

一、判断题

1. 若 $P(AB)=0$ ，则 A 与 B 互不相容. ()
2. 若 $EXY=EX \cdot EY$ ，则 X 和 Y 一定相互独立. ()
3. 若 (X,Y) 服从二元正态分布，则随机变量 X 与 Y 均服从一元正态分布，反之也成立. ()
4. (X_1, X_2, \dots, X_n) 是总体 X 的样本，且 $X \sim P(\lambda)$ ，则 $Y = \sum_{i=1}^n X_i \sim P(n\lambda)$. ()
5. 设 $X \sim N(0,4)$ ，其分布函数为 $\Phi(x)$ ，则有 $\Phi(-x)=1-\Phi(x)$. ()

二、填空题

1. 两封信随机的投入 4 个邮筒，则前两个邮筒没有信的概率为_____.

2. 已知离散型随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 0.3, & -1 \leq x < 2 \\ 0.6, & 2 \leq x < 4 \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}$,

则 $P\{X=4\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 独立同分布，它们的期望为 μ ，方差为 σ^2 ，则当 $n \rightarrow \infty$ 时，

$\sum_{i=1}^n X_i \sim \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 设 $EX = \mu, DX = \sigma^2$ ，根据切比雪夫不等式可得 $P\{|X - \mu| \geq 2\sigma\} \leq \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 设总体 $X \sim N(1, \sigma^2)$ ， (X_1, X_2) 为来自总体的样本，则 $P\{X_1 + X_2 < 2\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 10 粒围棋子中有 2 粒黑子，8 粒白子，将这 10 粒棋子随机地分成两堆，每堆 5 粒，则两堆中各有 1 粒黑子的概率为_____.

7. 设 X_1, X_2, X_3 相互独立且服从 $N(0,1)$ ，则 $2X_1 - X_2 + X_3 \sim \underline{\hspace{2cm}}$,

$$X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 \sim \text{_____}.$$

三、单项选择题

1. 设事件 A, B, C 为三个事件, 则 $\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$ 表示().

- A. 三个事件全发生 B. 三个事件全不发生
C. 三个事件不全发生 D. 至少有一个事件发生

2. 已知随机变量 $X \sim N(2, 4)$, 且 $aX + b \sim N(0, 1)$, 则().

- A. $a = 2, b = -2$ B. $a = -2, b = -1$
C. $a = -\frac{1}{2}, b = 1$ D. $a = -\frac{1}{2}, b = -1$

3. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 它们的分布函数分别为 $F_X(x), F_Y(y)$, 则 $Z = \max(X, Y)$ 的分布函数为().

- A. $F_Z(z) = \min\{F_X(x), F_Y(y)\}$ B. $F_X(z)F_Y(z)$
C. $F_Z(z) = 1 - [1 - F_X(z)][1 - F_Y(z)]$ D. 都不是

4. 假设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, \dots, X_{20} 是来自 X 的一个

样本. 令 $Y = 3 \sum_{i=1}^{10} X_i - 4 \sum_{i=11}^{20} X_i$, 则 Y 服从().

- A. $N(-10\mu, 70\sigma^2)$ B. $N(-10\mu, -10\sigma^2)$
C. $N(-10\mu, -70\sigma^2)$ D. $N(-10\mu, 250\sigma^2)$

四、计算题

1. 用三台机床加工同一种零件, 零件由各机床加工的概率分别为 0.5, 0.3, 0.2, 各机床加工的零件为合格品的概率分别是 0.94, 0.9, 0.95, 求

(1)零件的合格品率;(2)经检验发现取到的零件为合格品,求该零件是第二台机床生产的概率.

2.在某公共汽车站,甲、乙、丙三人分别独立的等 1 路、2 路、3 路汽车,设每个人的等车时间(单位:分钟)均服从 $[0,5]$ 上的均匀分布.求 3 人中至少有 2 人等车时间不超过 2 分钟的概率.

3.同一品种的 6 个产品,有 2 个正品,每次从中任取一个进行质量检验,连续取两次,设 X 表示第一次取到的正品的数量, Y 表示第二次取到的正品的数量,求在不放回抽取的情形下:(1) X 和 Y 的联合概率分布;(2) X 和 Y 的相关系数 $\rho_{X,Y}$; (3) $Z = X + Y$ 的概率分布.

4.设总体 X 的一个样本为 (X_1, X_2, \dots, X_n) , X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta^2}, & 0 \leq x \leq \theta \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \text{ 其中参数 } \theta > 0, \text{ 未知.}$$

(1)求 θ 的矩估计量;(2)求矩估计量的方差.

五、综合分析题

设随机向量 (X, Y) 的密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} kxy, & 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(1)求参数 k 的值及 (X, Y) 的边缘密度函数;

(2)判断 X 与 Y 是否相互独立;

(3)求 $P\{Y > X^2\}$.

附加题:老师的专属位置是()。