

一、选择题

1. 设 A, B 是随机事件, 满足 $P(B|A)=1$, 则必有().

- A. A 是必然事件 B. $A \supset B$ C. $A \subset B$ D. $P(\overline{AB})=0$

2. 如果随机变量 $X \sim N(0,1)$, $aX+b \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $a=(\quad)$, $b=(\quad)$.

- A. $a=0, b=1$ B. $a=1, b=0$ C. $a=\pm\sigma, b=\mu$ D. $a=\mu, b=\pm\sigma$

3. 设离散型随机变量 (X, Y) 的联合分布律如下图, 则有().

$X \backslash Y$	0	1
0	0.1	0
1	0.7	0.2

- A. X 与 Y 独立 B. X 与 Y 不相关
C. X 与 Y 不独立但不相关 D. X 与 Y 不独立

4. 设 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且 $P\{|X - \mu_1| < 1\} > P\{|X - \mu_2| < 1\}$, 则以下结论中成立的是().

- A. $\sigma_1 < \sigma_2$ B. $\sigma_1 > \sigma_2$ C. $\mu_1 < \mu_2$ D. $\mu_1 > \mu_2$

5. 若测量某一目标的距离时发生的随机误差 X 具有密度函数 $f(x)=$

$$\frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2+2x+1}{8}} \quad (-\infty < x < +\infty), \text{ 则 } (\quad).$$

- A. $EX=1, DX=\frac{1}{2}$ B. $EX=-1, DX=4$
C. $EX=1, DX=2$ D. $EX=\frac{1}{2}, DX=1$

6. 设随机变量 X 与 Y 独立, 且 $X \sim P(3)$, $Y \sim P(2)$, 则 $X+Y \sim$ ().

- A. $P(6)$ B. $P(5)$ C. $P(3)+P(2)$ D. 以上都不对

7. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x < 1 \\ 1, & 1 \leq x \end{cases}$$

则 $Y=2X$ 的概率密度为().

- A. $f_Y(y) = \begin{cases} 2y, & 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ B. $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{y}{2}, & 0 < y < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$
C. $f_Y(y) = \begin{cases} 3y^2, & 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ D. $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 < y < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

8. X_1, X_2, \dots, X_n 相互独立, 且 $X_i \sim B(1, p)$ ($i=1, 2, \dots, n$), 则有().

- A. $\sum_{i=1}^n X_i \sim B(1, p)$ B. $E(\sum_{i=1}^n X_i) = np, D(\sum_{i=1}^n X_i) = np(1-p)$
C. $\sum_{i=1}^n X_i \sim N(0, 1)$ D. $P\left\{a < \sum_{i=1}^n X_i < b\right\} \approx \Phi_0(b) - \Phi_0(a)$

9. 设 X_1, X_2, \dots, X_9 是从正态总体 $X \sim N(1, 3^2)$ 中抽取的一个样本,

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 表示样本均值, 则有().

- A. $\frac{\bar{X}-1}{3} \sim N(0, 1)$ B. $\frac{\bar{X}-1}{1} \sim N(0, 1)$
C. $\frac{\bar{X}-1}{9} \sim N(0, 1)$ D. $\frac{\bar{X}-1}{\sqrt{3}} \sim N(0, 1)$

10. 如果 X 与 Y 满足 $D(X+Y) = D(X-Y)$, 则().

- A. X 与 Y 独立 B. X 与 Y 不相关
C. X 与 Y 不独立 D. X 与 Y 相关

二、填空题

1. 设 A, B 为两个事件, $P(A)=0.5$, $P(A-B)=0.2$, 则 $P(\overline{AB})=$ _____.
2. 10 人抓阄决定谁得 4 张电影票, 则第 9 个人抓到电影票的概率为_____.
3. 已知 $X \sim P(2)$, 则 $EX^2=$ _____.
4. 若某人每次射击的命中率为 0.2, 则在 10 次射击中, 最可能命中的次数为_____.
5. 设 $X \sim N(-3,1)$, $Y \sim N(2,1)$, 并且 X 与 Y 相互独立. 又设 $Z = X - 2Y + 7$, 则 $Z \sim$ _____.
6. 设总体 X 服从正态分布, $EX = -1$, $EX^2 = 2$, X_1, X_2, \dots, X_n 是取自总体 X 的简单随机样本, 则 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \sim$ _____.
7. 在区间 $[0,10]$ 上任取一个实数 Y , 假设每个数被取到的可能性相等, 则 $P(Y \leq 4) =$ _____.

三、计算题

1. 设 X 是连续型随机变量, 其密度函数为 $f(x) = \begin{cases} A \cos x, & |x| \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

求 (1) 常数 A ; (2) X 的分布函数; (3) $P(0 < X < \frac{\pi}{4}), P(X = \frac{5\pi}{4})$.

2. 设二维随机变量 (X, Y) 服从区域

$$D = \{(x, y) | 0 < x < 1, 0 < y < 1 \text{ 且 } x + y < 1\}$$

内的均匀分布, 求 (X,Y) 的联合概率密度函数以及 X 与 Y 各自的边缘概率密度函数, 并求它们的协方差 $Cov(X,Y)$.

3. 设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布 ($\lambda > 0$), (X_1, X_2, \dots, X_n) 为来自 X 的样本, (x_1, x_2, \dots, x_n) 为样本值, 求参数 λ 的极大似然估计.

四、综合应用题

1. 有两箱同种类的零件, 第一箱装 50 只, 其中 10 只一等品; 第二箱装 30 只, 其中 18 只一等品. 现从两箱中任挑一箱, 然后从该箱中取零件两次, 每次任取一只, 做不放回抽取方式. 求

(1) 第一次取到的零件是一等品的概率;

(2) 在第一次取到的零件是一等品的前提下, 第二次取到的零件也是一等品的概率.

2. 计算器在进行加法时, 将每个加数舍入最靠近它的整数. 设所有舍入误差是独立的且在 $(-0.5, 0.5)$ 上服从均匀分布. 现将 1500 个数相加, 问误差总和的绝对值超过 15 的概率是多少? (已知 $\Phi_0(\frac{3}{\sqrt{5}}) = 0.90988$)

3. 经计算, 神舟号飞船返回舱将落到内蒙古草原一个半径为 3 公里的圆形区域内, 地面搜救队员在圆心处待命. 飞船一旦降落, 将沿直线以最快速度到达着陆点进行救援. 假设飞船着陆点 (X,Y) 在这个圆形区域内服从均匀分布, 求搜救队到达着陆点所需路程的密度函数.

五、证明题

设 $P(A) > 0$, 证明: $P(B|A) \geq 1 - \frac{P(\bar{B})}{P(A)}$.

附加题: 英译汉: I'm not in danger. I'm the danger.