

KARTKA 1

ZAD.1. (6p) Naszkicuj wykres funkcji $y = \sqrt[7]{x^6}$. Następnie wyznacz dziedzinę funkcji

$$f(x) = \sqrt{2 - \log_2 (\log_4 x) - \log_4 (\log_2 x)}$$

KARTKA 2

ZAD.2. (7p) Naszkicuj wykres funkcji $y = \arccos x$. Następnie rozwiąż nierówność

$$\operatorname{tg}(2 \arccos(3x)) \geq \sqrt{3}$$

KARTKA 3

ZAD.3. (6p) Naszkicuj wykres funkcji $y = \log_{\sqrt{2}} x$. Następnie rozwiąż równanie

$$\log_{\sqrt{2} \sin x} (1 + \cos x) = 2$$

KARTKA 4

ZAD.4. (a) (6p) Wyznacz, o ile istnieją, wartości parametrów $A, B \in R$, dla których funkcja $f(x)$ jest ciągła w swojej dziedzinie.

$$f(x) = \begin{cases} Ax \sin\left(\frac{\pi}{x}\right) + \log_2 A & x < 0 \\ B^2 \operatorname{arcctg}(x) & 0 \leq x \leq 1 \\ \pi \frac{\sqrt{x^2 - x + 4} - 2}{x - 1} & x > 1 \end{cases}$$

(b) (2p) Oblicz granice

$$C = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x \cdot \operatorname{arcctg} x}{x + 1}, \quad D = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\arccos\left(\frac{1}{x}\right) \cdot \frac{1}{\pi - \pi^{-x}} \right]$$

ZAD.5. (a) (4p) Zbadaj monotoniczność i ograniczoność ciągu

$$a_n = \frac{3^n}{\sqrt{1}} + \frac{3^{n+1}}{\sqrt{2}} + \frac{3^{n+2}}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{3^{2n}}{\sqrt{n+1}}$$

(b) (2p) Oblicz granice

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(2^n)}{2^n} \quad B = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{n+1} \right)^{n+1}$$

(c) (+2p) Oblicz granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin^2 \left(\pi \sqrt{n^2 - n} \right)$$