

# Übungsblatt 06

## Stochastik 2

Abgabe von: **Linus Mußmächer**

30. Mai 2023

### 6.1 Zentralübung

- (i) Es ist  $p_{X|X}(x|x) = 1$ , also  $\mathbb{E}[X|X = x] = x$  und damit  $g : X(\Omega) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x \cdot 1_{X(\Omega)}$ . Es folgt  $\mathbb{E}[X|X](\omega) = g(X(\omega)) = X(\omega)$  und damit  $\mathbb{E}[X|X] = X$ .
- (ii) Es ist  $p_{X|Y}(x|y) = \mathbb{P}(X = x)$  aufgrund der Unabhängigkeit. Somit ist  $\mathbb{E}[X|Y = y] = \mathbb{E}[X]$  sowie  $g : Y(\Omega) \rightarrow \mathbb{R}, y \mapsto \mathbb{E}[X]$  konstant. Es folgt  $\mathbb{E}[X|Y](\omega) = g(Y(\omega)) = \mathbb{E}[X]$  und damit  $\mathbb{E}[X|Y] = \mathbb{E}[X] \cdot 1_{Y(\Omega)}$ .
- (iii) Es ist  $p_{X|X+Y}(x|x+y) = \mathbb{P}(Y = y)$ . Dies zeigt:

$$\mathbb{E}[X|X+Y = s] = \sum_{x \in X(\Omega)} x \cdot \mathbb{P}(Y = s - x)$$