一、选择题

1．一个袋内装有大小相同的 5 个球，其中 3 个白球，2 个黑球。从中取 3 个球，则 3 个球中至少有 2 个白球的概率是(　　).

A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{7}{10}$　　C. $\frac{3}{10}$　　D. $\frac{2}{5}$

2. 下列函数中，(　　)可作为连续型随机变量的分布函数.

A. $F(x)=\begin{cases} e^x, & x<0 \\ 1, & x\ge 0 \end{cases}$　　B. $F(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x<0 \\ 1, & x\ge 0 \end{cases}$

C. $F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ 1-e^x, & x\ge 0 \end{cases}$　　D. $F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ 1+e^{-x}, & x\ge 0 \end{cases}$

3. 设连续型随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 若方差 $DX=4$, 则数学期望 $E(2X+1)=$(　　).

A. 9　　B. 5　　C. 17　　D. 3

4. 设总体 $X\sim B(2,p)$ ，$(1,3,0,2,4)$ 是一组样本观测值, 则参数 p 的矩估计为 (　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

5.设 (X_1,X_2,X_3,X_4) 是来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，则 $\frac{X_1-X_2}{\sqrt{(X_3-X_4)^2}}\sim$(　　).

A. $\chi^2(1)$　　B. $F(1,2)$　　C. $t(1)$　　D. $N(0,1)$

二、填空题

1. 已知 A,B 是两个事件, $P(A)=0.4$, $P(B)=0.8$, $P(\overline{A}B)=0.5$, 则 $P(A\overline{B})=$_____.

2. 已知 $DX=4$, $DY=9$, X 与 Y 的相关系数 $\rho=0.5$,则 $D(X-Y)=$______.

3. 设随机变量的分布函数为 $F(x)=A+B\arctan x$, 则密度函数 $f(x)=$______.

4. 设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n(n\ge 2)$ 独立同分布, $EX_1=0, DX_1=1$ ，则根据切比雪夫不等式有 $P\left(\left|\sum_{i=1}^{n}X_i\right|\ge n\right)\le$______.

5. 设二维随机向量$\left(X,Y\right)$的联合分布函数为

$$F(x,y)=\begin{cases}(1-e^{-3x})(1-e^{-4y}), & x>0,y>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

则当$x>0$时，$\left(X,Y\right)$关于X的边缘概率密度为$f_X\left(x\right)=$______.

6. 设随机变量X,Y相互独立, 且$X\sim N(0,1),Y\sim N(1,1)$，则$\mathrm{P}\left(X+Y\le 1\right)=$_____.

7. 盒中有2个白球，3个黑球，从中任取3个，X表示取到的白球个数，Y表示取到的黑球个数，则$EX=$______，$EY=$______.

三、判断题

1.设A,B是两个随机事件，且$P(A)>0,P(B)>0$，若A与B独立，则A与B互不相容. ( )

2.$(X,Y)\sim N(\mu_1,\mu_2,\sigma_1^2,\sigma_2^2,\rho)$，则$X$与$Y$独立的充分必要条件是$\rho=0$. ( )

3.若X与Y不相关，则$EXY=EXEY$. ( )

4.设总体X服从参数为λ的指数分布，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$是来自总体的样本，S^2是样本方差，则$ES^2=\dfrac{1}{\lambda^2}$. ( )

5.设$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，当σ增大时，概率$P(|X-\mu|<\sigma)$保持不变. ( )

四、计算题

1. 设X的密度函数为$f(x)=\begin{cases}2e^{-2x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$，

求：(1) $P(X\le 1)$. (2) $Y=2X+1$的密度函数.

2. 已知二维离散型随机变量(X,Y)的联合分布为

X \ Y	-2	-1	0	1
1	0.1	0.1	0.2	0.1
2	0	0.1	0.1	0.3

求X与Y的相关系数$\rho_{X,Y}$，并判断X与Y是否相关，是否独立。

3.设总体X的密度函数为$f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{x^{\theta-1}}{\theta}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$,其中$\theta>0$为未知参数,设样本$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$来自总体$X$,求$\theta$的极大似然估计.

五、应用题

1. 有甲、乙两个口袋，甲袋中装有两个白球一个黑球；乙袋中装有一个白球两个黑球。由甲袋任取一个球放入乙袋，再从乙袋中任取一球。求取到白球的概率.

2. 对敌人的防御工程进行 80 次轰炸,每次轰炸时命中目标的炮弹数是一个随机变量,数学期望为 2,方差为 0.8 ,且各次轰炸相互独立,求在 80 次轰炸中有 150 发到 170 发炮弹命中目标的概率.

（已知$\Phi_0(1.25)=0.8944,\Phi_0(2.5)=0.9938$）

3. 罐中有 5 个红球，3 个白球，从中每次任取一球后放入一个红球，直到取到红球为止. 用X表示抽取次数，求X的分布律.

六、综合题

设二维连续型随机变量的联合密度函数为: $f(x,y)=\begin{cases} e^{-x-y}, & x>0, y>0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

(1) 求边缘密度 $f_X(x)$，$f_Y(y)$；

(2) 判断 X 与 Y 是否相互独立.

(3) 求 $P(X+Y\le 1)$.

附加题：这份试卷的闪光点是（　　）。