

FICHE DE SYNTHÈSE MÉTHODOLOGIQUE : ALGORITHME FDD

Caractérisation de la signature vibratoire des peupliers sous excitation éolienne

CONTEXTE ET PROBLÉMATIQUE

Dans le cadre du projet **TREEVIB**, nous cherchons à extraire les modes propres (fréquence, amortissement, déformée) de deux peupliers instrumentés en conditions réelles. Contrairement aux essais en laboratoire, l'excitation est ici stochastique et inconnue (vent turbulent). Le défi réside dans la séparation des modes structurels du bruit de mesure et des composantes colorées du vent, en utilisant uniquement les données de sortie (Output-Only).

FONDEMENTS THÉORIQUES : LA SVD

La méthode retenue est la *Frequency Domain Decomposition* (FDD). Elle repose sur la décomposition en valeurs singulières de la matrice de densité spectrale de puissance (PSD).

2.1 Matrice de Densité Spectrale

Pour un système instrumenté par deux capteurs orthogonaux (x et y), nous construisons la matrice des densités spectrales croisées $\mathbf{G}(f)$:

$$\mathbf{G}(f) = \begin{bmatrix} S_{xx}(f) & S_{xy}(f) \\ S_{yx}(f) & S_{yy}(f) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Où S_{xy} contient l'information de phase et de corrélation entre les directions orthogonales.

2.2 Décomposition en Valeurs Singulières

À chaque fréquence discrète f , la matrice $\mathbf{G}(f)$ est décomposée selon :

$$\mathbf{G}(f) = \mathbf{U}(f)\mathbf{\Sigma}(f)\mathbf{U}^H(f) \quad (2)$$

- $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2)$: Matrice diagonale des valeurs singulières ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0$).
- $\mathbf{U} = [u_1, u_2]$: Matrice unitaire des vecteurs singuliers.

Avantage : La SVD réalise une rotation optimale de la base de données. La première valeur singulière $\sigma_1(f)$ capture l'énergie dominante du mode, **quelle que soit son orientation** par rapport aux capteurs physiques.

ROBUSTESSE AUX "MODES ALIGNÉS"

Une problématique classique survient lorsqu'un mode de flexion est parfaitement aligné avec un seul cap-

teur (ex : axe x), rendant la corrélation S_{xy} quasi-nulle. Grâce à l'approche FDD :

1. Le bruit non corrélé (électronique) tend à se répartir de manière isotrope : $\sigma_1 \approx \sigma_2$.
2. Un mode physique, même purement unidirectionnel, concentre son énergie sur σ_1 .

Ainsi, le rapport σ_1 / σ_2 (ou degré de polarisation) devient un indicateur robuste pour distinguer un mode réel d'un artefact de mesure, résolvant le problème d'orthogonalité des capteurs.

PROTOCOLE D'ANALYSE

4.1 Pré-traitement (Welch)

L'estimation de la PSD utilise la méthode de Welch pour réduire la variance du bruit :

- **Fenêtrage :** Hanning (minimisation des fuites spectrales).
- **Recouvrement :** 50% à 66%.
- **NFFT :** Ajusté pour garantir une résolution fréquentielle $\Delta f < 0.005$ Hz, essentielle pour séparer les modes proches du peuplier.

4.2 Sélection des Pics (Peak Picking)

L'identification se fait sur le spectre de la 1^{ère} valeur singulière $\sigma_1(f)$. Un pic est validé comme mode structurel si :

1. Il domine le bruit local (Dynamique $> 15-20$ dB).
2. Le vecteur singulier u_1 (forme modale) présente une cohérence (MAC) élevée au voisinage du pic.

INTERPRÉTATION BIOPHYSIQUE

La signature extraite via FDD nous renseigne sur l'état physiologique et mécanique de l'arbre :

- **Fréquence :** Indicateur direct de la rigidité globale et de la biomasse. Une baisse saisonnière peut indiquer une prise de masse (feuilles) ou un endommagement.

RÉFÉRENCES CLÉS

- Brincker, R., Zhang, L., & Andersen, P. (2001). *Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition*. Smart Materials and Structures.
- Castro-Triguero et al. (2013). *Validation of operational modal analysis in tree dynamics*.

L'utilisation de la SVD (FDD) surpasse les méthodes classiques basées sur la simple cohérence x/y . Elle permet de mathématiser la distinction entre un **bruit décorrélé** (rejeté dans le sous-espace bruit) et une **vibration physique polarisée**, même si cette dernière ne s'exprime que sur une seule voie d'acquisition. C'est l'outil indispensable pour l'analyse anisotrope des arbres.