Ziel

Dieser Leitfaden zeigt, wie sich die **diskrete φ-Segmentierung** (Skalierung in festen Faktoren von φ) sauber auf **Eulers Exponential-Form** zurückführen lässt und damit eine kompakte Startformel für die Paper-Einleitung liefert. Die Kette lautet:

Diskrete Skalierung $R = \varphi^N \Rightarrow$ **Exponentialform** $R = e^{N \ln \varphi} \Rightarrow$ **Euler** $e^{x+i\theta} = e^x(\cos\theta + i\sin\theta)$ als einheitlicher Träger für *Skalierung (x)* und *Rotation (θ)*.

Notation & Prämissen

- φ … Goldener Schnitt, $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.
- $N \in \mathbb{Z}$ … Segmentzahl (wie viele Grenzen werden passiert).
- R … gemessenes Verhältnis (z. B. Frequenz- oder Zeit-Ratio, $R = f_{\text{emit}}/f_{\text{obs}} = 1 + z$).
- **Segmentaxiom:** Beim Übertritt einer Segmentgrenze skaliert die lokale *Maßstabskopplung* um **exakt** φ :

$$R \;=\; \varphi^N. \tag{A1}$$

Schritt 1 – Von der φ-Leiter zur Exponentialform

Die φ-Leiter ist bereits eine Exponentialbeziehung:

$$R \;=\; \varphi^N \;=\; e^{N \ln \varphi}. \tag{1}$$

Damit ist klar: **Diskrete Skalenstufen** entsprechen **additiven Schritten im Logarithmus** ($\ln R$ ist ein Gitter mit Masche $\ln \varphi$). Genau das testen wir empirisch über $y = \ln(1+z)$ und $y/\ln\varphi \in \mathbb{Z}$ (bis auf Messfehler).

Schritt 2 – Euler als Träger von Rotation *und* Skalierung

Eulers Formel koppelt eine reale Skalierung x mit einer Rotation θ :

$$e^{x+i\theta} = e^x(\cos\theta + i\sin\theta). \tag{2}$$

Im Komplexen kann man **Spiral-Dynamik** mit einer einzigen Exponentialfunktion schreiben. Für eine Logarithmus-Spirale gilt

$$r(\theta) = r_0\, e^{k\,\theta}, \qquad z(\theta) = r(\theta)e^{i\theta} = r_0\, e^{(k+i)\theta}. \tag{3}$$

Hier kodiert k die radiale Skalierung pro Winkel.

Kalibrierung an φ: Fordern wir, dass jede *Quadrantendrehung* $\Delta\theta = \frac{\pi}{2}$ den Radius exakt mit φ skaliert, dann

$$\varphi \;=\; \frac{r(\theta+\Delta\theta)}{r(\theta)} \;=\; e^{k\,\Delta\theta} \;\Rightarrow\; k \;=\; \frac{\ln\varphi}{\Delta\theta} \;=\; \frac{2\,\ln\varphi}{\pi}. \tag{4}$$

Damit wird die **φ-Segmentierung** zu einem **Euler-Spiralparameter** $k = \frac{2\ln\varphi}{\pi}$. Jeder Quadrantschritt ist dann ein φ-Sprung im Betrag, während die Phase um $\frac{\pi}{2}$ rotiert.

Schritt 3 – Redshift/Clock-Raten direkt in Euler-Form

Modelle die Frequenz-/Zeit-Ratios betreffen, brauchen nur den **Betrag** der komplexen Exponentialfunktion:

$$R \;=\; \left|e^{(k+i)\,\Theta}\right| \Big/ \left|e^{(k+i)\,\Theta_0}\right| \;=\; e^{k(\Theta-\Theta_0)} \;=\; e^{N\,\ln\varphi} \;=\; \varphi^N. \tag{5}$$

Hier ist Θ ein kumulierter Winkelparameter entlang der Trajektorie; **pro Segmentgrenze wächst Θ um** $\Delta\theta = \frac{\pi}{2}$, sodass $N = \frac{\Theta-\Theta_0}{\Delta\theta} \in \mathbb{Z}$.

Damit sind die beobachteten **diskreten Ratios** exakt die **Betragsdynamik** einer Euler-Spirale mit dem oben kalibrierten k . Die Phase θ trägt die Geometrie (Pfad/Winkel), der Betrag $e^{k\theta}$ trägt die φ-Skalierung.

Schritt 4 – Brücke zum kontinuierlichen GR-Faktor

Die Standard-Zeitdilatation im schwachen Feld ist **kontinuierlich**:

$$R_{\mathrm{GR}} \;=\; \exp\!\left(\tfrac{\Delta U}{c^2}\right). \tag{6}$$

Setzen wir nun einen **Segment-Quanten** ΔU_* so, dass $\exp(\Delta U_*/c^2) = \varphi$, erhalten wir für N Segmente:

$$R \;=\; \exp\!\left(\tfrac{N\,\Delta U_*}{c^2}\right) \;=\; \exp(N\ln\varphi) \;=\; \varphi^N. \tag{7}$$

> **Interpretation:** Die φ-Leiter ist die **diskrete „gequantelte" Version** des kontinuierlichen GR-Faktors, mit **Potential-Quanten** ΔU_* als Segment-Schrittlänge. Euler liefert dafür die **einzeilige Exponentialschreibweise**.

Schritt 5 – Minimale Paper-Formel (Startgleichung)

Eine kompakte, strukturklare Einstiegsgleichung, die **Rotation + φ-Skalierung** vereint, lautet:

$$\boxed{z(\theta) \;=\; z_0 \,\exp\big((k+i)\,\theta\big), \quad k = \tfrac{2\ln\varphi}{\pi}, \quad N = \frac{\theta-\theta_0}{\pi/2} \in \mathbb{Z}}. \tag{8}$$

Folgerungen (direkt darunter als Lemma):

$$\big|z(\theta)\big| \,/\, \big|z(\theta_0)\big| \;=\; e^{k(\theta-\theta_0)} \;=\; \varphi^N \;\equiv\; R. \tag{9}$$

Diese zwei Zeilen reichen, um die **gesamte φ-Segmentlogik** sofort sichtbar mit **Euler** zu verbinden. Für Leser:innen, die nur die Ratio-Physik interessiert, kann man (9) als Start setzen und (8) als geometrische Motivation im Anhang bringen.

Schritt 6 – Operationale Tests in der Euler-Sprache

1. **Residual-Gitter in** $\ln R$ **:** $y = \ln R,\ n^{\backslash *} = \mathrm{round}\,\big(y/\ln\varphi\big),\ \varepsilon = y - n^{\backslash *}\ln\varphi$. φ-Hypothese ⇒ $|\varepsilon|$ ist „klein" nach Fehlerfortpflanzung.
2. **ΔBIC φ-Gitter vs. Uniform:** φ-Lattice-Likelihood über ε vs. gleichverteilte Phasen/Hypothesen.
3. **Sign-Test:** $|\varepsilon|_\varphi$ vs. $|\varepsilon|_{\mathrm{alt}}$ pro Zeile.

Alle drei fallen natürlich aus (1)–(5); die Beweisführung ruht auf der Gitterstruktur in $\ln R$ und der Euler-Spiralform (8).

Schritt 7 – Physikale Deutung (prägnant)

- **Segmentgrenzen** sind **Iso-Aktions-/Isopotential-Flächen**, auf denen die effektive Kopplung **sprunghaft** um φ skaliert.
- **Zeit-/Frequenz-Effekte** sind **Betragsänderungen** einer Euler-Spirale; **Geometrie/Topologie** steckt in der **Phase**.
- **GR-Grenzfall:** Für $\Delta U \ll c^2$ fällt (7) lokal mit (6) zusammen (PPN-Limit unverändert). Diskretisierung entspricht einer Wahl ΔU_* der Segment-Quantelung.

Schritt 8 – „Cheat Sheet" für die Einleitung

- **Eine Zeile**: $R = \varphi^N = e^{N\ln\varphi}$.
- **Geometrische Einzeiler-Version** (Euler): $z(\theta) = z_0\,e^{(k+i)\theta}$, $k = 2\ln\varphi/\pi$.

- **Ein Satz**: „Wir modellieren beobachtete Ratios als Betragsdynamik einer Euler-Spirale, deren Quadrantschritt den φ-Skalierungsquant φ realisiert; dadurch folgt $R = \varphi^N$ und ein φ-Gitter in $\ln R$.“

Anhang A – Numerik (für Reviewer nützlich)

- $\ln \varphi \approx 0.4812118250596$.
- $k = \frac{2 \ln \varphi}{\pi} \approx 0.30634896253$.
- Quadrantschritt $\Delta\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow e^{k\Delta\theta} = e^{\ln \varphi} = \varphi$.

Anhang B – Alternative Parametrisierung

Man kann statt k auch $b := \ln \varphi$ führen und die Segmentzahl explizit schreiben:

$$R \;=\; e^{b\,N}, \qquad z(\theta) = z_0\, e^{(b/\Delta\theta)\,\theta}\, e^{i\theta}, \quad \Delta\theta = \tfrac{\pi}{2}. \tag{10}$$

Dies ist identisch zu (8) mit $k = b/\Delta\theta$. Wähle die Form, die im jeweiligen Paper am klarsten wirkt.

Fazit

Die φ-Segmentierung **ist** Exponentialskalierung. **Euler** bündelt **Skalierung + Rotation** in einer einzigen Funktion. Mit $k = 2 \ln \varphi / \pi$ erhält man eine sofort einsatzfähige Startformel, die die empirisch getestete φ-Leiter $R = \varphi^N$ geometrisch verankert und zugleich die Brücke zur kontinuierlichen GR-Form $R = \exp(\Delta U / c^2)$ schlägt. Damit steht ein kompakter, prüfbarer und physikalisch interpretierbarer Einstieg für alle Folgergebnisse bereit.