

תרגיל קורס 1

Hadar mentel: 205642366

Noam arian: 311271829

Lino4 Halifa: 201052198

X_1, X_2, X_3, X_n : הקניס

W_1, W_2, W_3, W_n : משקלים

פונקציה אקטיבטורה:

Sigmoid Function

- $f(x) = 1 / (1 + \exp(-x))$
- Input range: Real numbers
- Output range: $[0, 1]$
- Gradient: $f'(x) = f(x)(1 - f(x))$



$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{(-x)}}$$

ל. תחשב את הסכום :

$$z = X_1 \cdot W_1 + X_2 \cdot W_2 + X_3 \cdot W_3 + X_n \cdot W_n$$

ה. בקצת פונקציות אקטיבטורה של z :

$$f(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

ה. נשום את חושים הסכום בפונקציות אקטיבטורה:

$$f(z) = \frac{1}{1 + e^{-(X_1 \cdot W_1 + X_2 \cdot W_2 + X_3 \cdot W_3 + X_n \cdot W_n)}}$$

$$f(z) = \frac{1}{1 + e^{-(X_1 \cdot W_1 + X_2 \cdot W_2 + X_3 \cdot W_3 + X_n \cdot W_n)}}$$

הסיכוי ה' :

ק. התגרות של פונקציה ה Sigmoid קרוי z :

$$y'(z) = y(z) \cdot (1 - y(z)) = \frac{\partial y}{\partial z} = y(z) \cdot (1 - y(z))$$

התגרות של z קרוי w_i :

$$\frac{\partial z}{\partial w_i} = x_i$$

לשם כך נחלק את המשוואה :

$$\frac{\partial y}{\partial w_i} = \frac{\partial y}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial w_i}$$

כעת (3) אף נכתבת :

$$y = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

התגרות של פונקציה ה Sigmoid :

$$\frac{\partial y}{\partial z} = y \cdot (1 - y)$$

פונקציה הסכימה z :

$$z = w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2 + w_3 \cdot x_3 + w_n \cdot x_n$$

התגרות של z :

$$\frac{\partial z}{\partial w_i} = x_i$$

כעת (3) את הנגזרות ונקבל:

$$\frac{\partial y}{\partial w_i} = \frac{\partial y}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial w_i} \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial w_i} = y(1-y) \cdot x_i$$

$$\frac{\partial y}{\partial w_i} = \frac{1}{1+e^{-z}} \cdot \left(1 - \frac{1}{1+e^{-z}}\right) \cdot x_i$$

תשובה סופית:

סעיפים 1, 2, 3, 4 → Jupiter

סעיף 5: השוואה בין התיבות Sigmoid ותחתון Tahh:

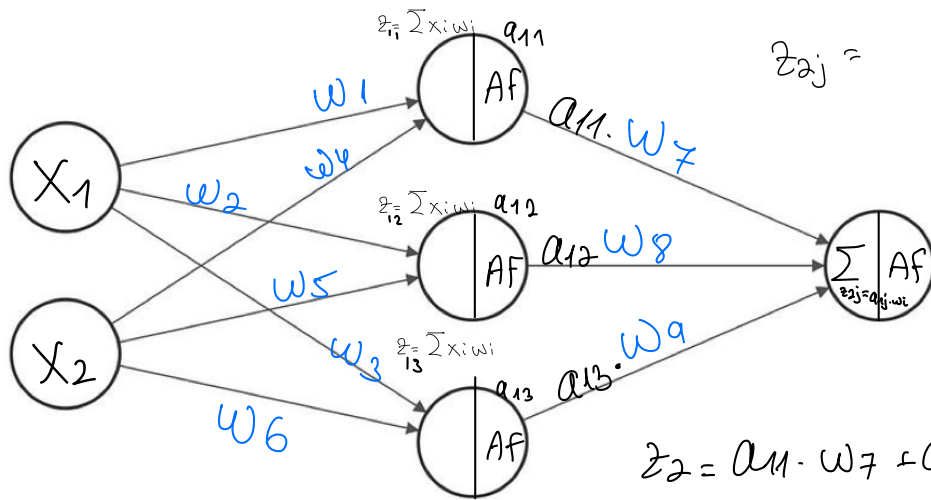
(*) שניהם סטוכסטיים, פונקציה שלשה בין 0 ל-1 ולכן אין פגמים (y) שליליים. כאשר הפלט קטן מאוד או גדול מאוד

הפניה מתקרבת מתמדת ל-0/1

(*) דפוקציות Tahh הפלט נ בין 1 ל-(-1) ולכן יש מאגשי, אינם פגמים (y) שליליים.

: 2 הפעלה

.lc



$$z_{2j} = a_{1j} \cdot w_i$$

$$z_2 = a_{11} \cdot w_7 + a_{12} \cdot w_8 + a_{13} \cdot w_9$$

$$AF(z_2)$$

Input Layer $\in \mathbb{R}^2$

Hidden Layer $\in \mathbb{R}^3$

Output Layer $\in \mathbb{R}^1$

X_1, X_2 : שכבה input
 3 נייטרונים : שכבה hidden layer
 1 נייטרון : $X_1 \cdot w_1 + X_2 \cdot w_4$
 2 נייטרון : $X_1 \cdot w_2 + X_2 \cdot w_5$
 3 נייטרון : $X_1 \cdot w_3 + X_2 \cdot w_6$
 1 נייטרון : שכבה output

1. Hidden Layer Computation

- $z_1 = W_1 \cdot x + b_1$
- $a_1 = \text{ReLU}(z_1)$

2. Output Layer Computation

- $z_2 = W_2 \cdot a_1 + b_2$
- $a_2 = \text{Sigmoid}(z_2)$

1. hidden layer computation

$$z_{11} = X_1 \cdot w_1 + X_2 \cdot w_4, \quad z_{12} = X_1 \cdot w_2 + X_2 \cdot w_5$$

$$z_{13} = X_1 \cdot w_3 + X_2 \cdot w_6$$

$$\textcircled{x} a_{ij} = \text{Sigmoid} = \frac{1}{1 + e^{-z_{ij}}} \quad j = 1, 2, 3$$

$$a_{11} = \frac{1}{1 + e^{-z_{11}}} = \frac{1}{1 + e^{-(X_1 \cdot w_1 + X_2 \cdot w_4)}}$$

$$a_{12} = \frac{1}{1 + e^{-z_{12}}} = \frac{1}{1 + e^{-(X_1 \cdot w_2 + X_2 \cdot w_5)}}$$

$$a_{13} = \frac{1}{1 + e^{-z_{13}}} = \frac{1}{1 + e^{-(X_1 \cdot w_3 + X_2 \cdot w_6)}}$$

1. Hidden Layer Computation

- $z1 = W1 * x + b1$
- $a1 = \text{ReLU}(z1)$

2. Output Layer Computation

- $z2 = W2 * a1 + b2$
- $a2 = \text{Sigmoid}(z2)$

2. Output layer computation

$$z_{2j} = a_{ij} \cdot w_i, \quad j=1, 2, 3; i=7, 8, 9$$

$$z_{21} = a_{11} \cdot w_7 = \frac{1}{1 + e^{-(x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_4)}} \cdot w_7$$

$$z_{22} = a_{12} \cdot w_8 = \frac{1}{1 + e^{-(x_1 \cdot w_2 + x_2 \cdot w_5)}} \cdot w_8$$

$$z_{23} = a_{13} \cdot w_9 = \frac{1}{1 + e^{-(x_1 \cdot w_3 + x_2 \cdot w_6)}} \cdot w_9$$

$$a_{2j} = \text{Sigmoid}(z_{2j}) \quad j=1, 2, 3$$

$$a_{2j} = \frac{1}{1 + e^{-z_{2j}}}$$

$$a_{21} = \frac{1}{1 + e^{-\left(w_7 \cdot \frac{1}{1 + e^{-(x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_4)}}\right)}}$$

$$a_{22} = \frac{1}{1 + e^{-(w_8 \cdot \frac{1}{1 + e^{-(x_1 \cdot w_2 + x_2 \cdot w_5)}})}})$$

$$a_{23} = \frac{1}{1 + e^{-(w_9 \cdot \frac{1}{1 + e^{-(x_1 \cdot w_3 + x_2 \cdot w_6)}})}})$$

$$z_2 = \sum a_{ij} \cdot w_i$$

$$i = 7, 8, 9$$

$$z_2 = w_7 \cdot \overset{a_{11}}{\frac{1}{1 + e^{-(x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_4)}}}} + w_8 \cdot \overset{a_{12}}{\frac{1}{1 + e^{-(x_1 \cdot w_2 + x_2 \cdot w_5)}}}} + w_9 \cdot \overset{a_{13}}{\frac{1}{1 + e^{-(x_1 \cdot w_3 + x_2 \cdot w_6)}}}}$$

$$a_2 = \frac{1}{1 + e^{-z_2}}$$

$$a_2 = \frac{1}{1 + e^{-\overset{z_2}{\left(w_7 \cdot \frac{1}{1 + e^{-(x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_4)}}} + w_8 \cdot \frac{1}{1 + e^{-(x_1 \cdot w_2 + x_2 \cdot w_5)}}} + w_9 \cdot \frac{1}{1 + e^{-(x_1 \cdot w_3 + x_2 \cdot w_6)}}} \right)}}$$

$$y = \frac{1}{1 + e^{-\left(w_7 \cdot \frac{1}{1 + e^{-(x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_4)}}} + w_8 \cdot \frac{1}{1 + e^{-(x_1 \cdot w_2 + x_2 \cdot w_5)}}} + w_9 \cdot \frac{1}{1 + e^{-(x_1 \cdot w_3 + x_2 \cdot w_6)}}} \right)}}$$

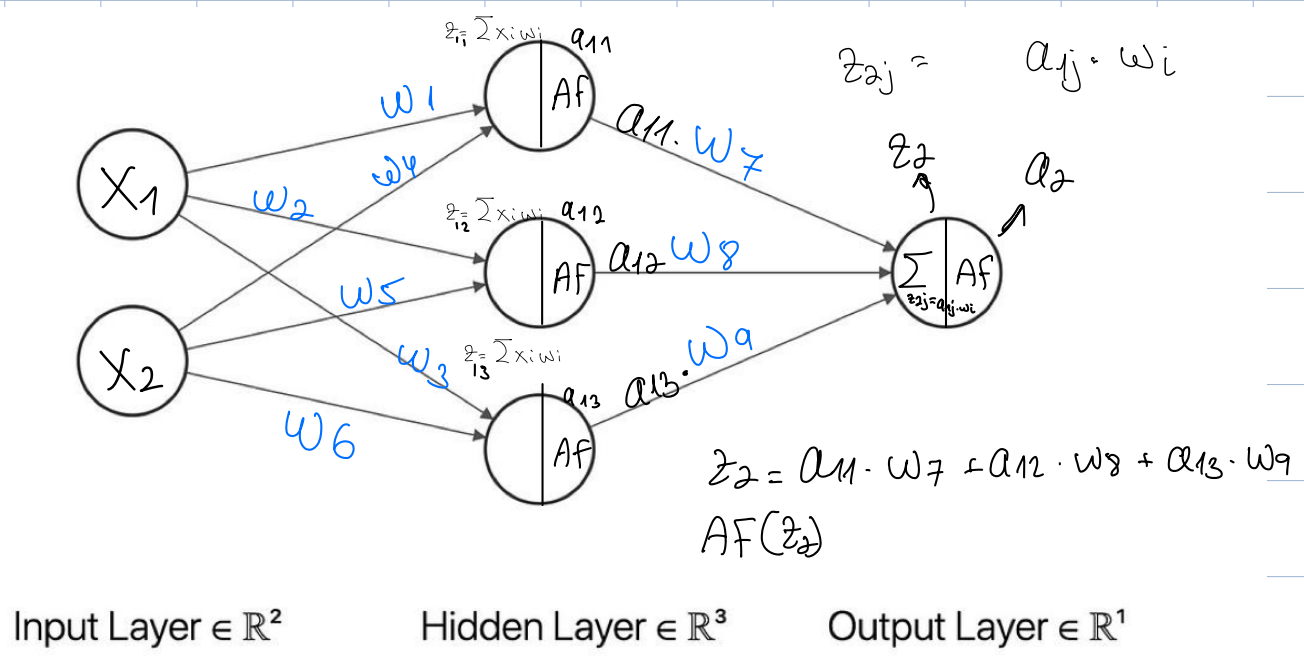
ק. בחר קשת אחת המחברת את ה hidden layer לפלט – וגזור את הפונקציה בסעיף א' ביחס אליה

$\partial L / \partial w = \partial L / \partial a * \partial a / \partial z * \partial z / \partial w$

\downarrow
 נגזרת חוקי של פונקציה
 הסימטריה

\downarrow
 נגזרת חוקי של פונקציה
 הסימטריה

\downarrow
 נגזרת חוקי של פונקציה
 הסימטריה



$$\frac{\partial Y}{\partial w_7} = \frac{\partial Y}{\partial z_2} \cdot \frac{\partial z_2}{\partial w_7}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial z_2} \Rightarrow$$

נגזרת חוקי של פונקציה

הסימטריה

$$\frac{\partial Y}{\partial z_2} = y \cdot (1 - y)$$

$$\frac{\partial z_2}{\partial w_7} = a_{11} \cdot w_7 + a_{12} \cdot w_8 + a_{13} \cdot w_9$$

$$\frac{\partial z_2}{\partial w_7} = a_{11} = \frac{1}{1 + e^{-(x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_4)}}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial w_7} = \frac{\partial Y}{\partial z_2} \cdot \frac{\partial z_2}{\partial w_7}$$

· w1G

$$\Rightarrow y \cdot (1 - y) \cdot \frac{1}{1 + e^{-(x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_4)}}$$

ג. בחר קשת אחת המחברת את הקלט ל hidden layer וגזור את הפונקציה בסעיף א – ביחס אליה.

$$\frac{\partial Y}{\partial w_1} = \frac{\partial Y}{\partial z_2} \cdot \frac{\partial z_2}{\partial a_{11}} \cdot \frac{\partial a_{11}}{\partial z_{11}} \cdot \frac{\partial z_{11}}{\partial w_1}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial z_2} = y \cdot (1 - y)$$

$$\frac{\partial z_2}{\partial a_{11}} = w_7$$

$$\frac{\partial a_{11}}{\partial z_{11}} = a_{11} \cdot (1 - a_{11})$$

$$\frac{\partial z_{11}}{\partial w_1} = x_1$$

$$\frac{\partial Y}{\partial w_1} = \frac{\partial Y}{\partial z_2} \cdot \frac{\partial z_2}{\partial a_{11}} \cdot \frac{\partial a_{11}}{\partial z_{11}} \cdot \frac{\partial z_{11}}{\partial w_1}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial Y}{\partial w_1} = y \cdot (1 - y) \cdot w_7 \cdot a_{11} (1 - a_{11}) \cdot x_1$$

3. סוף super

3. ନିମ୍ନ

Learning rate	Epochs	Prediction 1	Prediction 2	Prediction 3	Prediction 4
0.5	10	0.49683229	0.49312668	0.5211246	0.50846009
	100	0.50959944	0.51080305	0.52612741	0.44861794
	1,000	0.04292273	0.92370158	0.93697962	0.08606712
	10,000	0.00892673	0.98476766	0.98608432	0.0176987
0.1	10	0.42283342	0.39699479	0.44340189	0.42356905
	100	0.58575279	0.56369873	0.43145522	0.41865425
	1,000	0.24214571	0.41511486	0.66522756	0.47157355
	10,000	0.02799284	0.94741504	0.95787113	0.05378369
0.05	10	0.6250774	0.58719556	0.63825856	0.60651892
	100	0.43840816	0.45536081	0.52829092	0.52469892
	1,000	0.37483102	0.66430539	0.45106024	0.51063901
	10,000	0.06770091	0.91803814	0.93185077	0.07383226
0.01	10	0.72173038	0.60226041	0.68090434	0.56637338
	100	0.43993915	0.38279628	0.40179241	0.46959194
	1,000	0.5406363	0.51820732	0.48697876	0.35366246
	10,000	0.49243708	0.49157121	0.5061386	0.50686369
0.005	10	0. 50763972	0. 48025435	0.55069249	0.52098386
	100	0. 32108255	0. 28219957	0.18123566	0.15032379
	1,000	0. 53001759	0.52090343	0.49180569	0.48172491
	10,000	0. 53113203	0.5086021	0.49874298	0.46149662
0.001	10	0.53234063	0.5693499	0.6130268	0.63008293
	100	0.79282283	0.9004946	0.86800896	0.9159926
	1,000	0.46422465	0.56778349	0.47628302	0.55179595
	10,000	0.50858745	0.5111092	0.4961542	0.49661167

1. בפונקציה train שנה את מספר ה epochs לערכים הבאים: 10 , 100 , 1000 , 10000 . הצג את התוצאות הסופיות של כל אחת מההרצות. הסבר.

תשובה: עבור Learning rate קבוע (0.1), נבדקו ערכי אפוקים שונים.

Learning rate	Epochs	Prediction 1	Prediction 2	Prediction 3	Prediction 4
0.1	10	0.42283342	0.39699479	0.44340189	0.42356905
	100	0.58575279	0.56369873	0.43145522	0.41865425
	1,000	0.24214571	0.41511486	0.66522756	0.47157355
	10,000	0.02799284	0.94741504	0.95787113	0.05378369

מטרת הפרדיקציות היא להגיע לערכי המטרה שהם [0,1,1,0]

בהרצה הראשונה (10 אפוקים): התוצאות אינן קרובות לערכי המטרה וניתן להסיק שהמודל עדיין לא התכנס ונדרש יותר לימוד

עבור ההרצה השניה (100 אפוקים): ניתן לראות שיפור קל מאוד אך עדיין רחוק מתוצאה מספקת ולכין תתקבל אותה מסקנה כמו בהרצה הראשונה

עבור שתי ההרצות הראשונות קשה לראות באופן מובהק שיפור משמעותי בתוצאות.

ההרצה השלישית (1000 אפוקים): חל שיפור, בעיקר בפרדיקציות השלישית והראשונה. כלומר המודל מתכנס אך עדיין נדרש יותר מחזורים.

ובהרצה הרביעית (10,000 אפוקים): התקבלה פרידקציה טובה מאוד, כמעט מושלמת. שנותנת תוצאה מאוד טובה לעומת ערכי המטרה.

המסקנה העיקרית היא שככל שמספר ה EPOCHS גדל כך המודל למד טוב יותר את התבנית.

2. בפונקציה train שנה את learning rate לערכים הבאים: 0.005, 0.01, 0.05, 0.1, 0.5. הצג תוצאות סופיות של כל אחת מההרצות, הסבר.

תשובה:

עבור ערך קבוע של 10,000 אפוקים נקבל את ההרצות הבאות:

Learning rate	Epochs	Prediction 1	Prediction 2	Prediction 3	Prediction 4
0.5	10,000	0.00892673	0.98476766	0.98608432	0.0176987
0.1	10,000	0.02799284	0.94741504	0.95787113	0.05378369
0.05	10,000	0.06770091	0.91803814	0.93185077	0.07383226
0.01	10,000	0.49243708	0.49157121	0.5061386	0.50686369
0.005	10,000	0.53113203	0.5086021	0.49874298	0.46149662
0.001	10,000	0.50858745	0.5111092	0.4961542	0.49661167

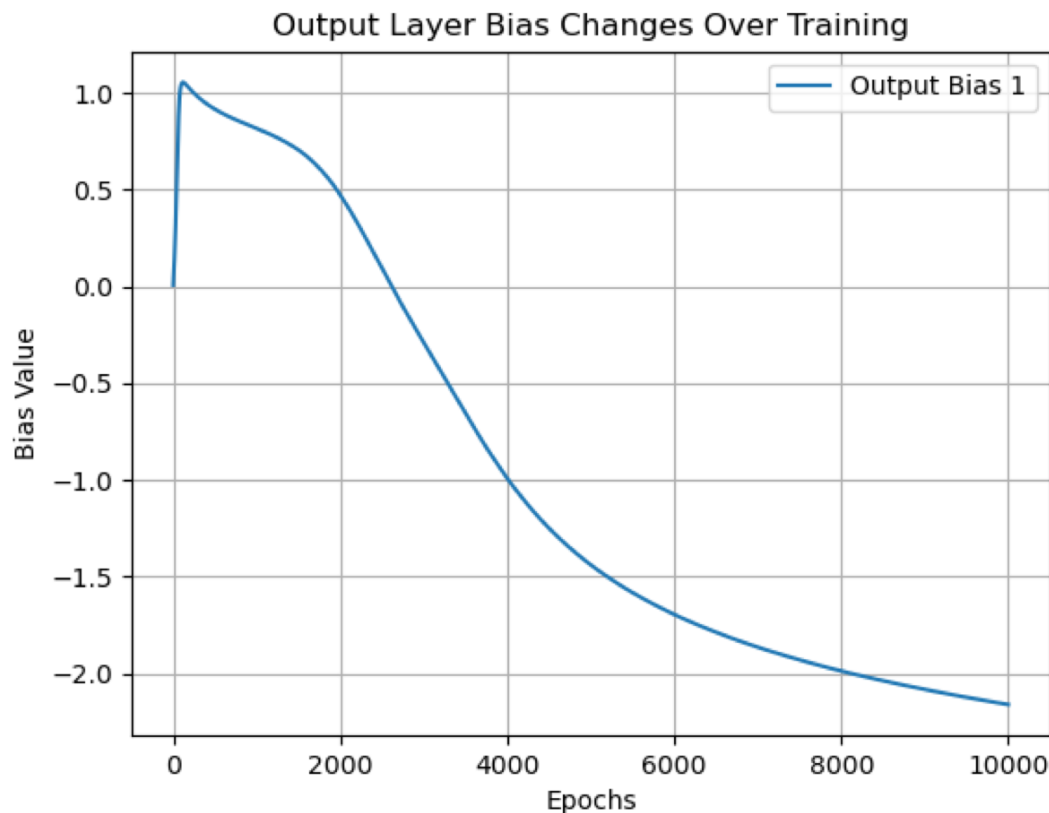
אפשר לראות שתוצאה הטובה ביותר התקבלה learning rate גבוה. גם עבור 0.1 וגם עבור 0.05 התקבלו תוצאות טובות שקרובות מאוד לערכי המטרה.

יכול להיות שעדיף יהיה לעבוד עם 0.1 מאשר 0.5 מהחשש 0.5 עלול להיות מהיר יותר ויגרום לחוסר יציבות החל מ-0.01 (0.005 ו-0.001) התקבלו תוצאות שהן רחוקות מאוד מערכי המטרה ואינן נותנות תשובה איכותית. ניתן להניח שהחל משלב זה (0.01) קצב הלמידה היה איטי מדי, כך ש-10,000 אפוקים לא היו מספיקים בשביל להגיע להתכנסות

3. בשורה 41 – יש מתשנה bias הצג גרף של השינוי שלו לאורך הרצת התוכנית והסבר מה תפקידו.

קיימים שני משתני bias בקוד. אחד עבור השכבות הנסתרות, ואחד עבור תוצאת Output.

הגרף הבא יתמקד בשינוי של bias של תוצאת Output, בגרף יוצג השינוי של ערך bias כהתקדמות במספר האפוקים (Epochs):



בגרף המוצג ניתן לראות את השינוי בערכי ה-bias מתחיל ב-0 ועולה חיובית בצורה דרסטית לערך קצת גבוה מ-1 ואז מתחיל לרדת בצורה עקבית עד שהוא מתייצב לקראת סוף האימון סביב ערך שלילי (בערך -2).

השינוי בערכים:

- בתחילת האימון (0–500 epochs): bias עולה בצורה חדה מאוד מ-0 לערך חיובי (כ-1), כנראה בשל הצורך המיידי לבצע התאמות מהירות כדי להתמודד עם השגיאות הראשוניות במודל
- לאחר מכן (500–7000 epochs): bias מתחיל לרדת בצורה הדרגתית, כשהמודל מתקרב לפתרון טוב יותר והתאמות גדולות פחות נדרשות
- בסוף האימון (7000–10,000 epochs): bias מתייצב סביב ערך שלילי (כ-2-), דבר שמעיד שהמודל הגיע למצב יציב מבחינת ההתאמות הדרושות.

ה-bias הוא מרכיב חשוב שמעניק למודל גמישות ומאפשר לו להתאים את הפלט לערכי המטרה בצורה יעילה. הוא מאפשר לרשת לבצע התאמות נוספות על בסיס השגיאות שנצברות במהלך האימון. הוא מסייע למודל להתכנס מהר יותר לערכי המטרה ולהתמודד עם מצבים שבהם המשקלים לבדם אינם מספיקים.