

herleiten lassen. Die Aufgabe ist in mathematischer Hinsicht außerordentlich kompliziert, da es ausgeschlossen ist, durch Beschränkung auf die linearen Glieder Näherungslösungen zu erhalten; denn da die Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung im Innern des Elektrons gewiß nicht statthaft ist, so dürfen die durch eine derartige Vernachlässigung entstehenden linearen Gleichungen im wesentlichen nur die Lösung 0 besitzen. Ich behalte mir vor, an anderm Ort ausführlicher auf alle diese Dinge zurückzukommen.

Nachtrag. Hr. EINSTEIN bemerkt zu der vorliegenden Arbeit:

»Wenn Lichtstrahlen das einzige Mittel wären, um die metrischen Verhältnisse in der Umgebung eines Weltpunktes empirisch zu ermitteln, so bliebe in dem Abstand ds (sowie in den g_{ik}) allerdings ein Faktor unbestimmt. Diese Unbestimmtheit ist aber nicht vorhanden, wenn man zur Definition von ds Meßergebnisse heranzieht, die mit (unendlich kleinen) starren Körpern (Maßstäben) und Uhren zu gewinnen sind. Ein zeitartiges ds kann dann unmittelbar gemessen werden durch eine Einheitsuhr, deren Weltlinie ds enthält.

Eine derartige Definition des elementaren Abstandes ds würde nur dann illusorisch werden, wenn die Begriffe 'Einheitsmaßstab' und 'Einheitsuhr' auf einer prinzipiell falschen Voraussetzung beruhten; dies wäre dann der Fall, wenn die Länge eines Einheitsmaßstabes (bzw. die Ganggeschwindigkeit einer Einheitsuhr) von der Vorgeschichte abhängen. Wäre dies in der Natur wirklich so, dann könnte es nicht chemische Elemente mit Spektrallinien von bestimmter Frequenz geben, sondern es müßte die relative Frequenz zweier (räumlich benachbarter) Atome der gleichen Art im allgemeinen verschieden sein. Da dies nicht der Fall ist, scheint mir die Grundhypothese der Theorie leider nicht annehmbar, deren Tiefe und Kühnheit aber jeden Leser mit Bewunderung erfüllen muß.«

Erwiderung des Verfassers. Ich danke Hrn. EINSTEIN dafür, daß er mir Gelegenheit gibt, sogleich dem von ihm erhobenen Einwand zu begegnen. In der Tat glaube ich nicht, daß er berechtigt ist. Nach der speziellen Relativitätstheorie hat ein starrer Maßstab immer wieder die gleiche Ruhlänge, wenn er in einem tauglichen Bezugsraum zur Ruhe gekommen ist, und eine richtiggehende Uhr besitzt unter diesen Umständen immer wieder, in Eigenzeit gemessen, dieselbe Periode (MICHELSON-Versuch, DOPPLER-Effekt). Es ist aber gar nicht die Rede davon, daß bei beliebig stürmischer Bewegung eine

Uhr die Eigenzeit, $\int ds$, mißt (so wenig wie etwa in der Thermodynamik ein beliebig rasch und ungleichmäßig erhitztes Gas lauter Gleichgewichtszustände durchläuft); das ist erst recht nicht der Fall, wenn die Uhr (das Atom) der Einwirkung eines starken veränderlichen elektromagnetischen Feldes ausgesetzt ist. In der allgemeinen Relativitätstheorie kann man also höchstens soviel behaupten: Eine in einem statischen Gravitationsfeld ruhende Uhr mißt bei Abwesenheit eines elektromagnetischen Feldes das Integral $\int ds$. Wie sich eine Uhr bei beliebiger Bewegung unter der gemeinsamen Einwirkung eines beliebigen elektromagnetischen und Gravitationsfeldes verhält, kann erst die Durchführung einer auf den physikalischen Gesetzen beruhenden Dynamik lehren. Wegen dieses problematischen Verhaltens der Maßstäbe und Uhren habe ich mich in meinem Buch „Raum, Zeit, Materie“ zur prinzipiellen Messung der g_{ik} allein auf die Beobachtung der Ankunft von Lichtsignalen gestützt (S. 182 ff.); dadurch können diese Größen in der Tat, falls die EINSTEINSche Theorie gültig ist, nicht nur ihrem Verhältnis nach, sondern (nach Wahl einer festen Maßeinheit) absolut bestimmt werden. Auf den gleichen Gedanken ist, unabhängig von mir, Hr. KRETSCHMANN gekommen (Über den physikalischen Sinn der Relativitätspostulate, Ann. Phys. Bd. 53 [1917], S. 575).

Nach der hier entwickelten Theorie lautet, außer im Innersten der Atome, bei geeigneter Wahl der Koordinaten und des unbestimmten Proportionalitätsfaktors, die quadratische Form ds^2 mit großer Annäherung so wie in der speziellen Relativitätstheorie und ist die lineare Form mit der gleichen Annäherung $= 0$. Im Falle der Abwesenheit eines elektromagnetischen Feldes (Linearform streng $= 0$) ist durch die in der Klammer ausgesprochene Forderung ds^2 sogar völlig exakt bestimmt (bis auf einen konstanten Proportionalitätsfaktor, der ja auch nach EINSTEIN willkürlich bleibt; das gleiche tritt noch ein, wenn nur ein elektrostatisches Feld vorhanden ist). Die plausibelste Annahme, die man über eine im statischen Feld ruhende Uhr machen kann, ist die, daß sie das Integral des so normierten ds mißt; es bleibt in meiner wie in der EINSTEINSchen Theorie die Aufgabe, diese Tatsache¹ aus einer explizite durchgeführten Dynamik abzuleiten. Auf jeden Fall aber wird sich ein schwingendes Gebilde von bestimmter Konstitution, das dauernd in einem bestimmten statischen Felde ruht, auf eine eindeutig bestimmte Weise verhalten (der

¹ Deren experimentelle Prüfung zum Teil noch aussteht (Rotverschiebung der Spektrallinien in der Nähe großer Massen).

Einfluß einer etwaigen stürmischen Vorgeschichte wird rasch abklingen); ich glaube nicht, daß mit dieser (durch die Existenz chemischer Elemente für die Atome bestätigten) Erfahrung meine Theorie irgendwie in Widerspruch gerät. Es ist zu beachten, daß der mathematisch-ideale Prozeß der Vektor-Verschiebung, welcher dem mathematischen Aufbau der Geometrie zugrunde zu legen ist, nichts zu schaffen hat mit dem realen Vorgang der Bewegung einer Uhr, dessen Verlauf durch die Naturgesetze bestimmt wird.

Die hier entwickelte Geometrie ist, das muß vom mathematischen Standpunkt aus betont werden, die wahre Nahegeometrie. Es wäre merkwürdig, wenn in der Natur statt dieser wahren eine halbe und inkonsequente Nahegeometrie mit einem angeklebten elektromagnetischen Felde realisiert wäre. Aber natürlich kann ich mit meiner ganzen Auffassung auf dem Holzwege sein; es handelt sich hier wirklich um reine Spekulation; der Vergleich mit der Erfahrung ist selbstverständliches Erfordernis. Dazu müssen aber die Konsequenzen der Theorie gezogen werden; bei dieser schwierigen Aufgabe hoffe ich auf Mithilfe.