Kartka 1

Zad.1. *(5p)* Naszkicuj wykresy funkcji $y = \log_{0,5} x$ oraz $y = \operatorname{arc\,ctg} x$. Następnie wyznacz zbiór wartości funkcji $g(x)$ i znajdź funkcję odwrotną $g^{-1}(x)$

$$g(x) = 2\pi \cdot \log_{36} 6 + 2 \cdot \operatorname{arc\,ctg}(5x-2)$$

Zad.2. (a)*(2p)* Podaj i uzasadnij dwie własności działań na logarytmach

(b)*(3p)* Oblicz wartości wyrażeń

$$A = 16^{\log_2 \sqrt[4]{2} + \log_4 3}, \qquad B = \operatorname{arc\,ctg}\left(\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{7}\right)\right), \qquad C = \cos\left(\operatorname{arc\,tg}\left(-\frac{7}{8}\right)\right)$$

Zad.3. Rozwiąż

(a) *(4p)* $\sqrt{3x-5} + x > 5$

(b) *(4p)* $256^{\frac{1}{x^2-4}} \cdot \left(\frac{8}{2^{x+1}}\right)^{\frac{1}{x+2}} = 4^{\frac{1}{x-2}}$

Kartka 2

Zad.4. (a) *(3p)* Zbadaj monotoniczność i ograniczoność ciągu

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

(b) *(4p)* Oblicz granice

$$A = \lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{4n^2-3n} - \sqrt{4n^2+5n+2}\right) \quad , B = \lim_{n\to\infty} n \cdot \ln\left(\frac{n-5}{n}\right)$$

(c) *(2p)* Pokaż, że $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\sin\frac{1}{n^2}} = 1$

Kartka 3

Zad.5. (a) *(7p)* Wyznacz, o ile istnieją, wartości parametrów $A, B, C \in \mathbb{R}$, tak aby funkcja $f(x)$ była ciągła w swojej dziedzinie.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6x+6}{x^2+4x+3} + A & , x < -1 \\ B \cdot 3^{\frac{x+1}{x-1}} + \log_C(x+2) & , -1 \le x < 1 \\ 2 & , x = 1 \\ \frac{1}{\pi} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{1}{1-x}\right) + \frac{B \cdot \sin(x-1)}{2x-2} & , x > 1 \end{cases}$$

(b) *(2p)* Oblicz granice

$$C = \lim_{x\to\infty} \frac{\sin(2x+2)}{x+1}, \qquad D = \lim_{x\to\infty} \left[\operatorname{arc\,ctg}\left(\frac{1}{x}\right) \cdot (6 - 2^{-x})\right]$$