

THÉORIE DU FILTRAGE ET RÉÉCHANTILLONNAGE

Étude du filtre RIF à fenêtre de Kaiser pour l'analyse modale (0-1 Hz)

1 Introduction au processus de décimation

Le passage d'une fréquence d'échantillonnage de $F_{s1} = 1000$ Hz à $F_{s2} = 20$ Hz ne constitue pas une simple suppression de points. Pour préserver l'intégrité du signal entre 0 et 1 Hz, il est impératif d'appliquer un filtre anti-repliement (*anti-aliasing*). Sans ce filtre, toute l'énergie située au-delà de 10 Hz (nouvelle limite de Nyquist) viendrait polluer la bande basse fréquence par repliement spectral.

2 Conception du filtre RIF (Réponse Impulsionnelle Finie)

Le VI LabVIEW utilise un filtre RIF basé sur la méthode des fenêtres de Kaiser. Contrairement aux filtres IIR (Butterworth, etc.), le filtre RIF garantit une **phase linéaire**. Cela signifie que le retard de groupe est constant pour toutes les fréquences : les amplitudes vibratoires entre 0 et 1 Hz restent parfaitement synchronisés temporellement (nous avons affaire à du retard et non du déphasage).

2.1 Le paramètre de forme β

Le paramètre β ajuste le compromis entre la largeur du lobe principal et l'atténuation des lobes secondaires. Il est calculé directement à partir de la réjection R_s souhaitée :

$$\beta = 0.1102 \cdot (R_s - 8.7) \quad (1)$$

Avec $R_s = 100$ dB, $\beta \approx 10.06$. Cette valeur élevée de β assure que l'énergie résiduelle des fréquences parasites est divisée par 10^5 en amplitude, garantissant un spectre d'une grande pureté pour l'algorithme FDD.

2.2 Calcul de l'ordre n

L'ordre du filtre (le nombre de coefficients) détermine la "raideur" de la transition. Il est inversement proportionnel à la largeur de transition ΔW :

$$n = \text{ceil} \left(\frac{R_s - 8}{2.285 \cdot \Delta W \cdot 2\pi} \right) \quad (2)$$

Dans le VI, la largeur de transition est définie par l'écart entre la bande passante choisie (W_p) et la fréquence de coupure théorique ($W_s = 0.5$).

- **Transition étroite** (W_p proche de 0.5) : Augmente n , créant un filtre très précis mais avec plus de latence.
- **Transition large** (W_p faible) : Réduit n , mais risque d'atténuer le signal utile.

3 Configuration 100 dB / 0,4

Pour l'analyse modale opérationnelle entre 0 et 1 Hz, le réglage $W_p = 0.4$ est optimal. Il signifie que le signal est préservé à 100% jusqu'à 8 Hz ($20 \text{ Hz} \times 0.4$). La bande d'intérêt (0-1 Hz) se trouve donc dans la zone de "plateau" la plus stable du filtre. La réjection de 100 dB garantit qu'aucune vibration ou parasite HF ne vient créer de faux modes dans l'analyse SVD.

MÉCANIQUE INTERNE ET MISE EN ŒUVRE

Gestion des états et de la continuité temporelle

4 Architecture logicielle du VI LabVIEW

Le diagramme interne du VI *Resample Waveform* révèle une gestion complexe des données pour assurer un traitement sans couture (*seamless*).

4.1 Gestion du timing et de l'historique t_0

Pour que le rééchantillonnage soit exact, le VI ne se contente pas de traiter des tableaux de nombres ; il gère des *Waveforms*.

- Le VI calcule un **used** t_0 pour chaque bloc de sortie afin de garantir l'alignement temporel parfait entre l'entrée et la sortie.
- Un registre interne (*t0 history buffer*) mémorise la phase résiduelle du signal entre deux appels du VI, évitant ainsi tout décalage temporel cumulatif au cours de l'acquisition.

4.2 Le rôle critique du "Reset"

L'entrée **reset** commande la réinitialisation des filtres et des mémoires tampons.

- **Reset = FAUX** : Le VI fonctionne en mode "états persistants". Les derniers échantillons du bloc précédent servent de conditions initiales pour le bloc actuel. C'est indispensable pour ne pas générer d'échelons (gigue) à chaque itération de la boucle While.
- **Reset = VRAI** : Le filtre est remis à zéro. Cela s'apparente à une mise sous tension. Un transitoire de démarrage apparaît sur une durée égale à la moitié de la longueur du filtre ($n/2$).

5 Garde-fous et limites de précision

Le VI intègre un système de surveillance pour éviter la conception de filtres physiquement impossibles ou instables. Si les paramètres dépassent les limites (Réjection > 150 dB ou BP $> 0,495$), le VI active une structure de cas qui renvoie l'erreur **20006** (*Accuracy Warning*). Dans ce cas, le filtre Kaiser n'est pas appliqué pour éviter des résultats aberrants.

6 Impact sur la signature vibratoire (FDD)

En utilisant un filtre RIF de 100 dB avec une bande passante de 0,4 :

1. **Fidélité d'amplitude** : Les pics de résonance des peupliers entre 0 et 1 Hz conservent leur énergie réelle.
2. **Fidélité de phase** : Les relations de phase entre les différents accéléromètres (nécessaires pour extraire les composantes modales) sont préservées grâce à la symétrie des coefficients du filtre Kaiser.

7 Caractéristiques quantifiées (1000 Hz \rightarrow 20 Hz)

Cette section détaille les performances temporelles et spectrales du filtre généré avec les réglages optimaux : **Réjection = 100 dB** et **Bande Passante = 0.4**.

7.1 Calcul des coefficients du filtre

Le VI *Resample Waveform* conçoit un noyau de filtrage RIF (fenêtre de Kaiser) dont les paramètres sont dérivés des équations internes.

1. **Paramètre de forme β** :

$$\beta = 0.1102 \cdot (100 - 8.7) \approx \mathbf{10.06}$$

Cette valeur élevée de β assure une décroissance rapide des lobes secondaires.

2. **Largeur de transition normalisée (ΔW)** : Le système fixe la limite d'arrêt W_s à la fréquence de Nyquist (0.5).

$$\Delta W = W_s - W_p = 0.5 - 0.4 = \mathbf{0.1}$$

3. **Ordre du noyau (n_{kernel})** : C'est le nombre de coefficients "de base" calculé par la formule du diagramme :

$$n_{kernel} = \text{ceil} \left(\frac{100 - 8}{2.285 \cdot 0.1 \cdot 2\pi} \right) = \text{ceil}(64.08) = \mathbf{65} \text{ coefficients}$$

7.2 Latence et ordre effectif

Dans un processus de décimation par un facteur $M = 50$ (1000/20), le filtre RIF complet est appliqué sur le signal haute fréquence. L'ordre effectif du filtre correspond au noyau étendu par le facteur de décimation.

- **Nombre total de taps (N_{total})** :

$$N_{total} \approx n_{kernel} \times M = 65 \times 50 = \mathbf{3250} \text{ échantillons}$$

- **Retard de groupe constant (τ)** : Le retard induit est la moitié de la durée du filtre, exprimée en secondes à la fréquence d'entrée ($F_{in} = 1000$ Hz).

$$\tau = \frac{N_{total} - 1}{2 \cdot F_{in}} \approx \frac{3250}{2000} = \mathbf{1.625} \text{ secondes}$$

Interprétation : Avec ce réglage de qualité (100 dB / 0.4), le signal filtré arrive avec un retard fixe de **1,625 s** par rapport au temps réel. Ce délai est le prix à payer pour une coupure nette garantissant qu'aucune fréquence au-dessus de 10 Hz ne replie sur les modes à 1 Hz.

8 Conclusion

Pour une analyse fiable, il faut laisser tourner l'acquisition quelques secondes avant de considérer les données comme stables, le temps que le buffer du filtre se remplisse. Il convient de maintenir le **Reset à FAUX** durant toute la durée de la mesure pour garantir la continuité de la phase, facteur clé de la décomposition en valeurs singulières (SVD).