

KARTKA 1

ZAD.1. (6p) Naszkicuj wykres funkcji $y = \sqrt[7]{x^5}$. Następnie wyznacz dziedzinę funkcji

$$f(x) = \sqrt{\operatorname{ctg} x - \cos x - \frac{1 - \sin x}{2 \sin x}} + \ln(\sin x)$$

ZAD.2. (5p) Naszkicuj wykres funkcji $y = \operatorname{arc ctg} x$. Następnie rozwiąż równanie

$$\cos^2(3 \operatorname{arc ctg}(4x)) = 1$$

ZAD.3. (6p) Naszkicuj wykres funkcji $y = \log_{\sqrt{5}} x$. Następnie rozwiąż równanie

$$\frac{25}{x^2} = (\sqrt{x})^{(1 - \log_5 x) \log_5 x}$$

KARTKA 2

ZAD.4. (a) (1p) Jakie warunki musi spełniać funkcja aby była ciągła w x_0 ?

(b) (5p) Wyznacz, o ile istnieją, wartości parametrów $A, B \in R$, dla których funkcja $f(x)$ jest ciągła w swojej dziedzinie.

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arc ctg}\left(x - \ln\left(\frac{x+1}{(x-2)^2}\right)\right) & x < 2 \\ \log_A\left(\frac{A+2}{A}\right) + \pi - 1 & x = 2 \\ B \cdot \frac{x^2-4}{1-\sqrt{3-x}} & x > 2 \end{cases}$$

(c) (1p) Napisz odpowiednie założenia na stałą rzeczywistą c , a następnie podaj granicę

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{c}{x}\right)^{\frac{x}{c}}$$

ZAD.5. (a) (4p) Zbadaj monotoniczność i ograniczonosć ciągu

$$a_n = \frac{3}{2+1} + \frac{3^2}{2^2+2} + \frac{3^3}{2^3+3} + \cdots + \frac{3^n}{2^n+n}$$

(b) (2p) Wyznacz, o ile istnieje, wartość rzeczywistego parametru s , aby

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{s+1} - s + 1)n^2 + 3n - \ln s}{4n^2 + 3n - 5} = 0$$