# Вопросы и задачи для подготовки к рубежному контролю математический анализ, 2015, модуль 2 все специальности ИУ, РЛ, БМТ (кроме ИУ9)

# Теоретические вопросы

(в квадратных скобках указаны номера лекций по календарному плану, см. Иванков П.Л. Конспект лекций по математическому анализу // электронный ресурс http://mathmod.bmstu.ru/Docs/Eduwork/ma/MAall.pdf)

# Определения

- 1) Сформулируйте определение наклонной асимптоты. [ $\Pi$ . 10.]
- 2) Сформулируйте определение производной функции в точке. [ $\Pi$ . 11.]
- 3) Сформулируйте определение односторонней производной функции. [Л. 11.]
- 4) Сформулируйте определение производной n-го порядка. [Л. 12.]
- 5) Сформулируйте определение дифференцируемой функции в точке. [Л. 11.]
- 6) Сформулируйте определение дифференциала первого порядка. [Л. 12.]
- 7) Сформулируйте определение дифференциала *п*-го порядка. [Л. 12.]
- 8) Сформулируйте определение возрастающей функции. [Л. 15.]
- 9) Сформулируйте определение невозрастающей функции. [Л. 15.]
- 10) Сформулируйте определение убывающей функции. [Л. 15.]
- 11) Сформулируйте определение неубывающей функции. [Л. 15.]
- 12) Сформулируйте определение монотонной функции. [Л. 15.]
- 13) Сформулируйте определение строго монотонной функции. [ $\Pi$ . 15.]
- 14) Сформулируйте определение локального минимума. [ $\Pi$ . 15.]
- 15) Сформулируйте определение строгого локального минимума. [Л. 15.]
- 16) Сформулируйте определение локального максимума. [ $\Pi$ . 15.]
- 17) Сформулируйте определение строгого локального максимума. [ $\Pi$ . 15.]
- 18) Сформулируйте определение экстремума. [<br/> Л. 15.]
- 19) Сформулируйте определение строгого экстремума. [ $\Pi$ . 15.]
- 20) Сформулируйте определение стационарной точки. [Л. 15.]
- 21) Сформулируйте определение критической точки. [Л. 15.]

# Формулировки теорем

- 1) Сформулируйте необходимое и достаточное условие наличия наклонной асимптоты. [ $\Pi$ . 10.]
- 2) Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке. [ $\Pi$ . 11.]
- 3) Сформулируйте теорему о связи дифференцируемости и непрерывности функции. [ $\mathcal{J}$ . 11.]
- 4) Сформулируйте теорему о производной произведения. [ $\Pi$ . 11.]

- Сформулируйте теорему о производной частного. [Л. 11.]
- Сформулируйте свойство инвариантности формы записи дифференциала первого 6) порядка. [ $\Pi$ . 12.]
- Сформулируйте теорему Ферма. [Л. 13.] 7)
- Сформулируйте теорему Ролля. [Л. 13.] 8)
- 9) Сформулируйте теорему Лагранжа. [Л. 13.]
- 10) Сформулируйте теорему Коши. [Л. 13.]

Задачи для подготовки

1. Исследовать функцию и построить ее график:

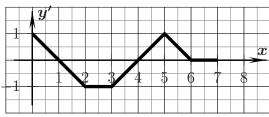
1.1. 
$$y = \frac{x}{x^2 + 1}$$
,

**1.2.** 
$$y = \ln \frac{x^2}{x+1} - 1$$
,

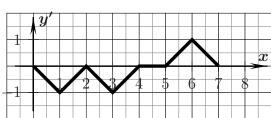
1.3. 
$$y = \frac{e^x}{r}$$
.

2. По графику производной построить график функции:

#### 2.1.



2.2.



3. Для следующих функций записать формулу Маклорена с остаточным членом в форме Пеано:

**3.1.** 
$$f(x) = \sqrt{4 - 2x}$$
,

**3.2.** 
$$f(x) = \frac{x}{4 - x^2}$$

**3.1.** 
$$f(x) = \sqrt{4-2x}$$
, **3.2.**  $f(x) = \frac{x}{4-x^2}$ , **3.3.**  $f(x) = \log_2\left(\frac{4+x}{1-x}\right)$ ,

**3.4.** 
$$f(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$$
, **3.5.**  $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ , **3.6.**  $f(x) = \cosh(x+1)$ ,

**3.5.** 
$$f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$
,

**3.6.** 
$$f(x) = \operatorname{ch}(x+1),$$

**3.7.** 
$$f(x) = 2^{x^2}$$

**3.7.** 
$$f(x) = 2^{x^2}$$
, **3.8.**  $f(x) = x \cos |3x|$ , **3.9.**  $f(x) = x \sin 2x$ , **3.10.**  $f(x) = \cos^2 x$ , **3.11.**  $f(x) = \sin^2 x$ , **3.12.**  $f(x) = \sinh^2 x$ .

**3.9.** 
$$f(x) = x \operatorname{sh} 2x$$
,

**3.10.** 
$$f(x) = \cos^2 x$$

**3.11.** 
$$f(x) = \sin^2 x$$

**3.12.** 
$$f(x) = \operatorname{sh}^2 x$$
.

4. Вычислить пределы:

**4.1.** 
$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x + \cosh x - 2}{x^4}$$

**4.1.** 
$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x + \cot x - 2}{x^4}$$
, **4.2.**  $\lim_{x \to 0+0} \frac{\ln \operatorname{tg} 2x}{\ln(1 - \cos x)}$ , **4.3.**  $\lim_{x \to 0} x^{\sin x}$ ,

**4.3.** 
$$\lim_{x\to 0} x^{\sin x}$$

**4.4.** 
$$\lim_{x\to 0} \left(\cos x + \sin\left(\frac{x^2}{2}\right)\right)^{1/x^4}$$
, **4.5.**  $\lim_{x\to +\infty} (x+2^x)^{1/x}$ , **4.6.**  $\lim_{x\to 0+0} xe^{1/x}$ ,

**4.5.** 
$$\lim_{x \to +\infty} (x+2^x)^{1/x}$$
,

**4.6.** 
$$\lim_{x\to 0+0} xe^{1/x}$$

**4.7.** 
$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2}\right)$$
, **4.8.**  $\lim_{x\to +\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^2}}{e^x}$ , **4.9.**  $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} - e^x}{x^3}$ .

**4.8.** 
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^2}}{e^x}$$
,

2

**4.9.** 
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} - e^x}{x^3}$$

#### Вариант 0.

Математический анализ, модуль 2, РК (теория), 2015

- 1. Сформулируйте определение дифференцируемой функции в точке. (2 балла)
- 2. Сформулируйте определение возрастающей функции. (2 балла)
- 3. Сформулируйте теорему о производной произведения. (2 балла)

| Сумма баллов за задания | 0-3  | 4     | 5   | 6   |
|-------------------------|------|-------|-----|-----|
| Оценка                  | неуд | удовл | хор | отл |
| Баллов к рейтингу       | 0    | 1     | 2   | 3   |

# Вариант 0.

Математический анализ, модуль 2, РК (теория), 2015

- 1. Сформулируйте определение строгого локального максимума. (2 балла)
- 2. Сформулируйте определение односторонней производной функции. (2 балла)
- **3.** Сформулируйте теорему о связи дифференцируемости и непрерывности функции. (*2 балла*)

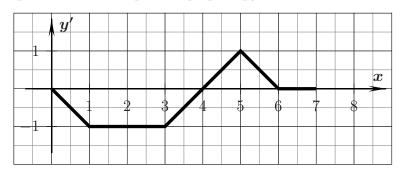
| Сумма баллов за задания | 0-3  | 4     | 5   | 6   |
|-------------------------|------|-------|-----|-----|
| Оценка                  | неуд | удовл | хор | отл |
| Баллов к рейтингу       | 0    | 1     | 2   | 3   |

# Образец билета рубежного контроля (задачи)

#### Вариант 0.

Математический анализ, модуль 2, РК (задачи), 2015

- 1. Исследовать функцию и построить ее график  $y = \frac{e^{-x}}{x+1}$ . (3 балла)
- 2. По графику производной построить график функции



(2 балла)

- **3.** Для функции  $f(x) = \frac{x^2}{2+x}$  записать формулу Маклорена с остаточным членом в форме Пеано (привести пять первых ненулевых членов). (2 балла)
- **4.** Вычислить предел  $\lim_{x \to +\infty} (1+x)^{1/x}$ . (2 балла)

| Сумма баллов за задания | 0-3  | 4-6   | 7-8 | 9   |
|-------------------------|------|-------|-----|-----|
| Оценка                  | неуд | удовл | хор | отл |
| Баллов к рейтингу       | 0    | 11    | 12  | 13  |