Вариант 1.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $yy'' - (y')^2 = y^2y'; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 4.$ (*1 балл*)

Задача 2. $xy'' = y'\left(2\ln\dfrac{y'}{x} + 1\right).$ (*1 балл*)

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} + 4y'' + 4y = x\cos 2x + \sin\sqrt{2}x + 1 - xe^{-x} + x^3 - \sin 2x.$$ (*2 балла*)

Задача 4. $y'' - 5y' + 6y = -2xe^{2x} - 6; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 7.$ (*1 балл*)

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' - 3y'\operatorname{ctg} x + y(1 + 3\operatorname{ctg}^2 x) = \sin^2 x; \quad y_1 = \sin x.$$ (*2 балла*)

Вариант 2.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $y'y'' = 2(2y + 1)^2; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 3.$ (*1 балл*)

Задача 2. $2(y'' - y'\operatorname{ctg} x) = \sin 2x.$ (*1 балл*)

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - y' = 2 + e^x - x + e^{-x}\sin 2x + \cos x.$$ (*2 балла*)

Задача 4. $y'' - 6y' + 8y = 4 - 16x - 2e^{2x}; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 1.$ (*1 балл*)

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$xy'' + (2 - x)y' - y = e^x; \quad y_1 = \frac{1}{x}.$$ (*2 балла*)

Вариант 3.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $xy'' = 2x\operatorname{tg}\dfrac{y'}{x} + y'; \quad y\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) = \dfrac{\pi}{24}; \quad y'\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) = \dfrac{\pi\sqrt{2}}{12}.$ (*1 балл*)

Задача 2. $y'' = y'\sqrt{1 - (y')^2}.$ (*1 балл*)

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} + 2y''' + y'' = e^{-x} + 1 + xe^{-x} - x^2 + e^{-x}\sin 3x + x\cos x.$$ (*2 балла*)

Задача 4. $y'' - 3y' + 2y = e^{2x} + 2x - 5; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 2.$ (*1 балл*)

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$2xy'' - (1 + 4x)y' + (1 + 2x)y = 3\sqrt{x}e^x; \quad y_1 = e^x.$$ (*2 балла*)

Вариант 4.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $y''(y^2+1) = 2(y')^2(y-y');\quad y(0)=2;\quad y'(0)=\dfrac{5}{4}.$ *(1 балл)*

Задача 2. $y'' = 2\sqrt{1-\left(\dfrac{y'}{x}\right)^2}\arcsin\dfrac{y'}{x} + \dfrac{y'}{x}.$ *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = xe^x - 1 - e^x\sin x + x^3 + x^2\cos 2x.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $2y'' - 5y' + 2y = 3e^{2x} + 4x - 4;\quad y(0)=4;\quad y'(0)=2.$ *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$(x^2-1)^2y'' - 2x(x^2-1)y' + 2(x^2+1)y = 2(x^2-1);\quad y_1 = x^2-1.$$ *(2 балла)*

Вариант 5.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $(y')^3y'' = 2y(y^2+2)^4;\quad y(0)=0;\quad y'(0)=2.$ *(1 балл)*

Задача 2. $y''x^2\ln x - y'x + \ln^2 x = 0.$ *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - y'' = 1 + x^2e^x - x + e^{-x}\sin x + x\cos 2x - \sin 2x.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $y'' + 8y' + 16y = 4e^{-4x} - 16x + 8;\quad y(0)=-1;\quad y'(0)=8.$ *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' - (1+2\operatorname{tg}x)y' + (\operatorname{tg}x - 1)y = 2e^{2x}\sec x;\quad y = \sec x.$$ *(2 балла)*

Вариант 6.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $x\left(y'' + 2\operatorname{ctg}\dfrac{y'}{x}\right) = y';\quad y\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) = \dfrac{\pi}{12};\quad y'\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) = \dfrac{\pi\sqrt{2}}{6}.$ *(1 балл)*

Задача 2. $y''(y^2+1) = 2y(y')^2.$ *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' + 6y'' + 11y' + 6y = e^{-3x}\sin 2x + e^{-x} + \cos 3x + x - x^2e^{-x}.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $y'' - 7y' + 12y = 26 - 24x - 5e^{3x};\quad y(0)=1;\quad y'(0)=2.$ *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' + 3\operatorname{tg}x\cdot y' + (1+3\operatorname{tg}^2x)y = \cos^2 x;\quad y_1 = \cos x.$$ *(2 балла)*

Вариант 7.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $yy'' - 2(y')^2 = y^3 y'; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 8.$ (*1 балл*)

Задача 2. $y'' + 2\sqrt{1 - \left(\frac{y'}{x}\right)^2} \arccos \frac{y'}{x} = \frac{y'}{x}.$ (*1 балл*)

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} + 2y''' + 2y'' = 1 + xe^{-x}\sin x - x^3 + x^2\cos x + e^{-4x}.$$ (*2 балла*)

Задача 4. $y'' - 4y' + 3y = 5 - 6x - 10e^x; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 3.$ (*1 балл*)

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$x(x+1)y'' + (3x+2)y' + y = \frac{2}{x+1}; \quad y_1 = \frac{1}{x}.$$ (*2 балла*)

Интегралы и дифференциальные уравнения, модуль 2, ДЗ №2 «Дифференциальные уравнения высших порядков», 2016

Вариант 8.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $(y^2 - 1)y'' = 2y(y')^2; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 3.$ (*1 балл*)

Задача 2. $xy'' - y' = x^2 e^x.$ (*1 балл*)

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - 3y'' + 4y' - 2y = (3\cos x + 2x\sin x)e^x + e^{-4x} + x^3 e^x + x^2 - e^x.$$ (*2 балла*)

Задача 4. $y'' - 8y' + 16y = 16\cos 4x - 1, \quad \text{при } x = 0; \quad y = -1/16; \quad y' = 0.$ (*1 балл*)

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$xy'' - (2x+1)y' + (x+1)y = 8x^3 e^x; \quad y_1 = e^x.$$ (*2 балла*)

Интегралы и дифференциальные уравнения, модуль 2, ДЗ №2 «Дифференциальные уравнения высших порядков», 2016

Вариант 9.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $xy'' = x\sin\frac{2y'}{x} + y'; \quad y(1) = \frac{\pi}{8}; \quad y'(1) = \frac{\pi}{4}.$ (*1 балл*)

Задача 2. $y''(y^2 + 1) = y(y')^2.$ (*1 балл*)

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - 2y'' + y' = e^x\cos 2x + e^{-x} + x\sin x + e^x - xe^{-x}.$$ (*2 балла*)

Задача 4. $y'' - 2y' - 8y = -12e^{-2x} - 8x - 10; \quad y(0) = 4; \quad y'(0) = 3.$ (*1 балл*)

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$4x^2y'' + 4x(x-1)y' + (3-2x)y = 4x^2\sqrt{x}e^{-x}; \quad y_1 = \sqrt{x}.$$ (*2 балла*)

Вариант 10.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $(y+1)y'' - (y')^2 = (y+1)^2 y'; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = -1.$ *(1 балл)*

Задача 2. $x^2 y'' = 2(x^2 + (y')^2) \operatorname{arctg} \dfrac{y'}{x} + xy'.$ *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - 3y'' + y' + 5y = e^{2x} \sin x + x^2 e^{-x} - e^x x \cos x + 6 + 2e^x \sin x.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $y'' + 6y' + 9y = 4e^{-3x} + 9x - 3; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = -7.$ *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' - y' \operatorname{tg} x - y \sec^2 x = 2 \cos x; \quad y_1 = \sec x.$$ *(2 балла)*

Вариант 11.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $y'y'' + y\sqrt{2 - y^2} = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 1.$ *(1 балл)*

Задача 2. $y'' + y' \operatorname{ctg} x + 1 = 0.$ *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - 6y'' + 10y' = \cos x\, e^{3x} - x^3 + xe^x - 3x \sin x\, e^{3x} + 4 + x^2 \cos 3x\, e^{-4x}.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $2y'' - 7y' - 4y = -36e^{-(x/2)} - 4x - 3; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 0.$ *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' \sin^2 2x - 6y' \sin 2x + 4y(3 - 2\sin^2 x) = \operatorname{tg}^3 x \cdot \sin^2 2x; \quad y_1 = \operatorname{tg} x.$$ *(2 балла)*

Вариант 12.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $y'' = \operatorname{sh} \dfrac{y'}{x} + \dfrac{y'}{x}; \quad y = \left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}; \quad y'\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2} \ln 3.$ *(1 балл)*

Задача 2. $y'' + (y')^2 \operatorname{tg} y = 0.$ *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - 4y'' - y' + 4y = (3 \cos x)e^{4x} + x^3 e^x \cos 2x + x^2 - 5x \sin x\, e^{4x} - e^x \sin 2x - e^{-x} - 4.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $y'' - 7y' + 10y = -3e^{2x} - 10x + 17; \quad y(0) = 4; \quad y'(0) = 0.$ *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$(x^2 - 1)y'' + (3x - 1)y' + y = \frac{2}{x - 1}; \quad y_1 = \frac{1}{1 + x}.$$ *(2 балла)*

Вариант 13.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $y'' + (y')^2 \operatorname{tg} y = y' \sec y; \quad y(0) = \dfrac{\pi}{3}; \quad y'(0) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}.$ *(1 балл)*

Задача 2. $x^2 y'' + 2(x^2 + (y')^2) \operatorname{arcctg} \dfrac{y'}{x} = xy'.$ *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} + 4y''' + 5y'' = (\cos x)e^{-2x} + e^{4x}x^2 + x^2 - x \sin x\, e^{-2x} + \cos 2x + 5.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $y'' - 6y' + 5y = 11 - 5x - 8e^x; \quad y(0) = 5; \quad y'(0) = 1.$ *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' + (\operatorname{tg} x - 2)y' + (1 - \operatorname{tg} x)y = 2e^x \cos^2 x; \quad y_1 = e^x.$$ *(2 балла)*

Вариант 14.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $y''(1 + \cos^2 y) + y'(y' + 1) \sin 2y = 0; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 1.$ *(1 балл)*

Задача 2. $(1 + x)^2(2xy'' + y') + 2\sqrt{x} = 0.$ *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - 4y'' + 5y' - 2y = xe^x + x^2 + \cos 2x + e^x + e^x \sin x - 4.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $y'' - 8y' + 15y = -2e^{3x} - 15x - 7; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0.$ *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$x^2 y'' - x(x + 2)y' + (x + 2)y = x^3 e^x; \quad y_1 = x.$$ *(2 балла)*

Вариант 15.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $xy'' = 2x(1 - e^{-(y'/x)}) + y'; \quad y(1) = -\dfrac{1}{2}; \quad y'(1) = \ln 3.$ *(1 балл)*

Задача 2. $y'' \cos^2 y + (y')^2 \sin 2y = 0.$ *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - 5y'' + 9y' - 5y = xe^{2x} + x + x^2 \sin x - e^{2x} \sin x - 6.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $y'' - 8y' + 16y = 2e^{4x} + 16x + 8; \quad y(0) = 3; \quad y'(0) = 12.$ *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' - 4y' \operatorname{tg} x + (2 \operatorname{tg}^2 x - 1)y = 5 \sec^5 x; \quad y_1 = \sec x.$$ *(2 балла)*

Вариант 16.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $yy'' + (y')^2 = 1; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = \sqrt{2}.$ *(1 балл)*

Задача 2. $x^2y'' = (y')^2 - 3xy' + 3x^2.$ *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^V + y''' = x + 2e^{-x} + x\cos 2x + \sin x - 5\sin 2x.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $y'' + y' - 6y = -(7 + 10x)e^{2x} - 12; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 4.$ *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$y''\sin^2 2x + 6y'\sin 2x + 4y(3 - 2\cos^2 x) = \operatorname{ctg}^3 x \cdot \sin^2 2x; \quad y_1 = \operatorname{ctg} x.$$ *(2 балла)*

Вариант 17.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $y''\sin 2y = 2(y')^2; \quad y(0) = \dfrac{\pi}{4}; \quad y'(0) = 1.$ *(1 балл)*

Задача 2. $2xy'' + y' + \sin\sqrt{x} = 0.$ *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - 8y'' + 16y = xe^{2x} + x\sin x + x^2 + e^x\sin 2x - 3 + 5\cos x.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $y'' - 4y' - 5y = 2 - 10x - 18e^{-x}; \quad y(0) = 4; \quad y'(0) = 5.$ *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$x(x^2 + 1)y'' + (3x^2 + 2)y' + xy = 2; \quad y_1 = \frac{1}{x}.$$ *(2 балла)*

Вариант 18.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $x((y')^2 + x^2)y'' = 2(y')^3; \quad y(1) = \dfrac{1}{3}; \quad y'(1) = 1 + \sqrt{2}.$ *(1 балл)*

Задача 2. $yy'' = 2y'(y' + 1).$ *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^V + y''' = xe^x - 1 - x^2\cos x\, e^{2x} + \sin x - x.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $y'' + 2y' - 8y = -18e^{-4x} - 8x - 14; \quad y(0) = 6; \quad y'(0) = -6.$ *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' - 2(\operatorname{tg} x + 1)y' + (2\operatorname{tg} x + 1)y = 2e^x\sec^4 x; \quad y_1 = e^x.$$ *(2 балла)*

Вариант 19.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $2yy'' - (y')^2 = yy'; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 2.$ (*1 балл*)

Задача 2. $y'' = \dfrac{y'}{x} - \sqrt{1 - \left(\dfrac{y'}{x}\right)^2} \arccos \dfrac{y'}{x}.$ (*1 балл*)

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y''' - y'' + 2y' = 4x + x^2 e^{x/2} - 2\sin\frac{\sqrt{7}}{2}\,x + 1 - 5xe^x \sin 2x.$$ (*2 балла*)

Задача 4. $y'' - 2y' - 15y = 16e^{5x} - 15x - 17; \quad y(0) = 9; \quad y'(0) = 3.$ (*1 балл*)

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$(x-1)y'' - (x-3)y' - y = 2e^{2x}; \quad y_1 = \frac{1}{x-1}.$$ (*2 балла*)

Вариант 20.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $y''(\sin^2 y + \sin y) + y'(1 + y')\cos y = 0; \quad y(0) = \dfrac{\pi}{2}; \quad y'(0) = 1.$ (*1 балл*)

Задача 2. $xy'' + y' = 4x\sqrt{xy'}.$ (*1 балл*)

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - 4y''' - 5y'' = x^2 + xe^{-x} + x\sin 5x + 2\cos 5x + 1 + e^{-x}\sin 5x.$$ (*2 балла*)

Задача 4. $y'' - 6y' + 9y = 2e^{3x} + 9x + 12; \quad y(0) = 4; \quad y'(0) = 8.$ (*1 балл*)

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' + 2(\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x)y' - 3y = 2\csc^4 x \cdot \sec x; \quad y_1 = \sec x.$$ (*2 балла*)

Вариант 21.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $x^2 y'' = (y')^2 - 2xy' + 2x^2; \quad y(1) = y'(1) = 0.$ (*1 балл*)

Задача 2. $y''y(y^2 + 1) + 2(y')^2 = 0.$ (*1 балл*)

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - 8y''' + 25y'' = x + 2e^{4x} + e^{4x}\sin 3x - 2 + e^{4x}x\cos 3x + \sin 3x.$$ (*2 балла*)

Задача 4. $y'' - y' - 2y = -9e^{-x} - 4x - 4; \quad y(0) = 7; \quad y'(0) = 2.$ (*1 балл*)

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' - 3\operatorname{th} x \cdot y' + (3\operatorname{th}^2 x - 1)y = \operatorname{ch}^3 x; \quad y_1 = \operatorname{ch} x.$$ (*2 балла*)

Вариант 22.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $2y''\cos y - 2(y')^2\sin y = 1; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 1.$ *(1 балл)*

Задача 2. $xy'' = y'\left(\ln\dfrac{y'}{x} + 1\right).$ *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - 3y''' + 3y'' - y' = 3x^3 + xe^x + x\sin x + 4\cos x + 1 - e^x\sin 2x.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $y'' - 3y' - 4y = -10e^{-x} - 12x - 1; \quad y(0) = 3; \quad y'(0) = 5.$ *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$xy'' + (2 - x\operatorname{cth} x)y' - y\operatorname{cth} x = 2\operatorname{sh}^2 x; \quad y_1 = \frac{1}{x}.$$ *(2 балла)*

Вариант 23.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $y''(y + y^3) + 2y'(y' + 1) = 0; \quad y(0) = -1; \quad y'(0) = 1.$ *(1 балл)*

Задача 2. $y'' - y'\operatorname{th} x = (y')^2.$ *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} + 2y''' + y'' = x^3 + 2xe^{-x} + xe^{-x}\cos x - 2 + e^{-x}\sin x + \sin 5x.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $y'' - y' - 6y = 3 - 18x - 5e^{-2x}; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = -3.$ *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$x(x-1)y'' + (3x-1)y' + y = \frac{2}{x}; \quad y_1 = \frac{1}{x-1}.$$ *(2 балла)*

Вариант 24.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $x^2y'' = (y')^2 + xy' - x^2; \quad y(1) = -\dfrac{1}{2}; \quad y'(1) = -3.$ *(1 балл)*

Задача 2. $y''(e^y - 1) = (y')^2.$ *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - 2y''' + 2y' - y = x^2e^x + \sin x + x^2 - xe^{-x}\cos x + 1.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $y'' + y' - 12y = 24x - 14 - 7e^{-4x}; \quad y(0) = 6; \quad y'(0) = 0.$ *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$x^2(x^2+1)y'' - 2xy' + 2y = \frac{2x^3}{1+x^2}; \quad y_1 = x.$$ *(2 балла)*

Вариант 25.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $y^3y'' + (yy')^2 + y' = 0; \quad y(0) = -1; \quad y'(0) = 1.$ (*1 балл*)

Задача 2. $y'' = \sqrt{1 - \left(\frac{y'}{x}\right)^2} \arcsin \frac{y'}{x} + \frac{y'}{x}.$ (*1 балл*)

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} - 16y = 1 - (x^2+1)e^{-2x} + e^{2x}\sin 2x + x\cos 2x - 5x^3.$$ (*2 балла*)

Задача 4. $y'' - 4y' + 4y = 2e^{2x} - 4x + 8; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 2.$ (*1 балл*)

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$xy'' - (2x\operatorname{tg} x + 1)y' + (\operatorname{tg} x - x)y = 8x^3\sec x; \quad y_1 = \sec x.$$ (*2 балла*)

Вариант 26.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $3y^3y''e^{y'} + 2y'e^{\frac{1}{3y^2}} = 0; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = \frac{1}{3}.$ (*1 балл*)

Задача 2. $2(y' - y'') = (y')^3e^{-x}.$ (*1 балл*)

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} + 3y''' + 3y'' + y' = x^2 + xe^{-x}\sin x + 2x^3e^{-x} - \cos x + 1.$$ (*2 балла*)

Задача 4. $y'' - 2y' - 3y = 6x + 7 - 12e^{-x}; \quad y(0) = y'(0) = 2.$ (*1 балл*)

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$y'' - 3\operatorname{cth} x \cdot y' + (3\operatorname{cth}^2 x - 1)y = \operatorname{sh}^3 x; \quad y_1 = \operatorname{sh} x.$$ (*2 балла*)

Вариант 27.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $xy'' = \sqrt{x^2 + (y')^2} + y'; \quad y(1) = 1; \quad y'(1) = 0.$ (*1 балл*)

Задача 2. $3yy'y'' = (y')^3 - 1.$ (*1 балл*)

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV} + 64y' = -4 + x^2e^{2x}\sin 2\sqrt{3}x + \cos 2\sqrt{3}x - xe^{-4x} + 5x^3.$$ (*2 балла*)

Задача 4. $y'' - 3y' - 10y = -7e^{-2x} - 20x - 6; \quad y(0) = 7; \quad y'(0) = 3.$ (*1 балл*)

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$xy'' + (x\operatorname{tg} x + 2)y' + y\operatorname{tg} x = 2\cos^2 x; \quad y_1 = \frac{1}{x}.$$ (*2 балла*)

Вариант 28.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $\sqrt{y+1}(yy''-(y')^2)=yy'\sqrt{yy'}$; $y(0)=1$; $y'(0)=2$. *(1 балл)*

Задача 2. $(xy'-x^2)y''=(2y'-3x)y'$. *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV}-27y'=\frac{3\sqrt{3}}{2}+e^{\frac{3\sqrt{3}}{2x}}\sin\frac{3x}{2}-\frac{3x^2}{2}+e^{-\frac{3x}{2}}\cos\frac{3\sqrt{3}}{2}x+xe^{\frac{3x}{2}}.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $2y''-9y'+4y=7e^{4x}+4x-13$; $y(0)=2$; $y'(0)=7$. *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$(x-1)y''+2xy'+2y=2e^{-4x};\quad y_1=\frac{1}{x-1}.$$ *(2 балла)*

Вариант 29.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $y''(y^2+2)=2y(y'+1)y'$; $y(0)=0$; $y'(1)=1$. *(1 балл)*

Задача 2. $xy'y''-(y')^2=x^4$. *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV}+2y'''+2y''+2y'+y=1-\sin x+x^2\cos x-x^3+3xe^{-x}+e^{-x}\cos x.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $y''-5y'+4y=-6e^x+4x-9$; $y(0)=2$; $y'(0)=3$. *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$x(x+1)y''+(4x+2)y'+2y=\frac{2}{x^3};\quad y_1=\frac{1}{x+1}.$$ *(2 балла)*

Вариант 30.

Для данных дифференциальных уравнений (задачи № 1, 2, 4) найти общие решения (общие интегралы) или частные решения (частные интегралы) для указанных начальных условий.

Задача 1. $xy''=4\sqrt{xy'+x^2}+y'$; $y(1)=1$ $y'(1)=0$. *(1 балл)*

Задача 2. $y''(e^y+1)=(y')^2e^y$. *(1 балл)*

Задача 3. Записать общее решение однородного уравнения. Указать вид частного решения неоднородного уравнения (без вычисления коэффициентов)

$$y^{IV}-y'''-3y''+y'+2y=e^x\cos 2x+(x^3-1)e^{-x}+4xe^{2x}+\sin x-x\cos x.$$ *(2 балла)*

Задача 4. $y''+4y'+4y=2e^{-2x}+8x+12$; $y(0)=2$; $y'(0)=-1$. *(1 балл)*

Задача 5. Найти общее решение линейного неоднородного уравнения по данному частному решению y_1 соответствующего линейного однородного уравнения

$$y''+y'\operatorname{ctg}x-y\csc^2 x=2\sin x;\quad y_1=\csc x.$$ *(2 балла)*