

一、填空题

1. 一个袋子中装有 10 个大小相同的球，其中 3 个黑球 7 个白球，每次从中任取一个球（不放回），则第三次取到黑球的概率为_____.
2. 已知 $P(\bar{A})=0.5$, $P(\bar{A}B)=0.2$, $P(B)=0.4$, 则 $P(A-B)=$ _____.
3. 假设某城市居民中 48% 为女性公民, 52% 为男性公民. 且其中男性公民的 30% 和女性的 5% 吸烟, 则吸烟公民在该城市居民中的概率为_____.
4. 假设到达某餐厅的顾客人数服从参数为 10 的泊松分布, 则顾客人数为两人或两人以上的概率为_____.
5. 设 (X,Y) 服从二维正态分布 $N(1,1,1,4,0)$, 则 $P(2X-Y < 1) =$ _____.
6. 随机向量 (X,Y) 服从区域 G 上的均匀分布,
其中 $G = \{(x,y) | 0 < x \leq 3, 0 < y \leq 3\}$, 则 $P\{X+Y \leq 3\} =$ _____.
7. 已知 $DX = 4$, $DY = 9$, $\text{cov}(X,Y) = 3$, 则 $\text{cov}(X+Y, X-Y) =$ _____.
8. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是从正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 中抽取的一个样本, \bar{X} 是样本均值, 则有 $E\left[\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2\right] =$ _____; $D\left[\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2\right] =$ _____.

二、判断题

1. 如果 $P(A)+P(B)>1$, 则事件 A, B 必定相容. ()
2. 已知连续型随机变量 X 服从指数分布, 则 X 具有无记忆性. ()
3. 已知随机变量 X, Y 的相关系数等于 0, 必有 X, Y 相互独立. ()
4. 设随机变量 $X \sim \chi^2(m), Y \sim \chi^2(n)$, 则 $\frac{X/m}{Y/n} \sim F(m, n)$. ()

三、选择题

1. 设 A, B 为任意两个事件, 且 $A \subset B$, $P(B) > 0$, 则下列选项成立的是 ().

- A. $P(A) < P(A|B)$ B. $P(A) \leq P(A|B)$
C. $P(A) > P(A|B)$ D. $P(A) \geq P(A|B)$

2. 设 X 的分布律为

X	0	1	2	3
P	0.1	0.3	0.4	0.2

$F(x)$ 为其分布函数, 则 $F(2) = ()$.

- A. 0.2 B. 0.4 C. 0.8 D. 1

3. 设 X 与 Y 独立, 且 $EX = EY = 0$, $DX = DY = 1$, 则 $E(X + 2Y)^2 = ()$.

- A. 2 B. 3 C. 5 D. 7

4. 已知随机变量 X 服从区间 $[2, 3]$ 上的均匀分布, 则 $E(2X - X^2) = ()$.

- A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. -1 D. $-\frac{1}{3}$

5. 若某厂每天用水量保持正常的概率为 $\frac{3}{4}$, 且每天用水量是否正常相互独立,

则一周内最可能正常的天数为 ().

- A. 6 B. 5 或 6 C. 6 或 7 D. 5

四、计算题

1. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求 $P\{X < EX\}$.

2. 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 4e^{-2(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求：(1) X 和 Y 的边缘密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$ ；

(2) $P\{(X, Y) \in G\}$, 其中 G 是由 $x + y = 1, x = 0, y = 0$ 所围成的平面区域.

3. 已知 $X \sim N(1, 3^2), Y \sim N(0, 4^2)$, 且 $\rho_{XY} = -0.5$, 设 $Z = 3X + 2Y$.

求：(1) Z 的数学期望 EZ ；(2) Z 的方差 DZ .

4. 已知二维随机变量 (X, Y) 的分布函数为

$$F(x, y) = \begin{cases} 1 - 3^{-x} - 3^{-y} + 3^{-x-y}, & x \geq 0, y \geq 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(1) 求 (X, Y) 关于 X, Y 的边缘分布函数 $F_X(x), F_Y(y)$ ；(2) 判断 X, Y 是否独立？

(3) 求 $P(-1 < X \leq 1, Y \leq 1)$ ；(4) (X, Y) 关于 X 的边缘密度函数 $f_X(x)$ 。

五、应用题

1. 一大袋麦种的发芽率为 80%，从中任意取出 500 粒进行发芽实验，应用中心极限定理计算其发芽率的偏差不超过 2% 的概率。

2. 一盒中有 5 枚一元钱硬币，编号为 1, 2, 3, 4, 5，在其中等可能地任取 3 个，用 X 表示取出的 3 个硬币上的最大号码，求 X 的概率分布。

3. 某学生接连参加同一课程的两次考试，第一次考及格的概率为 p ，若第一次及格，则第二次及格的概率为 p ；若第一次不及格，则第二次及格的概率为 $\frac{p}{2}$ ，若至少有一次及格他就能取得某种资格，求他取得该资格的概率。

附加题：江南四大才子是唐伯虎，我，王一博和（ ）。