

山东财经大学 2017-2018 学年第二学期期末试题

课程代码： 16300381 试卷 (A)

课程名称： 高等数学 II

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											
签字											

注意事项：所有答案都必须写在答题纸（答题卡）上，答在试卷上一律无效。

一、选择题（每空 2 分，共 20 分）

1. 设 $F(x) = \int_x^{x+2\pi} e^{\sin t} dt$, 则关于 $F(x)$, 以下选项正确的是 ()

- (A) 为正常数
- (B) 为负常数
- (C) 恒为零
- (D) 不为常数

2. 设 $M = \int_1^{-1} \frac{\sin x}{1+x^2} \cos x^4 dx$, $N = \int_1^{-1} \frac{\sin x^3}{1+x^2} \cos x^4 dx$, 以及

$P = \int_1^{-1} (x^2 \sin x^3 - \cos x^4) dx$, 则以下选项正确的是 ()

- (A) $M \leq N \leq P$
- (B) $N \leq M \leq P$
- (C) $P \leq M \leq N$
- (D) $P \leq N \leq M$

3. 已知 $y(x)$ 为二阶非齐次线性方程 $F(y'', y', y, x) = f(x)$ 的一个特解, $Y(x)$ 为对应其次方程 $F(y'', y', y, x) = 0$ 的通解, 则 $F(y'', y', y, x) = 2f(x)$ 的通解为 ()

- (A) $Y(x) + 2y(x)$
- (B) $2Y(x) + y(x)$
- (C) $Y(x) + \frac{1}{2}y(x)$
- (D) $\frac{1}{2}Y(x) + y(x)$

4. 下列方程中, 具有特解 $y_1 = e^{-x}$, $y_2 = 2xe^{-x}$, $y_3 = 3e^x$ 的三阶常系数奇次线性微分方程的是()

- (A) $y''' - y'' - y' + y = 0$
- (B) $y''' + y'' - y' - y = 0$
- (C) $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0$
- (D) $y''' - 2y'' - y' + 2y = 0$

5. 若函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x, y) 处可微, 则其全增量可表示为(), 其中 A, B 的值与 $\Delta x, \Delta y$ (), 与 x, y (), 且 $o(\rho)$ 为 ρ 的()

- (A) $A\Delta x + B\Delta y + o(\rho)$, 无关, 有关, 高阶无穷小
- (B) $A\Delta x + B\Delta y + o(\rho)$, 有关, 无关, 低阶无穷小
- (C) $(A\Delta x + B\Delta y) \cdot o(\rho)$, 无关, 有关, 高阶无穷小
- (D) $(A\Delta x + B\Delta y) \cdot o(\rho)$, 有关, 无关, 低阶无穷小

6. 已知 $f(x, y) = e^{\sqrt{x^2 + y^4}}$, 则以下选项正确的是()

- (A) $f'_x(0, 0)$, $f'_y(0, 0)$ 都存在
- (B) $f'_x(0, 0)$ 存在, $f'_y(0, 0)$ 不存在
- (C) $f'_x(0, 0)$ 不存在, $f'_y(0, 0)$ 存在
- (D) $f'_x(0, 0)$, $f'_y(0, 0)$ 都不存在

7. 关于平面点集 E 与点 P 的性质, 以下描述正确的是()

- (A) 若点 P 为 E 的聚点, 则点 P 一定属于 E
- (B) 若点 P 为 E 的聚点且不属于 E , 则点 P 不一定在 E 的边界上
- (C) 若点 P 在 E 的边界上, 则点 P 一定为 E 的聚点
- (D) 若点 P 为 E 的内点, 则点 P 不一定为 E 的聚点

8. 二元函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处两个偏导数 $f'_x(x_0, y_0)$, $f'_y(x_0, y_0)$ 存在是 $f(x, y)$ 在该点连续的是()

- (A) 充分条件而非必要条件
- (B) 必要条件而非充分条件
- (C) 充分必要条件
- (D) 既非充分条件又非必要条件

9. 设有三元方程 $xy - z \ln y + e^{xz} = 1$, 根据隐函数存在定理, 存在点 $(0, 1, 1)$ 的一个邻域, 在此邻域内该方程()

- (A) 只能确定一个具有连续偏导数的隐函数 $z = z(x, y)$
- (B) 可确定两个具有连续偏导数的隐函数 $y = y(x, z)$ 和 $z = z(x, y)$
- (C) 可确定两个具有连续偏导数的隐函数 $x = x(y, z)$ 和 $z = z(x, y)$
- (D) 可确定两个具有连续偏导数的隐函数 $x = x(y, z)$ 和 $y = y(x, z)$

10. 若在区域 D 内总有 $\frac{\partial P(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial Q(x, y)}{\partial x}$, 则对 D 内任意一条封闭曲线 L , 总有()

- (A) $\oint_L Q(x, y)dx + P(x, y)dy = 0$
- (B) $\oint_L Q(x, y)dx + P(x, y)dy \neq 0$
- (C) $\oint_L P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$
- (D) $\oint_L P(x, y)dx + Q(x, y)dy \neq 0$

二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. $\int_0^{+\infty} \frac{xe^{-x}}{(1+e^{-x})^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$
2. 在区域 D 内，若多元函数 $z = f(x, y)$ 的两个二阶混合偏导数 $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 满足 $\underline{\hspace{2cm}}$ 条件，那么该区域内这两个二阶混合偏导一定相等.
3. $x(y''')^2 + 2x^2y'^2 + x^3y = x^4 + 1$ 是 $\underline{\hspace{1cm}}$ 阶微分方程.
4. $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续是 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可积的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 条件.
5. 设已知 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 为单位向量，并且满足 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ ，求 $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、判断题（每题 2 分，共 10 分）

1. 若 $|f(x)|$ 在 $[a, b]$ 上可积，则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上不一定可积（ ）
2. 若微分方程中含有任意常数，则这个解称为通解（ ）
3. 证明二重积分中值定理时，必须要求积分函数在闭区域 D 上连续（ ）
4. 若 $f(x) + g(x)$ 在 $[a, b]$ 上可积，则 $f(x)$ 与 $g(x)$ 也均在该闭区域可积（ ）
5. 多元函数偏导数存在，则该多元函数可微（ ）

四、计算题（每题 7 分，共 28 分）

1. 计算 $\int_{-1}^1 \frac{2x^2 + x \cos x}{1 + \sqrt{1 - x^2}} dx$
2. 计算二次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{6}} dy \int_y^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x}{x} dx$

3. 计算曲线 $y = \int_0^x \tan(t)dt$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$) 的弧长
4. 已知：曲线积分 $\int_L xy^2 dx + yg(x)dy$ 与路径无关，其中 $g(x)$ 具有连续的导数，且 $g(0) = 0$ ， L 是从点 $(0,0)$ 到点 $(1,1)$ 的路径，求上述积分。

五、证明题（每题 9 分，共 27 分）

1. 证明：函数 $u = \frac{1}{r} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ 满足方程 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$
2. 证明 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{x^2 + y^2}$ 不存在。
3. 证明 $y_1 = \cos wx$ 及 $y_2 = \sin wx$ 都是方程 $y'' + w^2 y = 0$ 的解，并写出该方程的通解。