

KARTKA 1

ZAD.1. (6p) Naszkicuj wykres funkcji $y = \arccos x$. Następnie wyznacz dziedzinę funkcji

$$f(x) = \sqrt{\arccos\left(\frac{x-2}{x+3}\right) - \frac{\pi}{2}}$$

ZAD.2. (6p) Naszkicuj wykres funkcji $y = \log_2 x$. Następnie rozwiąż nierówność

$$x^{\log_2(\sqrt{x})-1} \geq \sqrt{8}$$

KARTKA 2

ZAD.3. (6p) Naszkicuj wykres funkcji $y = \sqrt[5]{x^4}$. Następnie rozwiąż równanie

$$\sqrt{\frac{1}{2} + \cos x} = \cos \frac{x}{2}$$

KARTKA 3

ZAD.4. (a) (6p) Wyznacz, o ile istnieją, wartości parametrów $A, B \in \mathbb{R}$, dla których funkcja $f(x)$ posiada granice w $x = 1$ i $x = 2$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(2x-2)}{|x-1|} & x < 1 \\ A \cdot x \cdot \operatorname{arctg}(\ln|1-x|) & 1 < x < 2 \\ 3^{\frac{x+4}{2-x}} + 2 \cos B & x > 2 \end{cases}$$

(b) (2p) Oblicz granice

$$C = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot \operatorname{arctg} x}{x+1}, \quad D = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\arccos\left(\frac{1}{x}\right) \cdot (3 - \pi^x) \right]$$

KARTKA 4

ZAD.5. (a) (4p) Zbadaj monotoniczność i ograniczoność ciągu

$$a_n = \frac{2^{n+1}}{\sqrt{1}} + \frac{2^{n+2}}{\sqrt{2}} + \frac{2^{n+3}}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{2^{2n}}{\sqrt{n}}$$

(b) (4p) Oblicz granice

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(\ln n)}{\ln n} \quad B = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n + n^2} - n \right)$$

$$C = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! - (n-1)!}{(n+1)! + n!} \quad D = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{2n+1} \right)^{n+1}$$

(c) (+2p) Korzystając z definicji pokaż, że $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n+1} = 0$