

一、单项选择题

1. 设 A, B 互不相容, 且概率都不为零, 则()正确.

- A. $P(A-B)=P(A)$ B. $P(A|B)=1$
C. \bar{A} 与 \bar{B} 互不相容 D. \bar{A} 与 \bar{B} 相容

2. 设 $X \sim P(\lambda)$, 已知 $P(X=1)=\frac{1}{2}P(X=2)$, 则 $\lambda=($).

- A. 2 B. 1 C. 4 D. 0.25

3. 若 $X \sim U[0,2]$, $Y=3X-1$, 则().

- A. Y 服从 $[0,2]$ 上的均匀分布 B. $Y \sim N(0,1)$
C. $P(0 \leq Y \leq 2)=1$ D. $P(0 \leq Y \leq 3)=0.5$

4. 设 X 的期望和方差存在, 且 $EX=a, EX^2=b$, 则 $D(3X)=($).

- A. $3(a-b^2)$ B. $3(b-a^2)$
C. $9(b-a^2)$ D. $9(a-b^2)$

5. 设 $X \sim B(100,0.2)$, 则 $P(10 \leq X \leq 30) \approx($).

- A. $\Phi_0(30)-\Phi_0(10)$ B. $\Phi_0(10)-\Phi_0(0)$
C. $\Phi(2.5)-\Phi(-2.5)$ D. $2\Phi_0(2.5)-1$

二、填空题

1. 袋中装有 5 个球 (3 新 2 旧), 每次取一个, 不放回的抽取两次, 则第二次取到新球的概率为_____.

2. 设 A 与 B 是两个相互独立的事件, 且 $P(A-B)=0.3, P(B)=0.5$, 则

$P(A|B)=$ _____.

3. 设 X 与 Y 独立, 且 $X \sim B(5,0.6), Y \sim B(9,0.6)$, 则 $X+Y \sim$ _____.

4. 设 X 与 Y 独立, 且 $DX=4, DY=2$, 则 $D(3X+2Y)=$ _____.

5. 设二维离散型随机变量 (X,Y) 的联合分布如图, 若 X 与 Y 相互独立, 则 a 与 b 分别为_____.

$\begin{matrix} Y \\ X \end{matrix}$	1	2
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
2	$\frac{1}{9}$	a
3	$\frac{1}{18}$	b

6. 设 $X \sim U[a,b]$, $(X_1, X_2, \dots, X_{30})$ 为来自总体 X 的一个样本, 则 $E\bar{X} =$ _____.

7. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是从正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 中抽取的一个样本,

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 是其样本均值, 则 $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / \sigma^2 \sim$ _____.

令 $H = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$, 则 $EH =$ _____.

8. 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, X_1, X_2, \dots, X_6 是 X 的一个样本, 则 $P\left\{\max(X_1, X_2, \dots, X_6) > \frac{1}{4}\right\} =$ _____.

9. 一射手对同一目标独立地进行射击, 直到射中目标为止, 已知每次命

中率为 $\frac{3}{5}$ ，则射击次数的数学期望为_____.

10. 设离散型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ a, & -1 \leq x < 1 \\ \frac{2}{3} - a, & 1 \leq x < 2 \\ a + b, & x \geq 2 \end{cases}$$

且 $P(X=2) = \frac{1}{2}$ ，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、计算题

1. 当抛掷五枚硬币时，已知至少出现一个正面，问正面数刚好是三个的概率是多少？（假设每枚硬币出现正面的概率均为 0.5）

2. 随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} ce^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

求：(1) 常数 c ；(2) X 的分布函数 $F(x)$ 。

3. 设随机变量 (X, Y) 的联合分布密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 6xy^2, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 $Cov(X, Y)$ ，并判断 X, Y 是否相关，是否独立。

4. 抽样检查产品质量时，如果发现次品多于 10 个，则拒绝接受这批产品，设某批产品的次品率为 10%，问至少应抽取多少个产品检查才能保证拒绝接受该产品的概率达到 0.9？ 注： $\Phi_0(-1.28) = 0.1$.

5. 设总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$ ，样本 (X_1, X_2, \dots, X_5) 来自 X ，求统计量

$$T = \frac{X_1^2 + X_2^2}{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2} \cdot \frac{3}{2}$$

的分布.

6. 设总体 X 的密度函数为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 为未知参数，设样本 (X_1, X_2, \dots, X_n) 来自总体 X ，求 θ 的极大似然估计.

附加题：一年中的哪个节日，会对生活产生实质性影响？



过节前：



过节中：



过节后：