,2) 與(5,2) - (12,2) 為 90 度轉折的道路不



需設置紅綠燈; (5, 3) - (12, 3)與(6, 3) - (6, 8) 交叉的丁字路口設置 1 組紅綠燈, 共設置 38+3= 41 組紅綠燈。

上述舉例說明係以水平及垂直道路做說明,但是實際道路也可能是 東南--西北走向 與 東北--西南走向交叉 等形成的十字路口;也有可能形成 135 度及 45 度交叉的十字路口(非 90 度交叉的十字路口),只要道路交叉形成類十字路口就會設置 2 組紅綠燈 或道路交叉形成類丁字路口就會設置 1 組紅綠燈,若道路只是轉折無岔路,就不需設置紅綠燈。

輸入說明:

每列測資都表示新的一組測資開始。每組測資第 1 個數字為 $m,1 \le m \le 1000$,緊跟著 m 條道路的座標 x_{11} y_{11} x_{12} $y_{12}...x_{m1}$ y_{m1} x_{m2} y_{m2} ;下一列又是另一組測資開始,數字間用空白鍵間隔開。可連續輸入多組(列)測資,直到無測資表示結束計算。

輸出說明:

每列輸出相對應的紅綠燈組數。

範例輸入:

10 5 8 5 2 6 8 6 3 7 1 7 8 2 7 13 7 3 6 10 6 10 5 2 5 13 4 4 4 12 3 5 3 5 2 12 2 8 8 8 2

4585268632713736106

4686312353521225852

42662471114641363

範例輸出:

41

8

2

5. 人員調動 (佔分 10 分)

某學校人事部門為了整體學校運作效能並預防人員在同一個單位待太久可能衍伸弊端的狀況發生,會於年度結束之前調查校內各單位人員是否有異動意願,並據以作下個年度人員調動依據,為了維持各單位人力平衡,規定每一個人限填寫一項異動要求,也就是要從本單位調到那個單位去,而異動要被允許只有在異動單位離開的人數與進入的人數要一致,異動方可完成,請幫該校人事室寫一程式,根據今年本校人員異動申請資料,計算出最多有多少的人員可以異動?

輸入說明:

測試資料的第一列有一個整數 $M(0 < M \le 100)$,代表提出申請的員工數量,接下的 M 列,每一列有二個以空白隔開的整數 a,b $(0 < a,b \le 50)$,分別代表申請者原單位代碼及想去的單位代碼,之後每一組測試資料安排方式依此類推。

輸出說明:

對於每一組測試資料,請輸出最多有多少的人員可以異動,若沒有任何符合異動條件的人員則輸出 0。

範例輸入:

7

12

35 66

10 45

2 1

2 3

45 10

3 2

7

10 20

20 40

20 50

40 50

50 10

50 30 30 20

範例輸出:

-U 1

6. 埃及單位分數分解問題 (佔分10分)

單位分數又稱古埃及分數(Egyptian Fractions)的定義為分子為 1,分母為正整數 c,表示為 $\frac{1}{c}$ 。在古埃及,人們使用單位分數的和來表示一個分數 $\frac{a}{b}$ (其中 0 < a < b)。例如: $\frac{19}{45} = \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{180}$ 或 $\frac{19}{45} = \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{180}$ 或 $\frac{19}{45} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{45}$, $\frac{19}{45} = \frac{1}{3} + \frac{1}{18} + \frac{1}{30}$, $\frac{19}{45} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{180}$, $\frac{19}{45} = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$ 等多種表示法。**但不允許相加的單位分數中有相同的分母**。 $\frac{19}{45}$ 的表示方法有很多種,以上列出範例所需要的單位分數個數為 3 個,當然可能還有其他的表示法。但同樣是 3 個單位分數相加,哪種最好呢?比較的條件定義如下:首先,單位分數個數少的比單位分數多的好,其次,單位分數個數相同時,最小的單位分數(如 $\frac{19}{45} = \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{180}$ 中的 $\frac{1}{180}$,或 $\frac{19}{45} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{45}$ 中的 $\frac{1}{45}$,或 $\frac{19}{45} = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$ 中的 $\frac{1}{18}$ 大,故最優表示是 $\frac{19}{45} = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$ 。

設計一個程式可以求解埃及單位分數分解問題,輸入一個分數 $\frac{a}{b}$ (其中 0 < a < b),找到最佳的單位分數相加的表示法,輸出時以單位分數之分母,由小到大排序。但因為計算能力的限制,本題所限定的單位分數的個數限定小於或等於 4 個,若超過 4 個則輸出 NONE。若輸入分數的分子為 1 也輸出 NONE。

輸入說明:

輸入資料含多組測試案例。每組測試案例於同一列,為兩個整數 a,b,中間以空格區分,代表分數 $\frac{a}{h}$ (其中 0<a<b)。

輸出說明:

每組測試案例輸出一列,為一序列的整數,輸出時以單位分數之分母,由小到大排序;整數與整 數間以一個空格分割。

範例輸入:

- 12
- 23
- 25
- 27
- 19 45
- 21 50
- 45 77
- 56 107
- 1234 6789

範例輸出:

NONE

26

3 15

4 28

5618

3 15 50

2 14 77

2 43 9202

6 93 279 1314

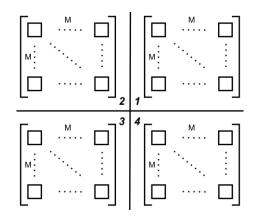
7. 無間道 (佔分 10 分)

黄警司一直想要緝拿韓琛到案,卻一直找不到韓琛的犯罪證據。直到某天臥底警探陳永仁留下一個線索如下:

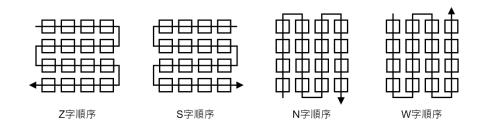
近日應會有非法買賣交易,韓琛會在交易當日指示密文、2組金鑰內容和對應矩陣的排列順序。把之前交給你的牛皮紙袋打開,裡面會有這些矩陣的字串內容,根據上述金鑰和排列順序 以取得最新的矩陣內容,密文才可以藉由新的矩陣內容找出對應的譯文內容,最後再將譯文經 過特別的運算後才能得到非法交易的地點座標。

韓琛常說「掌握四門的朱雀和玄武,你就可以獲得青龍和白虎;兩者皆陽則陽、兩者皆陰也 陽、只有一者為陽或陰則陰」,或許這就是密文轉譯的重要線索。

這是人贓俱獲的大好時機,希望你能撰寫一個程式去找出交易的地點。下圖為4個矩陣的放置位置,分別位於第1、2、3和4區,每個矩陣內容皆由 MxM 個小方格構成,每個小方格僅能存放3個字元,不能多也不能少,且同一區矩陣中的每個小方格內容都具有唯一性,值得注意的是第2區矩陣與第4區的矩陣無論小方格內容或是排列方式都是一樣。



每個矩陣中的小方格都會有 4 種的排列順序,分別為 Z、S、N 和 W 字順序,如下圖所示。交易當日會提供 2 組金鑰內容和每一區矩陣內容的排列順序,你必須根據上述線索去重新排列出 4 個全新的矩陣內容。金鑰內容皆以 3 個字元為單位組合而成,其中金鑰 1 的內容會與第 1 區矩陣的某部分內容重疊,而金鑰 2 內容會與第 3 區矩陣的某部份內容重疊。因此建立第 1 區和第 3 區的新矩陣內容,需先將該區的金鑰的內容按照順序排列之後,再排列該區矩陣的剩餘內容,亦即扣除金鑰重疊的內容;而第 2 區和第 4 區的矩陣內容因無使用金鑰,僅需按照指定的順序排列即可。



密文字串可以拆解成以每 6 個字元為單位的短密文,這些短密文的前 3 個字元可以在第 1 區矩陣中找到對應的朱雀位置;而這些短密文的後 3 個字元可以在第 3 區矩陣中找到對應的玄武位置。四門分別代表朱雀、玄武、青龍和白虎的位置,可以視為一個矩形的 4 個角落。因此藉由朱雀和玄武位置可以推算出第 2 區青龍和第 4 區白虎的位置,並同時取得第 2 區該位置上的青龍譯文(例如 $D_1D_2D_3D_4D_5D_6D_7...D_{n-5}D_{n-4}D_{n-3}D_{n-2}D_{n-1}D_n$,其譯文長度應與密文長度相同。最後將所有青龍譯文的第 1 個字元內容與所有白虎譯文的第 1 個字元內容經過 XNOR 運算後將會是第 1 個座標值 N_1 ,亦即 N_1 = $\{D_1$ XNOR D_4 XNOR D_7 XNOR \dots XNOR $D_{n-2}\}$,同理也可以根據青龍譯文的第 2 個字元和白虎譯文的第 2 個字元去計算出第 2 個座標值 N_2 = $\{D_2$ XNOR D_8 XNOR D_8 XNOR D_6 XNOR D_9 XNOR D_9 XNOR D_8 \dots XNOR D_9 D_9 XNOR D_9 D_9 XNOR D_9 XNOR

輸入說明:

第1列為1個整數 M,代表 MxM 矩陣大小,其中 2≤M≤30。

第2列為每區矩陣小方格的輸入順序S,其中S∈{'Z','S','N','W'}。S內容由左至右依序對應為第1、2、3、4區矩陣裡小方格的排列順序。

第3列為輸入至第1區矩陣的字串,其字串長度 L為12≤L≤2700。

第 4 列為輸入至第 2 和第 4 區矩陣的字串,其字串長度 L 為 12≤L≤2700。

第 5 列為輸入第 3 區矩陣的字串,其字串長度 L 為 12≤L≤2700。

第 6 列為金鑰 1 的可顯示字串,其字串長度 K 為 3≤K≤450 且 K≤MxMx3。

第7列為金鑰2的可顯示字串內容L,其中3≤L≤450且L≤MxMx3。

第8列為密文的可顯示字串內容 C,其中 6≤C≤2400。

輸出說明:

輸出座標值內容 N1,N2,N3,其中 O≤{N1,N2,N3}≤255。

範例1輸入:

2

ZWSW

\\"'@':(":\"

%^'%^-~"c%^}

',:6"\#"!\\7

:\"

#"!6"\

:\"",::("#"!

範例1輸出:

164,131,177

範例2輸入:

3

WZNZ

4/T1W}GK"@'_&&0"#~Jms\$\$\943 !75\$JnjTtaR3He?\u3><Q"#M7\$4 PP2@_!@>-QOo\$#\/;/:?<^_^J+4 "#~1W} :?<@>-PP2

範例2輸出:

1W}@>-&&0\$#\4/TJ+4

239,133,221

8. 仿射密碼的解密函數 (佔分10分)

輸入說明:

三個以空白鍵相隔的整數,第一個整數代表加密函數中的a,第二個整數代表加密函數中的b,第三個整數代表已加密過後的密文代碼。

輸出說明:

兩個以空白鍵相隔的整數,第一個整數代表解密函數中的 \bar{a} ,請注意 $1 \le \bar{a} \le 25$,第二個整數代表解密後的字母代碼。

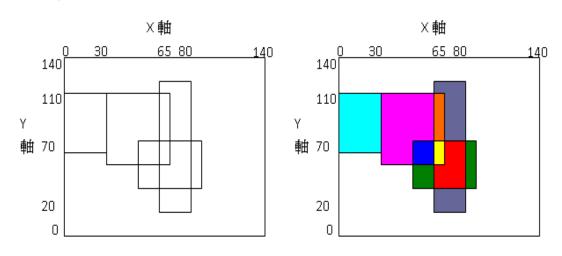
範例輸入:

7 3 21

範例輸出:

9. 計算重疊顏色問題 (佔分10分)

給定一個 200×200 的視窗中可以輸入多個不同大小的矩形座標,假設每個矩形的顏色均不相同,當不同的顏色重疊在一起時(相鄰不算重疊),會出現一個新顏色(假設所有新顏色均不會重複)。請依照所輸入矩形的大小及座標,找出這些矩形最後在視窗上呈現出多少種顏色(不含底色)。以下圖為例,輸入{(0,70),(30,110)},{(30,60),(75,110)},{(50,40),(90,80)},{(65,20),(80,120)}等四個矩形可以呈現八種不同的顏色:



輸入說明:

輸入的第一列包含一個數字 n,表示矩形的數量,此後的每一列代表一個矩形,每一列有四個數字以空白隔開,前兩個數字代表矩形左下角座標,後兩個數字代表矩形右上角座標。

輸出說明:

矩形可以產生的顏色數目。

範例輸入:

4

0 70 30 110

30 60 75 110

50 40 90 80

65 20 80 120

範例輸出:

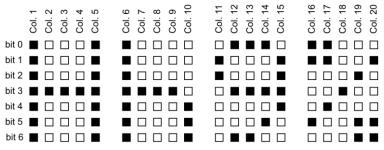
8

10. 矩陣 LED 字型 (佔分 10 分)

5x7 點矩陣 LED 是將 35 個 LED 組合在 1 個包裝中,點亮特定的 LED 組合可以顯示其字母、數字、甚至是特殊符號,如下圖所示。1 個 5*7 點矩陣字元需要 5 行字型碼,採用的規則如下:

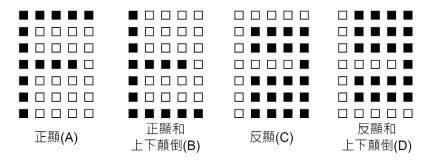
- (1) 每 1 個位元只能控制 1 個 LED,當位元為 1 時會點亮 LED,反之位元為 0 時會讓 LED 熄滅。
- (2) 1 個 5x7 字型碼控制 1 行 LED,控制位元排列由上至下是從 bit 0 至 bit 6。
- (3) 為了運算方便,實務上會讓每1個字型碼的 bit 7 補上 0, 使字型碼成為8位元。

根據上述規則,若要讓 1 個 5x7 點矩陣 LED 顯示'H',其字型碼為 127,8,8,8,127;顯示'h',其字型碼為 127,8,8,8,112;顯示'9',其字型碼為 6,73,73,41,30;顯示'%',其字型碼為 35,19,8,100,98。

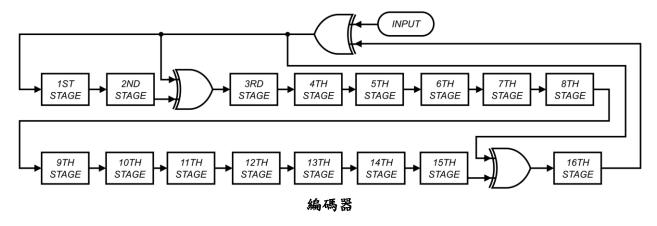


5x7 點矩陣 LED 顯示'H'、'h'、'9'和'%'等字元符號

將字型碼經巧妙轉換後可以產生四種顯示樣式 : 正顯形式、正顯和上下顛倒形式、反顯形式、反顯 和上下顛倒形式。例如大寫英文字母'F'的正顯字型碼為 127,9,9,9,1、正顯和上下顛倒字型碼為 127,72,72,72,64、反顯字型碼為 0,118,118,118,126、反顯和上下顛倒字型碼為 0,55,55,55,63。



請撰寫一個程式先讀取 M 個正顯樣式的點矩陣字型碼,依據輸入 N 個字元 K 和其顯示樣式轉換成適當字型碼後,依照位元數字可以將所有字元 K 的字型碼分成{bit 0, bit 1, bit 2, ..., bit 6}位元集合,依序輸入解碼器的 INPUT 端,如下圖所示。編碼器內部總共有 16 個 STAGE,分別代表 16 個位元資料,其中第 16 個 STAGE 為最高有效位元(MSB),而第 1 個 STAGE 則為最低有效位元(LSB)。每個 STAGE 的初始值皆為 0,輸入每筆位元集合資料(例如所有字元 K 的 bit 0)可以得到新的 STAGE 內容,也是下筆欲輸入位元集合資料(例如所有字元 K 的 bit 1)的 STAGE 初始值。最後輸出每筆位元集合所產生的STAGE 內容。



輸入說明:

- 第1列為1個整數 M,代表 M個字元,其中1≤M≤95。
- 第2列至第M+1列輸入M個字元C和其對應正顯樣式的矩陣字型碼。
- 第 M+2 列為輸入 N 個字元 K,其中 1≤(N/8)≤500, K∈{C}
- 第 M+3 列為 K 的顯示樣式 Q,其中'A'≤Q≤'D'。

輸出說明:

依序輸出 bit 0,bit 1,bit 2,...,bit 6 共 7 個編碼資料 P, 其中 0≤P≤65535。

範例1輸入:

5

%,35,19,8,100,98

9,6,73,73,41,30

F,127,9,9,9,1

H,127,8,8,8,127

h,127,8,8,8,112

h9%Hh9FF

BADBCBDA

範例1輸出:

39542

44825

15051

48872

34810

3155

48896

範例2輸入:

7

J,32,64,65,63,1

0,62,81,73,69,62

M,127,2,4,2,127

#,20,127,20,127,20

t,4,63,68,64,32

_,64,64,64,64

@,50,73,121,65,62

M#t @0JJ 0#M#@@

ABDCCBBAABBCCDBA

範例2輸出:

42747

32047

56026

58308

36184

25766