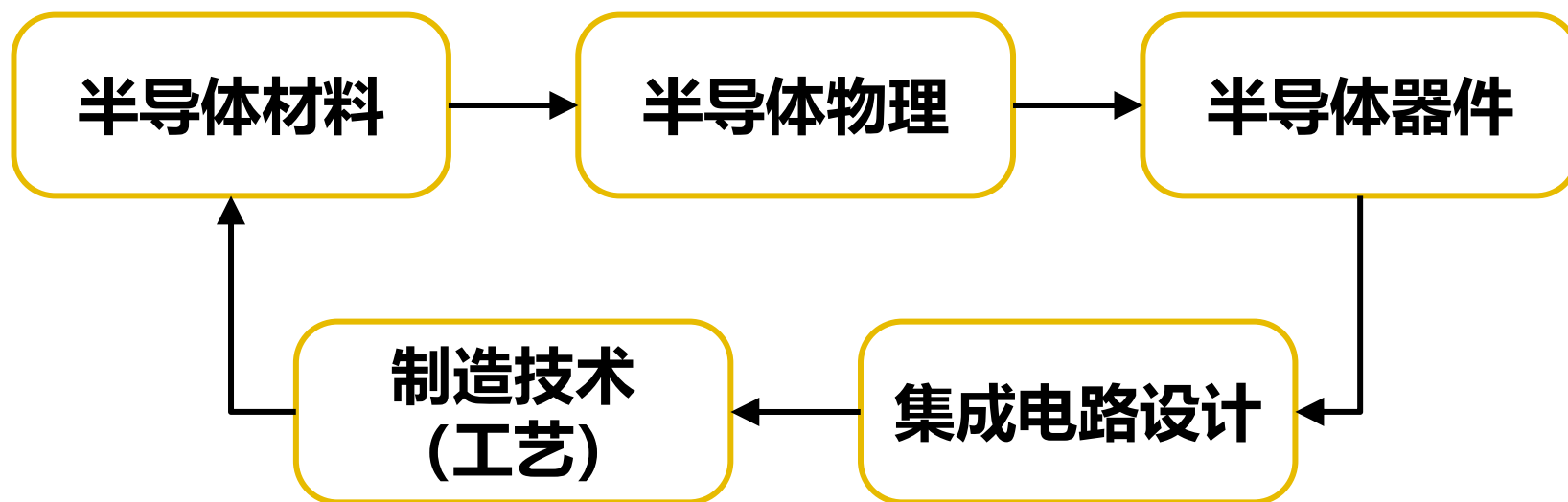




西安交通大学
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

半导体物理与器件

任课教师: 赵小龙
电信学部微电子学院
zhaoxiaolong@xjtu.edu.cn



半导体材料、半导体物理、半导体器件、集成电路设计（模拟、数字）、微电子制造技术（工艺）缺一不可，都非常重要！

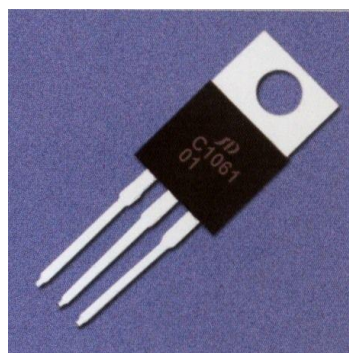
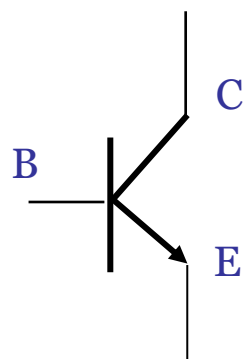
器件部分的主要内容：

- **pn** Junction Diode (pn结二极管)
- **Bipolar Junction Transistor** (双极晶体管, 简称BJT)
- **Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor** (简称MOSFET)

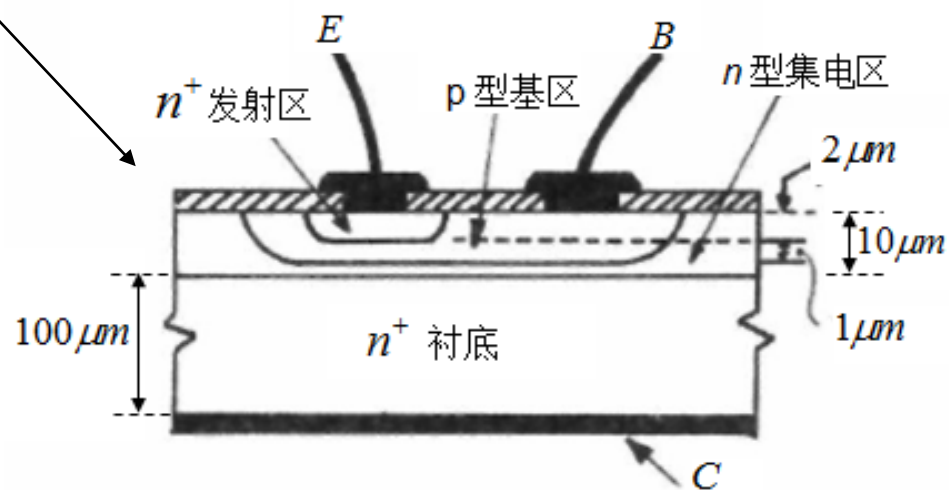
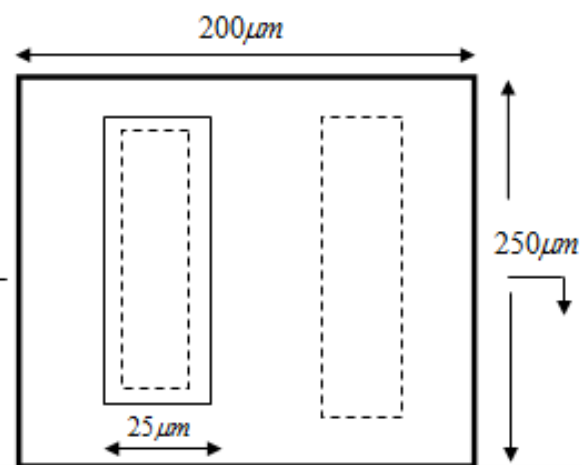
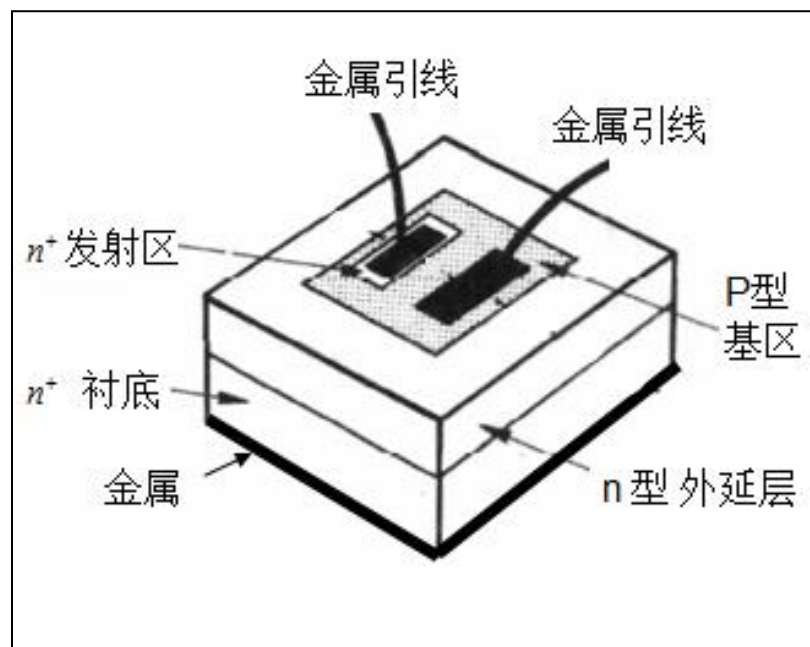
本课程侧重于半导体器件**性能的控制与实现**：

- 器件**结构** (几何图形、结构参数和掺杂分布)
- 器件**模型** (物理效应及数学表示)
- 器件**设计** (器件性能的控制与实现)

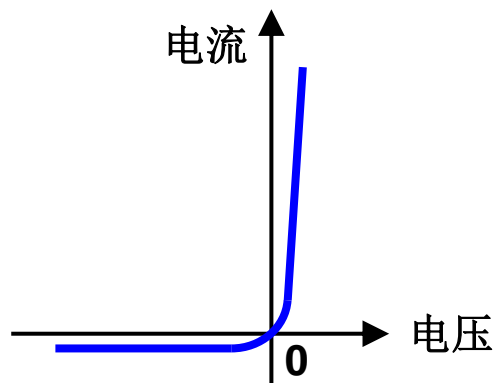
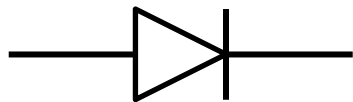
由理想到实际！



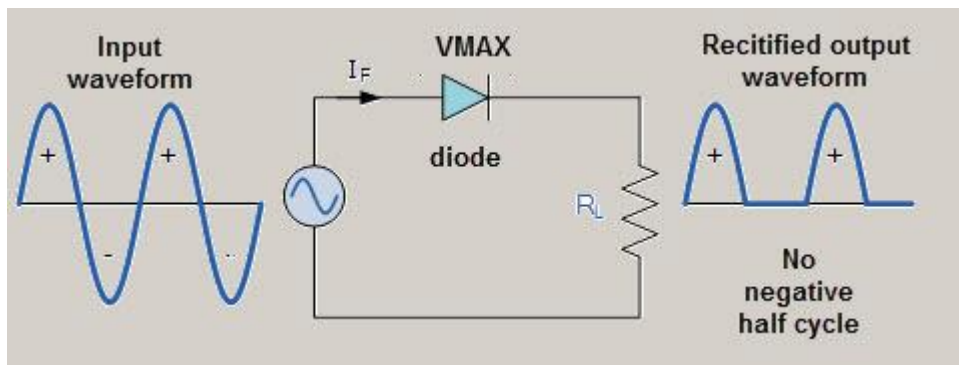
三极管



二极管



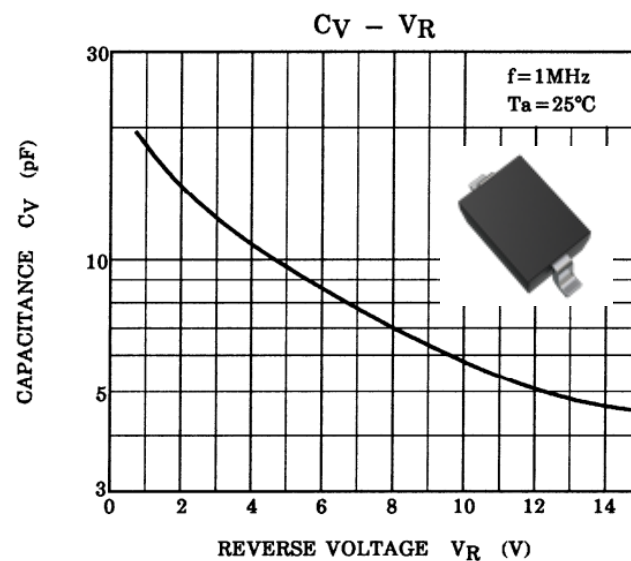
a) 整流二极管



b) 发光二极管LED



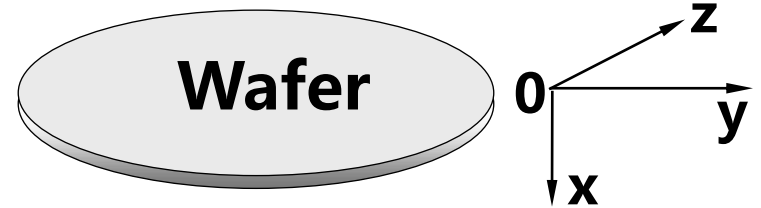
c) 变容二极管



Toshiba 1SV229

半导体器件物理

1、半导体器件的**状态方程**



半导体器件物理的**核心**是半导体内的**静电势和载流子的输运**，其特性可由一组状态方程来描述。

这些状态方程都是**三维**的，即各个参量是 x 、 y 、 z 的函数。

本课程主要涉及**一维**分析。在一维分析中，假设所涉及量只沿 **x 方向**变化。

① **泊松方程** $\frac{d^2\phi}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0 K_s}$ 或 $\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{\rho}{\varepsilon_0 K_s}$

式中 ϕ 为静电势， \mathcal{E} 为电场强度， ρ 为单位体积内的电荷密度， ε_0 为真空介电常数， K_s 为材料的相对介电常数。

② **载流子连续性方程 (Continuity Equation)**

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{\partial j_n}{\partial x} - U_n + G_n \quad \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{\partial j_p}{\partial x} - U_p + G_p$$

③ **载流子输运方程 (Transport Equation)**

$$j_n = qn\mu_n\mathcal{E} + qD_n \frac{dn}{dx} \quad j_p = qp\mu_p\mathcal{E} - qD_p \frac{dp}{dx}$$

分析半导体器件，就是在**一定的边界条件（以及初始条件）**下求解半导体的状态方程，以得到器件内部的**电势分布和载流子浓度分布**，通过这些分布，得到器件的**电学特性**（如I-V特性、C-V特性）等。

求解半导体状态方程，有两种基本方法：

- ① 数值计算：应用TCAD(Technology Computer Aided Design)工具求解。优点是计算精确，缺点是计算量大，所需时间长。常用的TCAD软件有MEDICI、Sentaurus等。
- ② 解析求解：以**器件物理为基础**，在**一定近似条件下**求解，以得到一个**解析表达式**。优点是计算简单，**物理图像清晰**，缺点是精度低。

本课程主要涉及一维解析求解

从以下四个方面研究一个器件：

➤ 静电特性（器件内部的电场和电势分布）

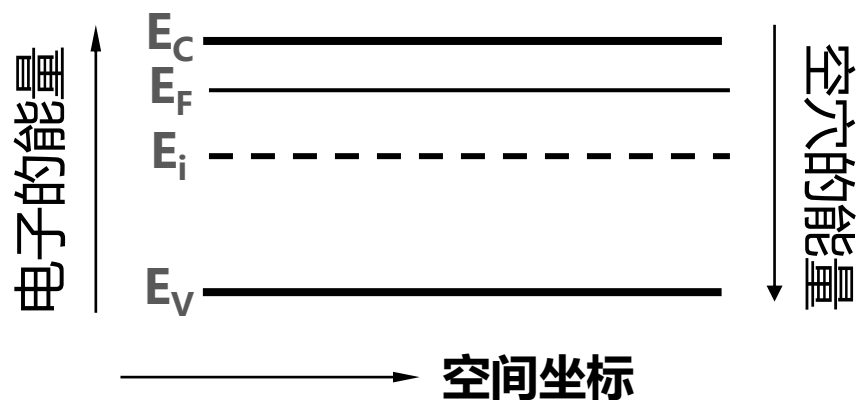
➤ 直流特性（DC，**稳态**响应）

➤ 频率特性（AC，**小信号**响应）

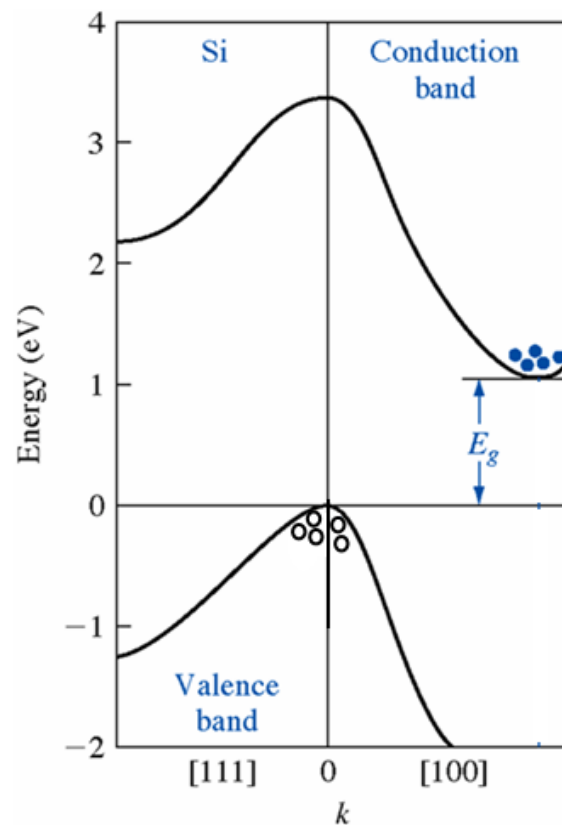
➤ 开关特性（TRAN，**瞬态**响应）

与时间相关

2、能带图与电势、电场的关系

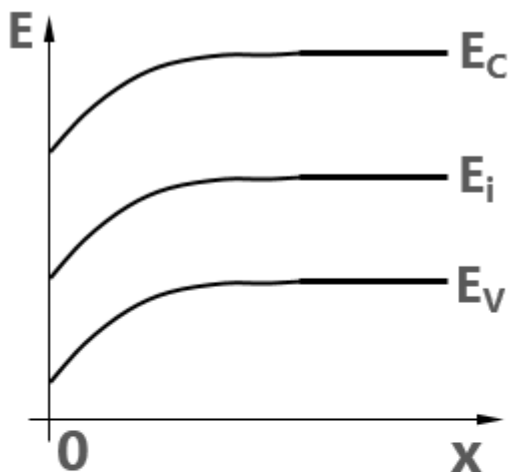


热平衡时，均匀掺杂的n型半导体
在实空间中的能带图



动量空间中的能带图

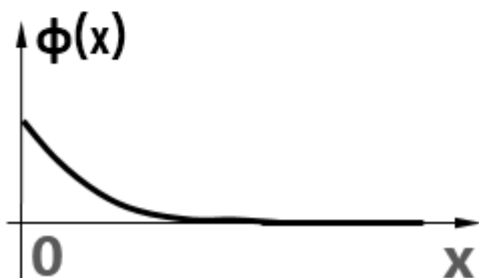
当半导体中存在电场时，会引起能带随空间位置变化，即**能量变成空间位置的函数**，称为能带弯曲。能带弯曲反映了电子能量的变化。



用**本征费米能级**定义静电势：

$$\phi = \frac{E_i}{-q}$$

电场强度 $\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dx} = \frac{1}{q} \frac{dE_i}{dx}$



能带图包含了半导体内的静电势和电场的信息

3、费米能级、准费米能级和电流

●费米能级 E_F

热平衡状态下，在半导体内，费米能级是与空间位置无关的不变量，即 $dE_F/dx=0$ 。

与空间位置无关意味着 E_F 在能带图上是一条水平直线，即热平衡状态下， E_F 在整个系统中是常数。

●准费米能级

电子的准费米能级 $E_{Fn}=E_i+kT\ln(n/n_i)$

空穴的准费米能级 $E_{Fp}=E_i-kT\ln(p/n_i)$

热平衡状态下， $E_{Fn}=E_{Fp}=E_F$

非平衡时， $E_{Fn}\neq E_{Fp}$

定义电子的准费米势 $\phi_{Fn} = -E_{Fn}/q = \phi - (kT/q)\ln(n/n_i)$

定义空穴的准费米势 $\phi_{Fp} = -E_{Fp}/q = \phi + (kT/q)\ln(p/n_i)$

载流子浓度用
静电势和费米
势表示为：

电子电流和空穴电流可以用
准费米能级表示：

$$n = n_i e^{q(\phi - \phi_{Fn})/kT} \rightarrow j_n(x) = qn\mu_n \mathcal{E} + qD_n \frac{dn}{dx} = \mu_n n \frac{dE_{Fn}}{dx}$$

$$p = n_i e^{q(\phi_{Fp} - \phi)/kT} \rightarrow j_p(x) = qp\mu_p \mathcal{E} - qD_p \frac{dp}{dx} = \mu_p p \frac{dE_{Fp}}{dx}$$

准费米能级随位置变化，表示半导体中有电流流动。

4、电中性条件

半导体内单位体积的电荷密度：

$$\rho(x) = q(p(x) - n(x) + N_D^+(x) - N_A^-(x))$$

电中性条件： $\rho(x)=0$

假设杂质全电离，则电中性条件可表示为：

$$p(x) - n(x) + N_D(x) - N_A(x) = 0$$

5、结 (junction) 的基本概念

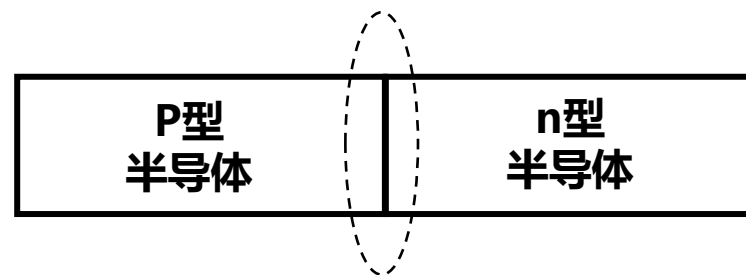
结：两种材料(至少有一种是半导体)之间的界面。

结是构成半导体器件的基本结构单元，每一个半导体器件都包含一个或几个“结”，器件的特性与某个/某些“结”的特性密切相关。

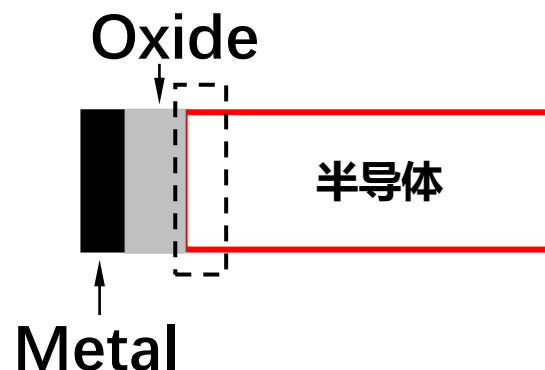
通过结来控制半导体的特性：

结可以使半导体既不像导体那样容易导电，也不像绝缘体那样完全不导电。取决于外界条件，它见机行事，时而像导体一样，时而又像绝缘体一样。

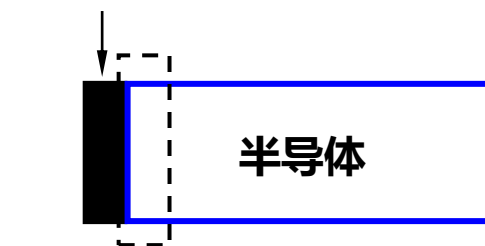
(1) 同质pn结：同一半导体
内p型区和n型区的交界面。



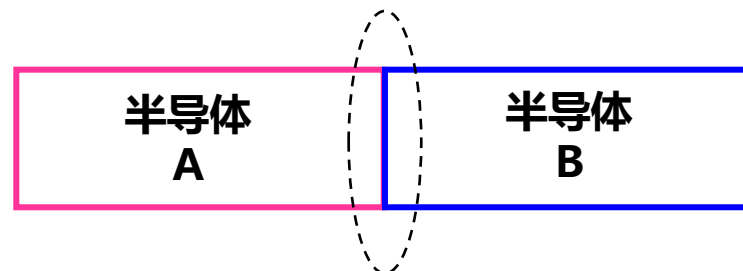
(2) MOS结构
(Metal-Oxide-Semiconductor)



(3) 肖特基结
(Metal-Semiconductor Junction)



(4) 异质结(Heterojunction)



目录

- 前沿——课程信息

第一部分：半导体物理

- 第一章 半导体中的电子状态
- 第二章 半导体中载流子的统计分布
- 第三章 半导体的导电性
- 第四章 非平衡载流子
- 第五章 金属和半导体的接触

第二部分：p-n结

第三部分：双极晶体管

第四部分：金属-氧化物-半导体场效应晶体管

第二部分 pn结

第1章 pn结的静电特性

第2章 pn结的直流电流-电压特性

第3章 pn结的小信号频率特性

第3章 pn结的开关特性

**pn结是指半导体内部p型区和n型区之间的界面，
而二极管是指已经做好的、包含一个pn结的器件。
pn结二极管和pn结这两个词可以变通使用。**

第1章 pn结的静电特性

静电特性：pn结的电场和电势分布

1.1、结的相关术语

- pn结的基本结构和杂质分布
- 平衡pn结的空间电荷区和能带图

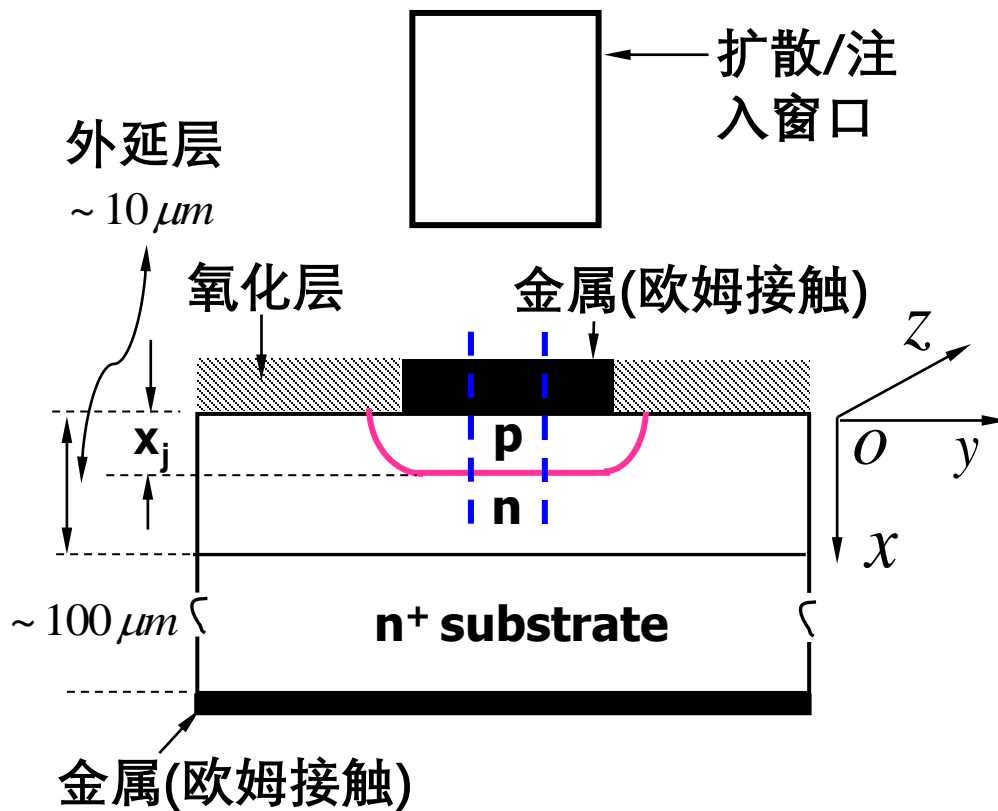
1.2、pn结空间电荷区的电场和电势分布

- 耗尽层近似和准中性近似
- 突变结耗尽区电场和电势的求解

1.1、结的相关术语

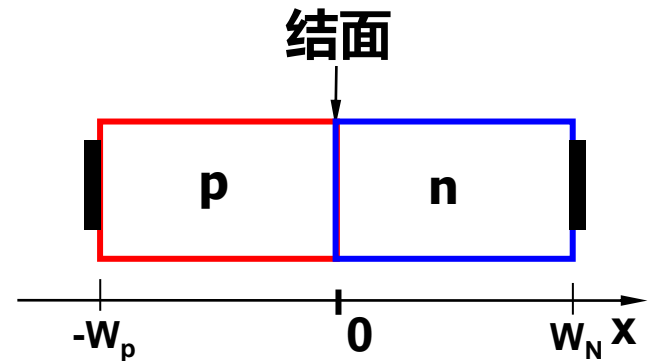
1.1.1、pn结的基本结构和杂质分布

1) 基本结构



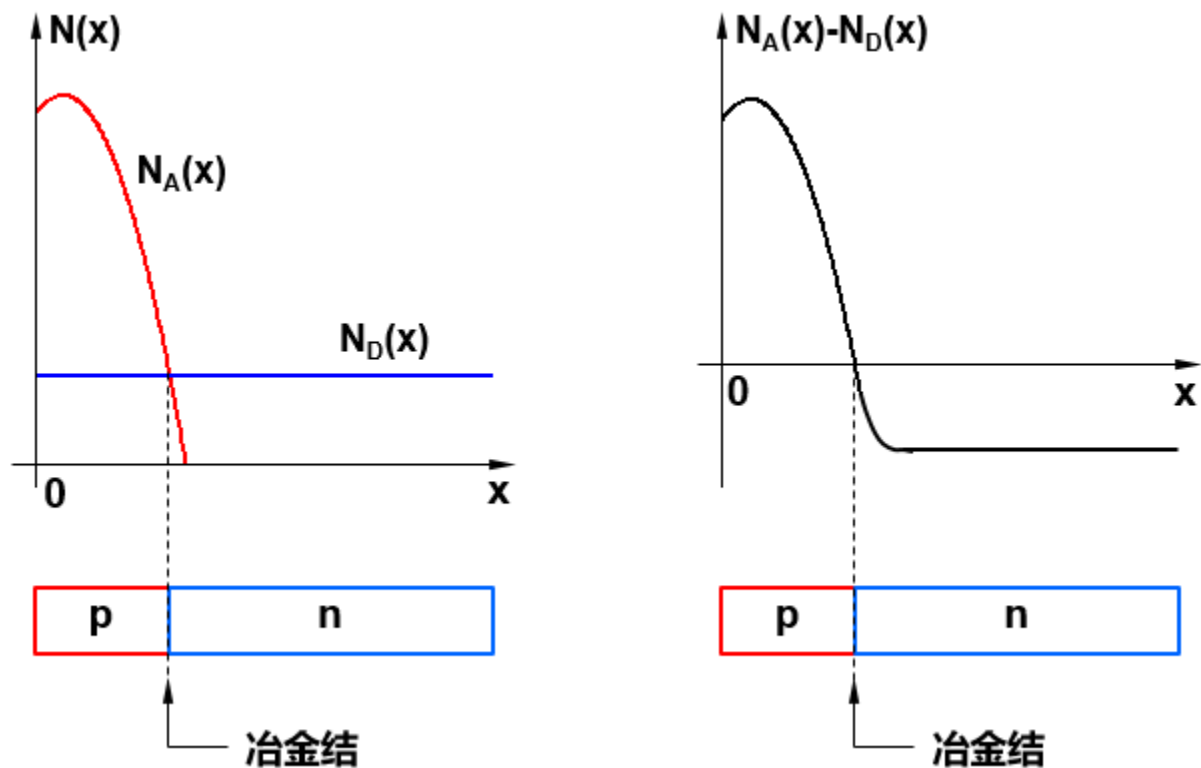
pn结二极管的实际结构

pn结的结构参数：结深、各区的厚度、结的面积、各区间的掺杂浓度及分布。



理想的一维结构：平面结（结面是平面）

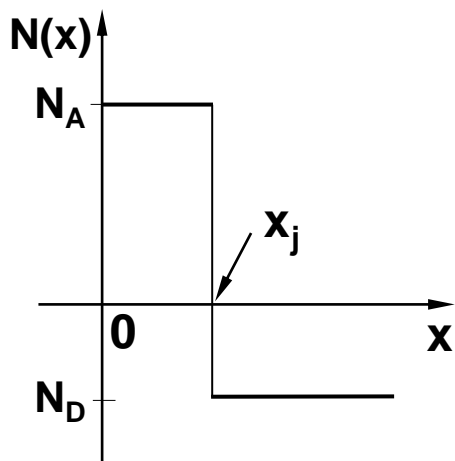
2) 杂质浓度分布



实际pn结的杂质浓度分布的数学表示式比较复杂，通常用突变结和线性缓变结近似实际的杂质分布。

3) 突变结和线性缓变结

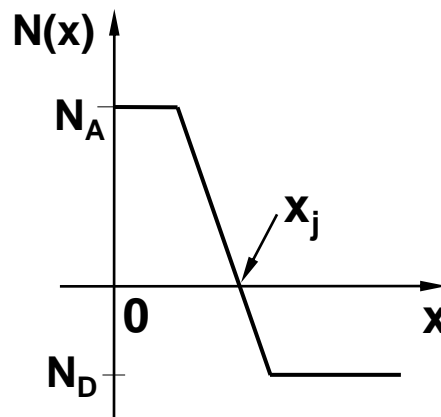
突变结



$$N(x) = \begin{cases} N_A & x < x_j \\ N_D & x > x_j \end{cases}$$

杂质浓度在结两侧都是均匀分布的，在界面处有一个突然的跃变。

线性缓变结



$$N(x) = \alpha_j (x - x_j) \quad \alpha_j = \left(\frac{dN}{dx} \right)_{x=x_j}$$

在**结附近**的杂质浓度随 x 线性变化，杂质浓度梯度 a_j 为常数。

突变结和线性缓变结是实际结杂质浓度分布的两个极端的近似。

突变结可以给出更简单的结果。在大多数pn结分析中，除非特别声明，一般采用突变结近似。

一边的杂质浓度远大于另一边的突变结称为单边突变结，标记为 p^+n 结或 n^+p 结：

$$p^+n\text{结: } N_A \gg N_D$$

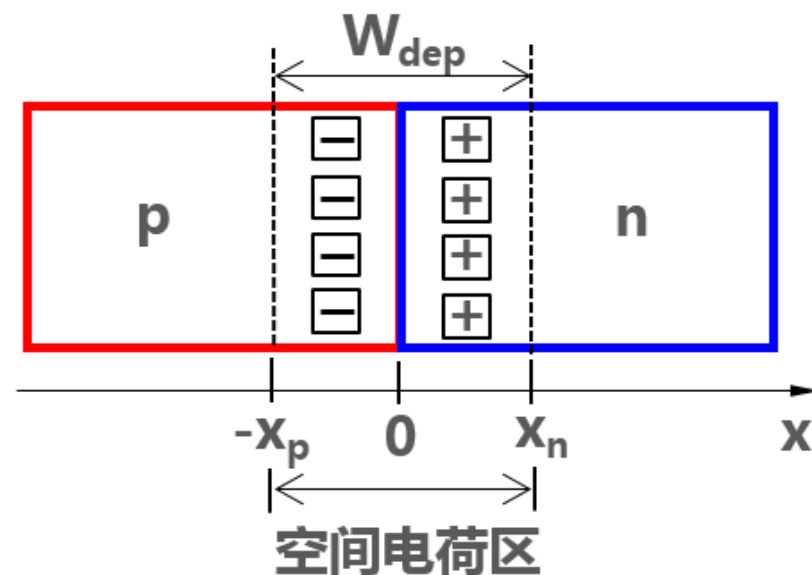
$$n^+p\text{结: } N_D \gg N_A$$

1.1.2、平衡pn结的空间电荷区和能带图

平衡pn结，指没有外加电压和光照且内部温度恒定的pn结。

1)平衡pn结的空间电荷区(简称SCR)

pn结结面两侧存在一个带正负电荷的区间，称为空间电荷区。空间电荷区的p型一侧为负电荷，n型一侧为正电荷。正负电荷形成的电场叫自建场。自建场的方向由n区指向p区。



空间电荷区形成的原因？

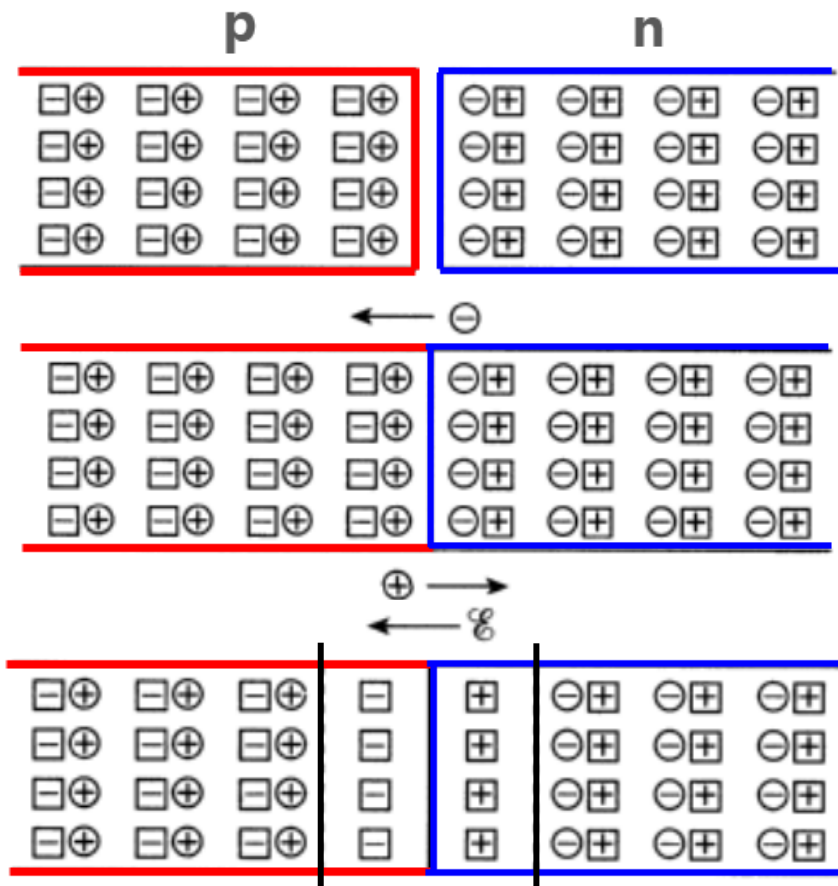
均匀掺杂的半导体，在热平衡时，是电中性的。

接触的瞬间，结面处有载流子浓度差，电子和空穴分别向结的相反方向扩散。

电离杂质固定不动，载流子的扩散会在靠近结的区域留下未被抵消的电离杂质电荷，形成电场。

电场会引起载流子的漂移运动，其方向与各自扩散的方向相反，平衡时，漂移与扩散相抵，**载流子的净移动为零**，在结两侧形成一个稳定的、有一定宽度的空间电荷区。

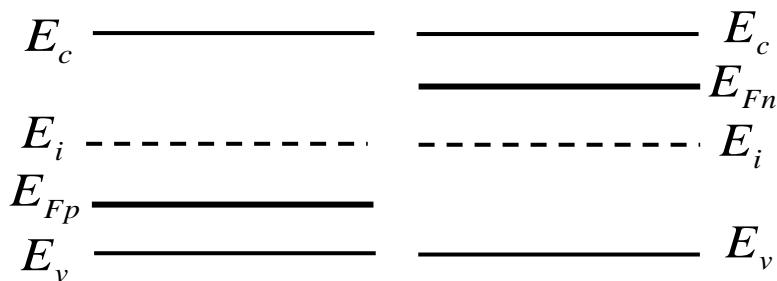
热平衡时，空间电荷区以外的区域，在特性上与孤立的半导体是完全一样的，是电中性的，称为中性区。



2)平衡pn结的能带图

形成pn结时

接触前



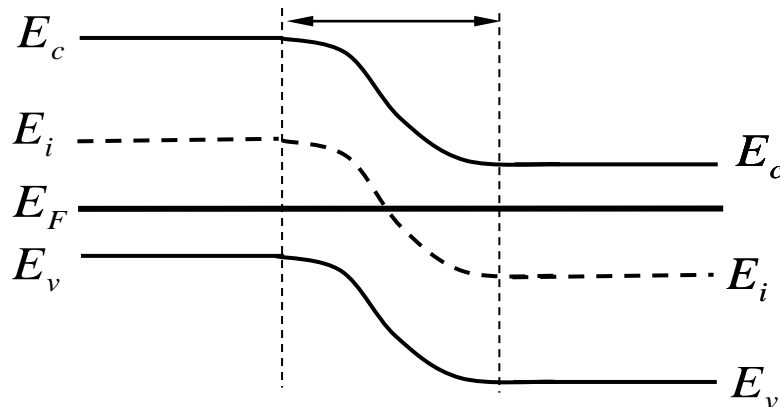
根据费米能级的意义，电子将从费米能级高的n区流向费米能级低的p区，空穴则从p区流向n区，直至 $E_{Fn} = E_{Fp}$ 为止。

平衡pn结有统一的费米能级。

pn结能带图的构造步骤：

- 画出平衡pn结的费米能级；
- 画出中性区的能带图；
- 能量在空间的变化是单调连续的，据此，把两边的能带连接起来。

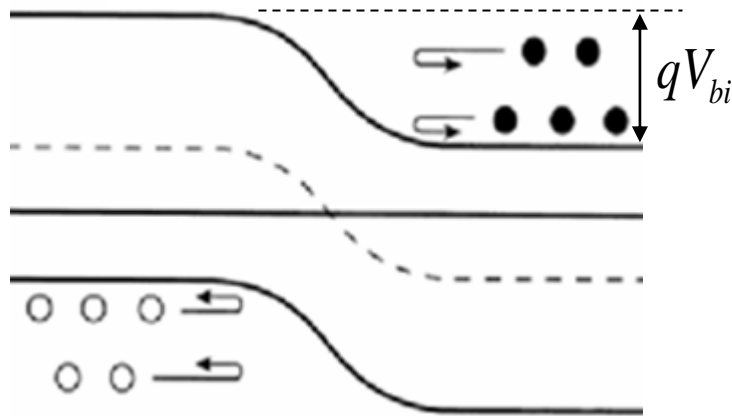
空间电荷区



空间电荷区内能带弯曲。

3)平衡pn结的势垒和内建电势

平衡时流过pn结的净电流为零，即 $J_n=0$ ， $J_p=0$ 。



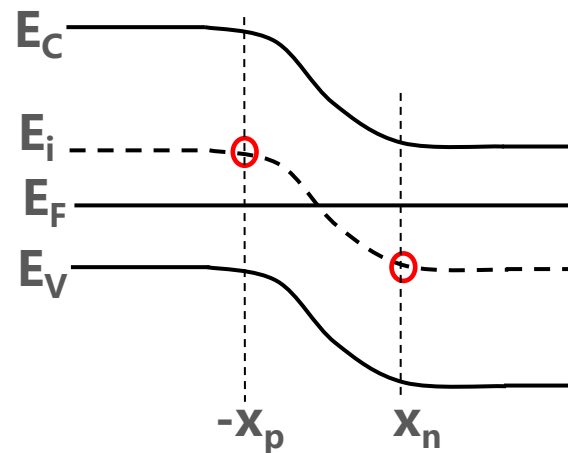
从能带图上来看，平衡时电子从n区进入p区，或空穴从p区进入n区，必须越过一个能量势垒，势垒阻止了载流子的扩散。

空间电荷区也称为势垒区。

平衡pn结的势垒高度为 qV_{bi} ， V_{bi} 称为内建电势，表示pn结空间电荷区两端的电势差。

从能带图上来看，势垒高度等于空间电荷区两边界处的本征费米能级的差值。

$$qV_{bi} = E_i(-x_p) - E_i(x_n)$$



$$E_i(-x_p) = E_F + kT \ln\left(\frac{p_p(-x_p)}{n_i}\right) \quad E_i(x_n) = E_F - kT \ln\left(\frac{n_n(x_n)}{n_i}\right)$$

$$V_{bi} = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{n_n(x_n) p_p(-x_p)}{n_i^2}\right) \approx \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$$

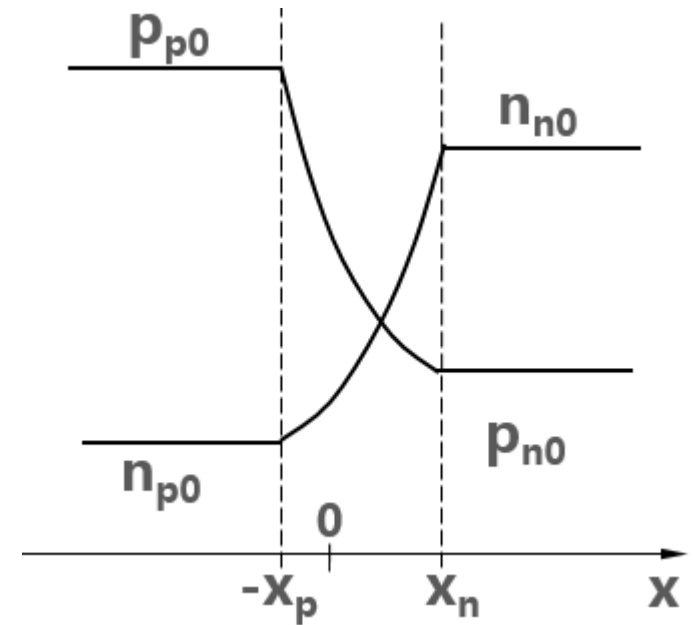
内建电势也可由平衡时流过pn结的净电流为零得到。

$$\begin{aligned} -x_p \leq x \leq x_n : J_n &= q\mu_n n \mathcal{E}(x) + qD_n \frac{dn}{dx} \rightarrow \mathcal{E}(x) = -\frac{kT}{q} \frac{1}{n} \frac{dn}{dx} \\ \rightarrow V_{bi} &= -\int_{-x_p}^{x_n} \mathcal{E}(x) dx = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{n(x_n)}{n(-x_p)}\right) = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right) \end{aligned}$$

$$\therefore V_{bi} = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{n(x_n)}{n(-x_p)} \right) = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{p(-x_p)}{p(x_n)} \right)$$

$$\therefore n(-x_p) = n(x_n) \exp \left(-\frac{qV_{bi}}{kT} \right) = n_{p0}$$

$$p(x_n) = p(-x_p) \exp \left(-\frac{qV_{bi}}{kT} \right) = p_{n0}$$



例题：已知室温下一个硅pn结， $N_A=10^{18}\text{cm}^{-3}$ ， $N_D=10^{16}\text{cm}^{-3}$ ，求此pn结的内建电势。

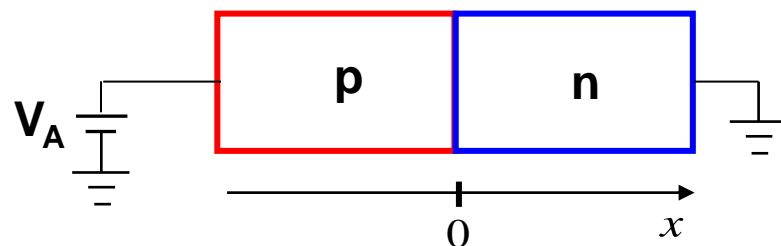
解：
$$V_{bi} = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right) = 0.026 \ln \left(\frac{10^{18} \times 10^{16}}{10^{20}} \right) = 0.84\text{V}$$

1.2、突变结空间电荷区的电场和电位分布

1.2.1、耗尽层近似和准中性区近似

半导体器件的静电特性由泊松方程描述：

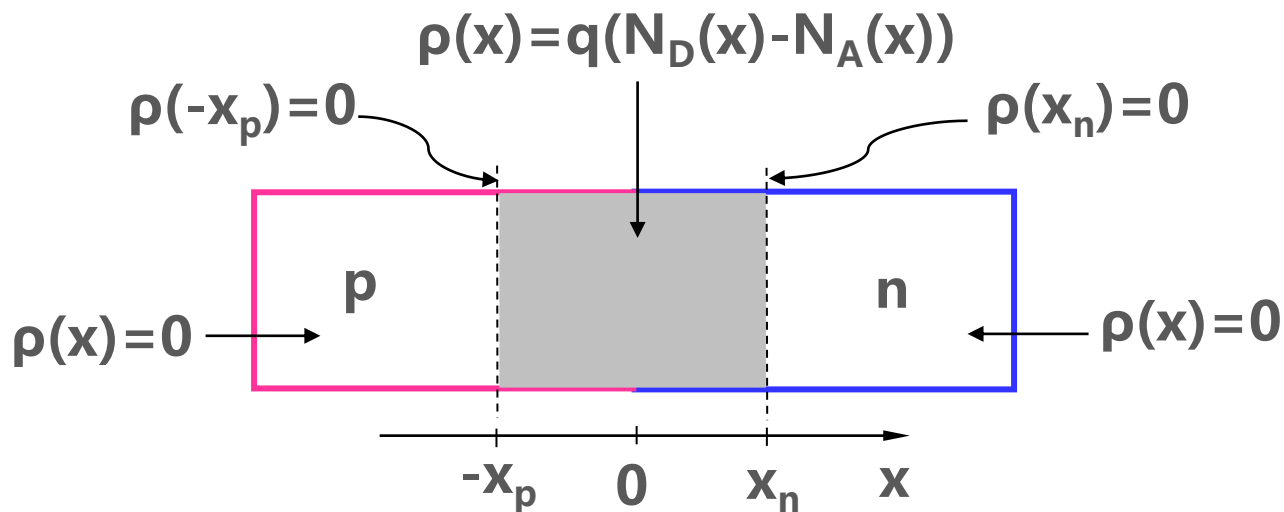
$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = -\frac{d\mathcal{E}(x)}{dx} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon_0 K_s}$$



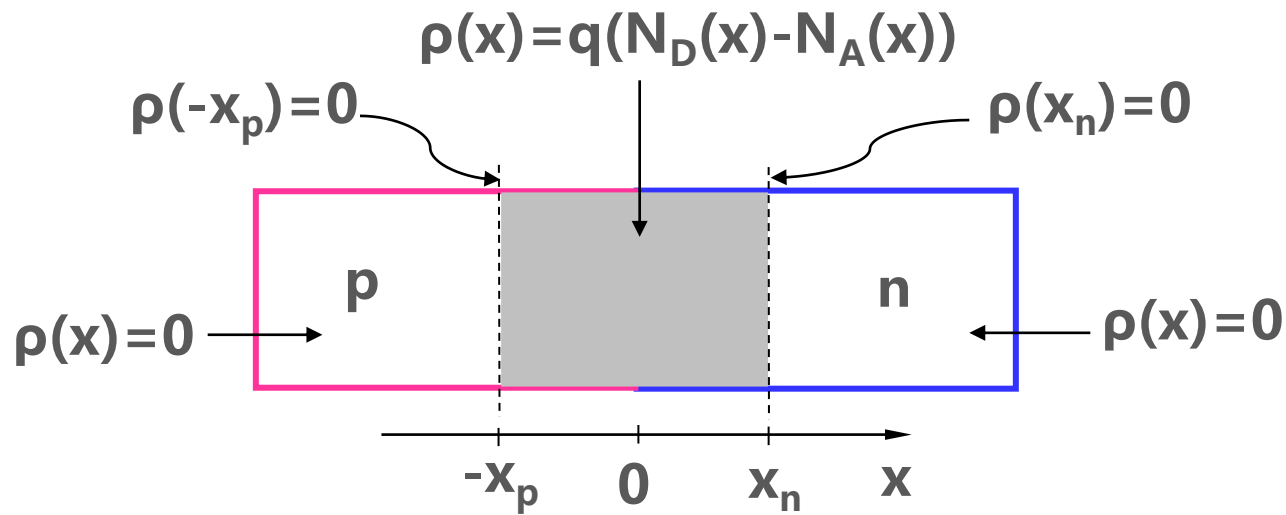
$$\rho(x) = q[p(x) - n(x) + N_D(x) - N_A(x)]$$

式中杂质浓度分布 $N_D(x)$ 、 $N_A(x)$ 是已知的，为了得到电场和电位与 x 的函数关系，需要知道载流子浓度与 x 的显示表达式。

(1)突变的**耗尽层近似**：空间电荷区内载流子全部耗尽，即与净杂质浓度相比，空间电荷区内的载流子数目可以忽略不计，电离杂质提供空间电荷；空间电荷的分布在边界上突变过渡到零。



空间电荷区又称为耗尽区或耗尽层。



在SCR以外，电中性成立，电场为0。如果SCR的分布从 $-x_p$ 延伸到 x_n ，则必须有：

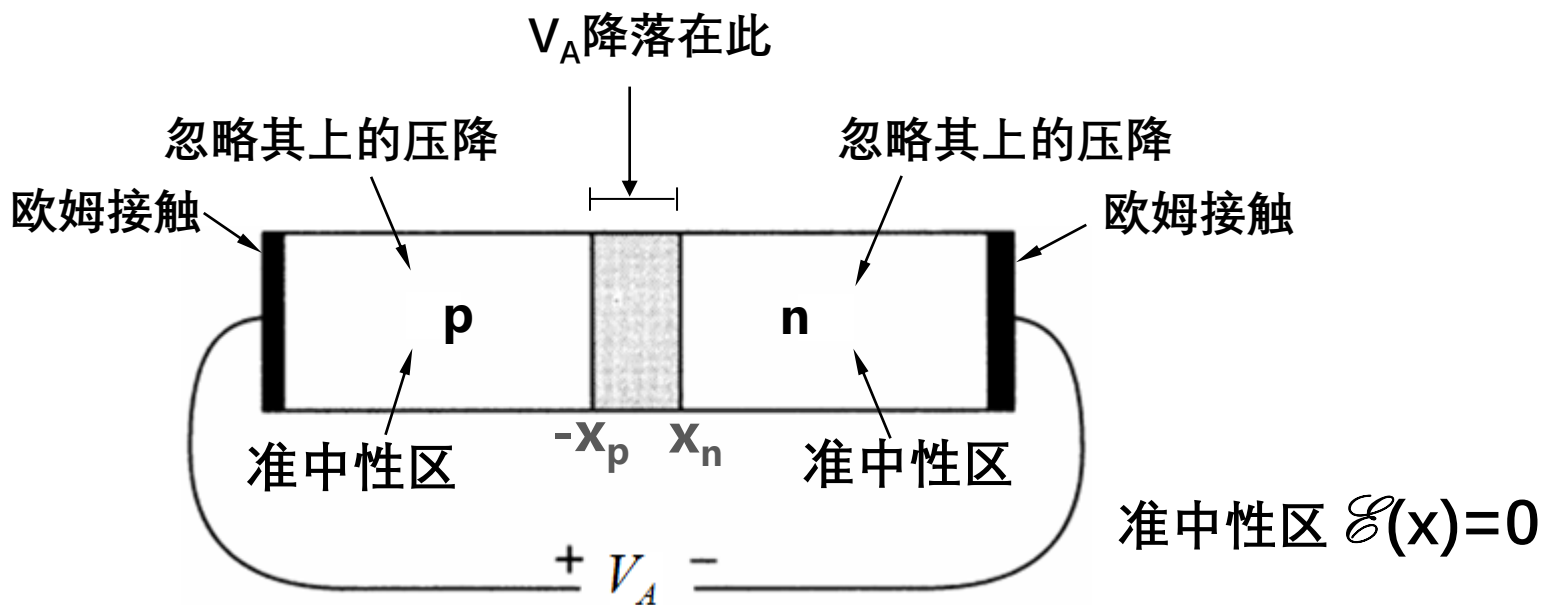
$$\int_{-x_p}^{x_n} (N_D(x) - N_A(x)) dx = 0$$

$$\int_{-x_p}^0 (N_A(x) - N_D(x)) dx = \int_0^{x_n} (N_D(x) - N_A(x)) dx$$

(2) 准中性区近似

在pn结上施加偏置电压时，pn结处于非平衡态。

准中性区近似：假设外加偏压 V_A 全部降落在耗尽层上。



p区接电源正极 ($V_A > 0$) 称pn结正向偏置，接电源负极 ($V_A < 0$) 称pn结反向偏置。有外加偏压时，耗尽区两端电位差： $\phi(x_n) - \phi(-x_p) = V_{bi} - V_A$

在耗尽层近似和准中性近似下，器件内部被分成准中性区和耗尽区：

耗尽区

耗尽区的电荷密度 $\rho(x)=q[N_D(x)-N_A(x)]$

耗尽区两端的电势差 $\phi(x_n)-\phi(-x_p)=V_{bi}-V_A$

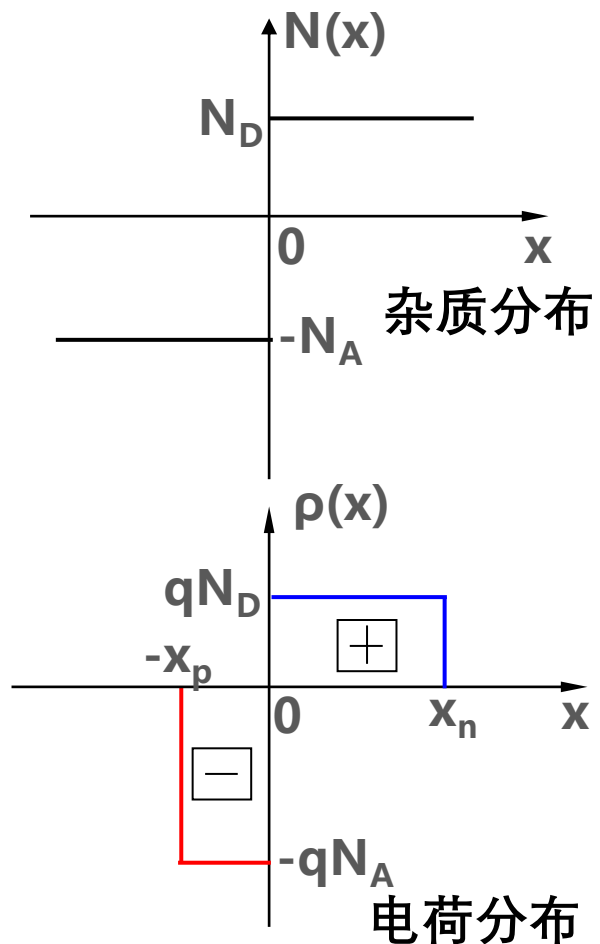
耗尽区边界处的电场 $\mathcal{E}(-x_p)=\mathcal{E}(x_n)=0$

准中性区

准中性区的电荷密度 $\rho(x)=0$

准中性区的电场 $\mathcal{E}(x)=0$

1.2.2、突变结耗尽区电场和电势的求解



突变结的杂质和
电荷分布

突变结耗尽区的电荷密度：

$$\rho(x) = \begin{cases} -qN_A & -x_p \leq x \leq 0 \\ qN_D & 0 \leq x \leq x_n \end{cases}$$

突变结耗尽区的泊松方程：

$$\begin{cases} \frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{qN_A}{K_s\epsilon_0} & (-x_p \leq x \leq 0) \\ \frac{d^2\phi}{dx^2} = -\frac{qN_D}{K_s\epsilon_0} & (0 \leq x \leq x_n) \end{cases}$$

边界条件： $\mathcal{E}(-x_p) = \mathcal{E}(x_n) = 0$

$$\phi(x_n) - \phi(-x_p) = V_{bi} - V_A$$

对泊松方程一次积分，得到电场：

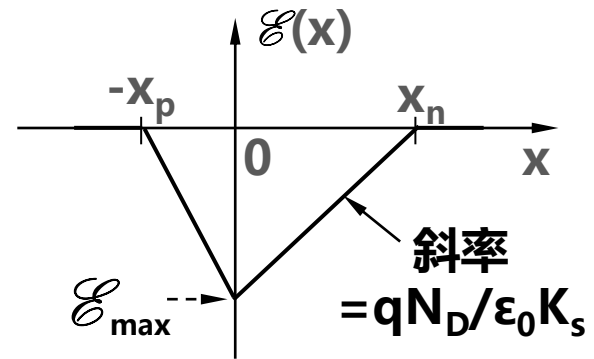
$$\mathcal{E}(x) = -\frac{d\phi}{dx} = \begin{cases} -\frac{qN_A}{K_s\epsilon_0}x + C_1 & -x_p \leq x \leq 0 \\ \frac{qN_D}{K_s\epsilon_0}x + C_2 & 0 \leq x \leq x_n \end{cases}$$

式中 C_1 和 C_2 为积分常数

$$\because \mathcal{E}(-x_p) = 0 \quad \therefore C_1 = -\frac{qN_A}{K_s\epsilon_0}x_p$$

$$\because \mathcal{E}(x_n) = 0 \quad \therefore C_2 = -\frac{qN_D}{K_s\epsilon_0}x_n$$

$$\mathcal{E}(x) = \begin{cases} -\frac{qN_A}{K_s\epsilon_0}(x + x_p) & -x_p \leq x \leq 0 \\ -\frac{qN_D}{K_s\epsilon_0}(x_n - x) & 0 \leq x \leq x_n \end{cases}$$



$$\mathcal{E}_{\max} = \frac{qN_A}{K_s\epsilon_0}x_p = \frac{qN_D}{K_s\epsilon_0}x_n$$

在耗尽层内电场随 x **线性**变化，在结面处达到最大值。

对电场积分，得到电势函数：

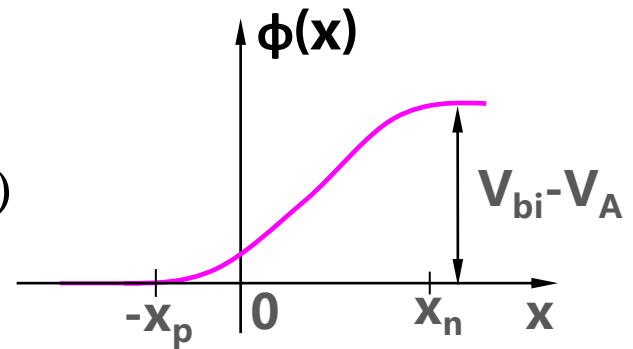
$$\phi(x) = \begin{cases} \frac{qN_A}{K_s\epsilon_0} \left(\frac{1}{2}x^2 + xx_p \right) + C_3 & -x_p \leq x \leq 0 \\ \frac{qN_D}{K_s\epsilon_0} \left(xx_n - \frac{1}{2}x^2 \right) + C_4 & 0 \leq x \leq x_n \end{cases}$$

式中 C_3 、 C_4 为积分常数

取 $\phi(-x_p)=0$ 得 $C_3 = \frac{qN_A}{K_s\epsilon_0} \frac{1}{2}x_p^2$

由 $\phi(x_n)-\phi(-x_p)=V_{bi}-V_A$ 得 $C_4 = V_{bi} - V_A - \frac{qN_D}{K_s\epsilon_0} \frac{1}{2}x_n^2$

$$\rightarrow \phi(x) = \begin{cases} \frac{qN_A}{2K_s\epsilon_0} (x_p + x)^2 & (-x_p \leq x \leq 0) \\ V_{bi} - V_A - \frac{qN_D}{2K_s\epsilon_0} (x_n - x)^2 & (0 \leq x \leq x_n) \end{cases}$$



在耗尽层内电势与 x 的关系是二次函数。

1.2.3、突变结耗尽区的宽度

$$\because \phi(x_n) - \phi(-x_p) = -\int_{-x_p}^{x_n} \mathcal{E}(x) dx$$

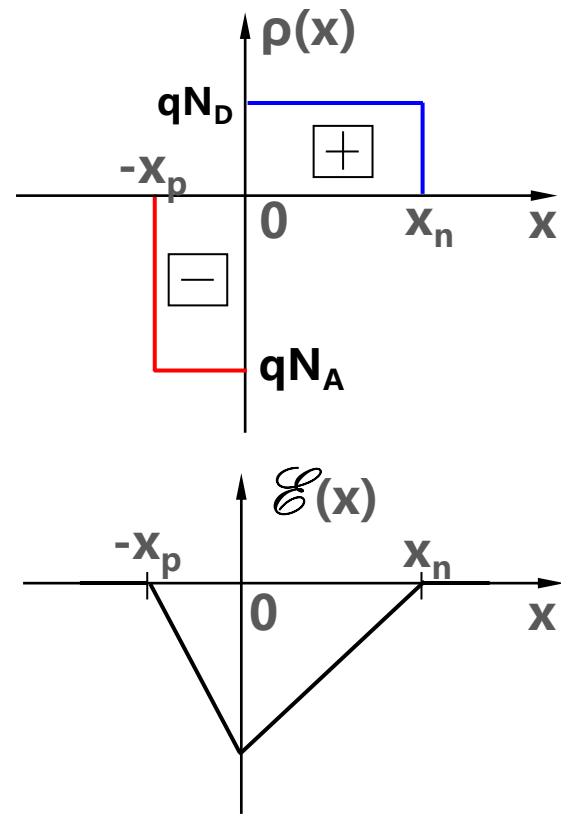
$$\therefore V_{bi} - V_A = \frac{q}{2K_s \epsilon_0} (N_A x_p^2 + N_D x_n^2)$$

$$\because \int_{-x_p}^{x_n} \rho(x) dx = 0 \quad \therefore N_A x_p = N_D x_n$$

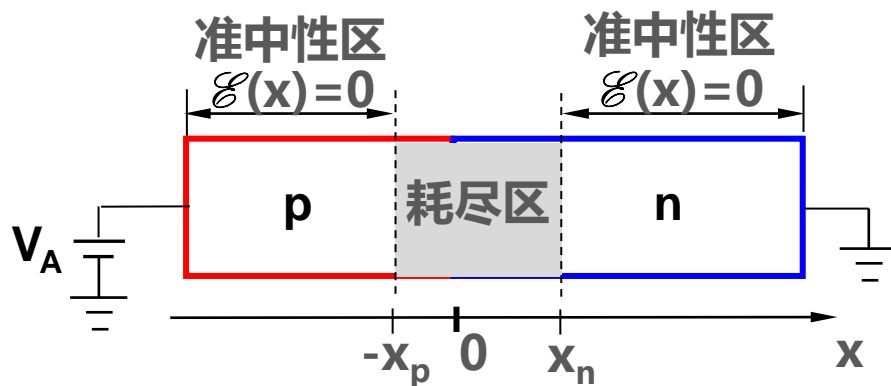
$$x_p = \left(\frac{2K_s \epsilon_0}{q} \frac{V_{bi} - V_A}{N_A (1 + N_A/N_D)} \right)^{1/2}$$

$$W_{dep} = x_n + x_p$$

$$x_n = \left(\frac{2K_s \epsilon_0}{q} \frac{V_{bi} - V_A}{N_D (1 + N_D/N_A)} \right)^{1/2} = \left[\frac{2K_s \epsilon_0}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (V_{bi} - V_A) \right]^{1/2}$$



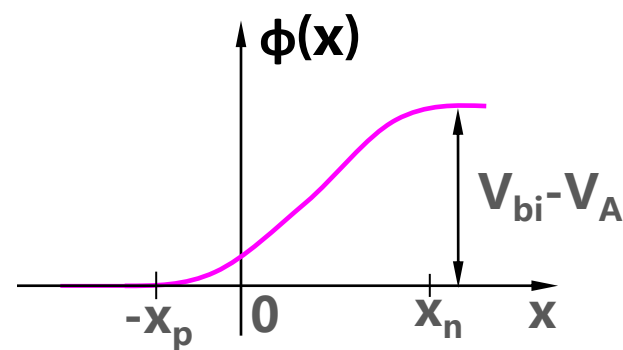
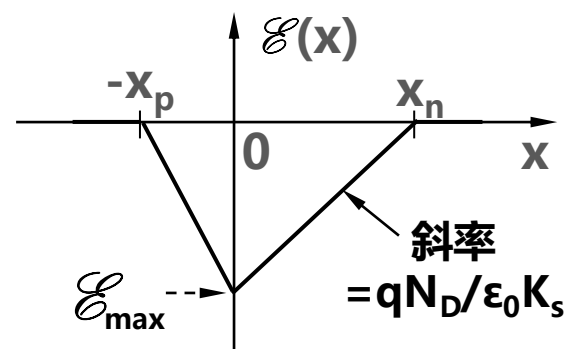
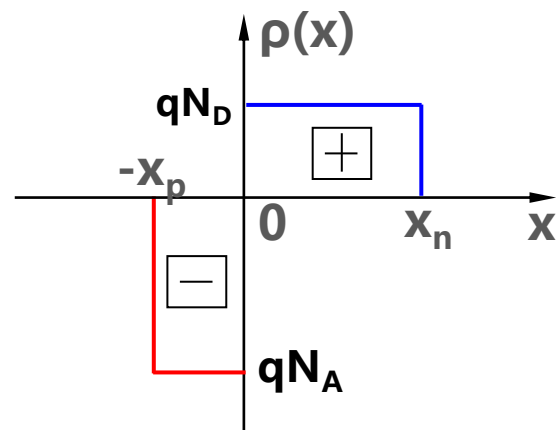
1.2.4、突变结的静电特性



$$W_{dep} = \left[\frac{2K_s\epsilon_0}{q} \left(\frac{1}{N_D} + \frac{1}{N_A} \right) (V_{bi} - V_A) \right]^{1/2}$$

$$\mathcal{E}_{max} = \frac{qN_D}{K_s\epsilon_0} x_n = \frac{qN_A}{K_s\epsilon_0} x_p = \frac{2(V_{bi} - V_A)}{W_{dep}}$$

$$N_A x_p = N_D x_n \quad V_{bi} - V_A = -\int_{-x_p}^{x_n} \mathcal{E}(x) dx$$



pn结的静电特性是掺杂浓度和外加偏压的函数。

✓ 掺杂浓度增加时， W_{dep} 减小、电场增加、势垒高度增加。

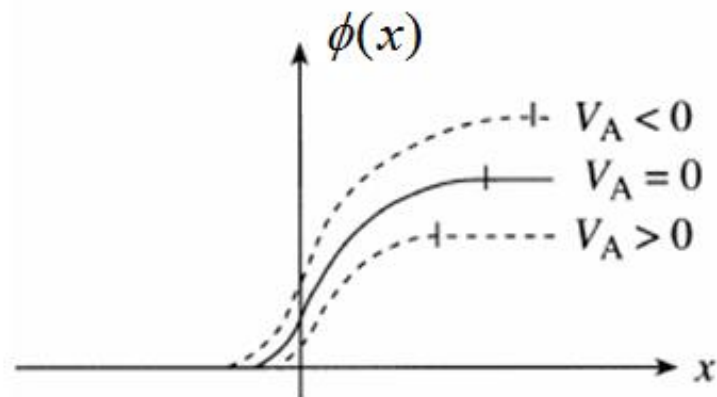
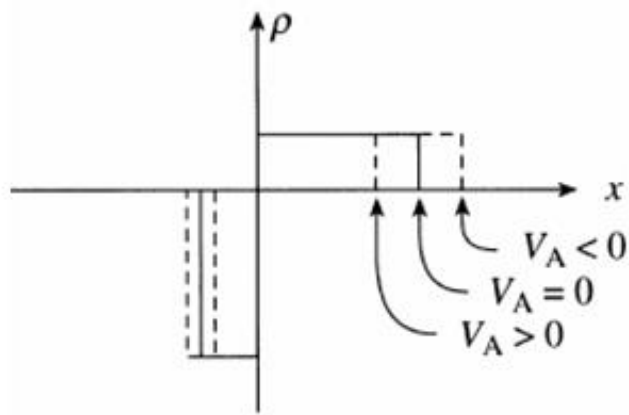
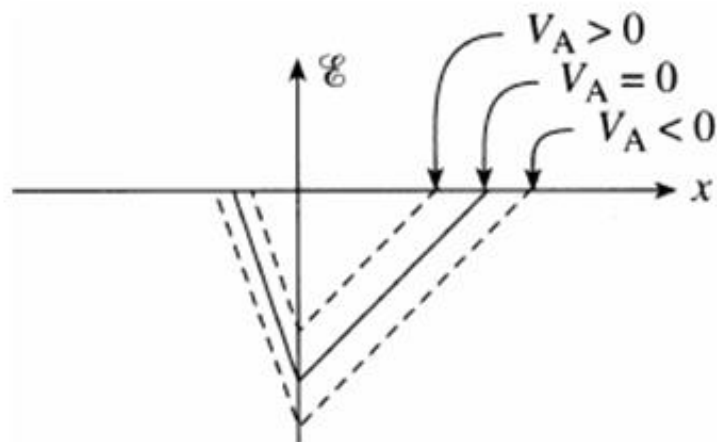
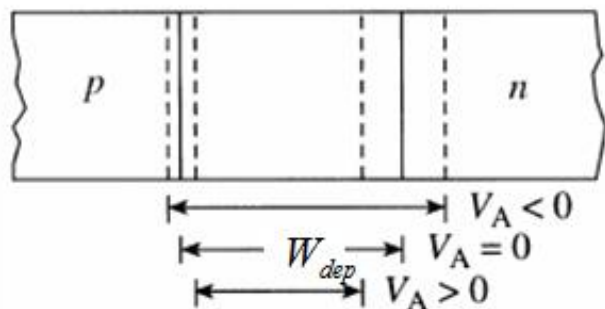
单边突变结，耗尽区主要位于轻掺杂一侧：

$$p^+n : W_{dep} \approx x_n = \left(\frac{2K_s\epsilon_0}{q} \frac{1}{N_D} (V_{bi} - V_A) \right)^{1/2} \quad x_p \approx 0$$

$$n^+p : W_{dep} \approx x_p = \left(\frac{2K_s\epsilon_0}{q} \frac{1}{N_A} (V_{bi} - V_A) \right)^{1/2} \quad x_n \approx 0$$

$$W_{dep} = \left(\frac{2K_s\epsilon_0}{q} \frac{1}{N_B} (V_{bi} - V_A) \right)^{1/2} \quad \frac{1}{N_B} = \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}$$

✓ 正偏时, W_{dep} 减小、电场减小、势垒高度减小; 反偏时, W_{dep} 增加、电场增加、势垒高度增加。



例题：已知室温下一个硅pn结， $N_A=10^{18}\text{cm}^{-3}$ ， $N_D=10^{16}\text{cm}^{-3}$ ，求 $V_A=0$ 时耗尽区的宽度和最大电场。

解：内建电势 $V_{bi}=0.84\text{V}$ 。

$$W_{dep} = \sqrt{\frac{2K_s\epsilon_0}{q} \left(\frac{N_A + N_D}{N_A N_D} \right) (V_{bi} - V_A)} = 0.33\mu m$$

$$x_p = \sqrt{\frac{2K_s\epsilon_0 N_D}{q N_A (N_D + N_A)} (V_{bi} - V_A)} = 3.3nm$$

$$x_n = x_p N_A / N_D = 0.33\mu m$$

$$\mathcal{E}_{max} = 2(V_{bi} - V_A) / W_{dep} = 5.1 \times 10^4 \text{V/cm}$$

第2章 pn结的直流电流 - 电压特性

主要内容：建立pn结的直流I-V关系式

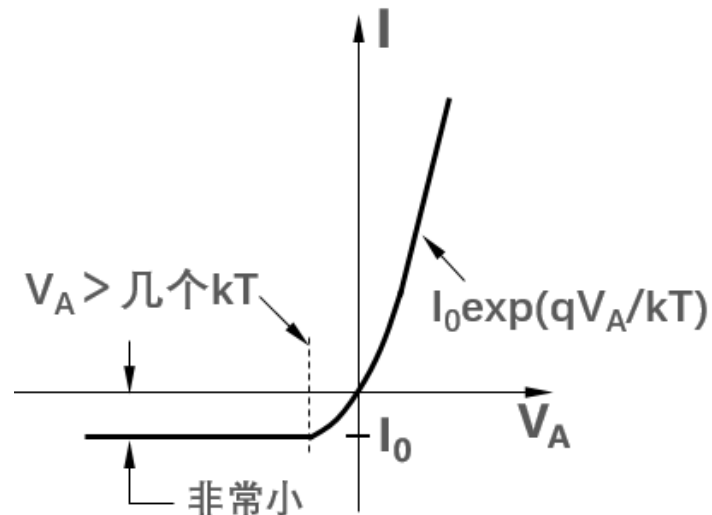
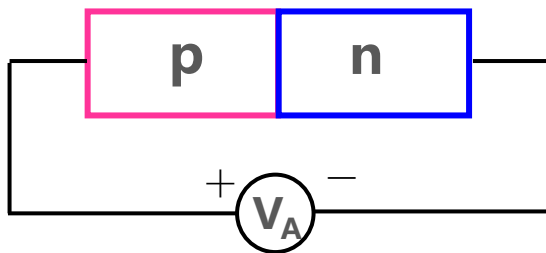
- 外加偏压下少子的分布
- 理想的I-V关系式
- 非理想效应

2.1、理想二极管方程

2.1.1、定性描述

1) pn结的单向导电性

pn结有外加偏压时，会有电流流过。
正向偏置时电流随偏压呈指数增加，反向偏置时电流非常小（可以忽略不计），这一特性称为pn结的单向导电性。



2) pn结的正向注入和反向抽取效应

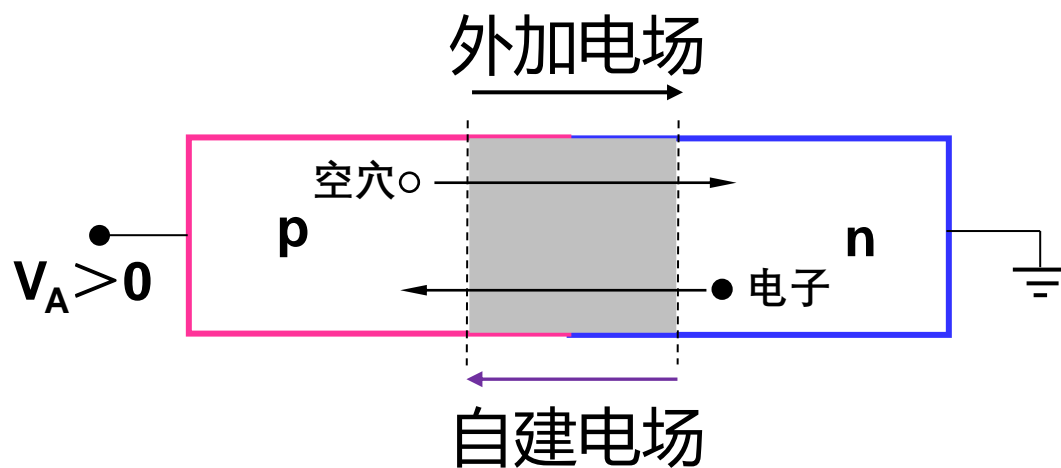
- 处于平衡态的pn结，空间电荷区内载流子的扩散电流与漂移电流大小相等，方向相反，相互抵消：

$$J_n = q\mu_n n \mathcal{E} + qD_n (dn/dx) = 0$$

$$J_p = q\mu_p p \mathcal{E} - qD_p (dp/dx) = 0$$

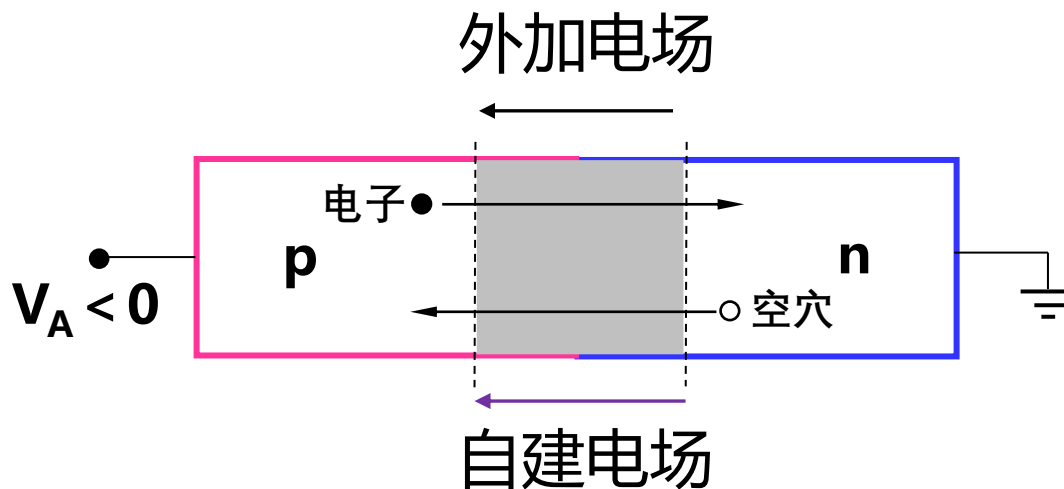
- 有外加偏压时，外加电压使空间电荷区的电场发生变化，打破了零偏时空间电荷区内扩散运动和漂移运动之间的平衡，导致载流子有净的迁移，pn结有净电流流动， $J = J_n + J_p \neq 0$

正向注入效应：正向偏置使pn结空间电荷区电场减小，扩散电流大于漂移电流，电子由n区扩散（注入）到p区，空穴由p区扩散（注入）到n区。



注入p区的电子和注入n区的空穴都是**非平衡少子**，主要以**扩散**方式运动，即在边界附近积累形成梯度，并向远离结的区域扩散，边扩散边复合，达到一定深度（平均深度为少子的扩散长度）后基本消失。

反向抽取效应：反向偏置使pn结空间电荷区的电场增强，漂移电流超过扩散电流，p区的电子向n区运动，n区的空穴向p区运动。



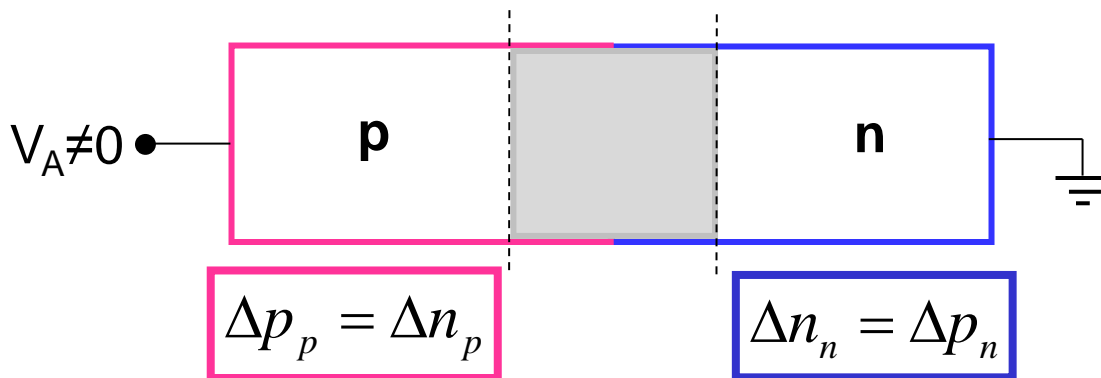
在反向偏置下，耗尽层的作用像一个少子“抽取器”，它从附近的准中性区域**抽取**少数载流子。

pn结的单向导电性是正向注入和反向抽取的结果：

正向注入：多数载流子通过结注入到另一侧，多子的数量很多，可以形成大的电流。

反向抽取：结从附近的准中性区域抽取少数载流子。一般情况下，少子数量很少，因此，反偏时只有很少的电流流过。

不管正向还是反向偏压，都会使准中性区的少子数量发生变化，偏离平衡值。



$$n_p = n_{p0} + \Delta n_p$$

$$p_p = p_{p0} + \Delta p_p = p_{p0} + \Delta n_p$$

$$p_n = p_{n0} + \Delta p_n$$

$$n_n = n_{n0} + \Delta n_n = n_{n0} + \Delta p_n$$

小注入：注入的非平衡少数子浓度远小于被注入区热平衡时的多子浓度。

小注入时：

$\Delta n_p \ll p_{p0}$

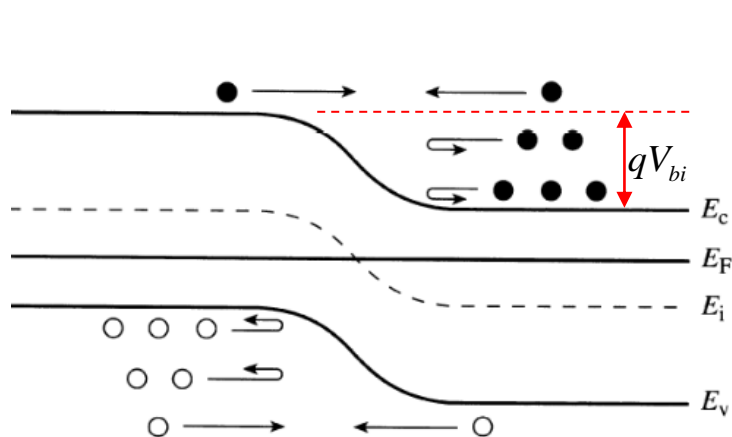
$p_p = p_{p0} + \Delta n_p \approx p_{p0}$

$\Delta p_n \ll n_{n0}$

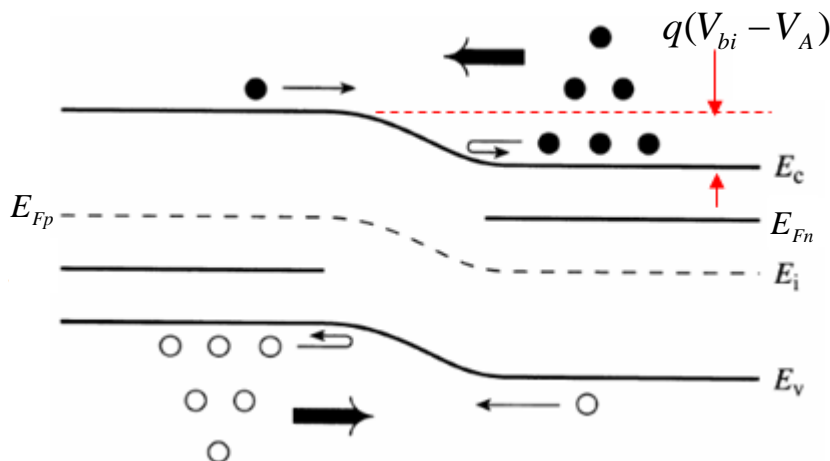
$n_n = n_{n0} + \Delta p_n \approx n_{n0}$

即当某区满足小注入条件时，该区域的多子浓度近似等于平衡值。

3) 有外加偏压时pn结的能带图

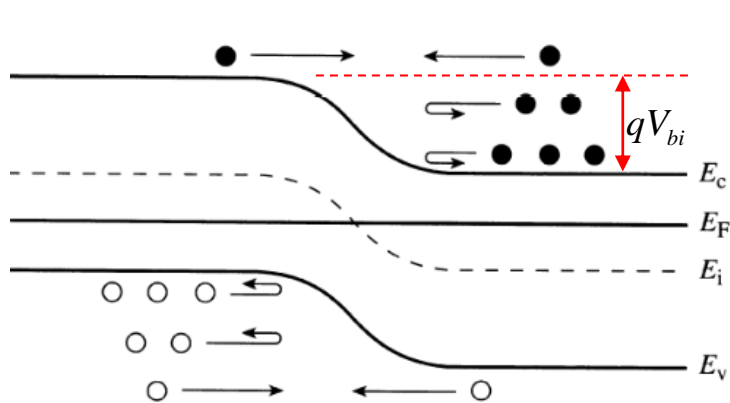


热平衡 ($V_A=0$)

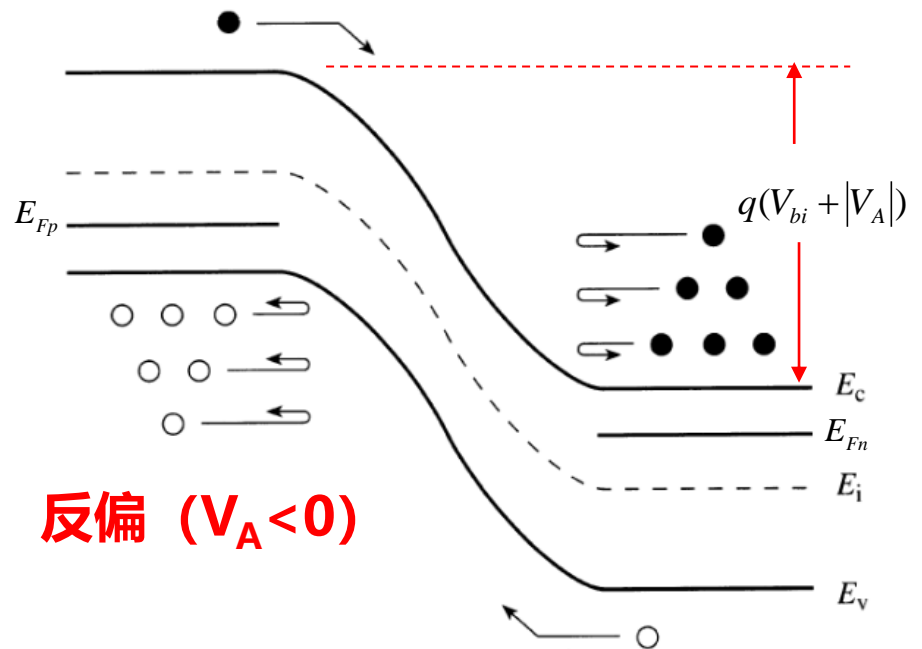


正偏 ($V_A>0$)

正偏使势垒高度从 qV_{bi} 降低至 $q(V_{bi}-V_A)$ ，从而使n区的电子和p区的空穴可以越过势垒注入到对方。



热平衡 ($V_A = 0$)

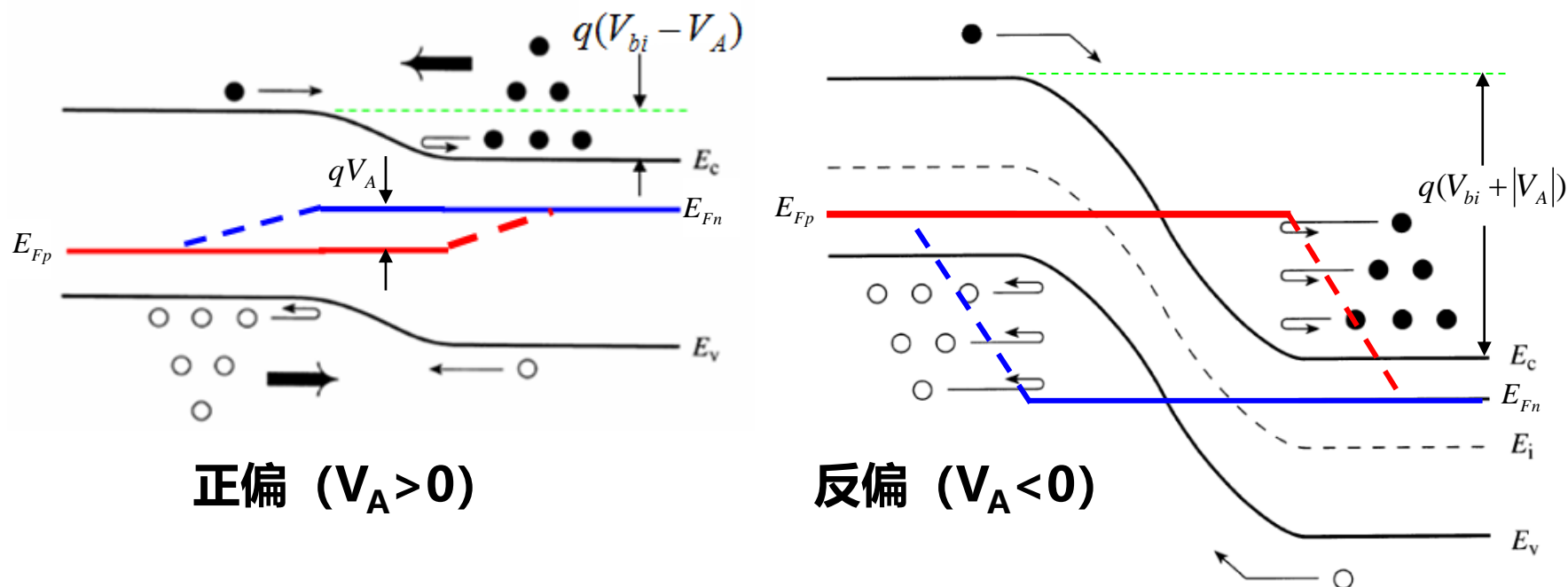


反偏 ($V_A < 0$)

反向偏置使势垒高度增加，使n区的电子和p区的空穴更不容易越过势垒。

通过外加偏压来调节势垒高度，以控制多子的流动

4) 有外加偏压时准费米能级的变化



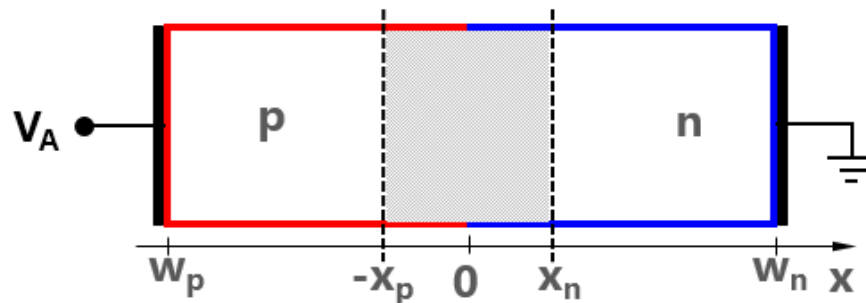
外加偏压使电子和空穴不再有统一的费米能级。

小注入时，多子的准费米能级保持在平衡值，且**通过耗尽区时保持恒定**，在耗尽区内， $E_{Fn} - E_{Fp} = qV_A$ 。

有外加偏压时，少子的准费米能级在扩散区有梯度。

2.1.2、外加直流偏压下准中性区的载流子分布

1) 扩散方程和边界条件



载流子的连续性方程：

$$\begin{cases} \frac{\partial \Delta n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} + \mu_n \mathcal{E} \frac{\partial \Delta n}{\partial x} + \mu_n n \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau_n} + G_n \\ \frac{\partial \Delta p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} - \mu_p \mathcal{E} \frac{\partial \Delta p}{\partial x} - \mu_p p \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau_p} + G_p \end{cases}$$

基本假设：

- 1) 外加电压全部降落在耗尽层上，耗尽层外没有电场；
- 2) 耗尽层内没有载流子的复合与产生；
- 3) 小注入。

满足以上假设的pn结称为理想pn结。

在稳定状态下，在外界产生率 $G=0$ 时，理想pn结中性区的连续性方程可以简化为：

$$\frac{\partial^2 \Delta n_p}{\partial x^2} - \frac{\Delta n_p}{L_n^2} = 0 \quad x \leq -x_p$$

$$\frac{\partial^2 \Delta p_n}{\partial x^2} - \frac{\Delta p_n}{L_p^2} = 0 \quad x \geq x_n$$

此方程称为少子的扩散方程。其解为(以电子为例)：

$$\Delta n_p(x) = Ae^{-x/L_n} + Be^{x/L_n}$$

式中A、B为待定系数。

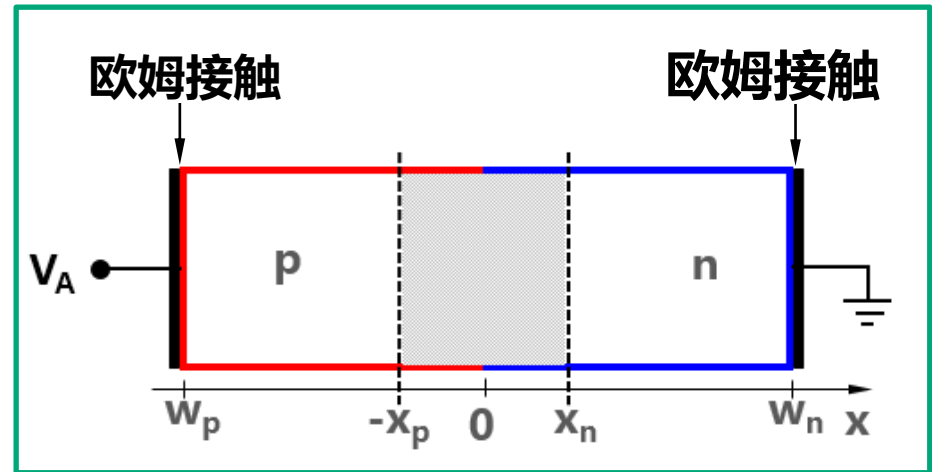
边界条件

欧姆接触边界：

$$\Delta n(W_p) = 0, \Delta p(W_n) = 0$$

耗尽层边界：

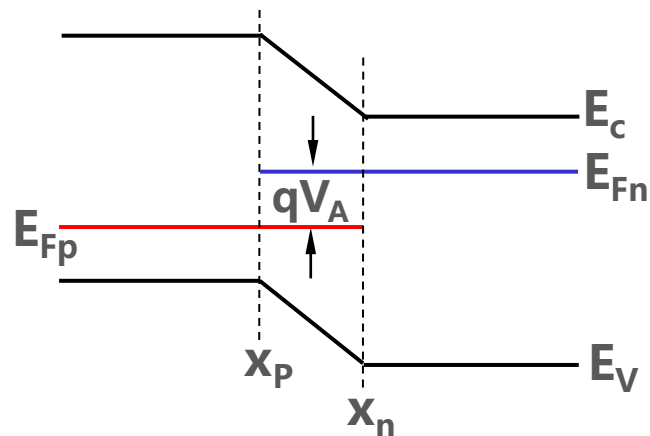
$$n(-x_p) = n_{p0} \exp\left(\frac{qV_A}{kT}\right) \quad p(x_n) = p_{n0} \exp\left(\frac{qV_A}{kT}\right)$$



耗尽层边界处边界条件的证明

非平衡态时，在空间电荷区中，

$$n(x)p(x) = n_i^2 \exp\left(\frac{E_{Fn} - E_{Fp}}{kT}\right)$$



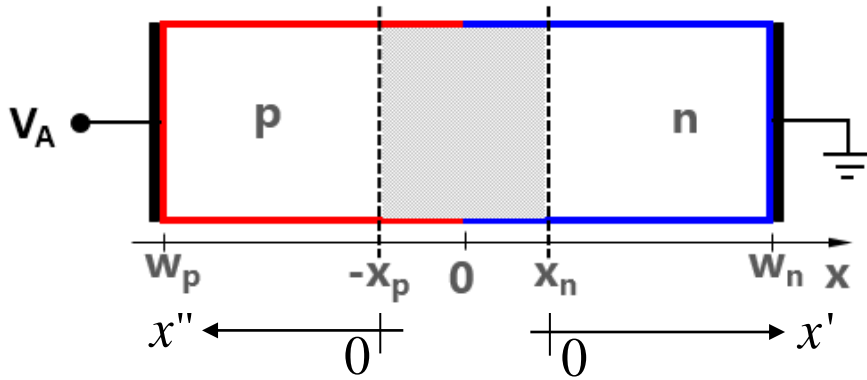
假设耗尽层内多子的准费米能级保持恒定，则有

$$n(x)p(x) = n_i^2 \exp\left(\frac{qV_A}{kT}\right) \quad -x_p \leq x \leq x_n$$

$$\therefore n(-x_p) = \frac{n_i^2}{p(-x_p)} \exp\left(\frac{qV_A}{kT}\right) \approx \frac{n_i^2}{N_A} \exp\left(\frac{qV_A}{kT}\right) = n_{p0} \exp\left(\frac{qV_A}{kT}\right)$$

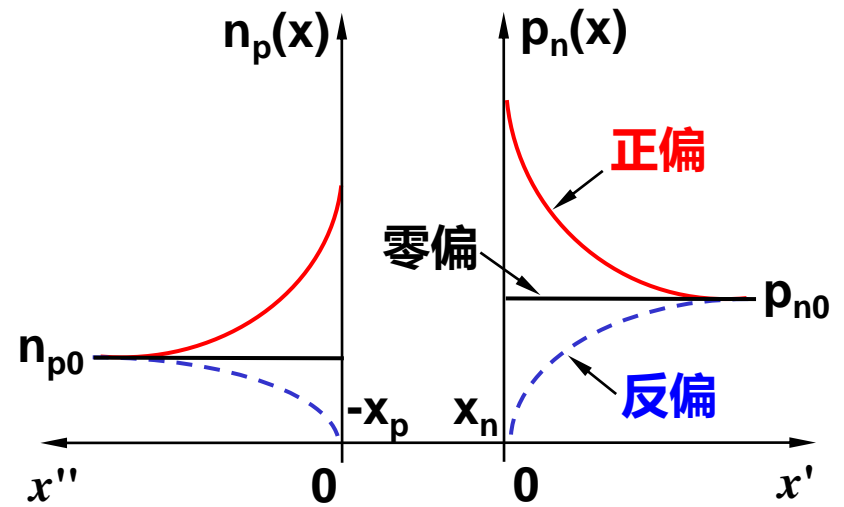
$$\therefore p(x_n) = \frac{n_i^2}{n(x_n)} \exp\left(\frac{qV_A}{kT}\right) \approx \frac{n_i^2}{N_D} \exp\left(\frac{qV_A}{kT}\right) = p_{n0} \exp\left(\frac{qV_A}{kT}\right)$$

2)中性区的少子分布



$$\Delta n_p(x'') = \Delta n_p(0) \frac{\sinh[(W_p - x'')/L_n]}{\sinh(W_p/L_n)}$$

$$\Delta p_n(x') = \Delta p_n(0) \frac{\sinh[(W_n - x')/L_p]}{\sinh(W_n/L_p)}$$



pn结内部的少子分布图

$$\Delta n_p(0) = n_{p0}(\exp(qV_A / kT) - 1)$$

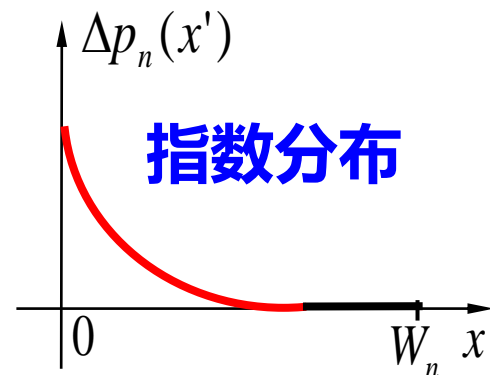
$$\Delta p_n(0) = p_{n0}(\exp(qV_A / kT) - 1)$$

两种极端情况下的载流子分布

①长基区二极管: $W_n \gg L_p, W_p \gg L_n$

$$\Delta p_n(x') = p_{n0} \left(e^{qV_A/kT} - 1 \right) \exp\left(-\frac{x'}{L_p}\right)$$

$$\Delta n_p(x'') = n_{p0} \left(e^{qV_A/kT} - 1 \right) \exp\left(-\frac{x''}{L_n}\right)$$



注入中性区的少子在穿越整个中性区之前，就被复合掉了。复合前在中性区走过的平均距离为**扩散长度**。

$$D_p \frac{\partial^2 \Delta p_n(x')}{\partial x'^2} - \frac{\Delta p_n(x')}{\tau_p} = 0$$

$$\begin{cases} \Delta p_n(x'=0) = p_{n0} \left(e^{qV_A/kT} - 1 \right) \\ \Delta p_n(x'=\infty) = 0 \end{cases}$$

$$\Delta p_n(x') = A e^{-x'/L_p} + B e^{x'/L_p}$$

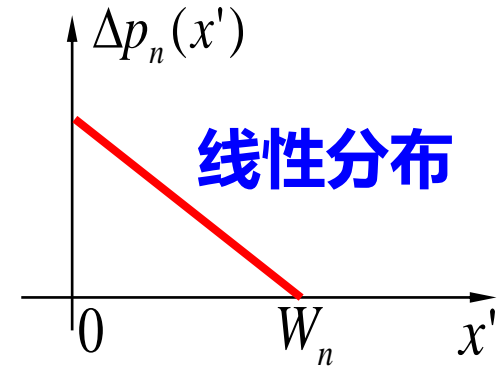
$$\Delta p_n(x'=\infty) = 0 \rightarrow B = 0$$

$$\rightarrow \Delta p_n(x') = A e^{-x'/L_p}$$

②窄基区二极管: $W_n \ll L_p, W_p \ll L_n$

$$\Delta p_n(x') = p_{n0} \left(e^{qV_A/kT} - 1 \right) \left(1 - \frac{x'}{W_N} \right) = \Delta p_n(0) \left(1 - \frac{x'}{W_N} \right)$$

$$\Delta n_p(x'') = n_{p0} \left(e^{qV_A/kT} - 1 \right) \left(1 - \frac{x''}{W_P} \right) = \Delta n_p(0) \left(1 - \frac{x''}{W_P} \right)$$



**线性分布：注入载流子在中性区几乎没有复合发生。
注入的少子在欧姆接触处复合。**

$$D_p \frac{\partial^2 \Delta p_n(x')}{\partial x'^2} = 0$$

$$\Delta p_n(x') = Ax' + B$$

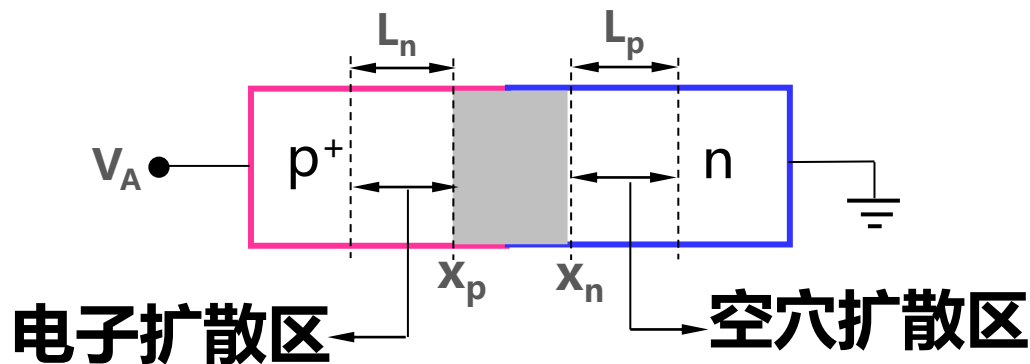
$$\begin{cases} \Delta p_n(x'=0) = p_{n0} \left(e^{qV_A/kT} - 1 \right) \end{cases}$$

$$\Delta p_n(x'=W_N) = 0$$

**中文课本Page 201
第6.3.2小节**

对硅来说，**扩散长度一般为几十微米**，而中性区的尺寸从几百微米到几个微米，变化很大。实际的pn结由于上述尺寸的不同组合，有可能是长的、短的、或长短结合的。

空间电荷区两侧一个少子扩散长度之内的中性区域称为**扩散区**。



例题：已知室温下一个硅pn结， $N_A=10^{18}\text{cm}^{-3}$ ， $N_D=10^{16}\text{cm}^{-3}$ ， $V_A=0.6\text{V}$ 。求：(1)n区和p区之间的电势差；(2) x_p 处的电子浓度；(3) x_n 处的空穴浓度。

解：(1) $\phi(x_n) - \phi(-x_p) = V_{bi} - V_A = 0.84 - 0.6 = 0.24\text{V}$

(2) $n(-x_p) = \frac{n_i^2}{N_A} \exp\left(\frac{qV_A}{kT}\right) = 1.1 \times 10^{12} \text{cm}^{-3}$

(3) $p(x_n) = \frac{n_i^2}{N_D} \exp\left(\frac{qV_A}{kT}\right) = 1.1 \times 10^{14} \text{cm}^{-3}$

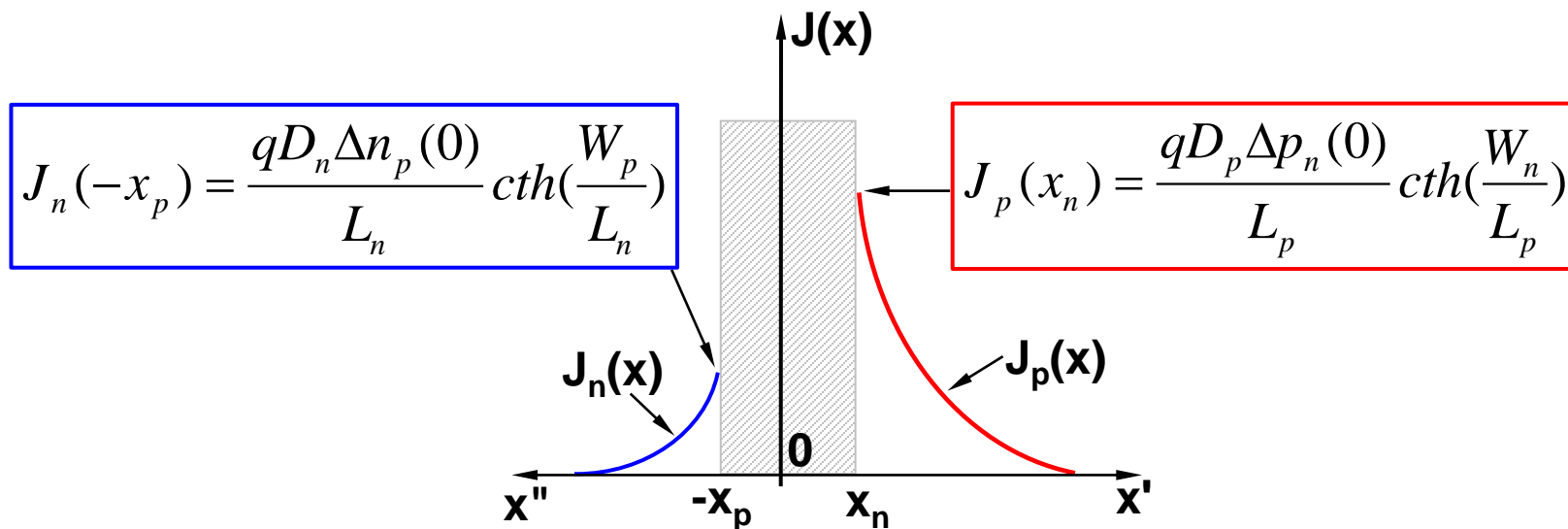
2.1.3、理想pn结的直流I-V方程

n区空穴扩散电流

$$J_p(x) = qD_p \frac{dp_n(x)}{dx} = \frac{qD_p \Delta p_n(0)}{L_p} \frac{\cosh[(W_n - x')/L_p]}{\sinh[W_n/L_p]}$$

p区电子扩散电流

$$J_n(x) = qD_n \frac{dn_p(x)}{dx} = \frac{qD_n \Delta n_p(0)}{L_n} \frac{\cosh[(W_p - x'')/L_n]}{\sinh[W_p/L_n]}$$



设pn结的面积为 A_E ，则流过pn结的电流为：

$$I = J \times A_E = (J_p(x) + J_n(x))A_E = (J_p(x_n) + \underline{J_n(x_n)})A_E$$

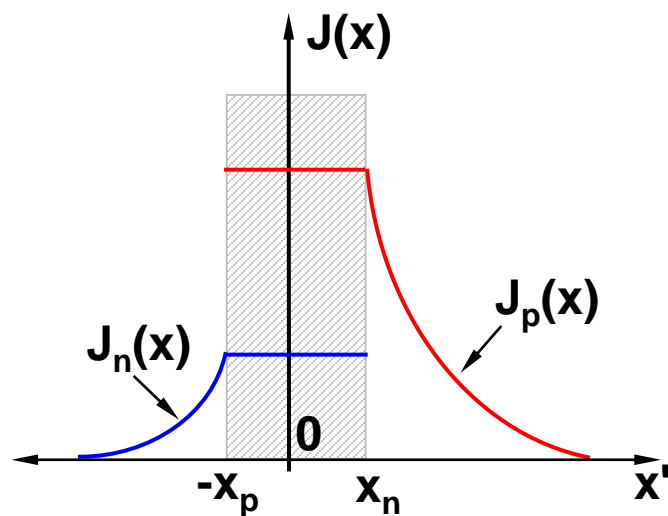
假设载流子在空间电荷区中没有复合与产生，则在空间电荷区内电流为恒定值：

如何获得？

$$-x_p \leq x \leq x_n :$$

$$0 = \frac{1}{q} \frac{\partial J_n(x)}{\partial x} \Rightarrow J_n(x) = J_n(-x_p)$$

$$0 = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_p(x)}{\partial x} \Rightarrow J_p(x) = J_p(x_n)$$



理想pn结的直流I-V方程为：

$$I = A_E \left[\frac{qD_p \Delta p_n(0)}{L_p} \operatorname{cth}\left(\frac{W_n}{L_p}\right) + \frac{qD_n \Delta n_p(0)}{L_n} \operatorname{cth}\left(\frac{W_p}{L_n}\right) \right]$$

理想pn结I-V特性的分析

$$I = A_E \left[\frac{qD_p \Delta p_n(0)}{L_p} \operatorname{cth}\left(\frac{W_n}{L_p}\right) + \frac{qD_n \Delta n_p(0)}{L_n} \operatorname{cth}\left(\frac{W_p}{L_n}\right) \right]$$
$$= A_E \left[\frac{qD_p p_{n0}}{L_p} \operatorname{cth}\left(\frac{W_n}{L_p}\right) + \frac{qD_n n_{p0}}{L_n} \operatorname{cth}\left(\frac{W_p}{L_n}\right) \right] \left(e^{qV_A/kT} - 1 \right)$$

$$= I_0 \left(e^{qV_A/kT} - 1 \right) \quad \text{式中 } I_0 \text{ 称为反向饱和电流。}$$

$$I_0 = A_E \left[\frac{qD_p p_{n0}}{L_p} \operatorname{cth}\left(\frac{W_n}{L_p}\right) + \frac{qD_n n_{p0}}{L_n} \operatorname{cth}\left(\frac{W_p}{L_n}\right) \right]$$

长二极管： $I_0 = A_E \left(\frac{qD_p p_{n0}}{L_p} + \frac{qD_n n_{p0}}{L_n} \right) \quad (\because \operatorname{cth}(x \rightarrow \infty) = 1)$

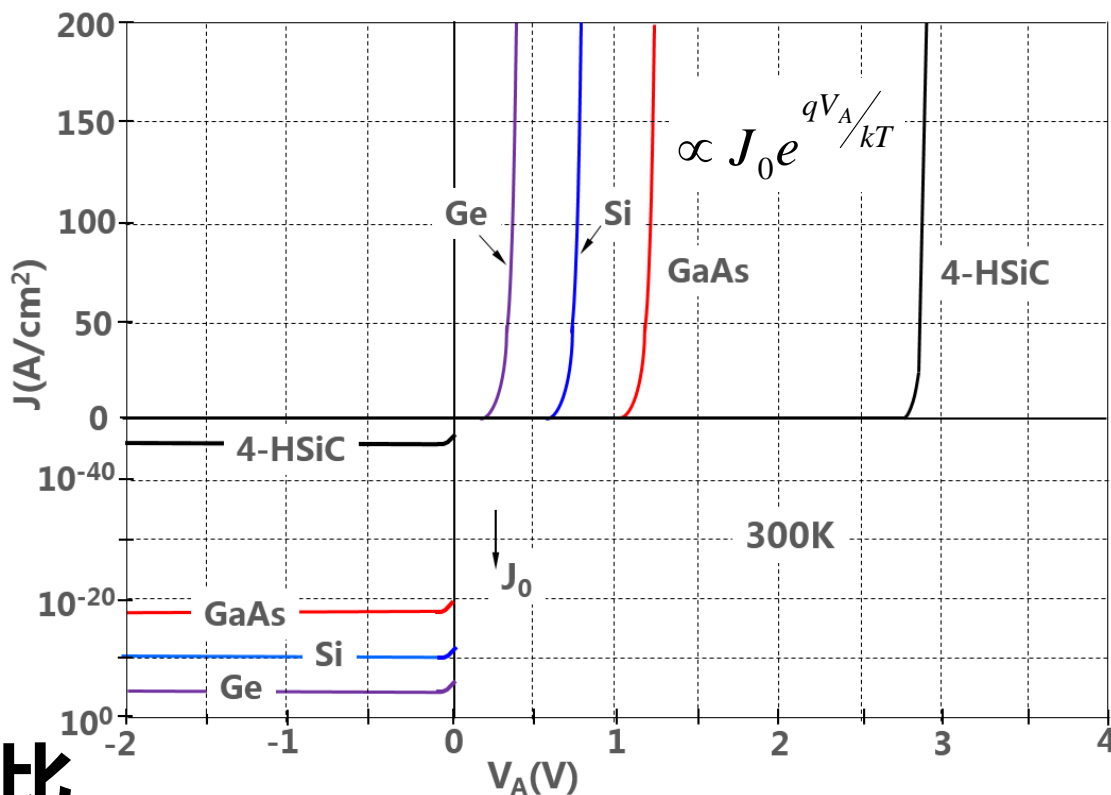
短二极管： $I_0 = A_E \left(\frac{qD_p p_{n0}}{W_n} + \frac{qD_n n_{p0}}{W_p} \right) \quad (\because \operatorname{cth}(x \rightarrow 0) \approx 1/x)$

(1) **正偏**时电流随外加偏压**指数增加**；
而反向电流随着**反偏**电压数值的增加很快趋于**饱和**（即不再随外加偏压而变化）。

(2) 反向饱和电流的特性：值非常小；制造pn结的半导体材料不同， I_0 的大小会有几个数量级的变化；**随温度升高快速增加**。

由于 I_0 非常小，所以只有当正向电压大到某个值后，才能观察到可观的电流，这个电压叫做**pn结的导通电压**。

I_0 与pn结的面积成正比



(3)改变**掺杂浓度**可以控制流过pn结的电子电流和空穴电流的相对大小。

$$I = A_E \left[\frac{qD_p n_i^2}{L_p N_D} \operatorname{cth}\left(\frac{W_n}{L_p}\right) + \frac{qD_n n_i^2}{L_n N_A} \operatorname{cth}\left(\frac{W_p}{L_n}\right) \right] \left(e^{qV_A/kT} - 1 \right)$$

n⁺p结 $I \approx A_E \frac{qD_n n_i^2}{L_n N_A} \operatorname{cth}\left(\frac{W_p}{L_n}\right) \left(e^{qV_A/kT} - 1 \right)$

p⁺n结 $I \approx A_E \frac{qD_p n_i^2}{L_p N_D} \operatorname{cth}\left(\frac{W_n}{L_p}\right) \left(e^{qV_A/kT} - 1 \right)$

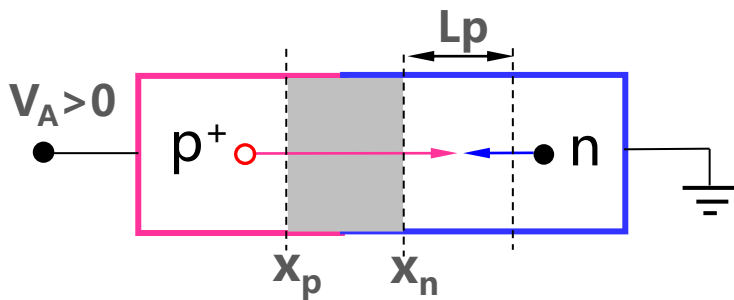
对于**单边突变结**，在确定电学特性时，只需要考虑**轻掺杂**一侧的情况。

(4) **正向**电流可以看成是扩散区的**复合**电流,
反向电流可以看成是扩散区的**产生**电流。

考虑一个 p^+n 长二极管:

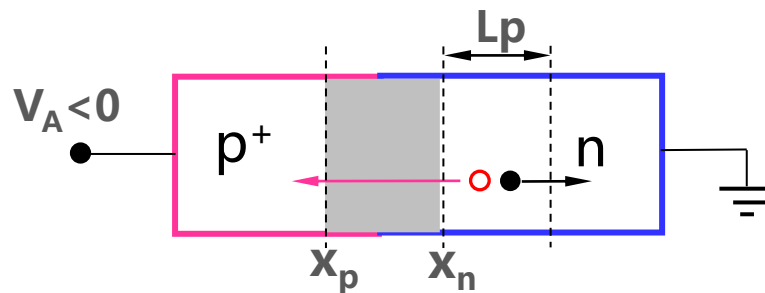
正向偏置时, 其电流

$$I \approx A_E \frac{qD_p p_{n0}}{L_p} \left(e^{qV_A/kT} - 1 \right) \\ = qA_E L_p \frac{\Delta p_n(0)}{\tau_p}$$

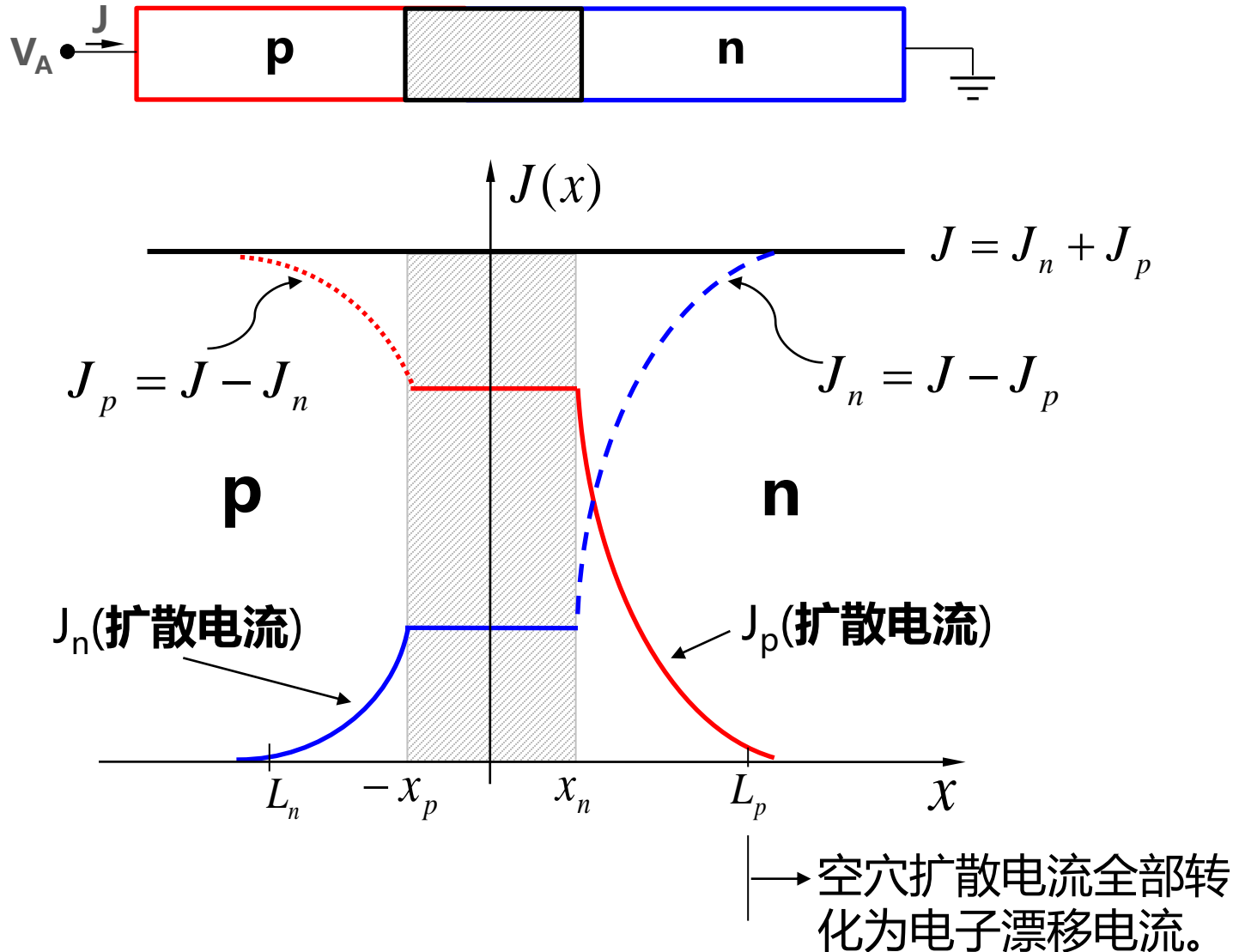


反向偏置时, 其电流

$$I \approx A_E \frac{qD_p p_{n0}}{L_p} (-1) \\ = qA_E L_p \frac{-\Delta p_n(0)}{\tau_p}$$



(5)pn结内载流子电流和总电流随位置的变化

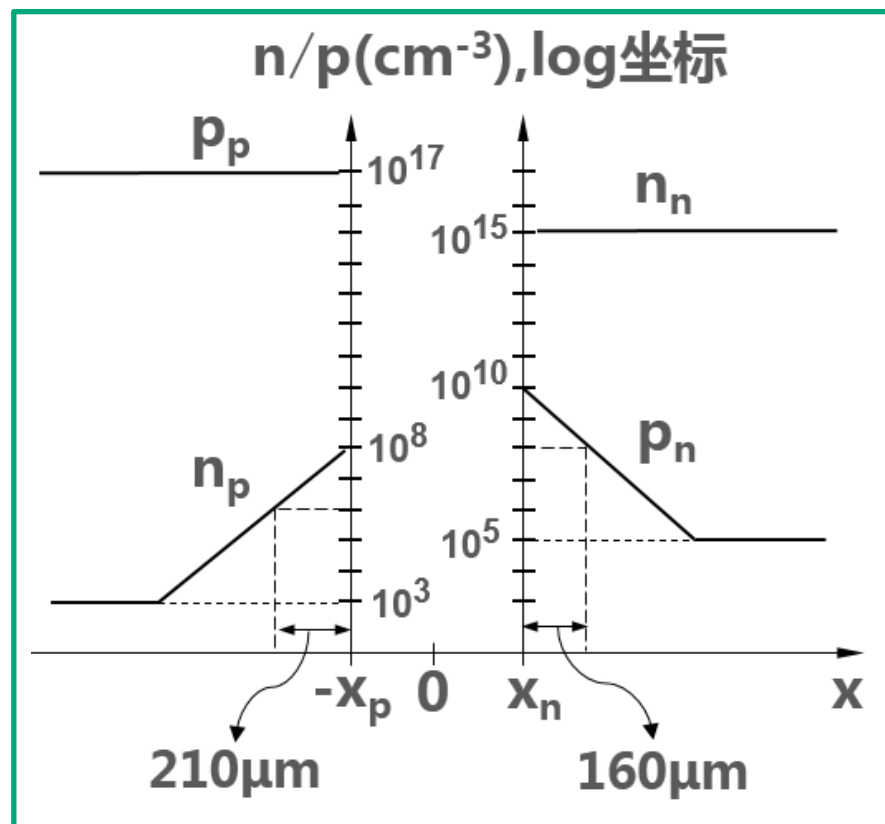


例题：下图是室温下一个硅pn结长二极管内稳态载流子浓度分布图。根据此图，
请问答下列问题：

(1)二极管是正偏还是反偏？

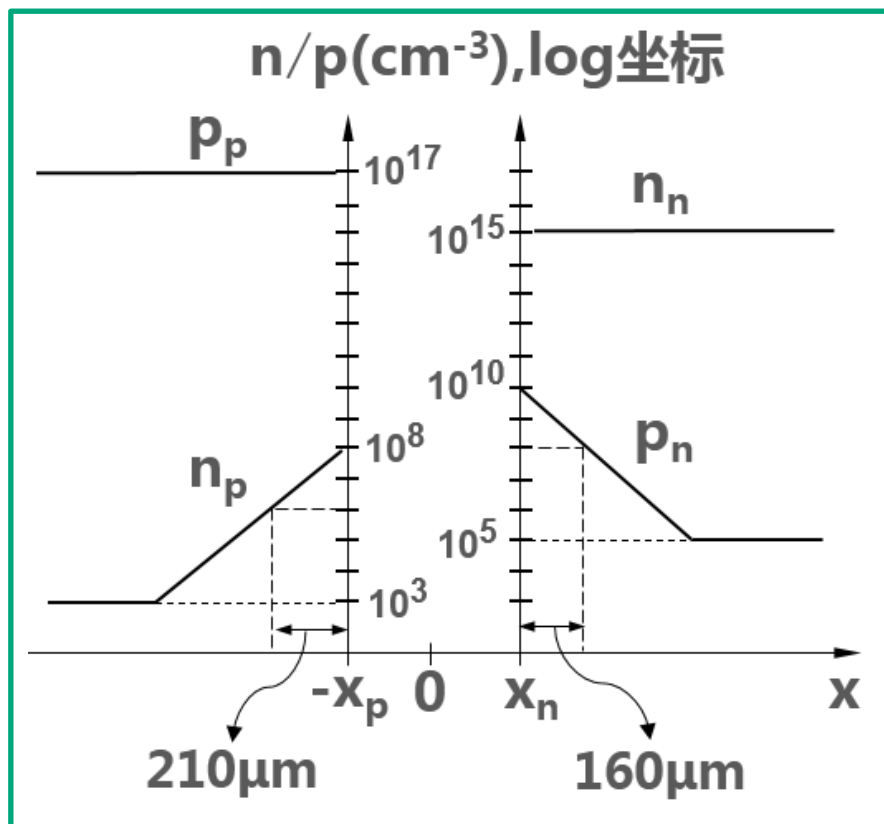
二极管是正偏，因为在耗尽层边界处存在载流子的积累。

(2)确定外加电压 V_A 。



因为 $p_n(x_n) = p_{n0} \exp(qV_A/kT)$

所以 $V_A = 0.026 \times \ln(10^{10}/10^5) = 0.3V$



(3)确定空穴和电子的扩散长度。

$$\Delta p_n(x') = \Delta p_n(0) \exp(-x'/L_p)$$

$$\Delta p_n(0) \approx 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$\Delta p_n(x' = 160 \mu\text{m}) = 10^8 \text{ cm}^{-3}$$

$$\rightarrow L_p = 34.7 \mu\text{m}$$

$$\Delta n_n(x'') = \Delta n_p(0) \exp(-x''/L_n)$$

$$\rightarrow L_n = 45.6 \mu\text{m}$$

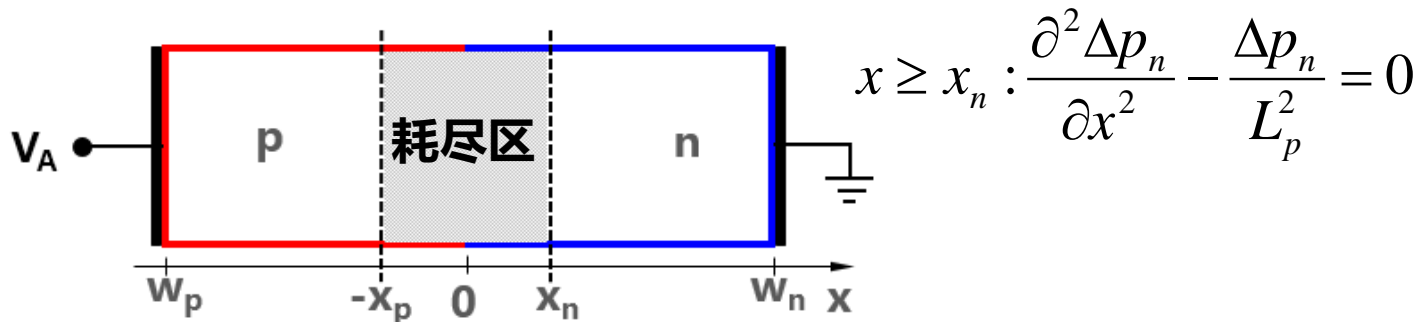
(4)已知 $D_p = 12 \text{ cm}^2/\text{s}$, $D_n = 10 \text{ cm}^2/\text{s}$,求流过pn结的电流密度。

$$J_p(x_n) = \frac{qD_p p_{n0}}{L_p} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) = 5.53 \times 10^{-11} (10^5 - 1) = 5.53 \mu A/cm^2$$

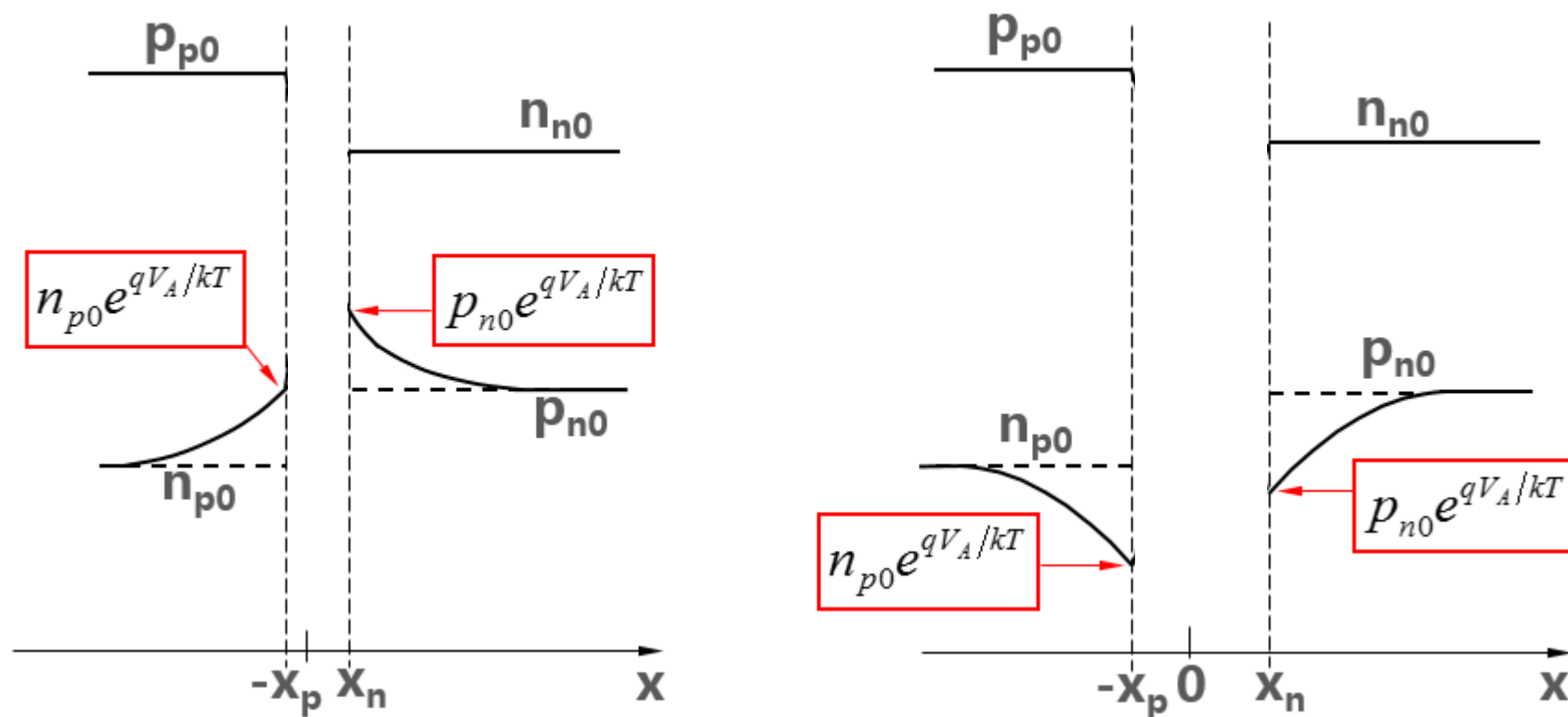
$$J_n(-x_p) = \frac{qD_n n_{p0}}{L_n} \left(e^{\frac{qV_A}{kT}} - 1 \right) = 3.51 \times 10^{-13} (10^5 - 1) = 0.035 \mu A/cm^2$$

$$J = J_p(x_n) + J_n(-x_p) = 5.57 \mu A/cm^2$$

2.1小结

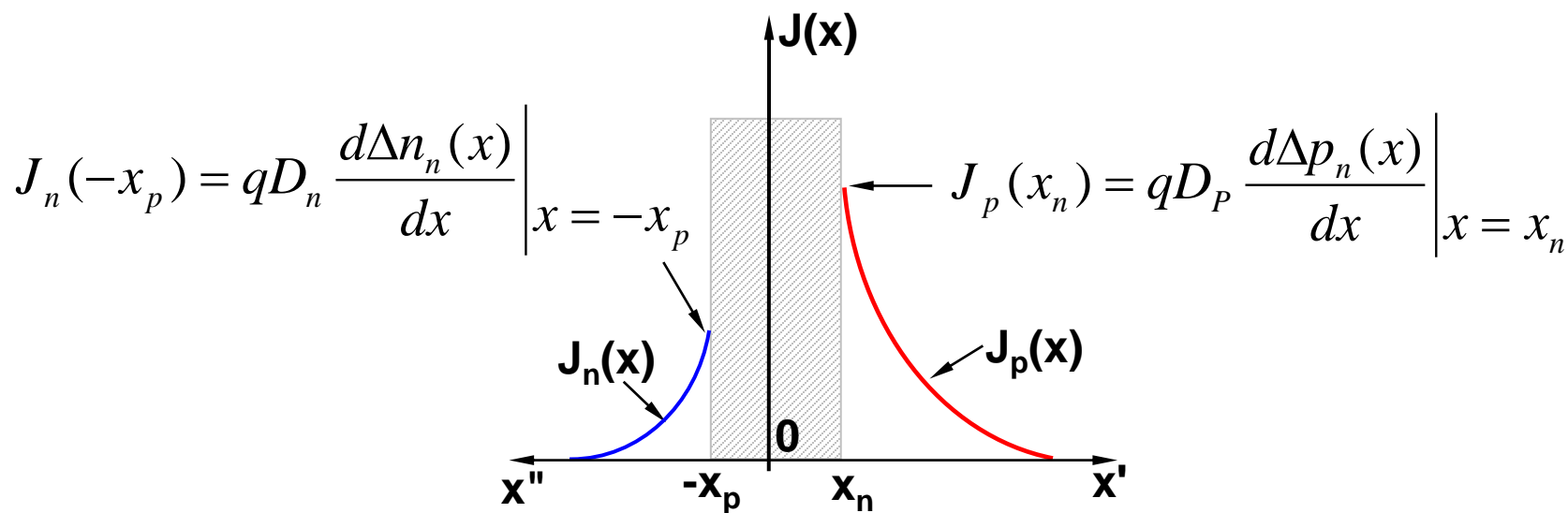


外加偏压控制耗尽区边界处的少数载流子浓度



理想pn结的电流由**耗尽区边界处的少子浓度梯度**决定

$$J = J_p(x_n) + J_n(-x_p)$$



2.2 理论与实验的偏差

理想pn结的电流是少数载流子在扩散区的扩散电流。

$$I = A_E \left[\frac{qD_p n_i^2}{L_p N_D} \operatorname{cth}\left(\frac{W_n}{L_p}\right) + \frac{qD_n n_i^2}{L_n N_A} \operatorname{cth}\left(\frac{W_p}{L_n}\right) \right] \left(e^{qV_A/kT} - 1 \right)$$

反向电流在反偏电压数值大于几个kT后趋于饱和，反向饱和电流很小。正向电流随偏压指数增加，在正偏电压大于几个kT后， $I \approx I_0 \exp(qV_A/kT)$ 。

由于 I_0 很小，通常采用 $\log(I) \sim V_A$ 关系来研究pn结的I-V特性。

在半对数坐标系中，正向I-V特性为直线，斜率为常数。

$$\log(I) = (q/kT)V_A + \log(I_0)$$

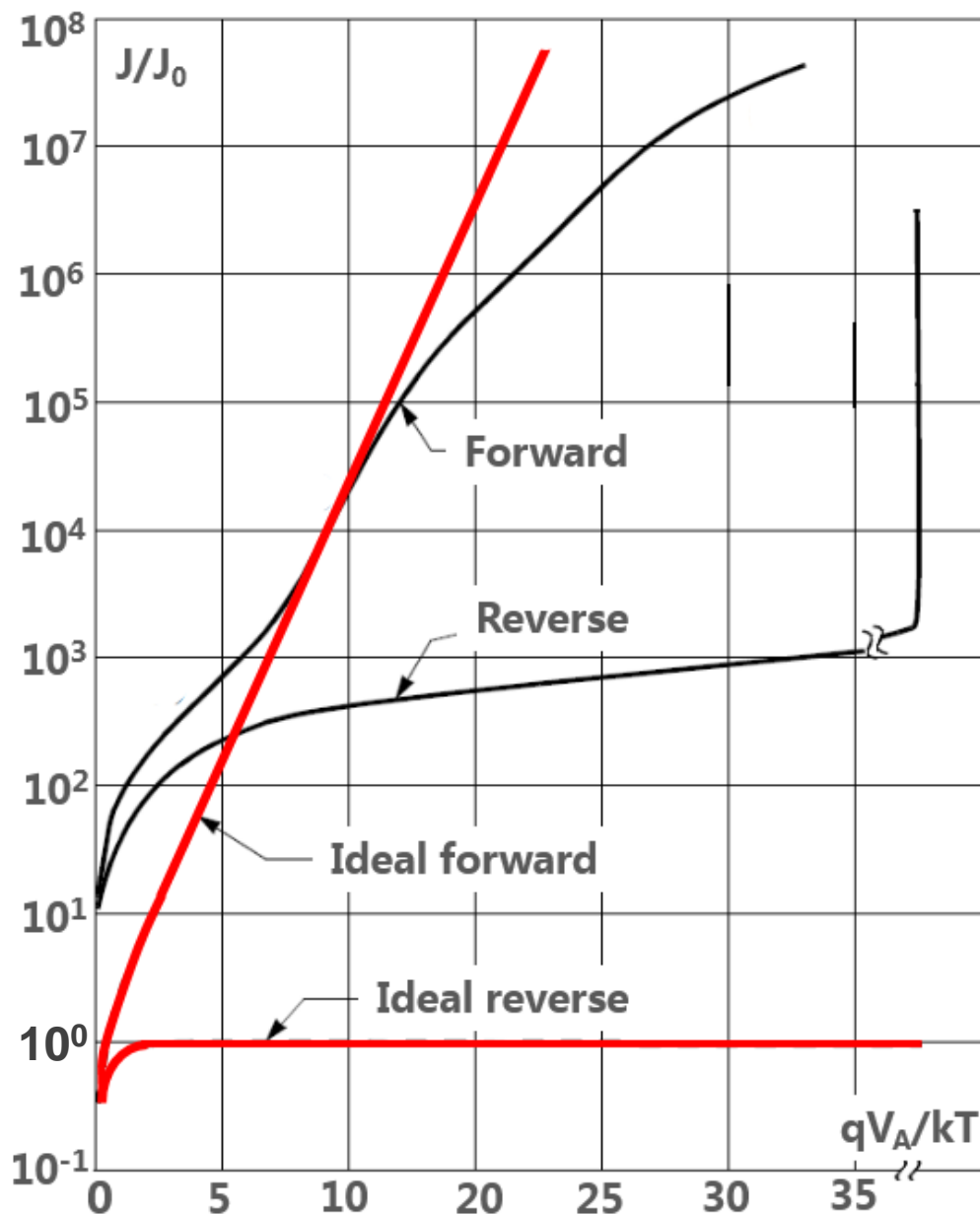
2.2.1、与实验的比较

反向电流:

- 实际值大于理论值;
- 不饱和;
- 当反向电压达到某个值时电流会突然急剧增加。

正向电流:

低电压时实际值大于理论值; 而在大电压时实际值小于理论值; 中等偏压下理论与实验结果符合很好。



硅二极管的 $\log(I)$ -V测量曲线

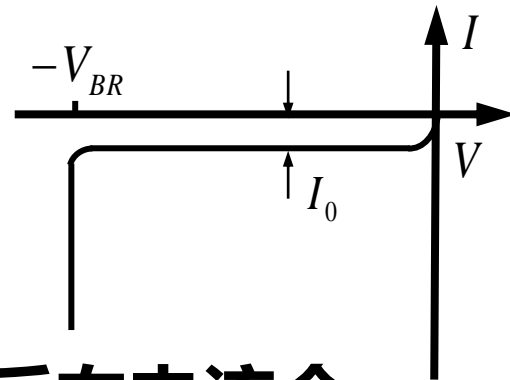
实际pn结对理想pn结的**偏离**:

(1) 在足够大的反向偏压下, 空间电荷区内会有“**其它过程**”发生, 导致载流子数目突然急剧增加, 反向电流急剧增大。

(2) 在**耗尽区**中载流子会发生**复合与产生**。

(3) 正向大偏压下, 发生**大注入效应**, 此时不能认为外加偏压全部降落在耗尽层上, 准中性区存在电场。

2.2.2、pn结的反向击穿特性



(1) 击穿的机制

当pn结反向电压超过某个特定值后，反向电流会突然急速增大，这一现象叫**pn结电击穿**。

发生电击穿时的反向偏压 V_{BR} 叫**击穿电压**。 V_{BR} 是pn结反向能够承受的最大电压。

pn结电击穿**不是破坏性的**，即电击穿是一个**可逆过程**。击穿电压与pn结的结构以及掺杂分布有明确的关系，是**可以预测的**。

pn结电击穿是一种**强电场效应**，其物理机制有两种，一是雪崩击穿，二是齐纳击穿。

(2) 雪崩击穿

1) 碰撞电离与雪崩倍增

碰撞电离：在强电场的作用下，如果载流子在两次散射之间从电场获得的能量足够大，载流子与晶格原子碰撞时，就会使晶格原子电离而产生电子-空穴对，这种现象称为碰撞电离。

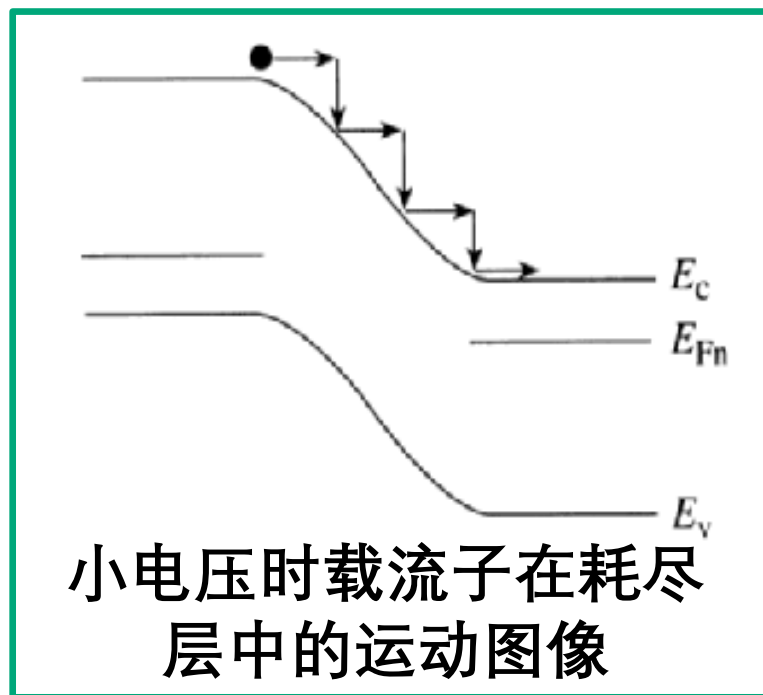
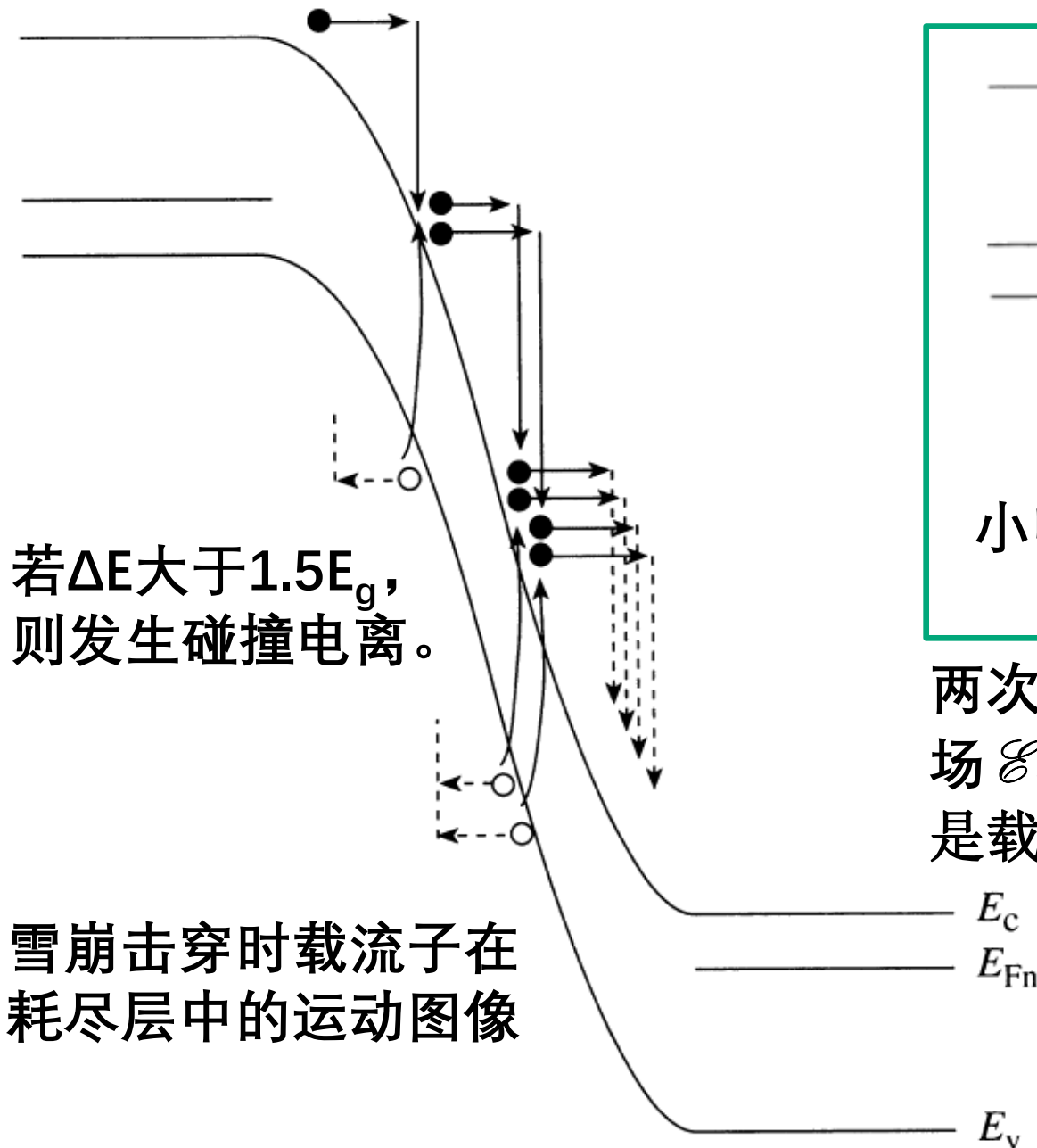
载流子碰撞电离的能力用**电离率 α** 来描述。电离率表示一个载流子在**电场**的作用下漂移1cm所产生的电子空穴对的数目。**电离率是电场的函数。**

半导体中电子的电离率 α_n 与空穴的电离率 α_p 是不相同的，为了分析简单，假设 $\alpha_n = \alpha_p = \alpha_{\text{eff}}$ 。

雪崩倍增：碰撞电离产生的载流子以及原有的载流子，在强电场的作用下重新获得足够高能量，继续通过碰撞再次产生电子-空穴对，载流子的这种增加过程称为倍增，持续的倍增称为雪崩倍增。雪崩倍增会导致载流子数目急剧增加。

发生雪崩倍增的条件：一是电场足够强，产生碰撞电离；二是高电场区要有一定的宽度。

当外加反向偏压增加时，pn结空间电荷区的电场增强，宽度增大，当反向电压增加到某一值时，就会发生雪崩倍增，从而在空间电荷区产生大量的载流子，使反向电流迅速增大，pn结发生雪崩击穿。



两次碰撞之间，载流子从电
场 \mathcal{E} 获得的能量 $\Delta E = q \mathcal{E} l$, l
是载流子的平均自由程。

雪崩击穿是载流子碰撞电离倍增的结果

2)雪崩击穿的条件

倍增系数M：描述载流子倍增效应导致的电流增加

若 I_0 表示没有任何载流子倍增时的反向电流， I 表示有倍增效应时的反向电流，则：

$$M = \frac{I}{I_0} = \left(1 - \int_{-x_p}^{x_n} \alpha_{eff}(x) dx \right)^{-1}$$

理论上，发生雪崩击穿时， $M \rightarrow \infty$ 。因此，雪崩击穿的条件可表示为：

$$\int_{-x_p}^{x_n} \alpha_{eff}(x) dx = 1$$

$\int_{-x_p}^{x_n} \alpha_{eff}(x) dx$ **称为电离积分。**

3)雪崩击穿电压的计算：计算电离积分 $\int_{-x_p}^{x_n} \alpha_{eff}(x) dx$

(a) 求解泊松方程，得到电场分布；

(b) 找出电离率与电场的关系；

$$\alpha_i = A_i \exp(-b_i/\mathcal{E})^n \quad \text{式中 } A_i、b_i、n \text{ 均为常数。}$$

通常假设 $\alpha_{eff} = C_i \mathcal{E}^7 (cm^{-1})$

式中 C_i 为常数，Si 的 $C_i = 1.8 \times 10^{-35} cm^6/V^7$

4H-SiC 的 $C_i = 3.9 \times 10^{-42} cm^6/V^7$

(c) 求解电离积分，使电离积分等于1所对应的反向电压即为击穿电压。

4) 突变结的雪崩击穿电压

电场强度 $\mathcal{E}(x) = \begin{cases} -\frac{qN_A}{K_s\epsilon_0}(x+x_p) & -x_p \leq x \leq 0 \\ -\frac{qN_D}{K_s\epsilon_0}(x_n-x) & 0 \leq x \leq x_n \end{cases}$

$$\frac{1}{N_B} = \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}$$

电离积分 $\int_{-x_p}^{x_n} C_i |\mathcal{E}|^7 dx = 2C_i \left(\frac{q}{K_s\epsilon_0} \right)^3 (V_{bi} - V_A)^4 (N_B)^3$

雪崩击穿时 $2C_i \left(\frac{q}{K_s\epsilon_0} \right)^3 (V_{bi} + V_{BR})^4 (N_B)^3 = 1$

$$V_{BR} = \left(\frac{K_s\epsilon_0}{q} \right)^{3/4} (2C_i)^{-1/4} (N_B)^{-3/4}$$

雪崩击穿时的耗尽区宽度 $W_{depBR} \approx \left(\frac{8}{C_i} \right)^{1/8} \left(\frac{K_s \epsilon_0}{q N_B} \right)^{7/8}$

雪崩击穿时耗尽区的最大电场 $\mathcal{E}_{maxBR} = \left(\frac{8q}{\epsilon_0 K_s C_i} N_B \right)^{1/8}$

硅pn结: $V_{BR} = 5.34 \times 10^{13} \times N_B^{-3/4}$

$$W_{depBR} \approx 2.64 \times 10^{10} N_B^{-7/8} (cm)$$

$$\mathcal{E}_{maxBR} = 4010 N_B^{1/8}$$

5) 突变结雪崩击穿电压的特性

- 掺杂浓度越高, 击穿电压越低;

$$V_{BR} = \left(\frac{K_s \varepsilon_0}{q} \right)^{3/4} (2C_i)^{-1/4} (N_B)^{-3/4}$$

- 掺杂浓度相同时, E_g 大的半导体, 击穿电压高(碰撞电离);

- 击穿电压随温度的升高而增加 (温度升高, 晶格散射增加, 平均自由程减小);

- 雪崩击穿时耗尽区的最大电场称为临界电场:

$$\mathcal{E}_{CR} = \mathcal{E}_{\max BR} = \left(\frac{8q}{\varepsilon_0 K_s C_i} N_B \right)^{1/8}$$

临界电场随掺杂浓度的变化十分缓慢, 在一级近似下, 对于确定的半导体材料, 可以假定临界电场为一常数。

引入临界电场后, 只要判断耗尽区的最大电场是否达到临界电场, 达到就会发生雪崩击穿。

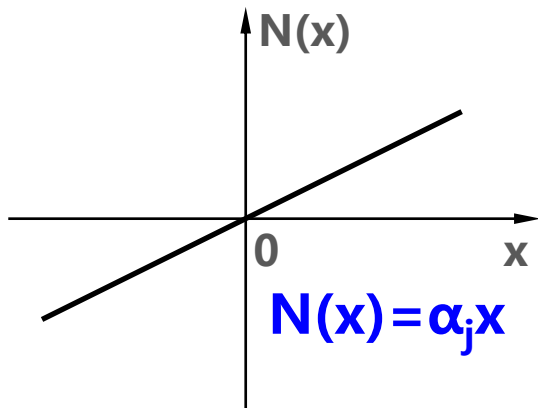
考虑一个硅p⁺n结, 假设 $N_D=(10^{15}\sim 10^{17})\text{cm}^{-3}$, 则,

击穿电压 $V_{BR}=(300\sim 10)\text{V}$

击穿时的耗尽区宽度 $W_{\text{dep}BR}=(20\sim 0.35)\mu\text{m}$

击穿时的临界电场 $\mathcal{E}_{CR}=(3\sim 5)\times 10^5\text{V/cm}$

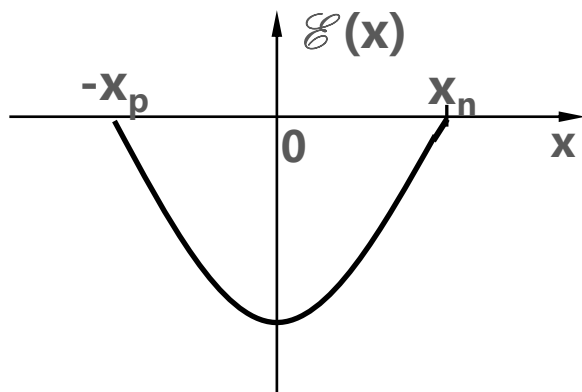
线性缓变结耗尽区的静电特性



硅pn结:

$$V_{BR} = 9.2 \times 10^9 \times \alpha_j^{-2/5}$$

$$W_{depBR} \approx 9.1 \times 10^5 \alpha_j^{-7/15} (cm)$$



6)影响雪崩击穿电压的其它因素

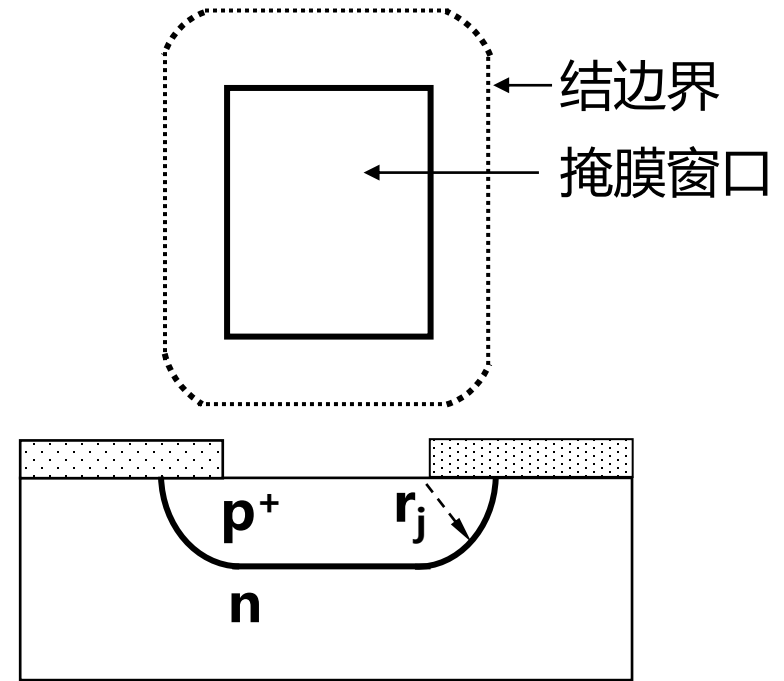
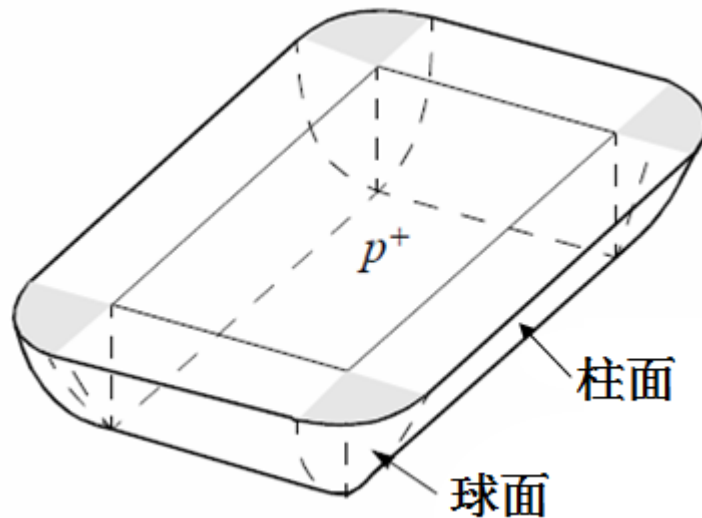
前面的计算公式只适用于**平面结**。平面工艺制成的pn结，其击穿电压小于平面结的击穿电压。

造成这种情况的因素很多，这里仅讨论两种主要因素：

(a)结深

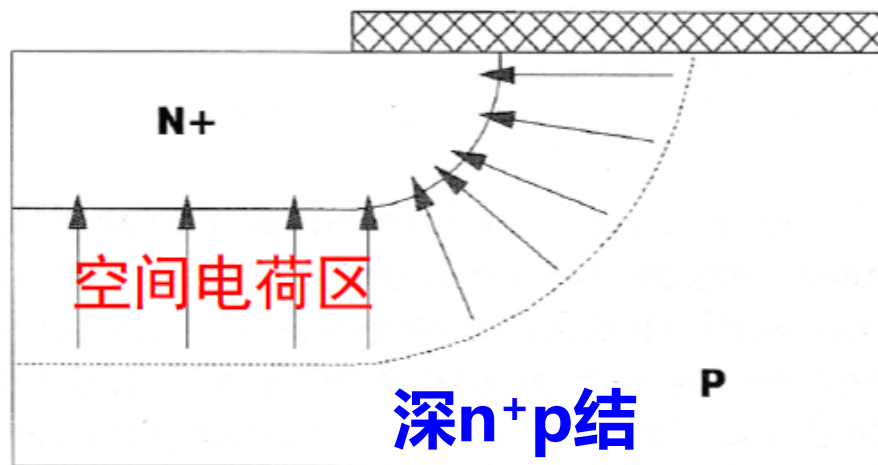
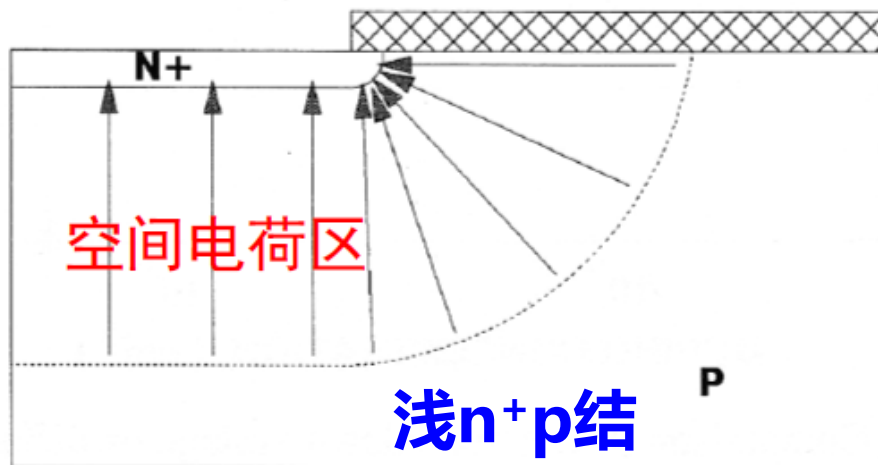
(b)中性区厚度的影响

(a)结深的影响



通过掺杂窗口进行扩散或注入形成的pn结，窗口的中间区域，结面为平面结，而在窗口的边缘和拐角处，结面分别为圆柱面和球面。整个结面可以看成平面结、柱面结和球面结的组合，柱面和球面的半径近似为结深。

球面结和柱面结耗尽区内的电场分布不同于平面结：在相同的外加偏压下，其最大电场比平面结的要大，且耗尽区要薄。

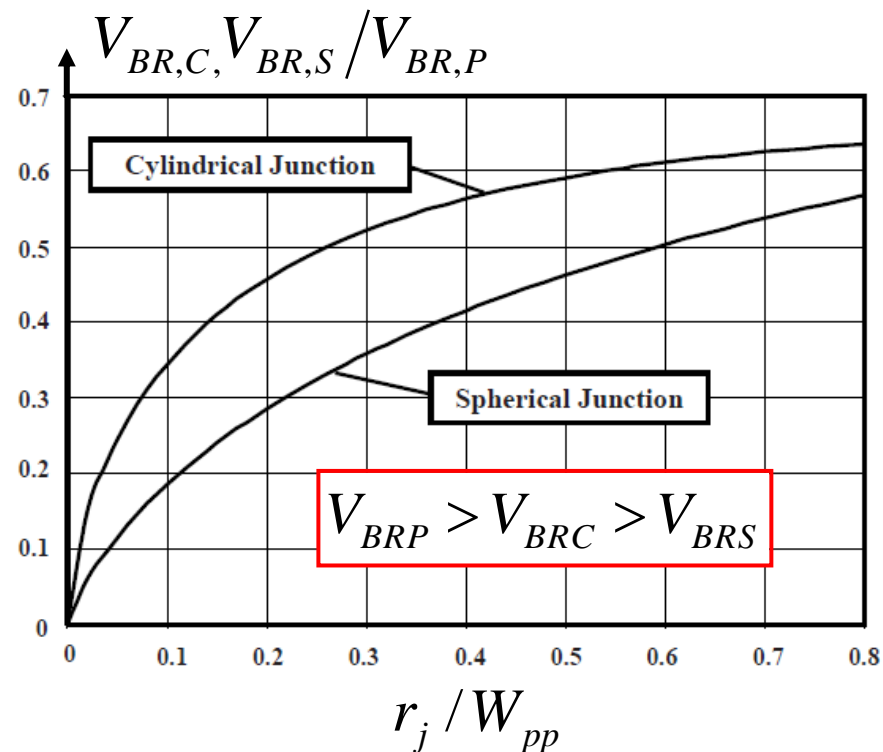
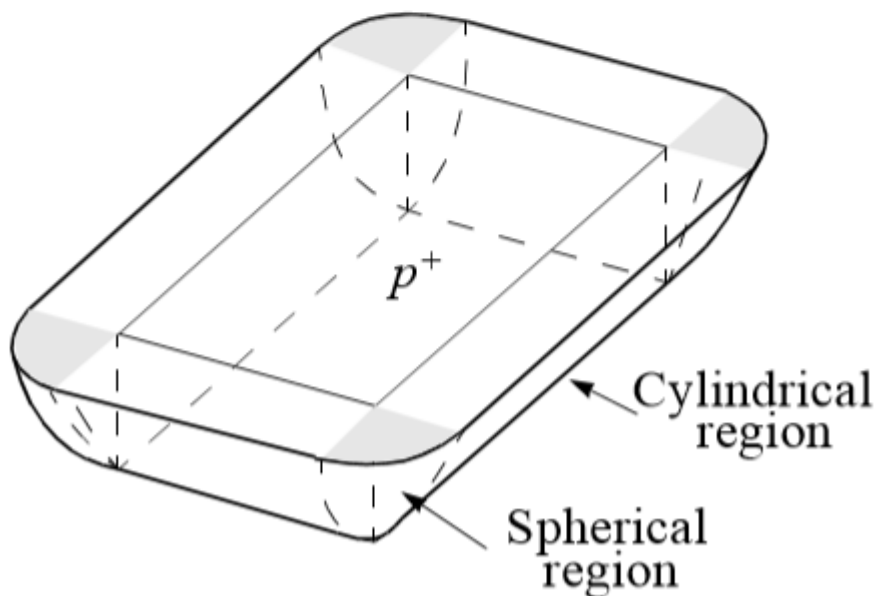
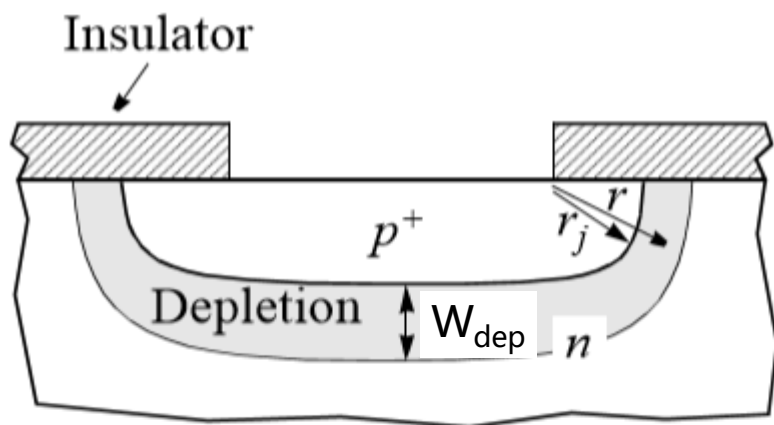


球面结和柱面结耗尽区会发生**电场集中效应**。

球面结、柱面结与平面结击穿电压的差别随结深的减小而增加。因此，pn结的击穿电压与结深有关。

结深对击穿电压的影响称为**pn结的曲率效应**。

由于曲率效应，击穿通常发生在结的边缘上。



柱面结和球面结的 V_{BR} 随结深的变化

$V_{BR,P}$: 平面结的击穿电压

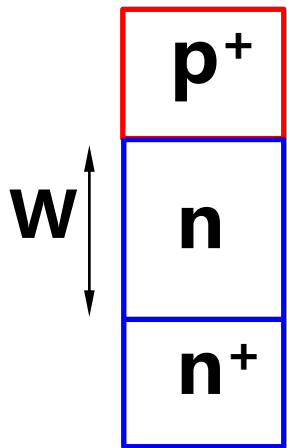
$$V_{BR,p} = \left(\frac{K_s \epsilon_0}{q} \right)^{3/4} (2C_i)^{-1/4} (N_B)^{-3/4}$$

$$W_{pp} = \sqrt{2\epsilon_0 K_s V_{BR,P} / q N_B}$$

(b)中性区（外延层）厚度 W 对雪崩击穿电压的影响

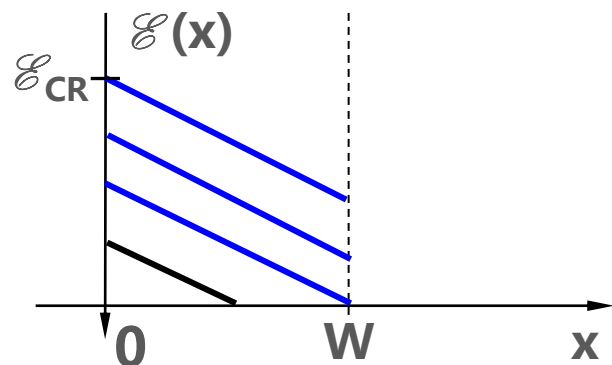
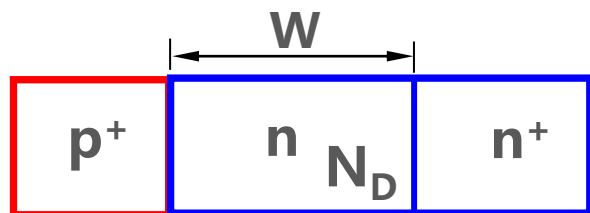
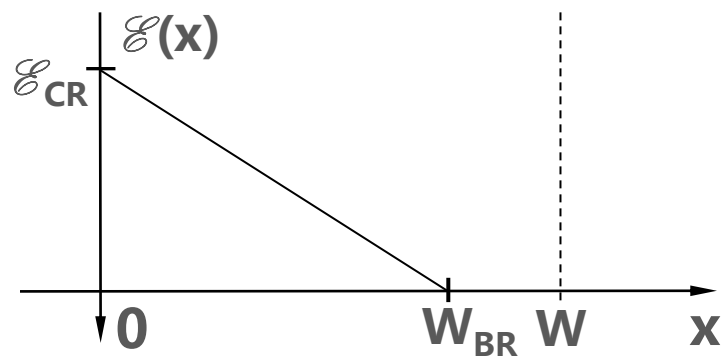
一些 p^+n 结通常是在 n 型外延层上制作的， n 型外延层是生长在 n^+ 衬底上的，这样就形成一个 p^+-n-n^+ 结构。

p^+-n-n^+ 结构中， n 区的厚度（即外延层厚度 W ）对结的击穿电压有影响。



为了减小中性区的电阻，应尽量减少外延层厚度 W 。

当外延层厚度 W 小于击穿所需要的耗尽层宽度时，击穿电压将与外延层厚度有关。

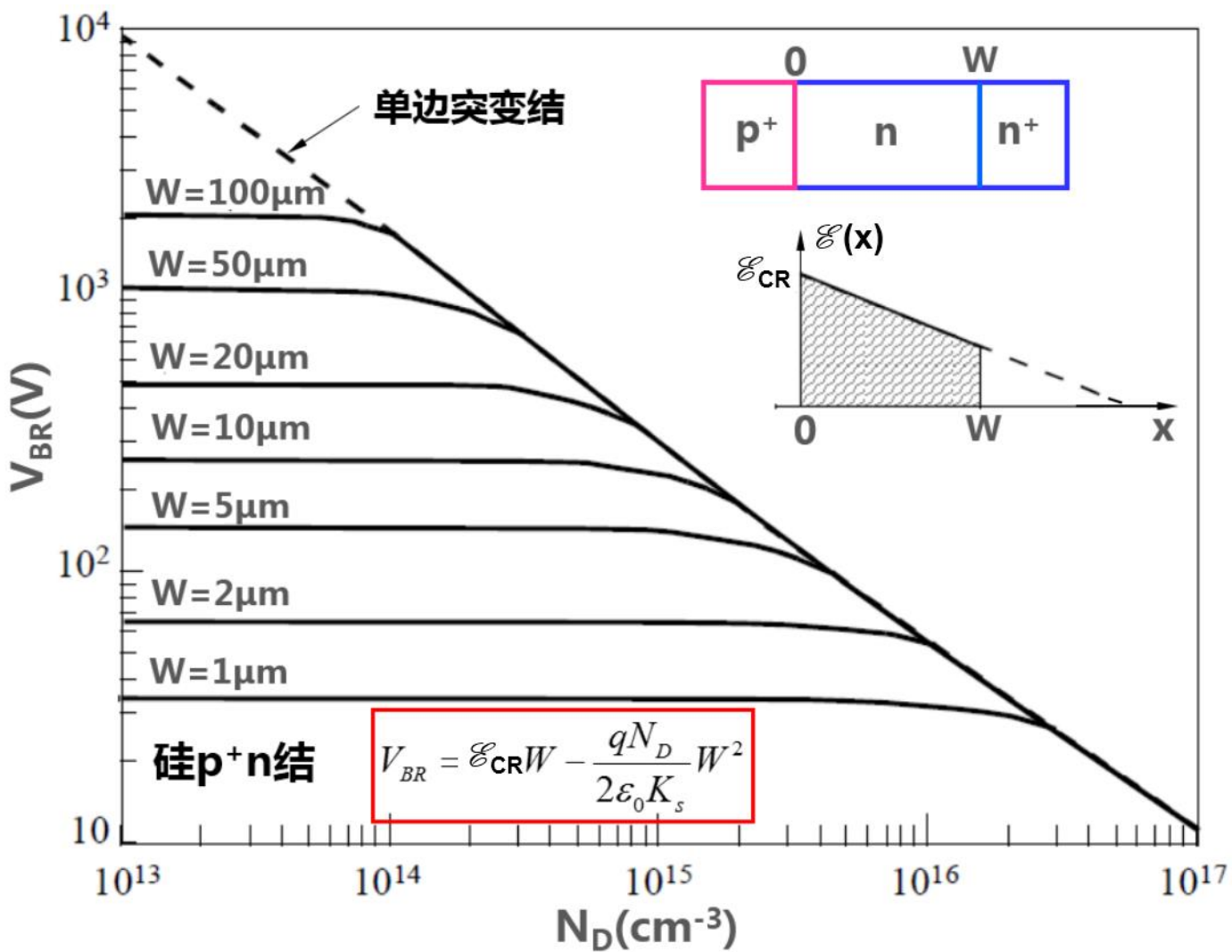


如果n区足够大,击穿时耗尽区仍位于n型层内, 则击穿电压 V_{BR} 由掺杂浓度决定。

如果在击穿前耗尽区就占满了n区, 则反偏电压继续增加时, 耗尽区宽度基本保持不变, 电场曲线平行向上移动。这种情形下的雪崩击穿电压为:

$$V'_{BR} = V_{BR} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{W}{W_{BR}} \right)^2 \right\} < V_{BR}$$

式中 V_{BR} 为完全由 N_D 决定的击穿电压。



$$V'_{BR} = \int_0^W \left(\mathcal{E}_{CR} - \frac{qN_D}{\epsilon_0 K_s} x \right) dx = \mathcal{E}_{CR}W - \frac{qN_D}{2\epsilon_0 K_s} W^2$$

7)提高雪崩击穿电压的方法

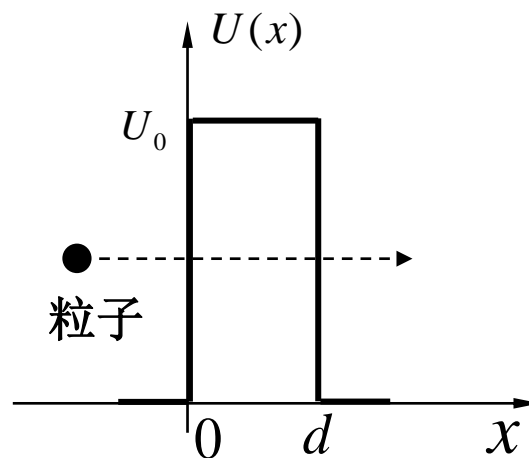
实际pn结的雪崩击穿电压,与衬底的掺杂浓度和结附近的杂质浓度梯度有关,与结的几何形状有关。

- ✓ 降低结两边的掺杂浓度,特别是低掺杂一侧的杂质浓度。
 - ✓ 结要深 (增大曲率半径,减小边角电场) 。
 - ✓ 采用结终端技术 (目的是降低结的曲率效应) 。
 - ✓ 降低表面电荷 (表面钝化) 。
- 3-1学期选修课
《功率半导体器件》

(3) 齐纳击穿 (Zener Breakdown)

1) 量子力学中的隧道效应

能量小于势垒高度的粒子可以直接穿过势垒到达另一侧



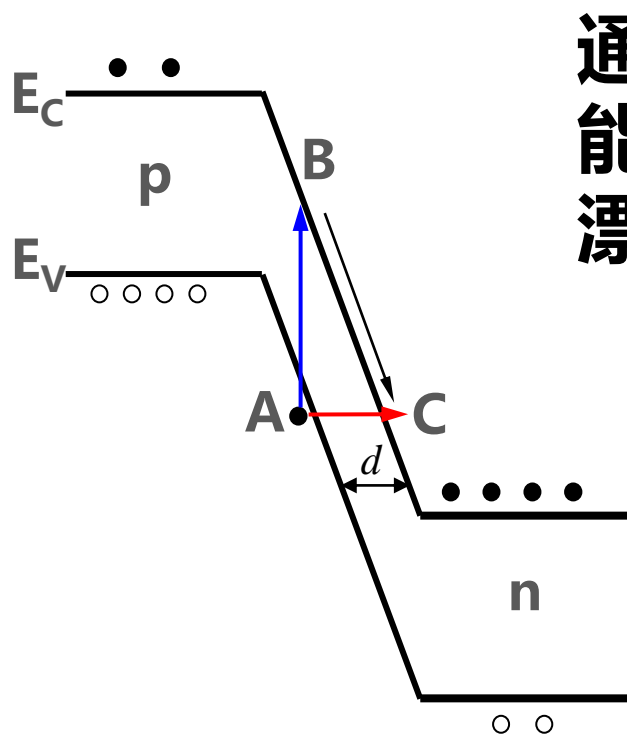
发生隧穿的条件:

- a) 势垒另一边同样能级的位置存在未填充状态;
- b) 势垒宽度 d 必须很薄, 隧穿效应才会较明显。

隧穿几率 $T \propto e^{-d}$

2) 齐纳击穿的分析

两边都是重掺杂的pn结，在不大的反偏电压条件下，p区价带上的电子满足隧穿条件。



通常p区价带电子必须具有能量 E_g 才能从点A跃迁到导带中的B点，然后漂移到C点。

根据量子力学理论，只要A与C之间的距离 d 足够小，能量小于 E_g 的电子也有可能从A隧穿到达C。

$$\frac{dE_c}{dx} = q \mathcal{E} = \frac{E_g}{d} \rightarrow d = \frac{E_g}{q \mathcal{E}}$$

d 的大小与pn结耗尽区的电场强度有关。

在耗尽区最大电场处, d 取最小值 $d_{\min} = E_g/q \mathcal{E}_{\max}$

通常, d 小于10nm后, 才会观察到明显的隧穿效应。
对于硅pn结, 这要求最大电场

$$\mathcal{E}_{\max} > 1.12 \times 10^6 \text{ V/cm}$$

$$\therefore \mathcal{E}_{\max} = \left(\frac{2q}{K_s \epsilon_0} V_A N_B \right)^{1/2} > 1.12 \times 10^6 \quad \therefore V_A N_B \geq 4 \times 10^{18} \text{ V/cm}_3$$

两边高掺杂的pn结, 在反向电压比较低时, 满足上述条件。这时, p区价带上的电子将通过隧道效应流入n区, 导致反向电流急剧增加。

因此, 齐纳击穿通常发生在两边高掺杂的pn结, 且其击穿电压较小($\approx 4E_g$)。

(4) 两种击穿的比较

●击穿的条件

雪崩击穿: $\int_{-x_p}^{x_n} \alpha_{eff} dx = 1$

齐纳击穿: $d_{\min} = \frac{E_g}{q \mathcal{E}_{\max}}$ 足够小

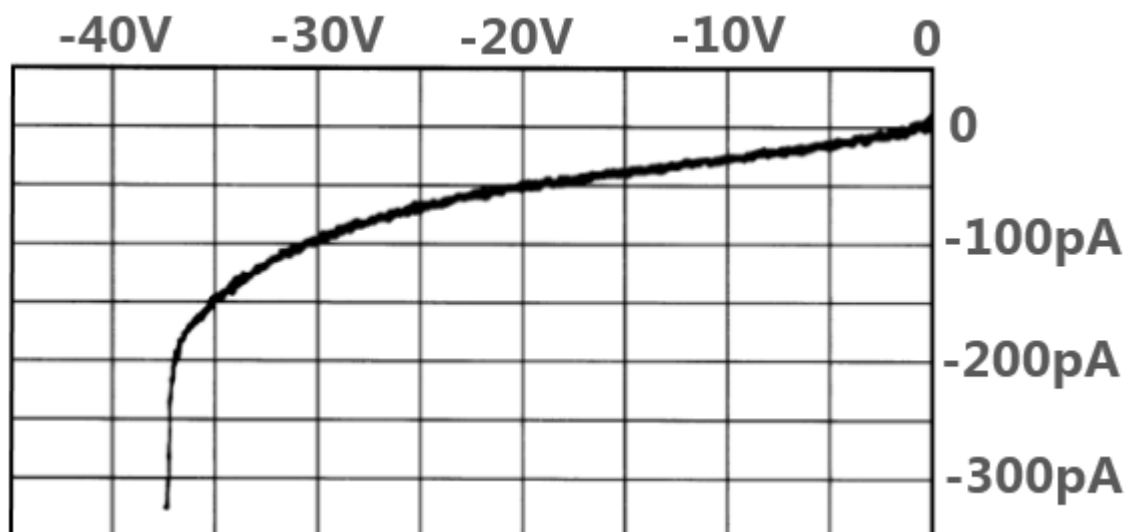
●击穿电压值: 齐纳击穿电压较小 ($\approx 4E_g$)

●击穿时的I-V特性

齐纳击穿的温度系数是负的, 雪崩击穿的温度系数是正; 光照对齐纳击穿没有明显的影响。

(5) pn结击穿电压的测量

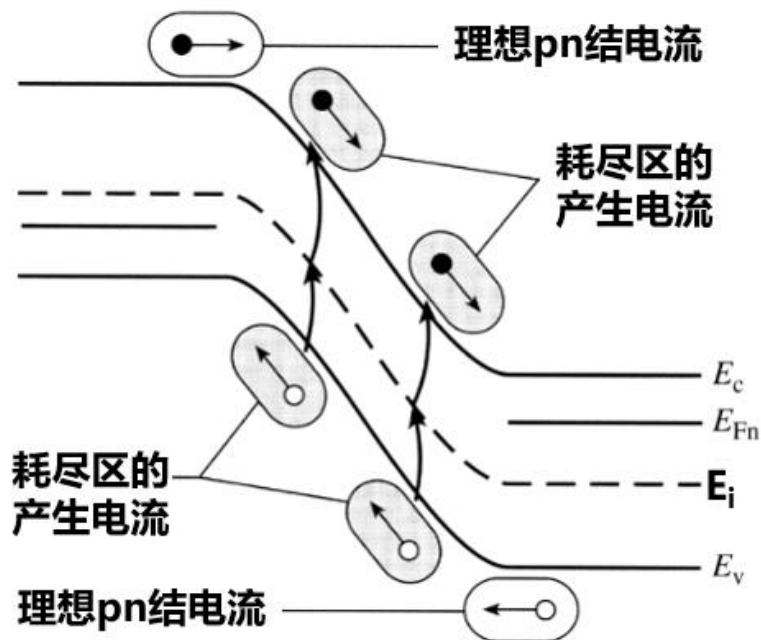
实际中通常将反向电流增大到某一规定值时所对应的反向电压定为击穿电压。



硅pn结，在 V_{BR} 附近，倍增系数 $M \approx \frac{1}{1 - (|V_A|/V_{BR})^n}$

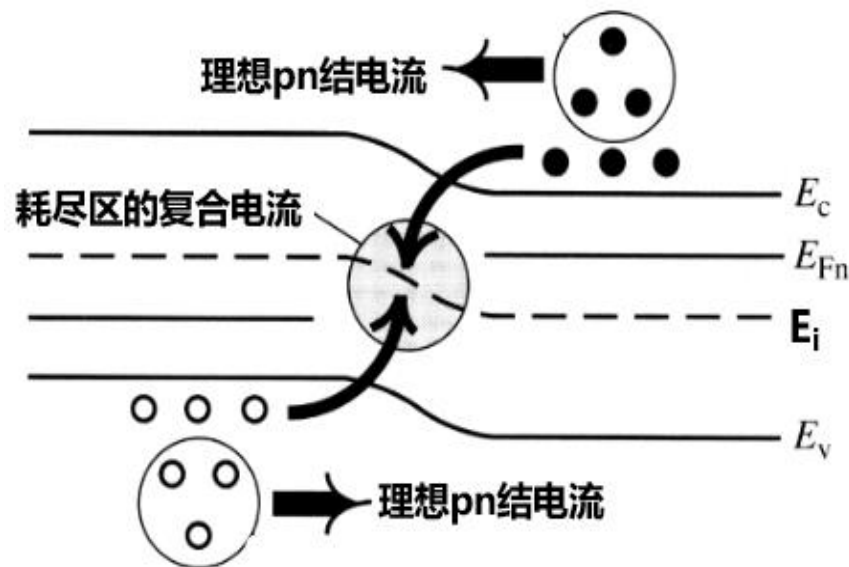
式中n值随杂质分布而变， p^+n 结 $n=4$ ， n^+p 结 $n=2$ 。

2.2.3、空间电荷区中的复合与产生电流



反偏时耗尽区有电
子和空穴对的**产生**

$$n(x)p(x) = n_i^2 e^{-q|V_A|/kT} < n_i^2$$



正偏时耗尽区有电
子和空穴对的**复合**

$$n(x)p(x) = n_i^2 e^{qV_A/kT} > n_i^2$$

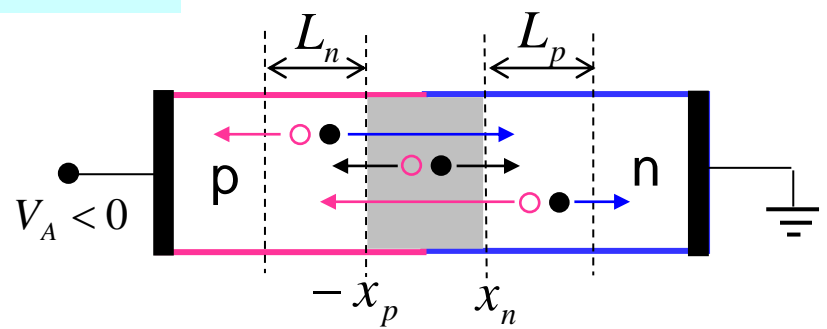
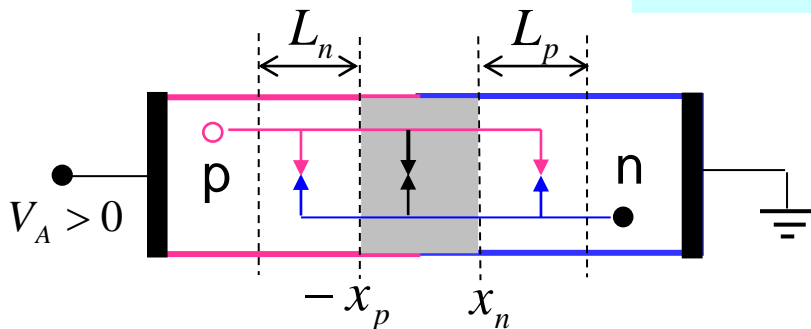
耗尽区的载流子的SHR复合率 $U \approx \frac{n_i}{2\tau_{dep}} \left(e^{qV_A/2kT} - 1 \right)$

式中 τ_{dep} 表示耗尽区载流子的寿命。

耗尽区的复合电流 $I_{R-G} = qA_E \int_0^{W_{dep}} U dx \approx A_E \frac{qW_{dep}n_i}{2\tau_{dep}} \left(e^{qV_A/2kT} - 1 \right)$

考虑到耗尽区的复合电流后, 流过pn结的总电流应为中性区的扩散电流 I_{DIFF} 和耗尽区的复合电流 I_{R-G} 之和:

$$I = I_{DIFF} + I_{R-G}$$



I_{DIFF} 和 I_{R-G} 哪一部分为主, 取决于外加偏压和工作温度。

例：考虑一个硅p⁺n结， $N_D=10^{16}\text{cm}^{-3}$ ， $L_p=10\mu\text{m}$

正偏时，
$$\frac{I_{DIFF}}{I_{R-G}} \approx \frac{2n_i}{W_{dep}} \frac{L_p}{N_D} e^{qV_A/2kT}$$

当 $V_A > 0.3\text{V}$ 时， $I_{DIFF} \gg I_{R-G}$ 。因此随着正向偏压的增加， I_{R-G} 就变得不重要了。

反偏时，
$$\frac{I_{DIFF}}{I_{R-G}} \approx \frac{2n_i}{W_{dep}} \frac{L_p}{N_D} \ll 1$$

因此，对于室温下的硅pn结，在反偏和低的正偏时，必须考虑 I_{R-G} 。而在高温时， I_{DIFF} 起主要作用。

通常希望反向电流尽可能的小！

正向偏置时, 实际pn结的电流可用下面的经验公式计算:

$$I = I_S \left(e^{\frac{qV_A}{\eta kT}} - 1 \right)$$

式中 η 称为理想因子。

当中性区的扩散电流占优时, $\eta=1$; 当耗尽区复合电流占优时, $\eta=2$; 当两种电流可比拟时, η 的值位于1~2之间。

I_S 称为反向饱和电流, 通常由正向I-V数据拟合得到。

2.2.4、大注入效应

正向电压较大时, 注入少子浓度接近或超过被注入区的多子平衡浓度, 称为**大注入**。

考虑一个 p^+n 结短二极管, 如果 n 区发生大注入, 则:

$$p_n(x_n) = p_{n0} + \Delta p_n \approx \Delta p_n$$

$$n_n(x_n) = n_{n0} + \Delta n_n = n_{n0} + \Delta p_n \approx \Delta p_n$$

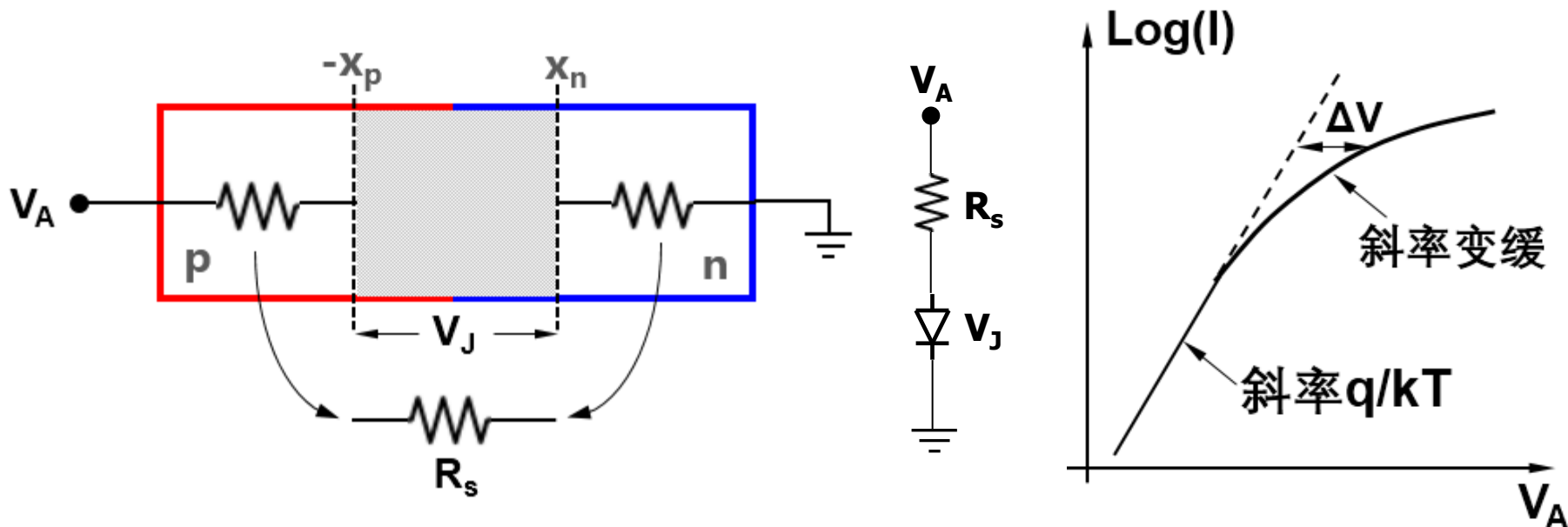
即当 n 区发生大注入时, 在 x_n 处有 $p_n = n_n$

$$\because p_n(x_n) n_n(x_n) = n_i^2 \exp(qV_J/kT)$$

$$\therefore p_n(x_n) = n_i \exp(qV_J/2kT)$$

式中 V_J 为耗尽区两端的电压降。

- 大注入时, 流过pn结的电流正比于 $\exp(qV_A/2kT)$
- 大注入时, 被注入区的多子浓度将发生显著变化, 此区域电导率相对于平衡值明显增加, 这一现象称为**电导调制效应**。
- 大注入时, 不能认为外加电压全部降落在耗尽区, 此时, **准中性区的电场不能忽略**。这种情况相当于大电流下有一个电阻与理想结串联。



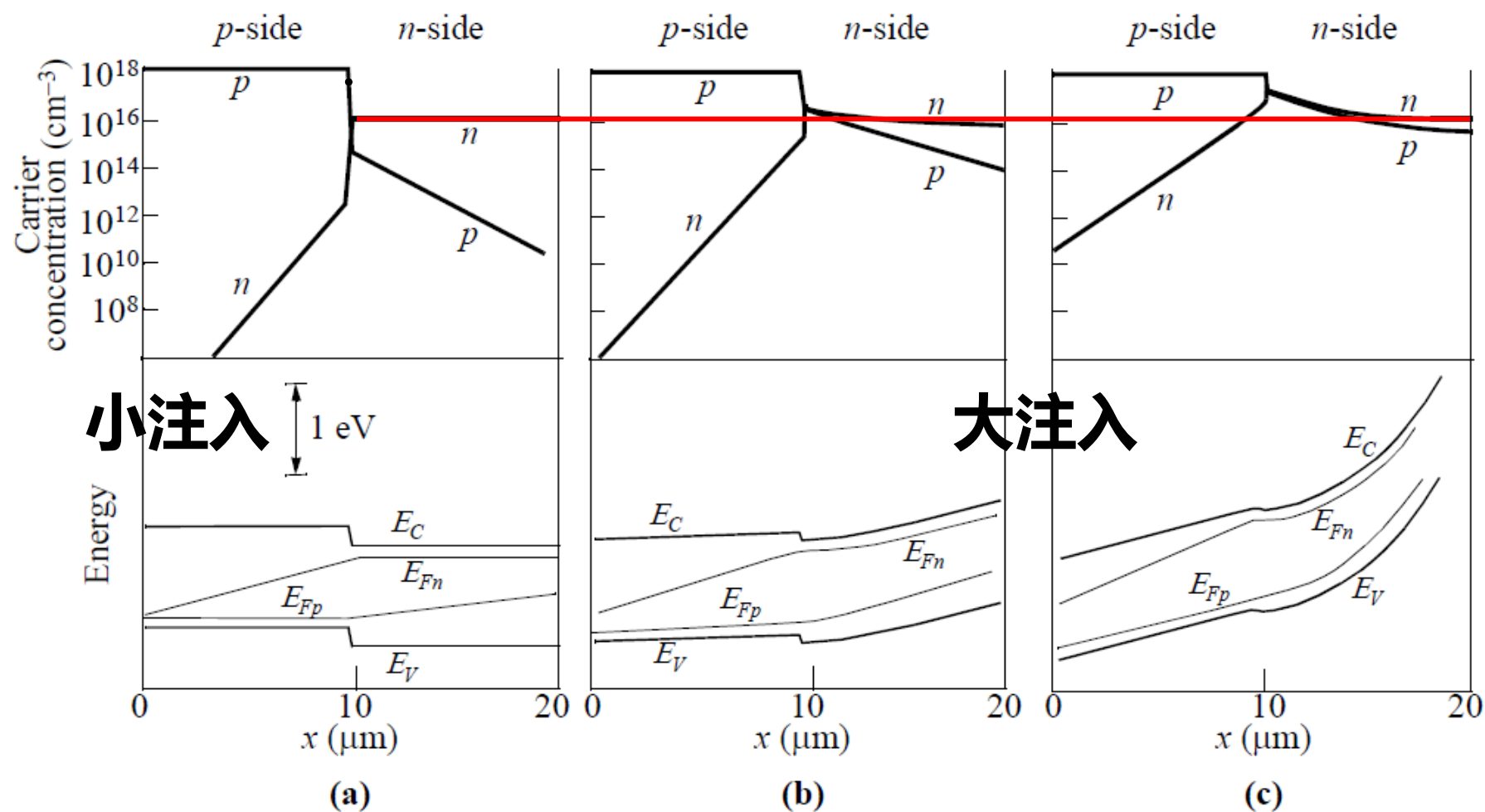
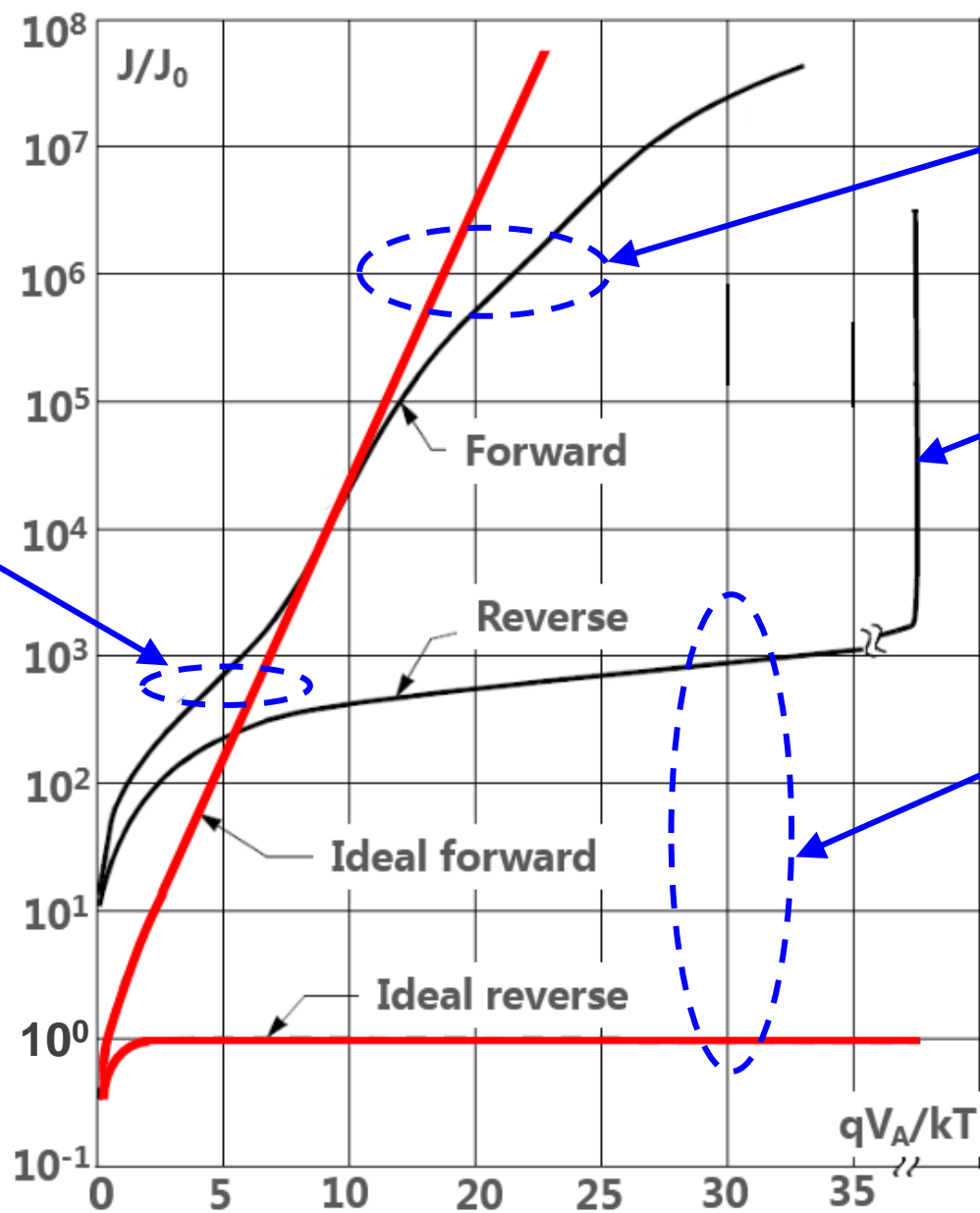


Fig. 12 Carrier concentrations and energy-band diagrams for a Si p^+-n junction operated at different current densities. (a) 10 A/cm^2 . (b) 10^3 A/cm^2 . (c) 10^4 A/cm^2 . Device parameters: $N_A = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $\tau_n = 3 \times 10^{-10} \text{ s}$, and $\tau_p = 8.4 \times 10^{-10} \text{ s}$. (After Ref. 10.)

耗尽区的
复合电流



大注入或
串联电阻

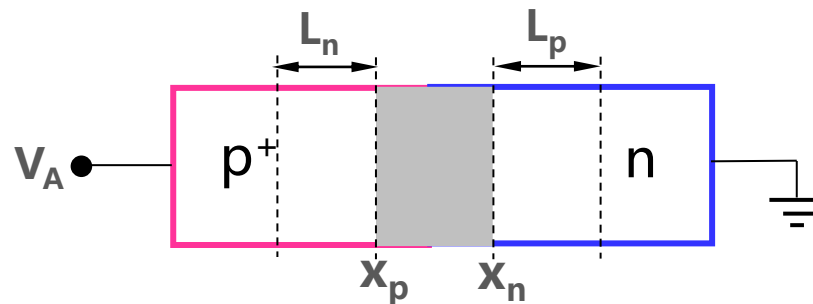
击穿

$$V_{BR} \propto (N_B)^{-3/4}$$

耗尽区的
产生电流

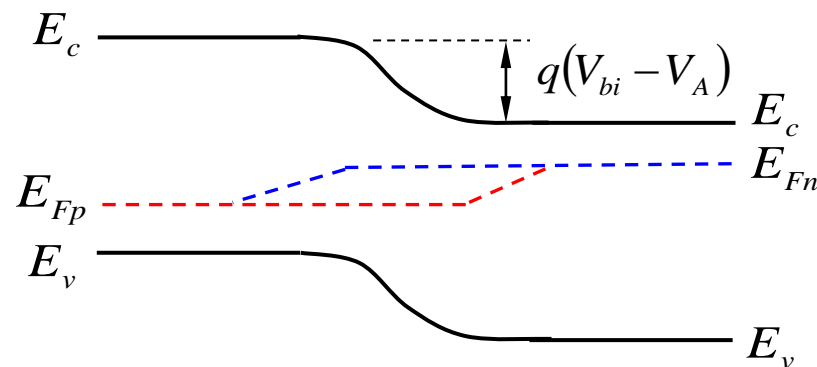
第2章小结

- 核心是在**外加电压**作用下载流子的**注入和抽取**

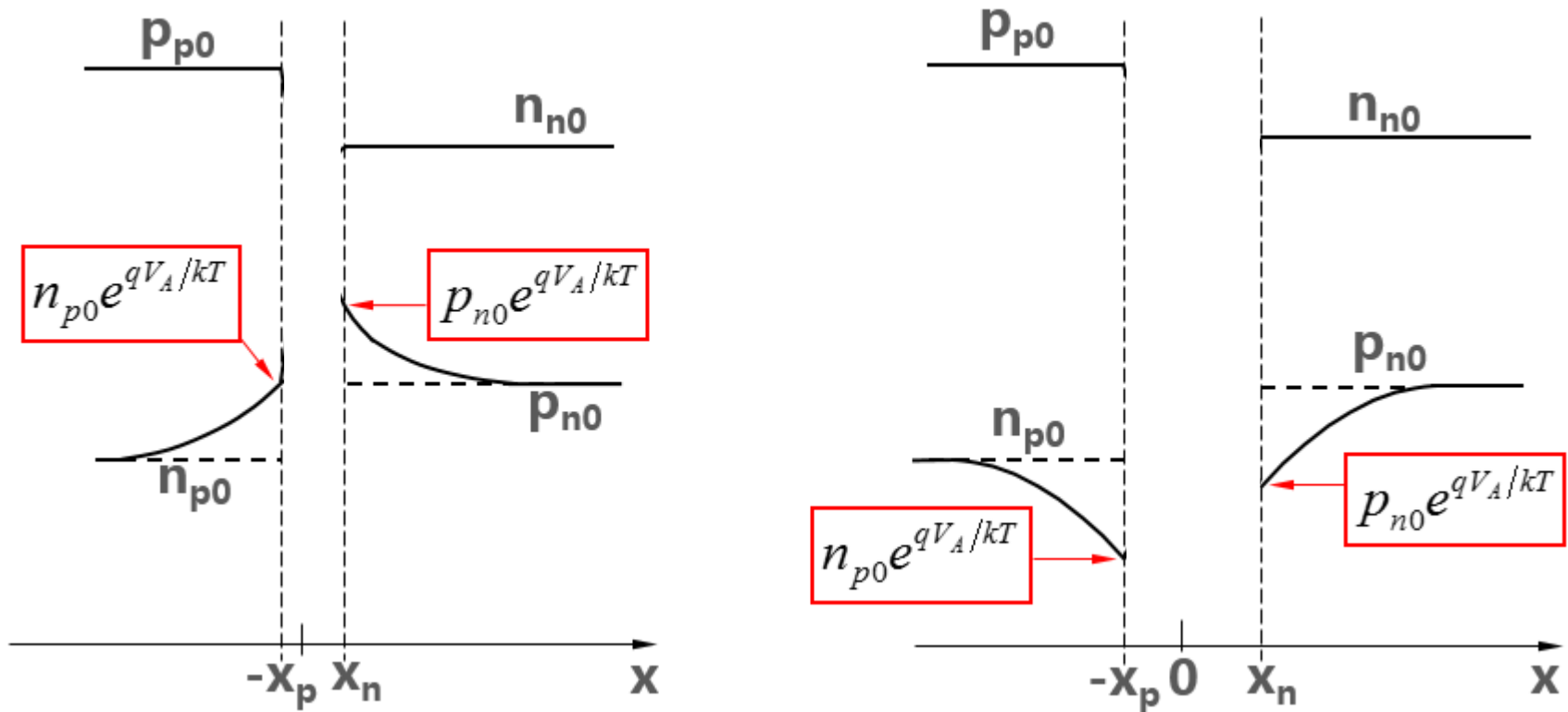


注入和抽取使扩散区内的载流子浓度偏离平衡值

从能带图上来看，**外加偏压调节势垒高度**，以控制多子的流动。



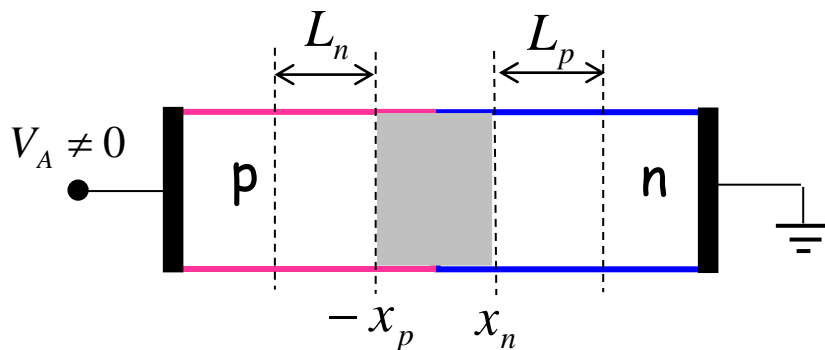
- 外加偏压控制空间电荷区边界处的载流子浓度



- 理想pn结的电流由空间电荷区边界处的少子浓度梯度决定：

$$J = J_p(x_n) + J_n(-x_p) = qD_p \left. \frac{d\Delta p_n(x)}{dx} \right|_{x=x_n} + qD_n \left. \frac{d\Delta n_n(x)}{dx} \right|_{x=-x_p}$$

- 实际的pn结需要考虑空间电荷区对电流的影响。

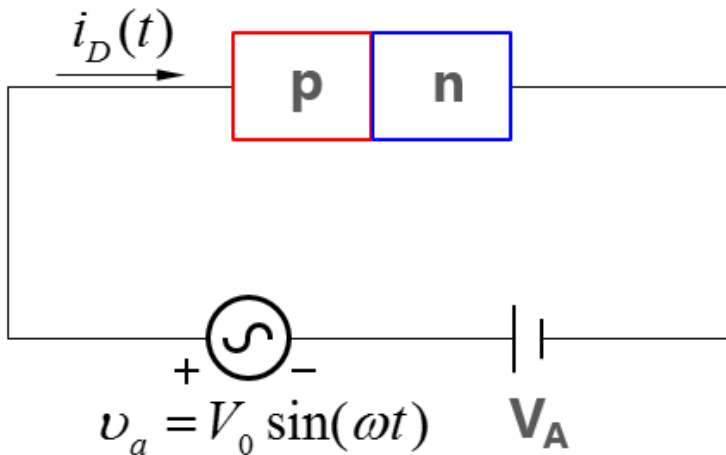


室温下的硅pn结，在低的正偏和反偏时，电流的主要成分是空间电荷区的复合与产生电流。

当空间电荷区的电场超过临界电场时，pn结会发生雪崩击穿。

第3章 pn结的交流小信号特性

交流小信号特性：在直流偏压上叠加一个**幅度很小**的**交流**信号时，pn结所表现出的性能。



小信号时，流过pn结的电流为**直流分量 + 交流分量**：

$$i_D(t) = I_D + i(t)$$

式中 I_D 为直流分量：

小信号： $V_0 \ll kT/q$

$$I_D = I_0 \left[\exp\left(\frac{qV_A}{kT}\right) - 1 \right]$$

为了得到电流的交流分量 $i(t)$ ，需要知道交流时少子的分布。为此，需要求解**含时间**的连续性方程。

3.1、交流小信号下的少子分布和扩散电流

以p⁺n结长二极管为例。在n区的中性区, 有

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} - \frac{p - p_{n0}}{\tau_p}$$

若满足小信号条件, 则在任意t时刻, n区内任一点的空穴浓度也由**直流分量和交流分量**两部分组成:

$$p(x,t) = p_A(x) + p_a(x)e^{j\omega t}$$

把上式带入扩散方程, 可以得到p_a(x)和p_A(x)满足的方程分别为:

$$\frac{\partial^2 p_a(x)}{\partial x^2} - \frac{p_a(x)}{L_p^2 / (1 + j\omega\tau_p)} = 0 \quad \frac{\partial^2 p_A(x)}{\partial x^2} - \frac{\Delta p_A(x)}{L_p^2} = 0$$

交流分量的通解:

$$p_a(x) = A \exp\left(-\frac{x}{L_p} \sqrt{1 + j\omega\tau_p}\right) + B \exp\left(\frac{x}{L_p} \sqrt{1 + j\omega\tau_p}\right)$$

$p_a(x)$ 满足的边界条件为

下一页给出推导

$$p_a(x=\infty) = 0, \quad p_a(x=0) = p_{n0} e^{qV_A/kT} \frac{qV_0}{kT}$$

代入边界条件, 可得空穴浓度的交流分量为

$$p_a(x)e^{j\omega t} = p_{n0} e^{qV_A/kT} \exp\left(-\frac{x}{L_p} \sqrt{1+j\omega\tau_p}\right) \frac{q}{kT} V_0 e^{j\omega t}$$

空穴电流的交流分量为

$$i_{diff} = -qA_E D_p \frac{d(p_a(x)e^{j\omega t})}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{qI_D}{kT} \sqrt{1+j\omega\tau_p} V_0 e^{j\omega t}$$

式中 $I_D = A_E \frac{qD_p p_{n0}}{L_p} e^{qV_A/kT}$, 表示空穴扩散电流的直流分量。

边界条件的推导

$$\begin{aligned} p_n(x=0, t) &= p_{n0} e^{\frac{q}{kT}(V_A + v_a)} = p_{n0} e^{\frac{qV_A}{kT}} e^{\frac{qv_a}{kT}} \\ &= \xrightarrow{v_a \ll \frac{kT}{q}} p_{n0} e^{\frac{qV_A}{kT}} \left(1 + \frac{qv_a}{kT} \right) \\ &= p_{n0} e^{\frac{qV_A}{kT}} + p_{n0} e^{\frac{qV_A}{kT}} \frac{qv_a}{kT} \\ &= p_{n0} e^{\frac{qV_A}{kT}} + p_{n0} e^{\frac{qV_A}{kT}} \frac{q}{kT} V_0 e^{j\omega t} \\ &\equiv p_A(0) + p_a(0) e^{j\omega t} \end{aligned}$$

这一结果表明, 空间电荷区边界上的**少子能够跟随交流信号的变化**。从物理上讲, 在正偏时, 多子经过空间电荷区注入到对方, 多子的驰豫时间是很短的。

3.2、pn结的小信号扩散导纳

p⁺n结的小信号交流电流 $i_{diff} = \frac{qI_D}{kT} \sqrt{1 + j\omega\tau_p} V_0 e^{j\omega t}$

小信号扩散导纳定义为 $y_D = \frac{i_{diff}}{V_0 e^{j\omega t}} = \frac{qI_D}{kT} \sqrt{1 + j\omega\tau_p}$

将小信号扩散导纳分为实部和虚部两个部分：

$$y_D = \frac{G_0}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{1 + \omega^2 \tau_p^2} + 1 \right)^{1/2} + j \frac{G_0}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{1 + \omega^2 \tau_p^2} - 1 \right)^{1/2} \equiv G_D + j\omega C_D$$

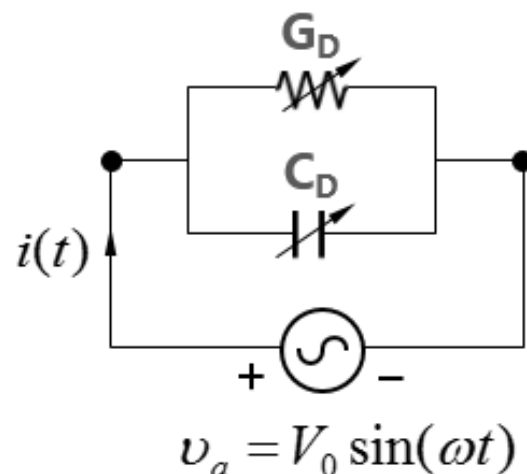
式中 G_D 称为扩散电导, C_D 称为扩散电容, 均是直流偏压和信号频率的函数。

$$G_D = \frac{G_0}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{1 + \omega^2 \tau_p^2} + 1 \right)^{1/2} \quad C_D = \frac{G_0}{\omega \sqrt{2}} \left(\sqrt{1 + \omega^2 \tau_p^2} - 1 \right)^{1/2} \quad G_0 = \frac{qI_D}{kT}$$

pn结对交流小信号的响应可以用一个导纳来表示。

$$G_D = \frac{qI_D}{kT} \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{1 + \omega^2 \tau_p^2} + 1 \right)^{1/2}$$

$$C_D = \frac{qI_D}{kT} \frac{1}{\omega\sqrt{2}} \left(\sqrt{1 + \omega^2 \tau_p^2} - 1 \right)^{1/2}$$



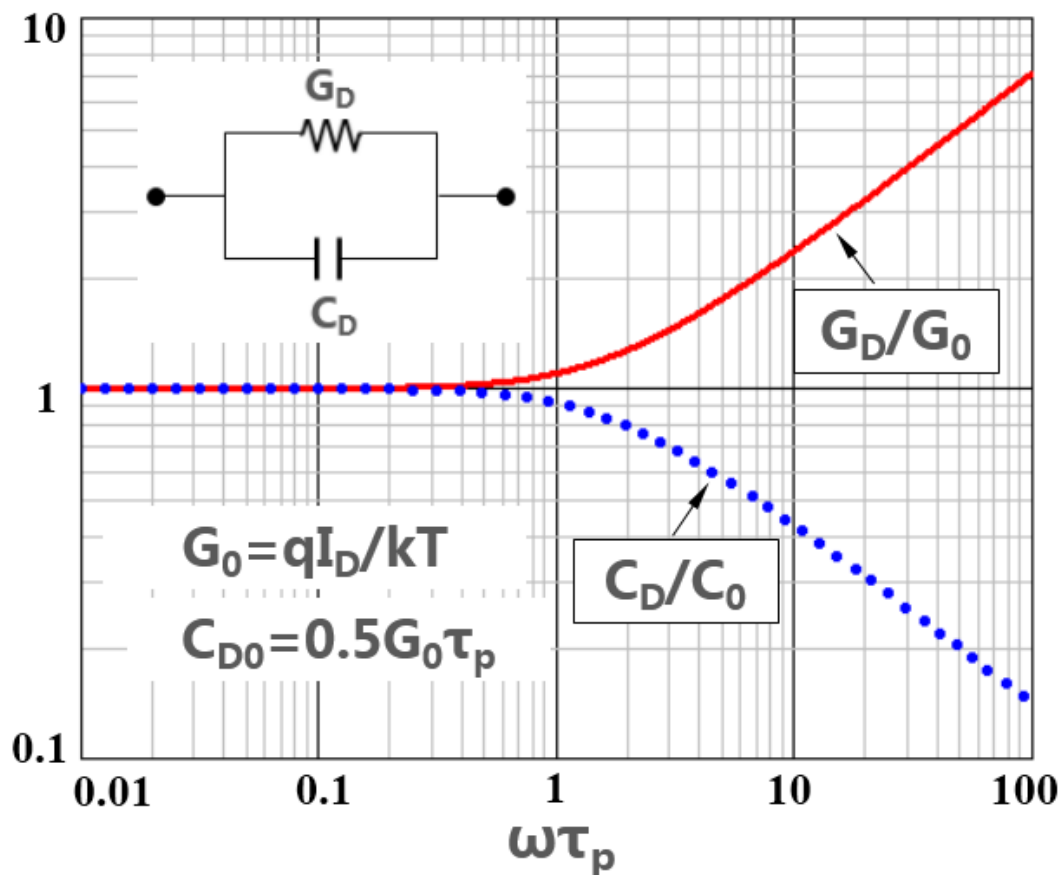
由于 $I_D \propto \exp(qV_A/kT)$ ，因此，扩散导纳随正向直流偏置电压的增加会急剧增加，而随反向直流偏压数值的增加会迅速趋于0。

在 $\omega\tau_p < 1$ 的频率下,
 G_D 和 C_D 与频率 ω 无关

$$G_D = G_0 = qI_D/kT$$

$$C_D = C_{D0} = 0.5G_0\tau_p$$

在 $\omega\tau_p > 1$ 的频率下,
 G_D 随频率 ω 的增加而
增加, 而 C_D 随频率 ω
的增加而减小



此时PN结对交流小信号**无响应**, 即PN结“**失效**”了

对于两边杂质浓度相差不大的pn结, 在 $\omega\tau_p < 1$ 、
 $\omega\tau_n < 1$ 时, $G_D = (q/kT)(I_{Dn} + I_{Dp})$, 而
 $C_D = 0.5(qI_{Dn}/kT)\tau_n + 0.5(qI_{Dp}/kT)\tau_p$

低频**扩散电容**的物理意义

扩散电容是**扩散区**存储的**少子电荷**随外加电压的变化所产生的电容效应。

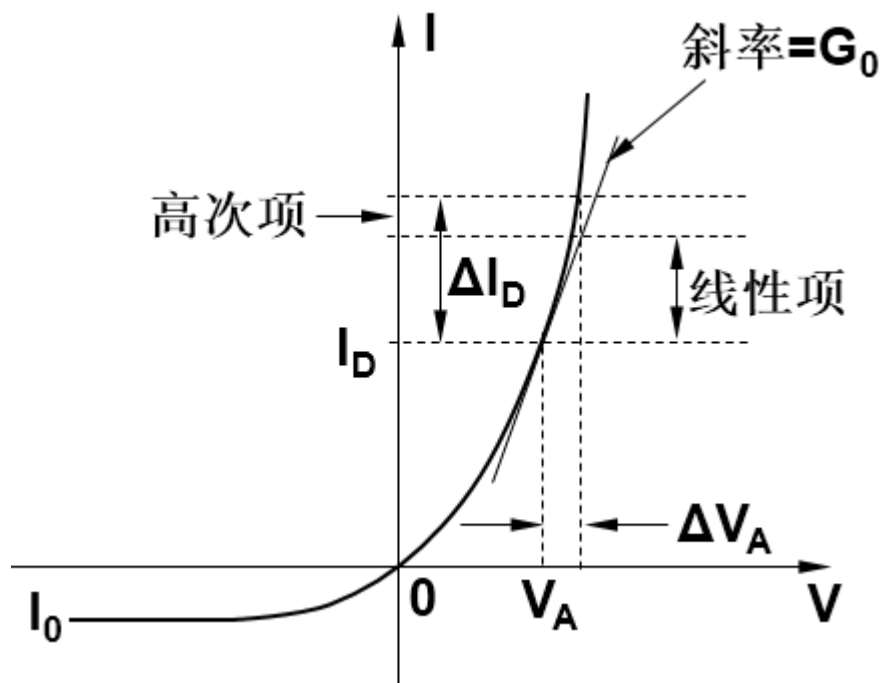
对于p⁺n结，某一时刻在n区存储的少子电荷为：

$$Q_p = qA_E \int_0^{\infty} \Delta p_n(x) dx = qA_E \int_0^{\infty} \Delta p_n(0) e^{-x/L_p} dx = qA_E p_{n0} \left(e^{qV_A/kT} - 1 \right) L_p$$

当偏压有一个增量时，注入到n区的空穴增加；与此同时，会有相同数量的电子从欧姆接触的电极流入n区，以与空穴维持电中性。因而偏压的变化会引起电荷存储于n区，这**相当于**一个电容。

$$\frac{dQ_p}{dV} = qA_E p_{n0} e^{qV/kT} L_p \frac{q}{kT} = \frac{q}{kT} Q_p = \frac{qI_D}{kT} \tau_p \equiv C_D$$

低频扩散电导的物理意义



直流偏置点(V_A, I_D)的斜率就是pn结的低频电导。

偏置点不同, 斜率不同, pn结的电导也不同。

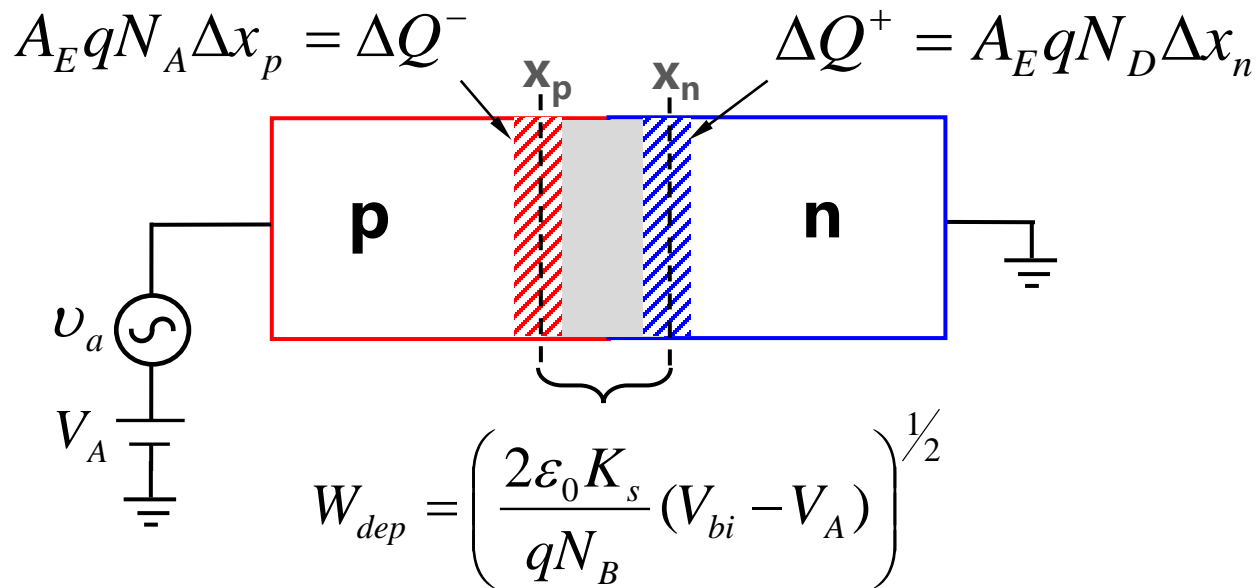
$1/G_0$ 也称为pn结的小信号电阻:

$$G_0 = \frac{\Delta I_D}{\Delta V_A} = \left. \frac{dI_D}{dV_A} \right|_{\text{偏置点}} = \frac{qI_D}{kT}$$

$$r_d = \frac{1}{G_0} = \frac{kT}{qI_D}$$

3.3、pn结的势垒电容

势垒区的电荷随外加偏压变化所引起的电容效应称为**势垒电容**（当外加电压变化时，耗尽区宽度会发生变化，使耗尽区的空间电荷出现变化）。



势垒电容是**多子进入和离开耗尽层**而引起的，也称为耗尽层电容、结电容或过渡电容。

势垒电容定义为 $C_J = dQ/dV$

突变结势垒电容的计算公式：

根据耗尽层近似, 耗尽层中的正、负电荷为：

$$Q^+ = qA_E N_D x_n, \quad Q^- = qA_E N_A x_p$$

$$Q = Q^+ = Q^- = \left(2q\epsilon_0 K_s \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} (V_{bi} - V) \right)^{1/2}$$

$$C_J = \left. \frac{dQ}{dV} \right|_{V=V_A} = A_E \left(\frac{q\epsilon_0 K_s}{2(V_{bi} - V_A)} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} \right)^{1/2} = A_E \frac{\epsilon_0 K_s}{W_{dep}}$$

势垒电容在物理上等同于一个**平行板电容器**。

影响势垒电容大小的因素：

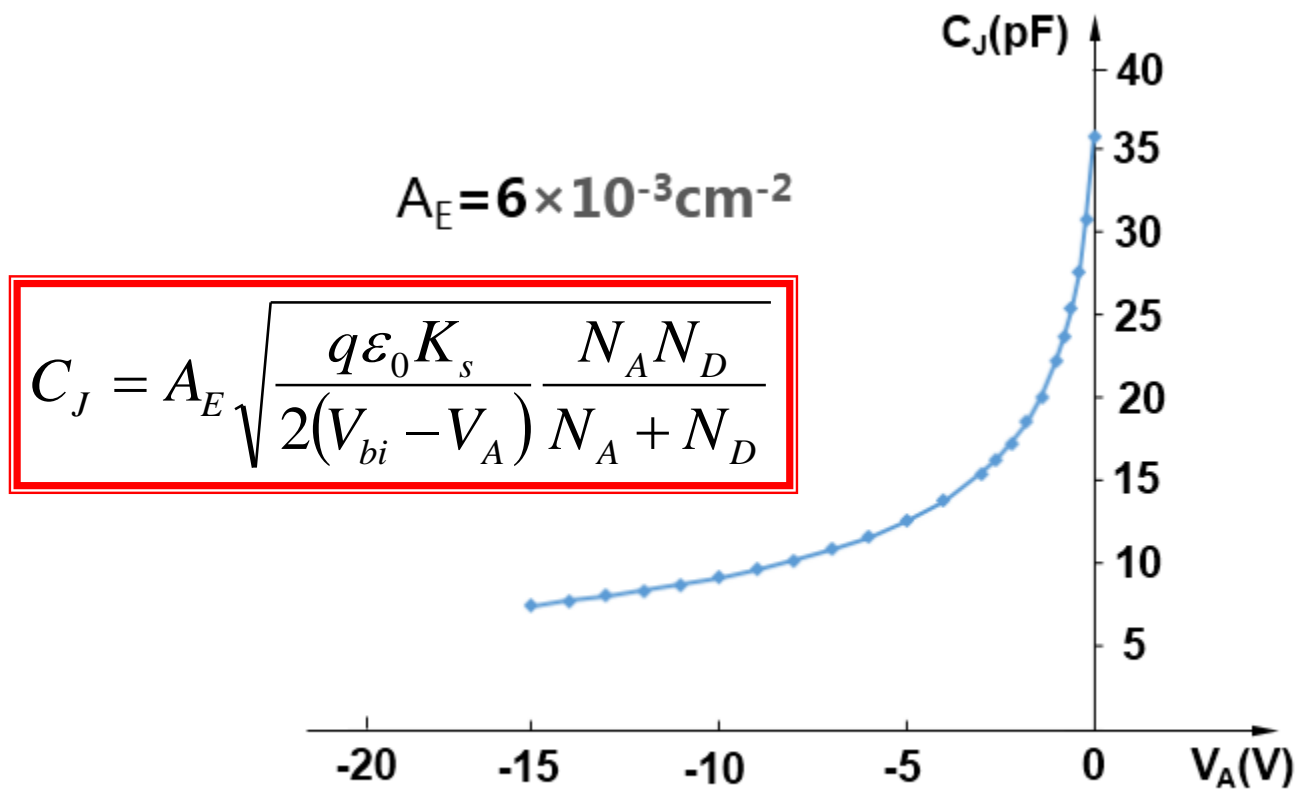
$$C_J = A_E \sqrt{\frac{q\epsilon_0 K_s}{2(V_{bi} - V_A)} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D}}$$

- 掺杂浓度：杂质浓度越高, C_J 越大。
- 偏置电压：正偏时 C_J 大, 反偏时 C_J 小。
- 面积：势垒电容 C_J 与结的面积 A_E 成正比。

通常将势垒电容表示为： $C_J = A_E C_{J0} / (1 - V_A / V_{bi})^{0.5}$ ，
式中 C_{J0} 为 $V_A = 0$ 时的势垒电容。

实际pn结的势垒电容为： $C_J = A_E C_{J0} / (1 - V_A / V_{bi})^m$ ，
式中 m 称为pn结的**电容因子**，其值与**杂质分布**有关，
 $m = 0.33 \sim 0.5$ 。

势垒电容随外加电压的变化关系称为**C-V关系**，它在器件的表征和测试以及电路中有广泛的应用。



1N4002 p⁺n 二极管的 $C_J \sim V$ 特性

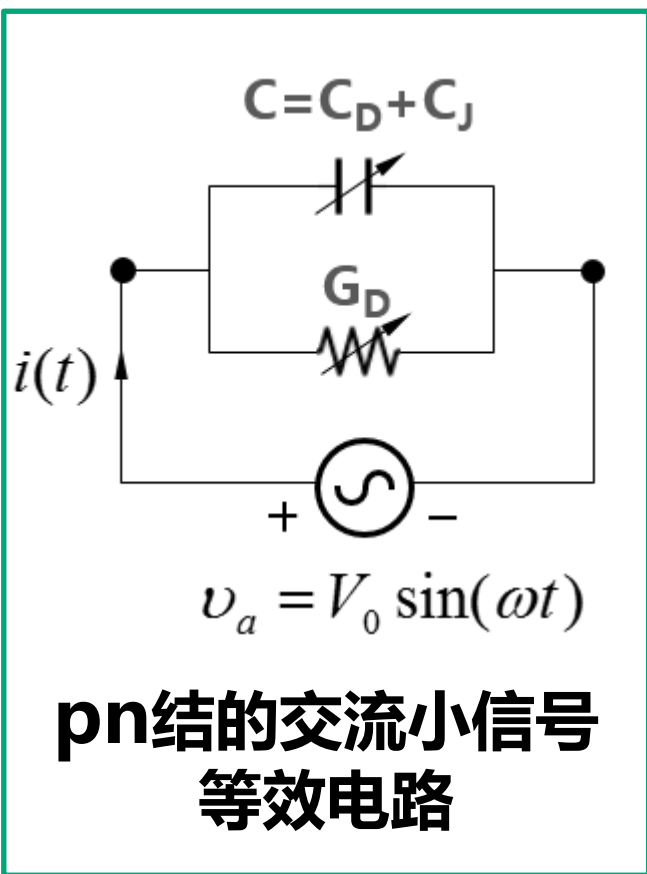
课本219页，第7.2.3小节

3.4、pn结的小信号等效电路

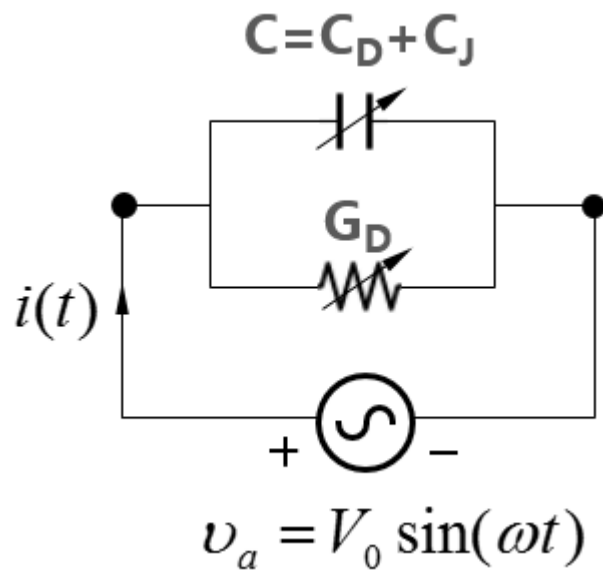
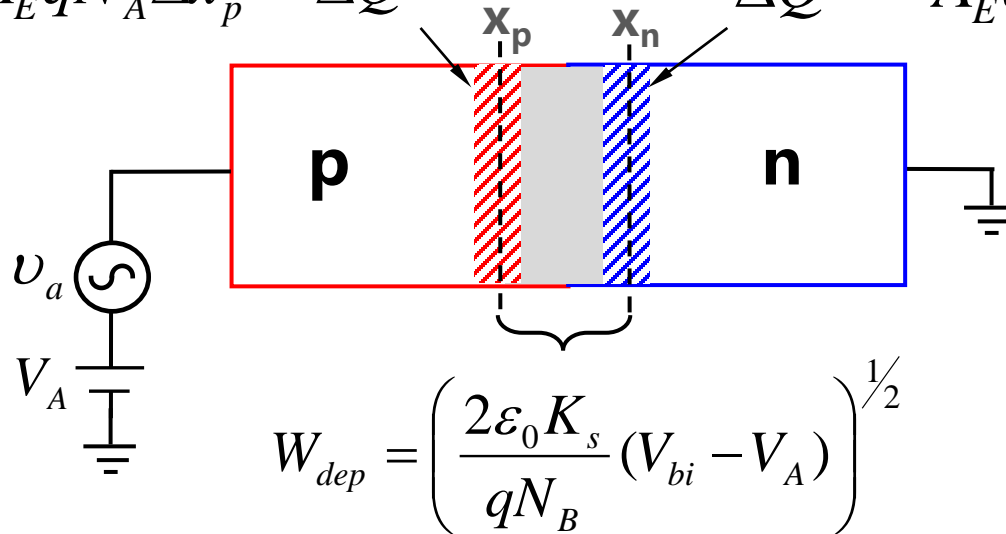
在交流小信号时，pn结的特性可以用一个电导和一个电容的并联来表示。

pn结电容包括势垒电容和扩散电容，它们都是结电压的函数，其相对重要性强烈依赖于结电压的大小和极性。

- 反向偏置时，扩散电容和扩散电导可以忽略，pn结等效为一个势垒电容。
- 正向偏置时，势垒电容可以忽略，pn结等效为一个扩散电容和扩散电导的并联。

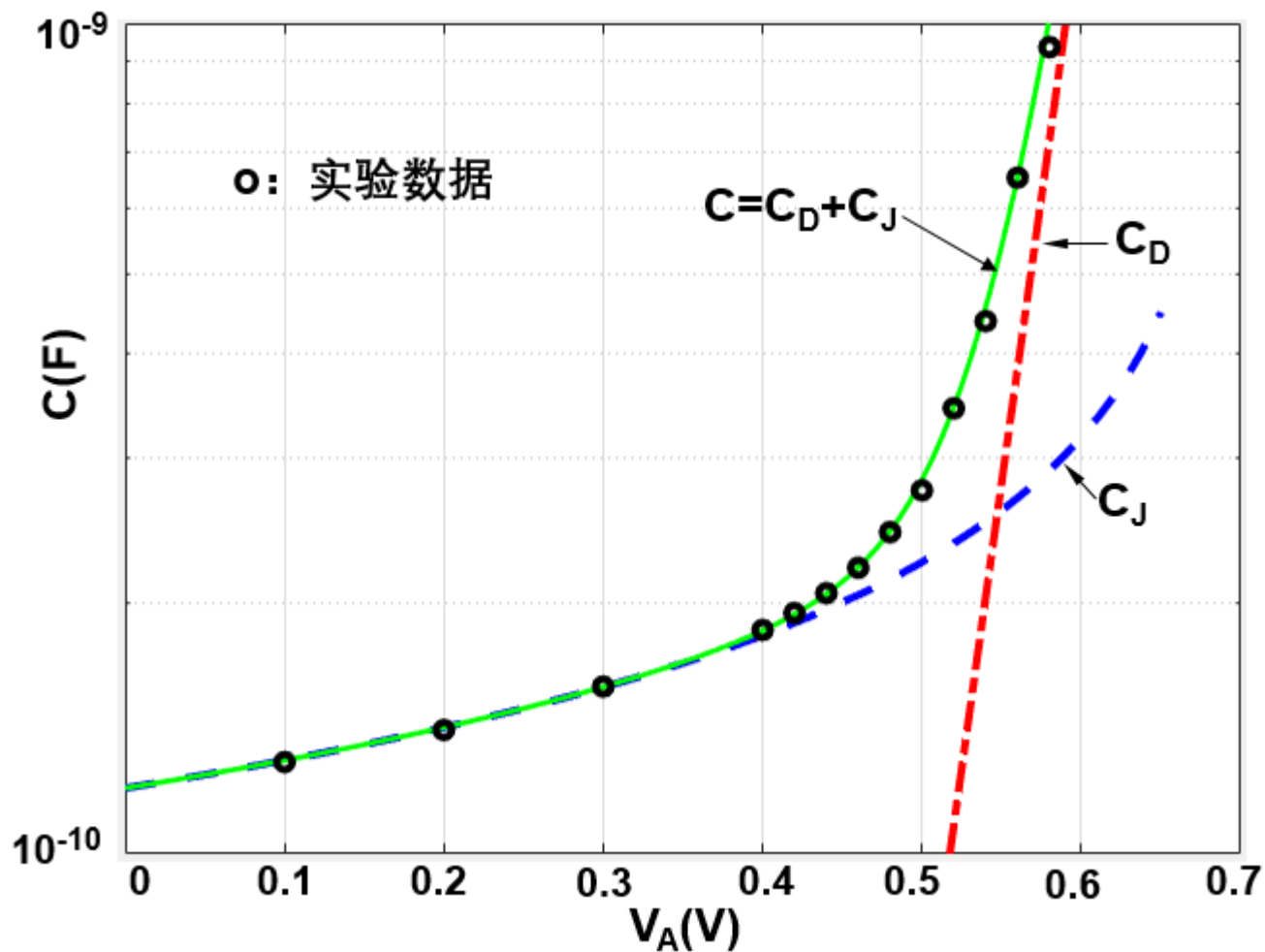


$$A_E q N_A \Delta x_p = \Delta Q^- \quad \Delta Q^+ = A_E q N_D \Delta x_n$$



为什么电容是并联?

**pn结的交流小信号
等效电路**



1N5472A n⁺p突变结变容二极管
正向偏置下的C-V特性

势垒电容与扩散电容

$$C_J = A_E \varepsilon_0 K_s / W_{dep}$$

- ✓ 耗尽区电荷随外加偏压的变化率（多子移进和移出耗尽区）
- ✓ 与直流偏压成幂函数。
- ✓ 反向偏置时起主要作用。

$$C_D \propto \frac{qI_D}{kT} \tau$$

- ✓ 扩散区电荷随外加偏压的变化率（少子移进和移出扩散区）
- ✓ 与直流偏压成指数函数。
- ✓ 正向偏置时起主要作用。

例题：室温下硅pn结长二极管，已知 $N_A=10^{18}\text{cm}^{-3}$ ， $N_D=10^{16}\text{cm}^{-3}$ ， $D_n=9.0\text{cm}^2/\text{s}$ ， $D_p=12.4\text{cm}^2/\text{s}$ ， $\tau_n=2.3\mu\text{s}$ ， $\tau_p=130\mu\text{s}$ ， $A_E=10\mu\text{m}^2$ 。求：(1)零偏压时的势垒电容；(2) $V_A=0.6\text{V}$ 时的扩散电容。

解： (1) 内建电势 $V_{bi}=0.84\text{V}$

耗尽区宽度 $W_{dep}=0.33\mu\text{m}$

势垒电容 $C_{J0}=A_E\epsilon_0K_s/W_{dep}=3.1\text{fF}$

(2) $V_A=0.6\text{V}$ 时， $I_n=A_EJ_n=3.3\times 10^{-11}\text{A}$

$I_p=A_EJ_p=5.2\times 10^{-10}\text{A}$

扩散电容 ($V_A=0.6V$)

$$\begin{aligned}C_D &= 0.5(qI_n/kT)\tau_n + 0.5(qI_p/kT)\tau_p \\&= 1.46 \times 10^{-15} + 1.31 \times 10^{-12} \\&\approx 1.3 \text{ pF}\end{aligned}$$

$V_A=0.6V$ 时,

势垒电容 $C_J \approx 1.9C_{J0} = 5.9 \text{ fF}$

p区存储的电子电荷:

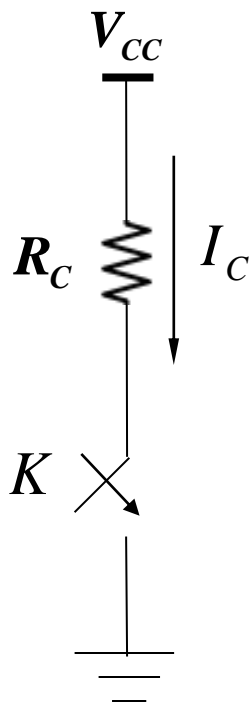
$$Q_n \approx I_n \tau_n = 7.6 \times 10^{-17} \text{ C}$$

n区存储的空穴电荷:

$$Q_p \approx I_p \tau_p = 6.8 \times 10^{-14} \text{ C}$$

第4章 pn结的瞬态响应（开关特性）

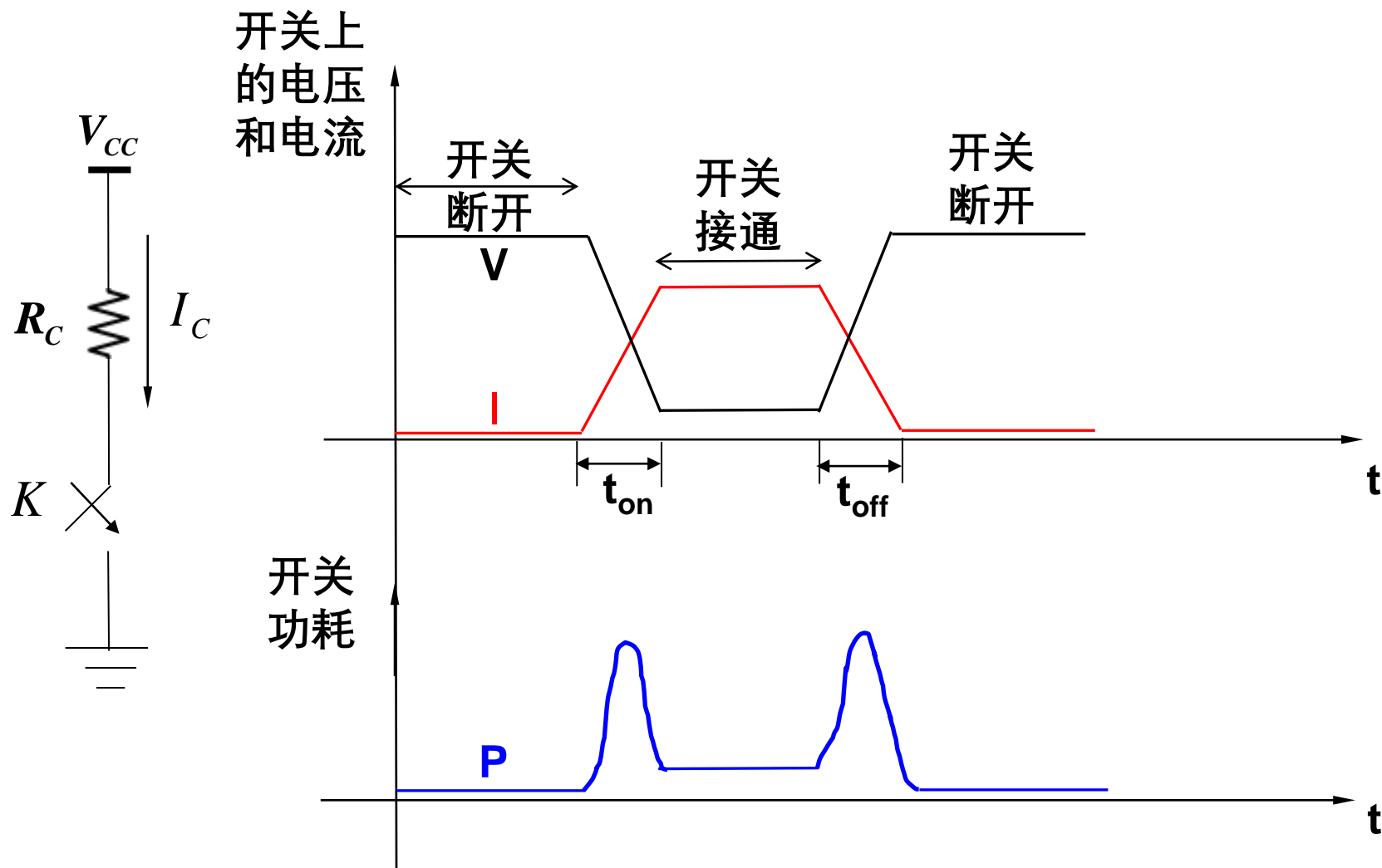
理想开关的特性



- K接通（开态）：流过开关的电流为 I_C ，开关两端的电压为零。
- K断开（关态）：流过开关的电流为零，开关两端的电压为 V_{CC} 。
- 从开态到关态或从关态到开态的转换时间（开关时间）为零。

开关特性关注两个问题：静态特性、开关过程

实际开关的特性

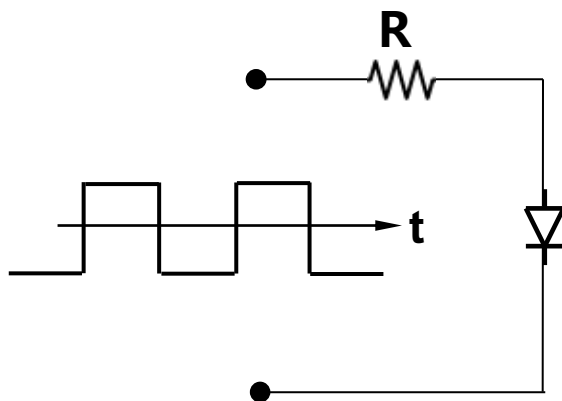


pn结具有单向导电特性, 可以作为开关使用。

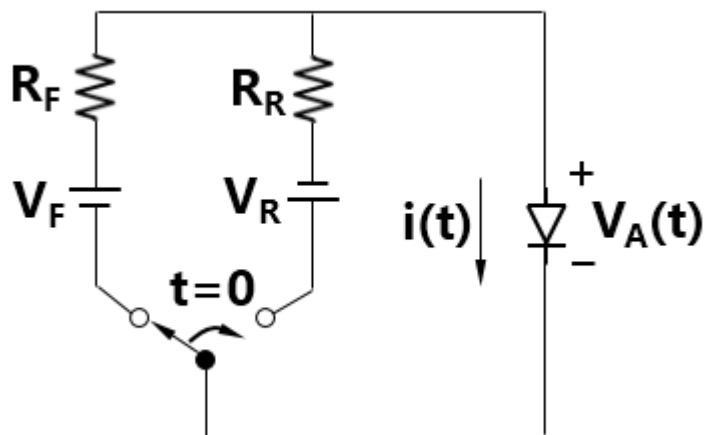
当pn结处于正向导通时, 相当于开关闭合; 处于反向偏置时, 相当于开关断开。

作为开关使用的二极管称为**开关二极管**。

本节以 p^+n 结为例, 讨论pn结二极管**以多快的速度由一种状态转变为另一种状态**, 即pn结的**开关过程**。

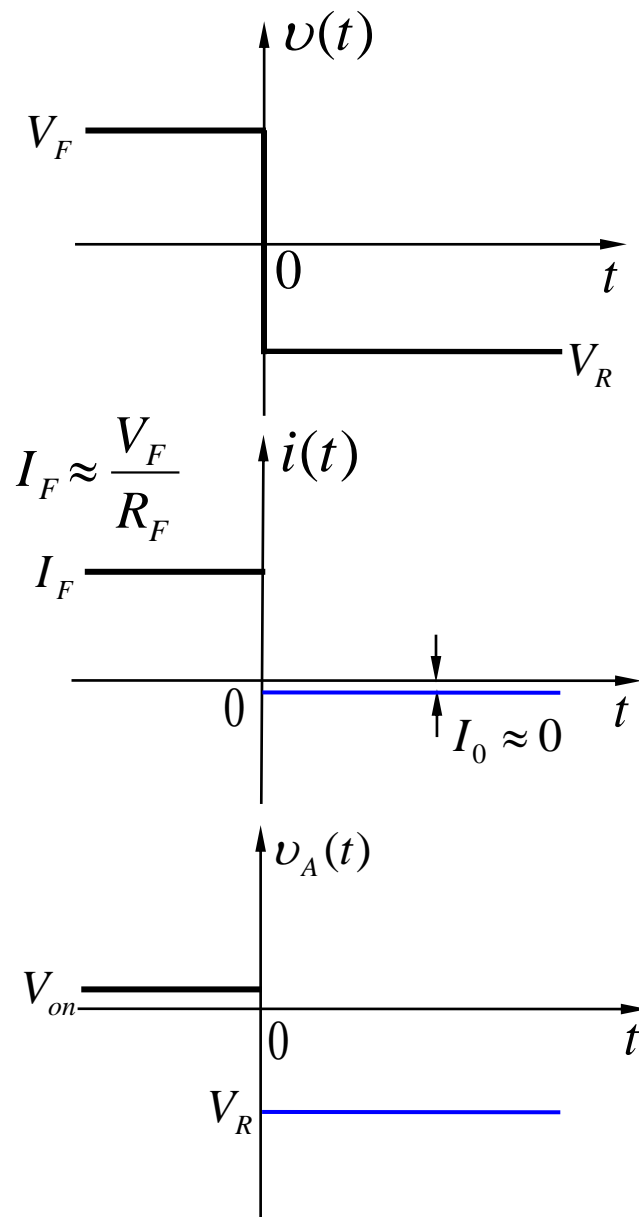


4.1、瞬态关断特性



$t=0$ 时刻之前, pn结两端加有正向偏压, 有稳定的正向电流 I_F 流过pn结。在 $t=0$ 时刻外电路切换到反偏, 我们期望: 流过二极管的电流**立刻**下降到 I_0 , 二极管两端的电压**立刻**变为 V_R 。

期望的关断特性

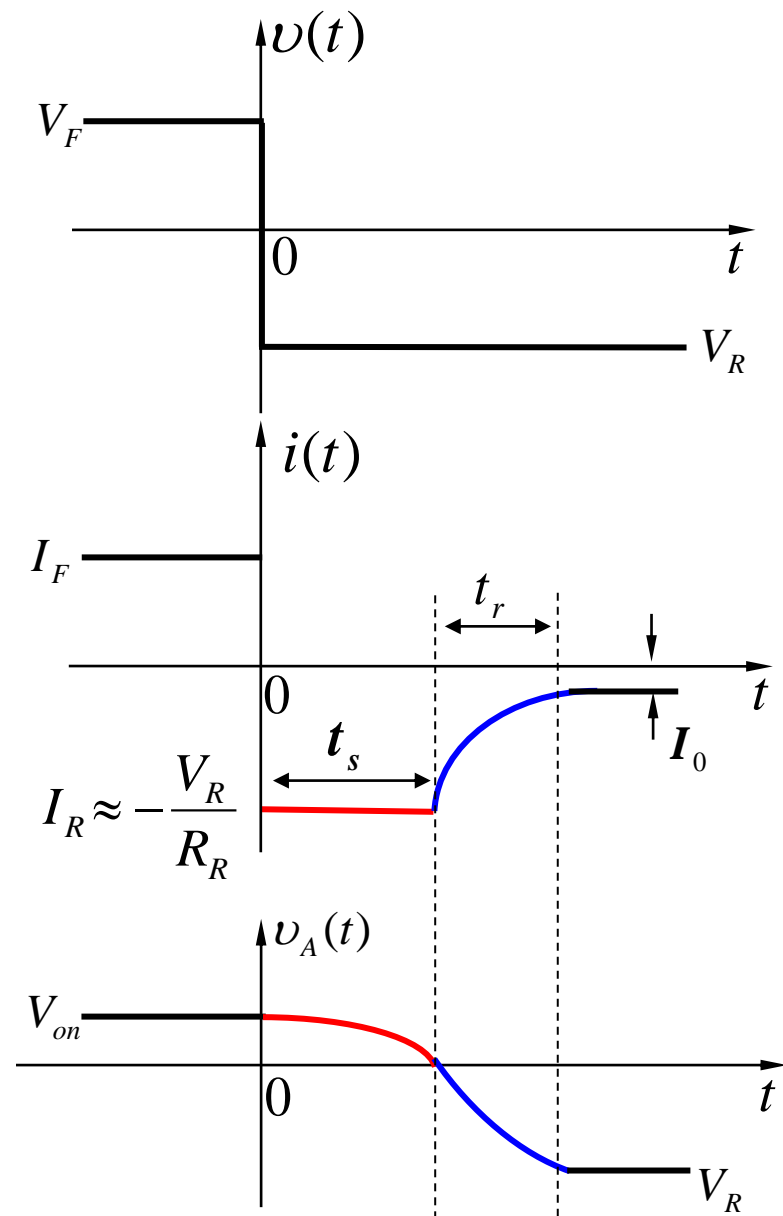


实验结果：

在外加电压切换后的瞬间，流过pn结**电流也瞬间反向**，其值约等于 $-V_R/R_R = -I_R$ ，经过一段时间后，电流才最终衰减到稳态值 $-I_0$ 。

反向电流保持为 I_R 的时间称为**存储延迟时间**，从 I_R 衰减到 I_0 的时间称为**恢复时间**。

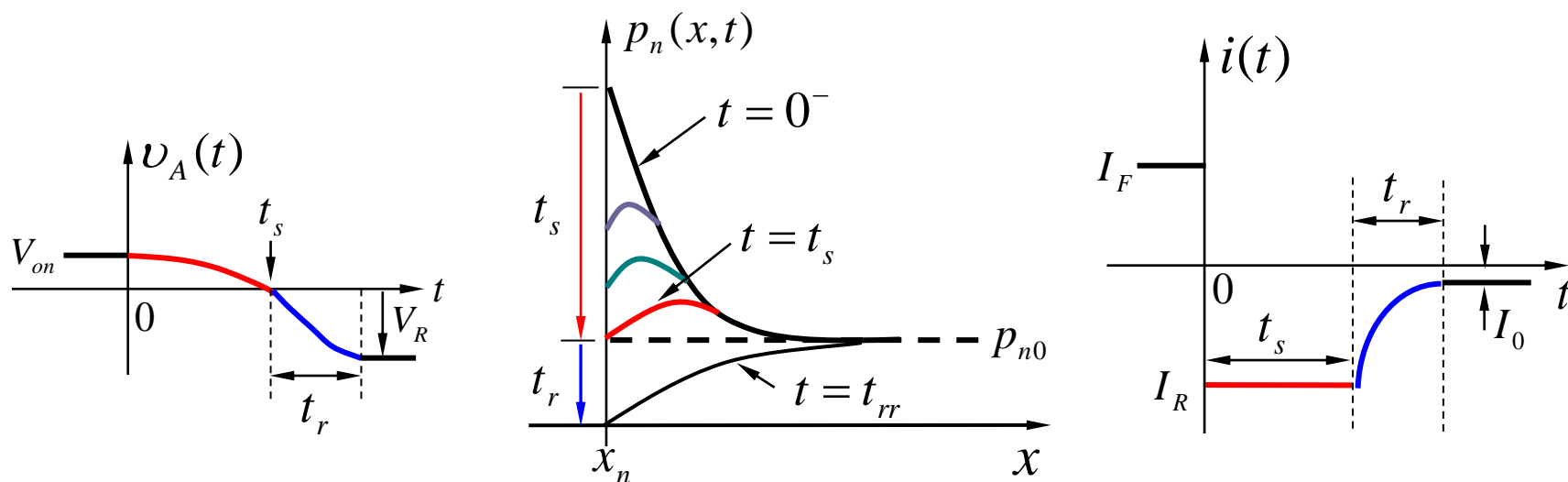
如果 V_R 的持续时间小于 t_s ，则pn结在外加电压为**反向偏置时也处于导通状态**，开关作用失效。



反向恢复时间 $t_{rr} = t_s + t_r$

延迟的物理机制 (以p⁺n结为例)

pn结正向导通时会在扩散区积累 (存储) 非平衡少数载流子。当从开态转化到关态时, 存储在扩散区的非平衡少数载流子必须消除, 这需要一定的时间, 这是开关延迟的物理原因。



在 $t = t_s$ 时, 边界处的少数载流子浓度恢复到平衡值; $t > t_s$ 后, 少数载流子浓度开始减小到平衡值以下, t_r 后达到稳态。

pn结正向导通时非平衡少子在扩散区积累的现象称为**电荷存储效应**。

在n区存储的少子电荷为：
$$Q_p(t) = qA_E \int_0^{W_N} \Delta p_n(x, t) dx$$

为了从开态转换到关态, 开态时扩散区存储的电荷必须从扩散区移走, **开关时间取决于必须移走的存储电荷量**。

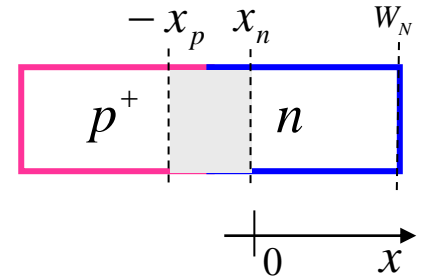
移走存储电荷方法:

- ✓ 通过载流子的抽取完成;
- ✓ 通过复合消除载流子。

电荷控制方程 (以p⁺n结长二极管为例, 课本200页)

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau_p} \rightarrow -\frac{\partial J_p}{\partial x} = q \frac{\partial p}{\partial t} + q \frac{\Delta p}{\tau_p}$$

$$-\int_0^{W_N} A_E \frac{\partial J_p}{\partial x} dx = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{W_N} A_E q p dx + \frac{1}{\tau_p} \int_0^{W_N} A_E q \Delta p dx$$



定义 $Q_p(t) = \int_0^{W_N} A_E q \Delta p dx \approx \int_0^{W_N} A_E q p dx$

$$\therefore i_p(0) - i_p(W_N) = \frac{\partial Q_p(t)}{\partial t} + \frac{Q_p(t)}{\tau_p}$$

$$\therefore i_p(0) \cong i_D(t), \quad i_p(W_N) = 0$$

$$\therefore i_D(t) = \frac{Q_p(t)}{\tau_p} + \frac{\partial Q_p(t)}{\partial t}$$

电荷控制方程用**电荷**
的整体行为描述pn结
的特性, 电流只取决
于**少数电荷的总数**而
与其具体的分布无关。

为什么?

电荷控制方程在**稳态**和**瞬态**分析中都可使用。

例如在稳态时， $dQ_p(t)/dt=0$ 、 $i_D(t)=I_D$ ，所以 **$Q_p=I_D\tau_p$** ，即在稳态时，存储电荷 Q_p 与流过pn结的电流成正比。

对于 **p^+n 结长二极管**， $Q_p = qA_E \int_0^\infty p_{n0} \left(e^{qV_A/kT} - 1 \right) e^{-x/L_p} dx = I_D \tau_p$

对于 **p^+n 结短基区二极管**，

$$Q_p = qA_E \int_0^{W_N} p_{n0} \left(e^{qV_A/kT} - 1 \right) \left(1 - \frac{x}{W_N} \right) dx = I_D \left[\frac{W_N^2}{2D_p} \right] = I_D \tau_T$$

式中 τ_T 表示注入少子穿越n区所需的平均时间，称为**短基区二极管的渡越时间**：

$$\tau_T = \frac{W_N^2}{2D_p} = \frac{1}{2} \left(\frac{W_N}{L_p} \right)^2 \tau_p < \tau_p$$

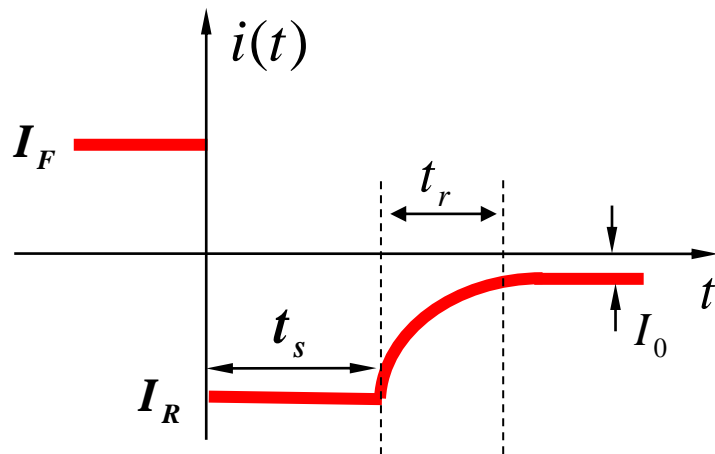
存储延迟时间 t_s 的计算

$$\because 0 < t \leq t_s: \quad I_D = -I_R$$

$$\therefore Q_p(t) = -\tau_p I_R + C e^{-t/\tau_p}$$

$$\because Q_p(t=0) = I_F \tau_p$$

$$\therefore Q_p(t) = -\tau_p I_R + \tau_p (I_F + I_R) e^{-t/\tau_p}$$



近似认为 $Q_p(t=t_s)=0$ ，则：

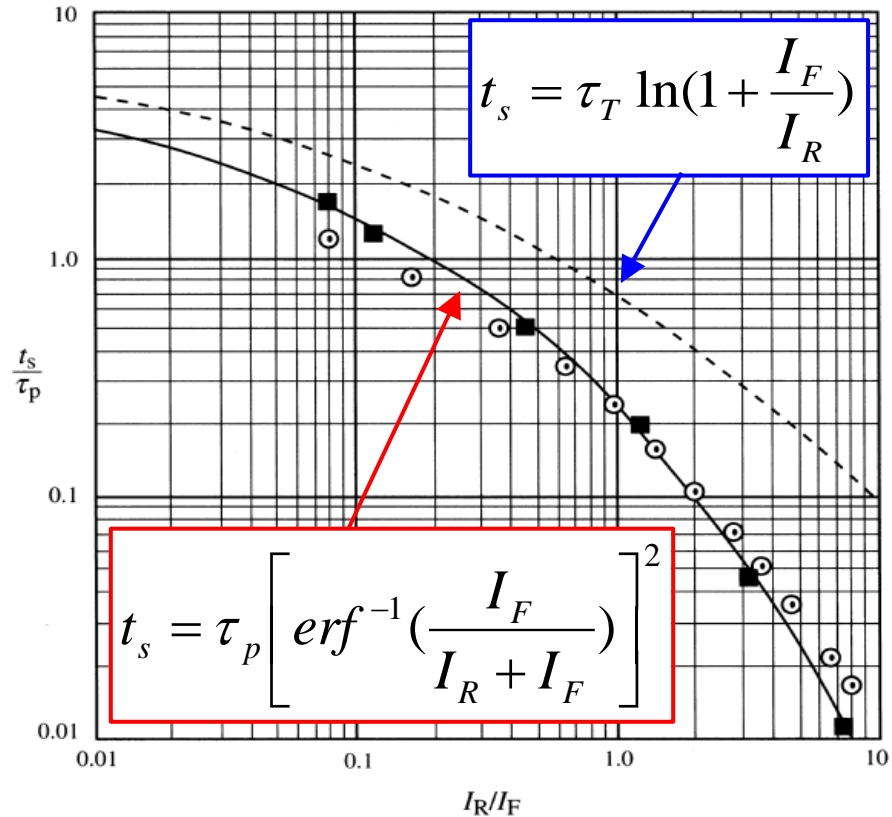
$$t_s = \tau_p \ln \left(1 + \frac{I_F}{I_R} \right)$$

降低存储延迟时间的方法：

- 减少寿命：引入复合中心。
- 采用短基区二极管。

精确理论

$$t_s = \tau_p \left[\operatorname{erf}^{-1} \left(\frac{I_F}{I_R + I_F} \right) \right]^2$$



恢复时间 t_r : $t > t_s$ 后, 载流子浓度开始减小到平衡值以下, pn结电压趋近于 V_R

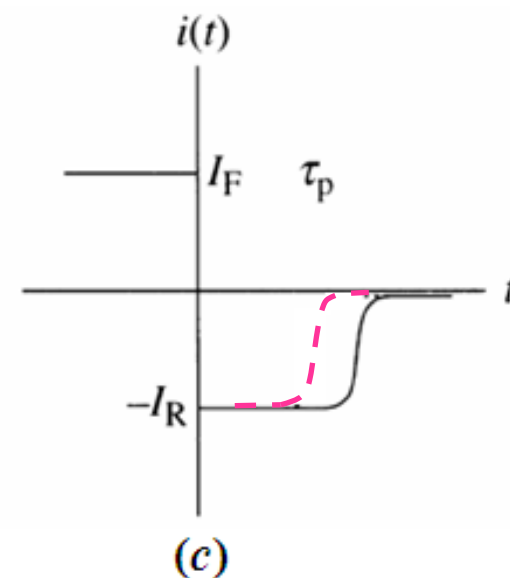
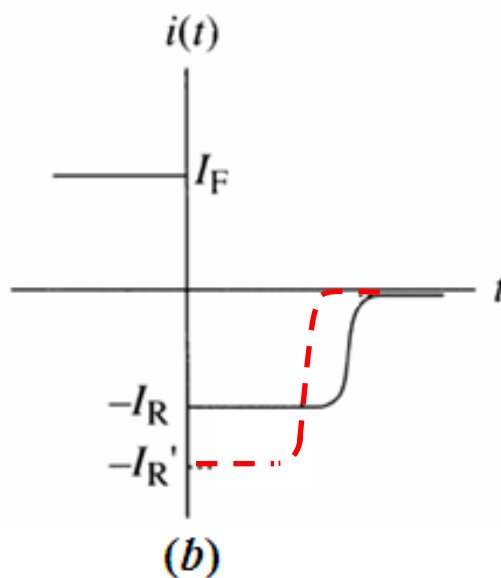
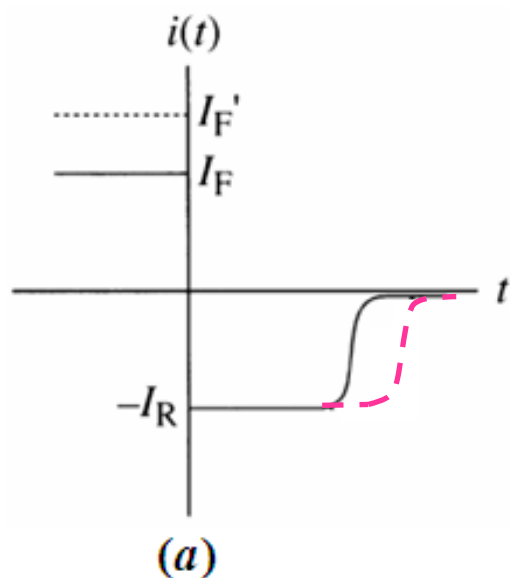
$$\operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{t_r}{\tau_p}} \right) + \frac{\exp(-t_r/\tau_p)}{\sqrt{\pi t_r/\tau_p}} = 1 + 0.1 \frac{I_R}{I_F}$$

例题：下图为一个pn结的*i*-*t*瞬态特性示意图，请用虚线画出在下列情况下图中所示的瞬态特性如何变化？

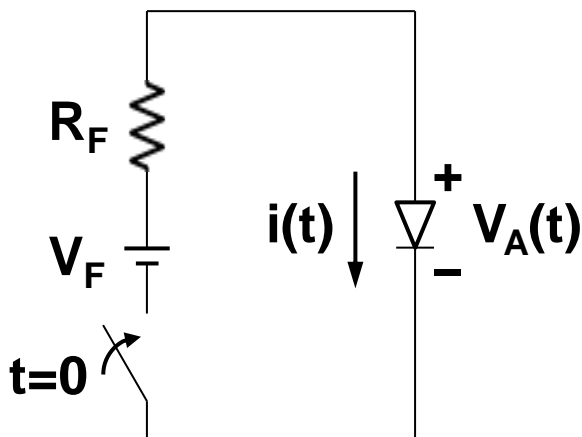
(a) $I_F \rightarrow I'_F$

(b) $I_R \rightarrow I'_R$

(c) τ_p 减小



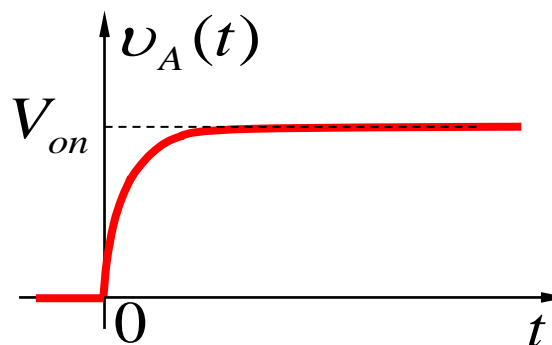
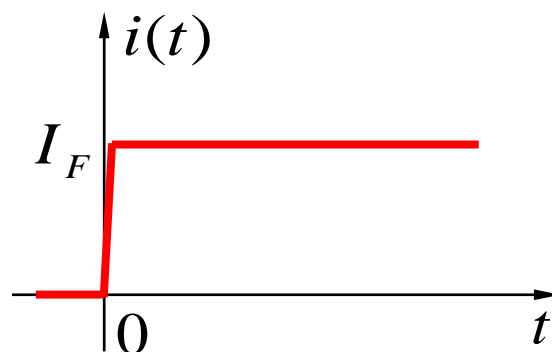
4.2、瞬态开启特性



在 $t=0$ 时刻之前, 电路断路, pn结的电流和电压均为零。

在 $t=0$ 时刻开关闭合, 电路连通, 我们期望: 流过二极管的电流**立刻**上升到 I_F , 二极管两端的电压**立刻**变为 V_{on} 。

实际pn结的瞬态开启过程: 电流**很快**达到稳态值, 但pn结上的电压有一个**明显的上升过程**



已知 $Q_p(t) = \tau_p I_D + C e^{-t/\tau_p}$

$\because Q_p(t=0) = 0, I_D(t \geq 0) \approx I_F$

$\therefore Q_p(t) = \tau_p I_F (1 - e^{-t/\tau_p})$

假设载流子能够跟得上外加电压的变化(称为**准静态近似**), 即认为

$$\Delta p_n(x, t) = p_{n0} \left(e^{q v_A(t)/kT} - 1 \right) e^{-x/L_p}$$

(假设为长基区二极管)

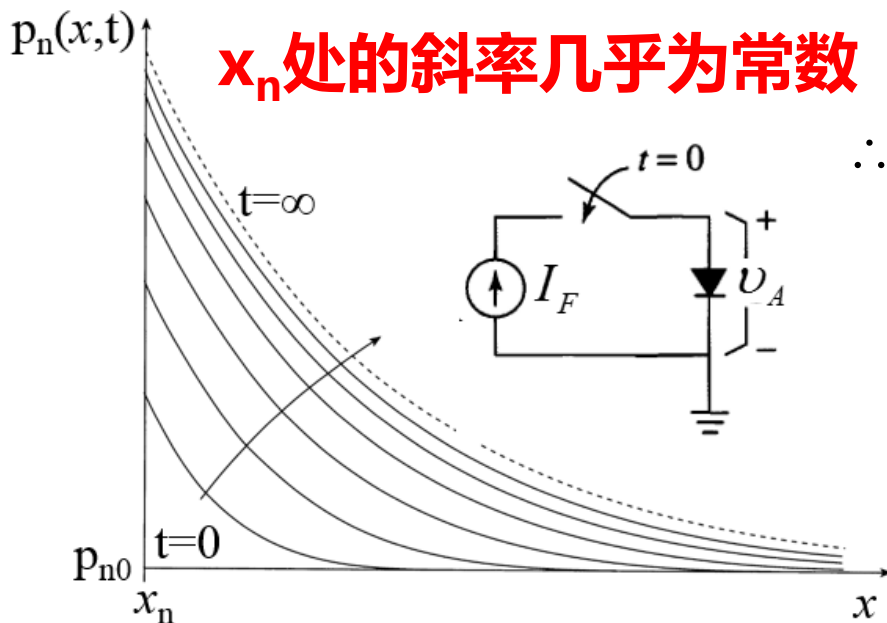
$$\therefore Q_p(t) = \int_0^\infty q A_E \Delta p(x, t) dx = Q_0 \left(e^{q v_A(t)/kT} - 1 \right)$$

其中 $Q_0 = q A_E L_p p_{n0}$

$$\therefore v_A(t) = \frac{kT}{q} \ln \left(1 + \frac{Q_p(t)}{Q_0} \right)$$

$$\therefore Q_p(t) = \tau_p I_F (1 - e^{-t/\tau_p})$$

$$\therefore v_A(t) = \frac{kT}{q} \ln \left[1 + \frac{I_F}{I_0} \left(1 - e^{-t/\tau_p} \right) \right]$$

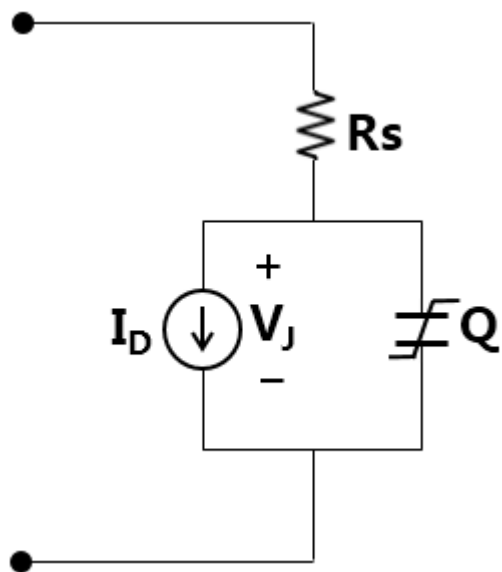


瞬态开启过程中扩散区载流子的积累过程

4.3、pn结二极管的电路模型

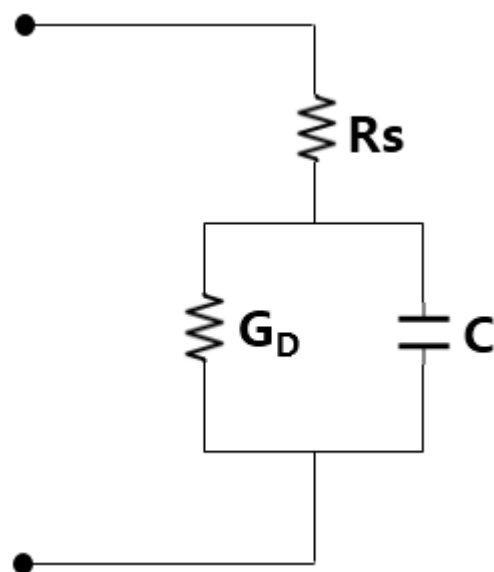
$$I_D = I_S \left(e^{\frac{qV_J}{\eta kT}} - 1 \right)$$

$$Q = \tau_T I_D + C_{J0} \int_0^{V_J} (1 - V/V_{bi})^{-m} dV$$

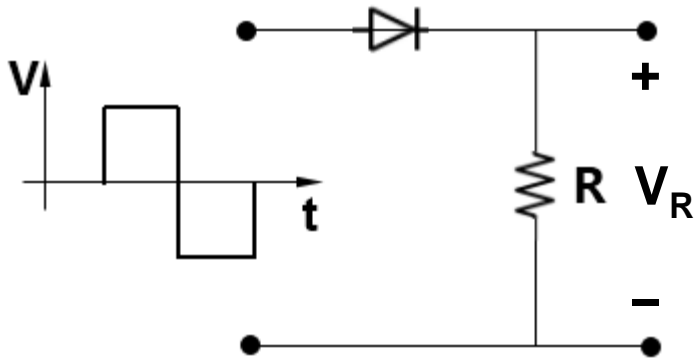


大信号等效电路

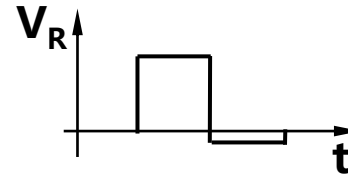
小信号等效电路



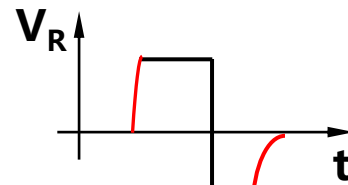
pn结的瞬态响应总结



理想响应



实际响应



开关时间不仅依赖于器件设计，也与偏置有关。

第一部分 pn结二极管总结

pn结的历史

- 1940年，人们在测量硅的导电特性时，意外地发现了pn结，并据此建立了p型与受主杂质以及n型与施主杂质之间的联系。
- 1949年，Shockley提出了pn结的理论，并以此发明了双极结型晶体管。
- 今天，pn结在半导体器件中无处不在，可以说**pn Junction Everywhere!**
- pn结是构成各种半导体器件最重要的**结构单元**，也是一种能执行各种功能的**两端器件**。
- pn结理论中所建立的基本术语、概念以及器件物理分析方法**适用所有的**半导体器件。

一、pn结的静电特性（耗尽区的电场、电势和宽度）

分析方法：求解泊松方程

$$\mathcal{E}(x) = \frac{1}{\varepsilon_0 K_s} \int \rho(x) dx + C_1$$

$$\phi(x) = -\int \mathcal{E}(x) dx + C_2$$

根据边界条件确定积分常数 C_1 和 C_2

根据以下两式求解耗尽区宽度：

$$(1) \int_{-x_p}^{x_n} \rho(x) dx = 0, \quad (2) \quad V_{bi} - V_A = -\int_{-x_p}^{x_n} \mathcal{E}(x) dx$$

突变结的静电特性

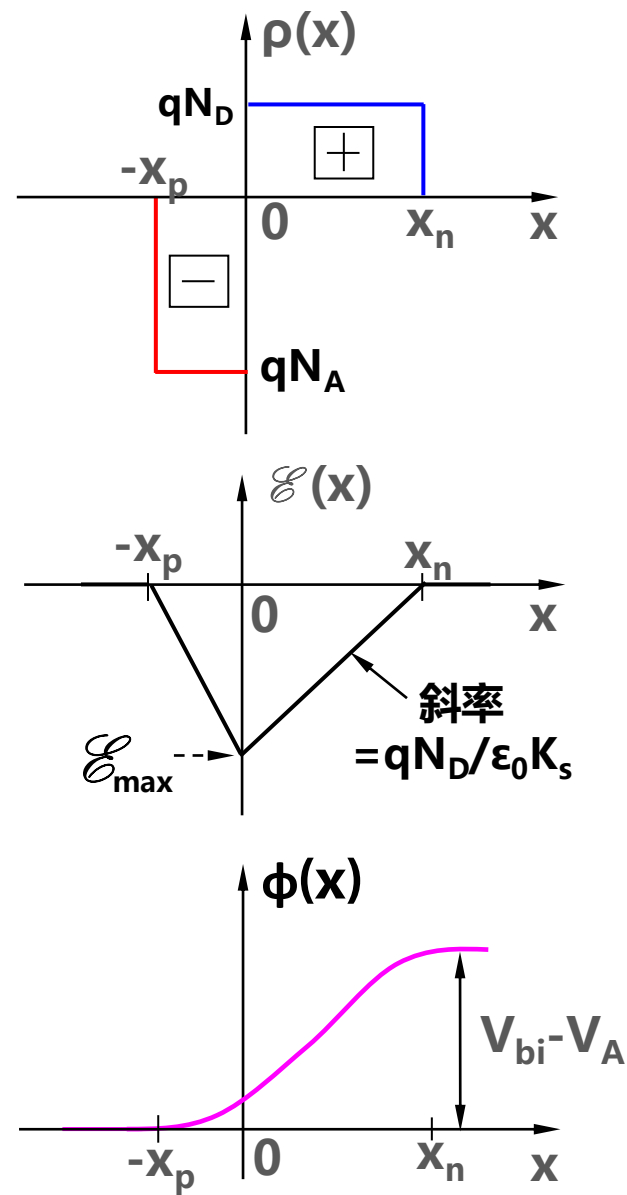
$$N_A x_p = N_D x_n$$

$$W_{dep} = \left[\frac{2K_s \epsilon_0}{q} \left(\frac{1}{N_D} + \frac{1}{N_A} \right) (V_{bi} - V_A) \right]^{1/2}$$

$$\mathcal{E}_{max} = \frac{qN_D}{K_s \epsilon_0} x_n = \frac{qN_A}{K_s \epsilon_0} x_p = \frac{2(V_{bi} - V_A)}{W_{dep}}$$

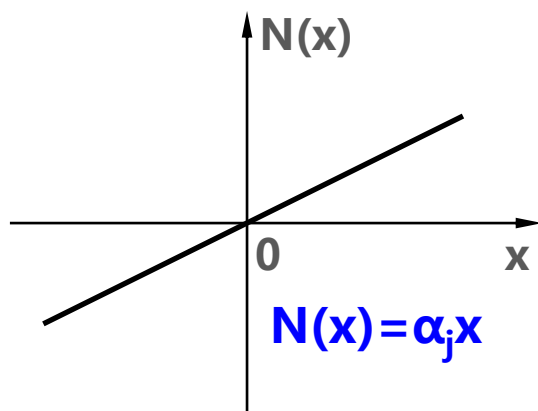
$$V_{bi} - V_A = - \int_{-x_p}^{x_n} \mathcal{E}(x) dx$$

$$V_{bi} = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)$$

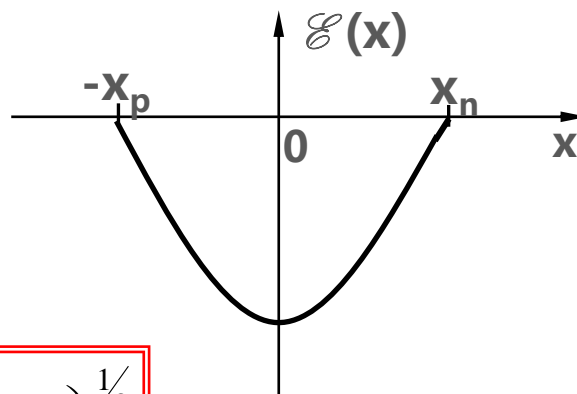


pn结的静电特性是掺杂浓度和外加偏压的函数。

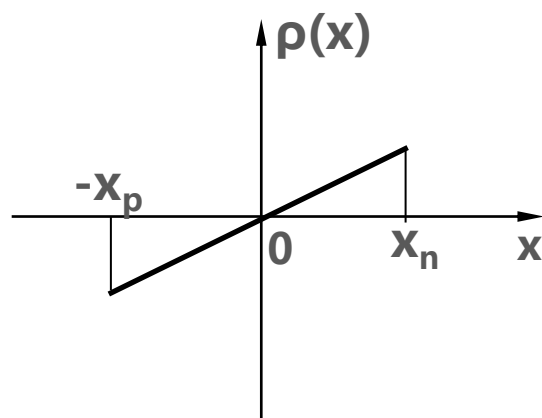
线性缓变结耗尽区的静电特性



$$V_{bi} = \frac{2kT}{q} \ln\left(\frac{\alpha_j W_{dep}}{2n_i}\right)$$

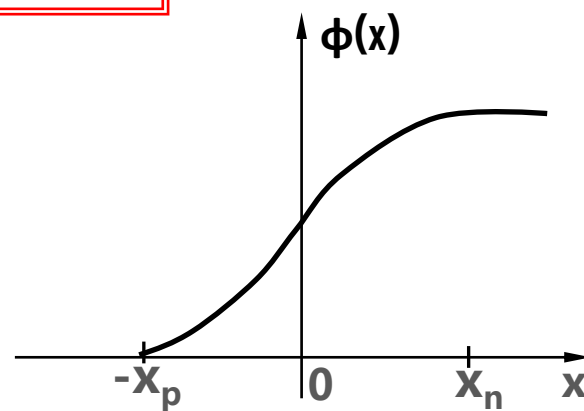


$$W_{dep} = \left(\frac{12K_s \epsilon_0}{q\alpha} (V_{bi} - V_A) \right)^{1/3}$$



$$x_n = x_p = W_{dep} / 2$$

$$\mathcal{E}_{max} = \frac{3(V_{bi} - V_A)}{2W_{dep}}$$



二、I-V特性（以p⁺n结为例）

外加偏压控制**耗尽区边界处的少数载流子浓度**，使其偏离平衡值，从而形成**电流和电荷存储**。

$$\Delta p_n(x_n) = p_{n0} \left(e^{qV_A/kT} - 1 \right) = \Delta p_n(0)$$

$$\Delta p_n(x) = \begin{cases} \Delta p_n(0) e^{-x/L_p} & \text{指数分布} \\ \Delta p_n(0) \left(1 - \frac{x}{W_n} \right) & \text{线性分布（无复合）} \end{cases}$$

理想pn结的电流由**耗尽区边界处的少子浓度梯度**决定：

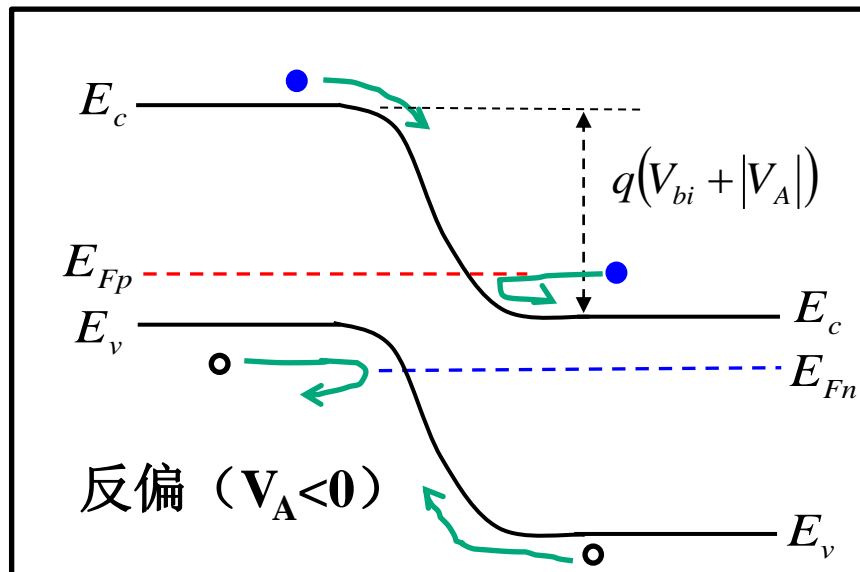
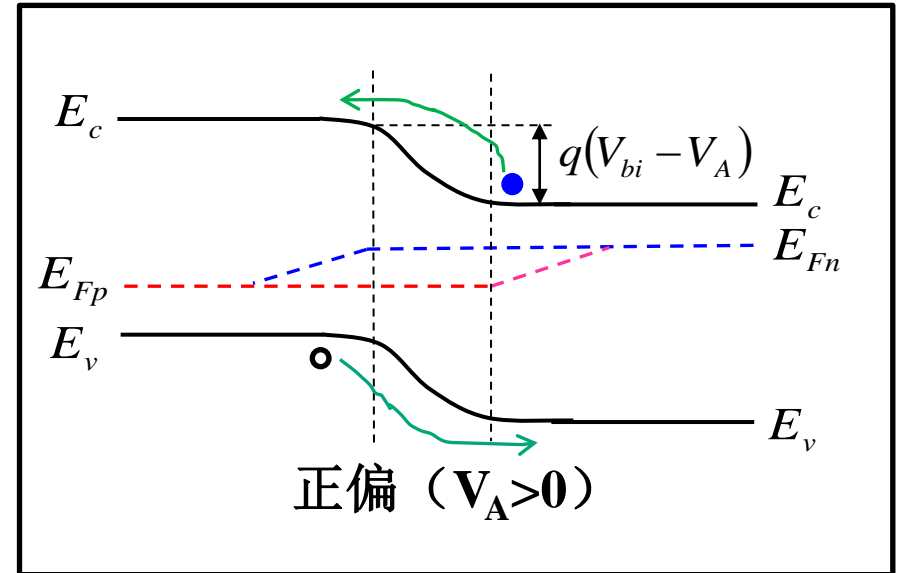
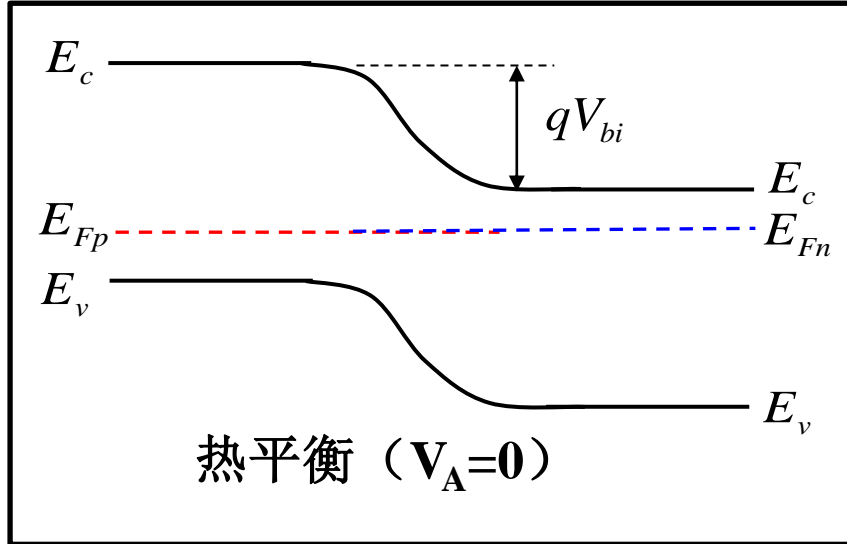
$$I = I_{DIFF} = A_E q D_P \left. \frac{d\Delta p_n(x)}{dx} \right|_{x=x_n}$$

实际pn结的电流要考虑耗尽区的复合与产生电流 I_{R-G} ：

$$I = I_{DIFF} + I_{R-G} = \begin{cases} I_S \left(e^{qV_A / \eta kT} - 1 \right) & V_A > 0 \\ I_0 + A_E \frac{qW_{dep}n_i}{2\tau_{dep}} & V_A < 0 \end{cases}$$

式中 η 称为理想因子，其值位于1~2之间。

pn结的能带图-能量势垒



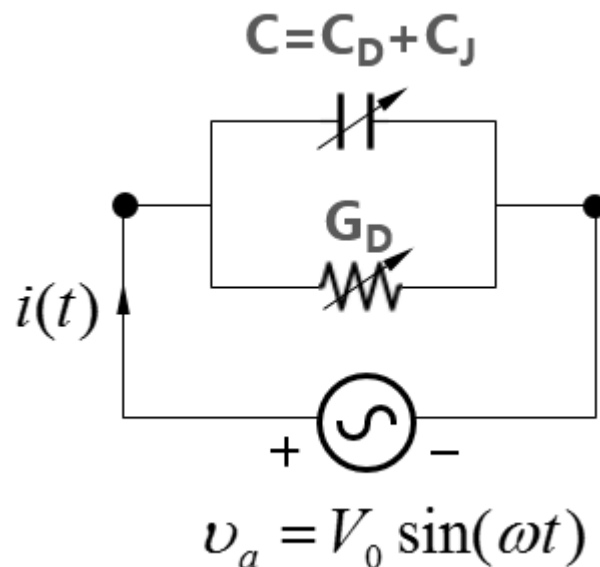
通过外加偏压来调节势垒高度，以控制多子的流动

三、交流小信号特性

pn结对交流小信号的响应可以用**导纳**来表示：

$$Y = G_D + j\omega(C_J + C_D)$$

反向偏置时，扩散电容和扩散电导可以忽略，pn结等效为一个势垒电容 C_J 。



正向偏置时，势垒电容可以忽略，pn结等效为一个扩散电容 C_D 和扩散电导 G_D 的并联。

$$C_J = A_E \epsilon_0 K_s / W_{\text{dep}}$$

$$G_D = qI_D / kT$$

$$C_D = 0.5(qI_n / kT)\tau_n + 0.5(qI_p / kT)\tau_p$$

四、瞬态响应（开关特性）

开关特性：在大的外加电压或外加电流的快速变化下，pn结的电学响应。

正向偏置时，扩散区少子积累称为电荷存储效应。

存储延迟时间是表征pn结开关响应的主要参数。

开关时间不仅依赖于器件设计，也与偏置有关。

开关特性和交流小信号特性统称为动态响应。

pn结状态的改变是通过内部少子分布的改变来完成的，而少子的改变是需要一定时间的，这个时间使得状态的改变不能瞬间完成，这是动态响应产生的原因。

五、温度对pn结电流、电压的影响

(1) 温度对反向饱和电流的影响

$$I_0 = A_E q n_i^2 \left(\frac{D_p}{L_p N_D} + \frac{D_n}{L_n N_A} \right) \approx C e^{-E_g/kT} \quad \text{式中C与温度无关}$$

$$\frac{1}{I_0} \frac{dI_0}{dT} = \frac{E_g}{kT^2} \quad \text{随温度的增加，反向饱和电流增加。}$$

(2) 温度对pn结正向电流的影响

$$I = I_0 \exp(qV_A/kT) \approx C \exp((qV_A - E_g)/kT)$$

$$\text{当 } V_A \text{ 不变时, } \frac{1}{I} \frac{dI}{dT} = \frac{E_g - qV_A}{kT^2}$$

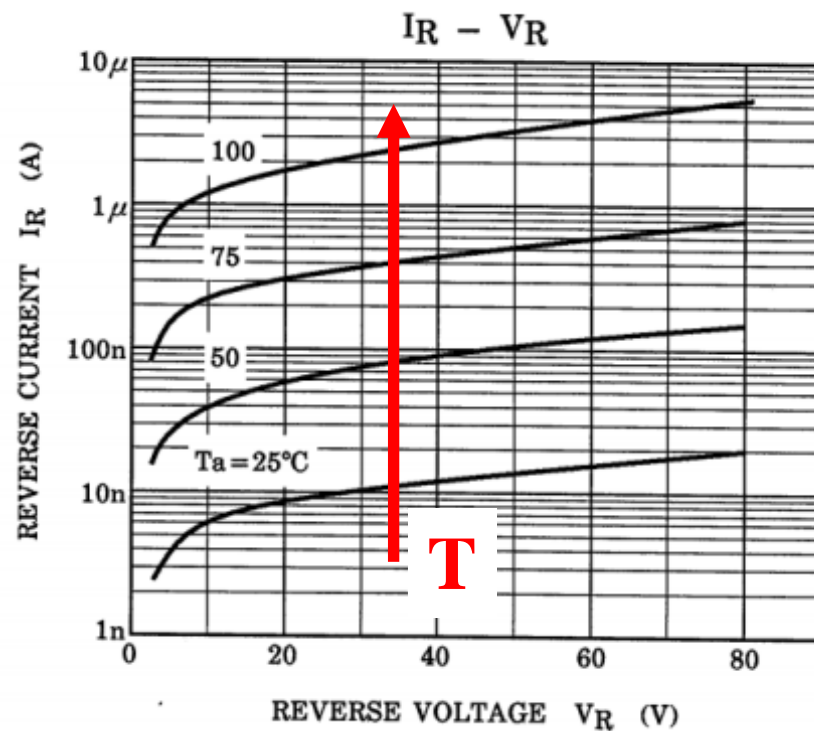
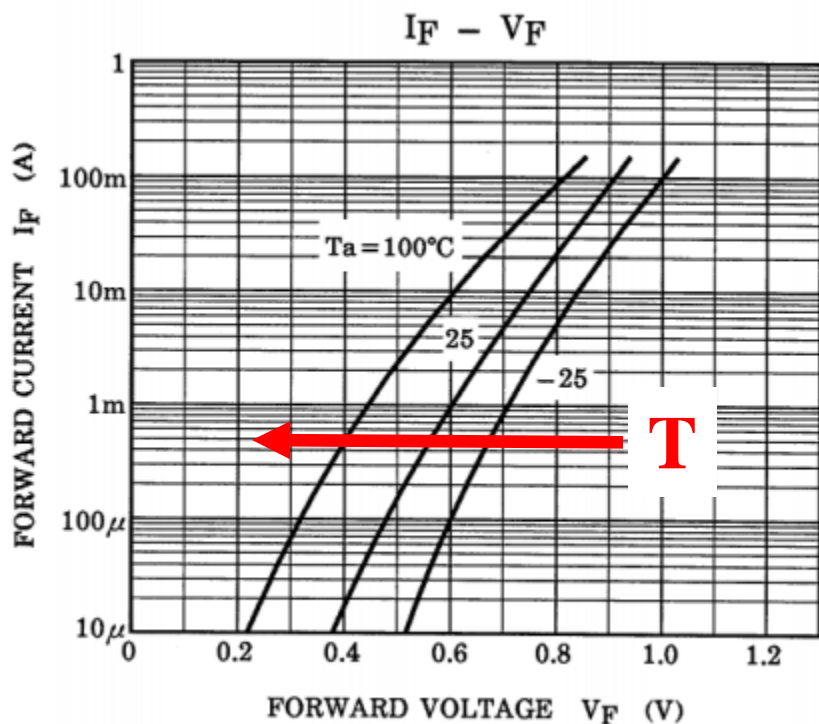
温度对正向电流的影响小于对反向饱和电流的影响。

(3)温度对pn结正向电压的影响

$$I = I_0 e^{qV_A/kT} \rightarrow V_A = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

当I不变时, $\frac{dV_A}{dT} \approx \frac{V_A - E_g}{T}$

室温下硅pn结正向电压的温度系数约为-2mV/K。



六、击穿特性

电击穿：有两种电击穿机制导致反向电流突然增大。

(1)齐纳击穿：电子从p区一侧的价带隧穿到n区的导带，齐纳击穿发生在两边高掺杂的pn结；

(2)雪崩击穿：耗尽区强电场作用下载流子碰撞电离引起的，实际pn结的雪崩击穿电压与结深、结两侧的掺杂浓度及其梯度都有关系。

热击穿：来源于流经反偏pn结的电流所产生的热量导致的pn结温度的升高。

pn结本身消耗的功耗会使pn结温度升高，结温升高会使反向电流增加，反向电流的增加又使结温进一步上升，形成正反馈，最终导致pn结烧毁。

重要的概念

- 突变结、线性缓变结、单边突变结、平行平面结
- 空间电荷区、势垒区、耗尽区、中性区、扩散区
- 内建电势、势垒高度
- 势垒电容、扩散电容
- 大注入、小注入
- 正向注入、反向抽取
- 电荷存储效应、存储延迟时间
- 长二极管、短二极管、理想因子
- 雪崩击穿、齐纳击穿、碰撞电离、临界电场

重要假设：耗尽层近似、准中性近似、准静态近似

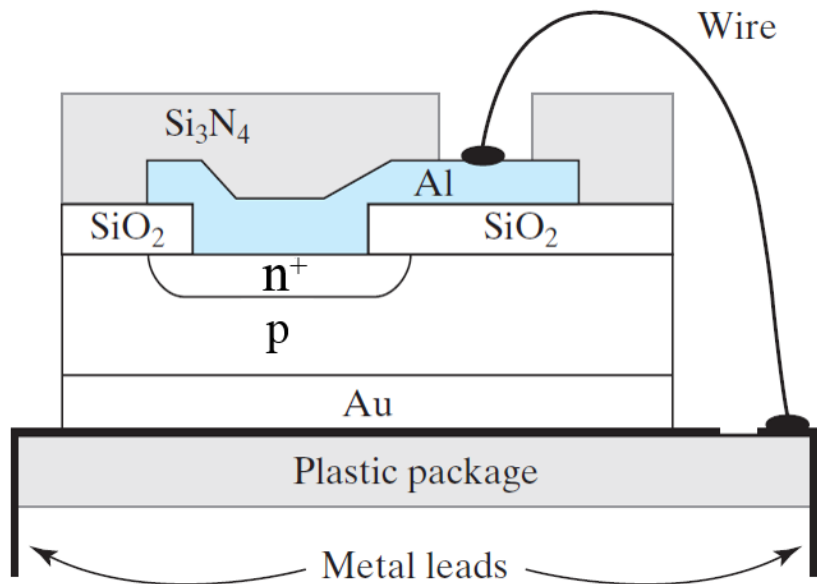
最重要的是耗尽区以及少子的注入和抽取

耗尽区 $\left\{ \begin{array}{l} \phi(x_n) - \phi(-x_p) = V_{bi} - V_A \quad V_{BR} = ? \quad I_{R-G} = ? \\ W_{dep} = ? \quad \mathcal{E}_{\max} = \mathcal{E}(0) = ? \quad C_J = A_E \frac{\epsilon_0 K_s}{W_{dep}} \end{array} \right.$

中性区 $\left\{ \begin{array}{l} \Delta p_n(x) = ? \\ I = A_E q D_p \left. \frac{d\Delta p_n}{dx} \right|_{x_n} \\ Q_p(t) = q A_E \int_0^{W_n} \Delta p_n(x, t) dx \end{array} \right.$

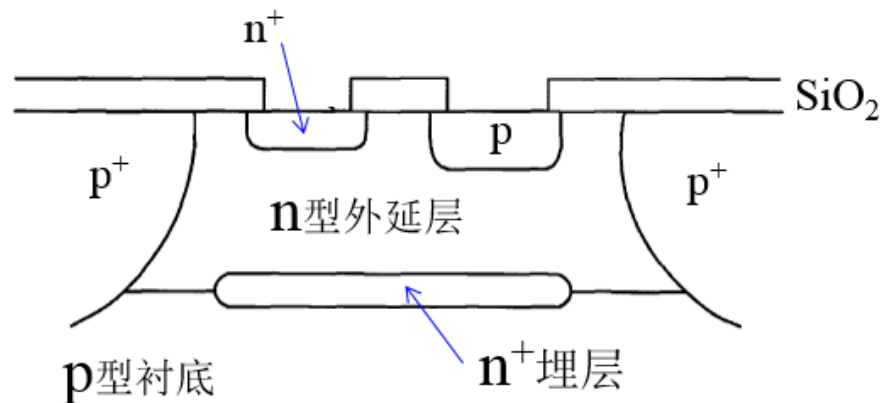
注入少子在准中性区的分布将导致电流流动和电荷存储

**器件参数： A_E 、 x_j 、 $N_D(x)$ 、 $N_A(x)$ 、外延层的厚度
载流子寿命**



pn结二极管 (分立器件)

选择掺杂浓度来满足击穿要求，杂质分布决定器件性能细节（如电容、开关特性）



集成电路中的pn结二极管

表征器件性能的一些参数

反向饱和电流 I_s

理想因子 η

串联电阻 R_s

零偏压时的势垒电容 C_{J0}

内建电势 V_{bi}

电容因子 m

渡越时间 τ_T

击穿电压 V_{BR}

<https://toshiba-semicon-storage.com/cn/semiconductor/knowledge/e-learning/discrete.html>

补充 光电二极管

半导体光电器件：

- 光电探测器
 - 太阳能电池
- } 把光子能量转化成电能
- 发光器件（发光二极管、激光二极管）：
把电能转化成光能

本章请同学们自学。