西安交通大學
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

半导体物理与器件

任课教师: 赵小龙
电信学部微电子学院
zhaoxiaolong@xjtu.edu.cn

目录

- 前沿——课程信息

第一部分：半导体物理

- 第一章 半导体中的电子状态
- 第二章 半导体中载流子的统计分布
- 第三章 半导体的导电性
- 第四章 非平衡载流子
- 第五章 金属和半导体的接触

第二部分：p-n结

第三部分：双极晶体管

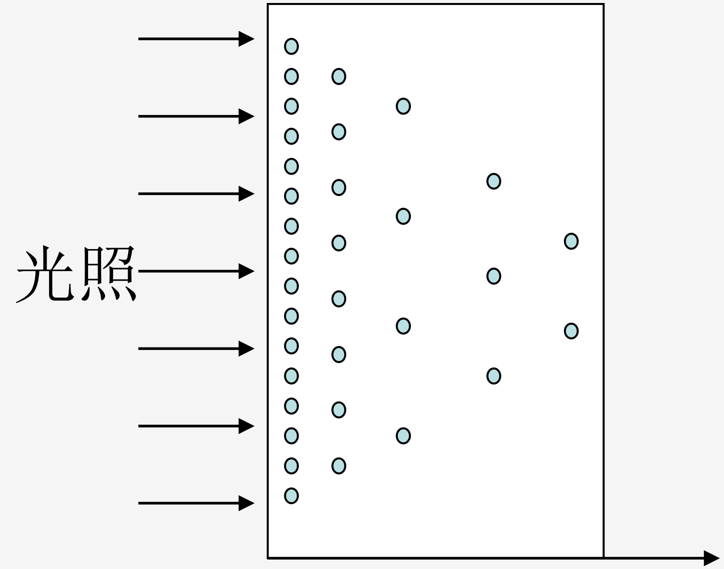
第四部分：金属-氧化物-半导体场效应晶体管

- **4.5 载流子的扩散运动**

4.5.1 定义

当半导体内的载流子分布不均匀时，会出现载流子由高浓度处向低浓度处的扩散，由于扩散运动而形成的净电荷流动将形成电流，称为扩散电流。

例：用适当波长的光，均匀照射材料的一面，表面薄层光被大部分吸收，在表面薄层内产生非平衡载流子，内部非平衡载流子少，产生扩散



- **4.5 载流子的扩散运动**

4.5.2 扩散定律

对于均匀半导体，平衡状态下载流子分布处处均匀，所以载流子的扩散运动其实就是非平衡载流子扩散运动。

一维情况： $\text{x方向浓度梯度} = \dfrac{d\Delta p(x)}{dx}$

扩散流密度S_p：单位时间通过单位面积（垂直于x轴）的**粒子数**，单位：1/cm²s

实验发现：扩散流密度正比浓度梯度

对于空穴： $$\boxed{S_p(x) = -D_p \frac{d\Delta p(x)}{dx}}$$

- **4.5 载流子的扩散运动**

4.5.2 扩散定律

实验发现：扩散流密度正比浓度梯度（**扩散定律**）

对于空穴：
$$S_p(x) = -D_p \frac{d\Delta p(x)}{dx}$$

D_p为空穴扩散系数，单位是cm^2/s，负号表示由高浓度向低浓度扩散。

对于电子同样有：
$$S_n(x) = -D_n \frac{d\Delta n(x)}{dx}$$

D_n为电子扩散系数

- 4.5 载流子的扩散运动

4.5.3 稳态扩散

用恒定光照n型样品，表面非平衡少子浓度将保持恒定$(\Delta p)_0$，

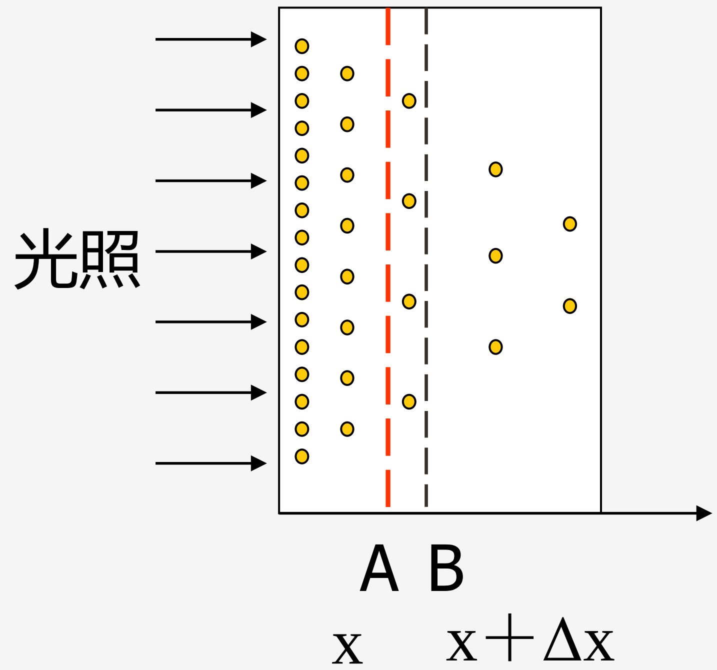
由表面注入空穴，不断向样品内部扩散，并不断复合消失，

由于半导体表面有稳定的注入，半导体内部各点非平衡少数

载流子分布不随时间变化，形成稳定分布$\Delta p(x)$。

- 4.5 载流子的扩散运动

4.5.4 稳态扩散方程



一维：A,B为单位面积的两个平面

单位时间流过A面的空穴数：$S_p(x)$

单位时间流过B面的空穴数：$S_p(x+\Delta x)$

流过体积$1\times\Delta x$后载流子减少，即在Δx内复合的空穴数

单位时间Δx体积复合掉的空穴数$=S_p(x) - S_p(x+\Delta x)$

- 4.5 载流子的扩散运动

4.5.4 稳态扩散方程

单位时间Δx体积复合掉的空穴数＝$S_p(x) - S_p(x+\Delta x)$

$$= 复合率\times\Delta x\times 1 = \frac{\Delta p(x)}{\tau_p}\Delta x$$

复合率：单位时间单位体积复合的电子空穴数

$$S_p(x) = -D_p\frac{d\Delta p(x)}{dx} \rightarrow \frac{dS_p(x)}{dx} = -\frac{\Delta p(x)}{\tau_p} = -D_p\frac{d^2\Delta p(x)}{dx^2}$$

$$\boxed{D_p\frac{d^2\Delta p(x)}{dx^2} = \frac{\Delta p(x)}{\tau_p}}$$

一维稳态扩散方程

- 4.5 载流子的扩散运动

4.5.4 稳态扩散方程

$$\boxed{D_p \frac{d^2 \Delta p(x)}{dx^2} = \frac{\Delta p(x)}{\tau_p}}$$

一维稳态扩散方程

通解为： $\Delta p(x) = Ae^{-x/L_p} + Be^{x/L_p}$

其中： $\boxed{L_p = \sqrt{D_p \tau_p}}$

少子寿命

扩散长度

单位：cm

扩散系数单位：cm²/s

讨论： $\Delta p(x) = Ae^{-x/L_p} + Be^{x/L_p}$

(1)样品足够厚，即厚度远大于L_p

x趋近∞时，$\Delta p(\infty) = 0$，$B = 0$

又$\Delta p(0) = (\Delta p)_0$　则：$\boxed{\Delta p(x) = (\Delta p)_0 e^{-x/L_p}}$

非平衡载流子由表面向内部按指数衰减，

其中L_p为非平衡载流子深入样品的平均距－－扩散长度：

$$\bar{x} = \frac{\int_0^\infty x\Delta p(x)dx}{\int_0^\infty \Delta p(x)dx} = \frac{\int_0^\infty xe^{-x/L_p}dx}{\int_0^\infty e^{-x/L_p}dx} = L_p$$

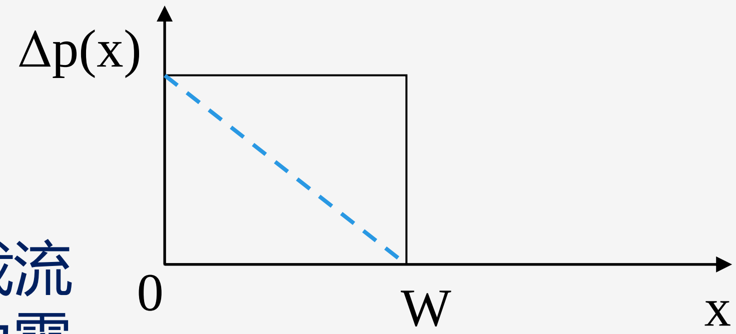
扩散长度 $\boxed{L_p = \sqrt{D_p \tau_p}}$ 由扩散系数和载流子寿命决定，若**测出扩散长度，已知扩散系数，可以得到τ**

$$\boxed{S_p = -D_p \frac{d\Delta p(x)}{dx}} = \frac{D_p}{L_p}(\Delta p)_0 e^{-x/L_p} = \frac{D_p}{L_p}\Delta p(x)$$

表面空穴流密度 $\frac{D_p}{L_p}(\Delta p)_0$，如同表面的空穴以 D_p/L_p 的速度向内运动。

讨论：$\Delta p(x) = Ae^{-x/L_p} + Be^{x/L_p}$

(2)样品厚度为W



在样品的另一端$x = W$处，设法将非平衡载流子全部引出，即非平衡少数载流子被强制为零

边界条件：$\Delta p(W) = 0$，$\Delta p(0) = (\Delta p)_0$

得：

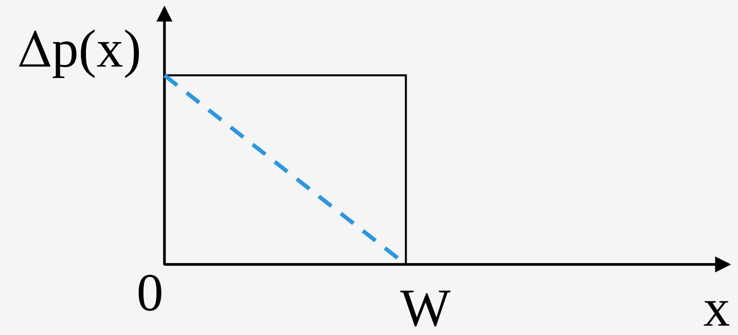
$$\left.\begin{aligned} &A + B = (\Delta p)_0 \\ &Ae^{-W/L_p} + Be^{W/L_p} = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} A &= (\Delta p)_0 \frac{e^{\frac{W}{L_p}}}{e^{\frac{W}{L_p}} - e^{-\frac{W}{L_p}}} \\ B &= -(\Delta p)_0 \frac{e^{-\frac{W}{L_p}}}{e^{\frac{W}{L_p}} - e^{-\frac{W}{L_p}}} \end{aligned}$$

代入得：$\boxed{\Delta p(x) = (\Delta p)_0 sh(\frac{W-x}{L_p}) / sh(\frac{W}{L_p})}$

$$shx = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

讨论：$\Delta p(x) = Ae^{-x/L_p} + Be^{x/L_p}$

(2)样品厚度为W



$$\boxed{\Delta p(x) = (\Delta p)_0 sh(\frac{W-x}{L_p}) / sh(\frac{W}{L_p})}$$

$$shx = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

当W远小于L_p时，上式可简化为：

$$sh(\frac{W-x}{L_p}) \doteq \frac{W-x}{L_p}$$

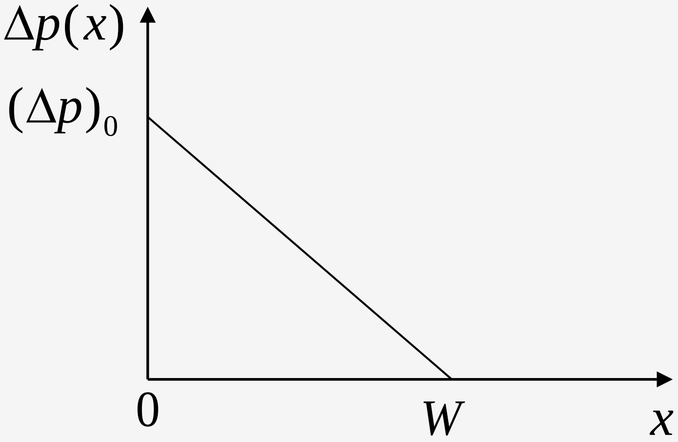
$$sh(\frac{W}{L_p}) \doteq \frac{W}{L_p}$$

$$\Delta p(x) \approx (\Delta p)_0 \frac{\frac{W-x}{L_p}}{\frac{W}{L_p}} = \boxed{(\Delta p)_0 (1 - \frac{x}{W})}$$

非平衡载流子呈线性分布，其浓度梯度为：

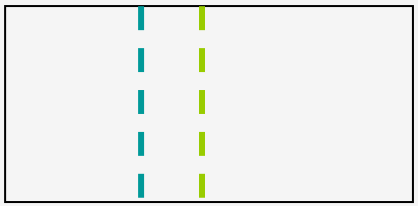
$$\Delta p(x) = (\Delta p)_0 (1 - \frac{x}{W})$$

$$\frac{d\Delta p(x)}{dx} = -\frac{(\Delta p)_0}{W}$$



扩散流密度为：

$$S_p = -D_p \frac{d\Delta p(x)}{dx} = (\Delta p)_0 \frac{D_p}{W} \quad ——常数$$



扩散流为常数，这意味着非平衡载流子在样品中没有复合。

在晶体管中，若基区宽度远小于扩散长度，非平衡载流子通过基区时基本上来不及复合，非平衡载流子的分布满足上述分布。

讨论： $\Delta p(x) = Ae^{-x/L_p} + Be^{x/L_p}$

(3)电子的一维稳态扩散方程

$$D_n \frac{d^2\Delta n(x)}{dx^2} = \frac{\Delta n(x)}{\tau} \qquad \Delta n(x) = Ae^{-x/L_n} + Be^{x/L_n}$$

(4)扩散电流密度

$$\boxed{(J_p)_{扩} = qS_p = -qD_p \frac{d\Delta p(x)}{dx} \qquad (J_n)_{扩} = -qS_n = qD_n \frac{d\Delta n(x)}{dx}}$$

(5)三维情形

$$S_p = -D_p \nabla \Delta p$$

$$-\nabla S_p = D_p \nabla^2 \Delta p$$

$$\boxed{D_p \nabla^2 \Delta p = \frac{\Delta p}{\tau}} \longleftarrow$$ **三维方程，求出** $\Delta p(x, y, z)$

$$(J_p)_{扩} = qS_p = -qD_p \nabla \Delta p$$

$$(J_n)_{扩} = qD_n \nabla \Delta n$$

- 4.5 载流子的扩散运动

4.5.5 载流子漂移扩散、爱因斯坦关系式

(1)电流密度方程

- 载流子在电场作用下运动－ －漂移运动

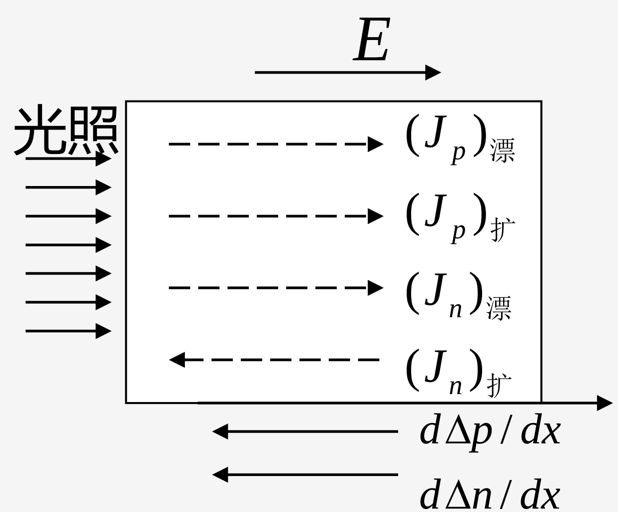
$$(J_p)_{漂} = q(p_0 + \Delta p)\mu_p E = qp\mu_p E$$

$$(J_n)_{漂} = q(n_0 + \Delta n)\mu_n E = qn\mu_n E$$

- 除了电场外，光照产生非平衡载流子，分布不均匀，产生扩散电流
- 总电流为扩散电流和漂移电流之和：

$$J_p = (J_p)_{漂} + (J_p)_{扩} = qp\mu_p E - qD_p \frac{d\Delta p}{dx}$$

$$J_n = (J_n)_{漂} + (J_n)_{扩} = qn\mu_n E - (-qD_n \frac{d\Delta n}{dx})$$



- 4.5 载流子的扩散运动

4.5.5 载流子漂移扩散、爱因斯坦关系式

(1)电流密度方程

均匀掺杂，半导体中总电流为：

$$J_{总}=(J_p)_{漂}+(J_p)_{扩}+(J_n)_{漂}+(J_n)_{扩}=$$

$$qp\mu_p E-qD_p\frac{d\Delta p}{dx}+qn\mu_n E+qD_n\frac{d\Delta n}{dx}$$

非均匀掺杂：平衡载流子浓度也随x变化

$$J_{总}=qp\mu_p E-qD_p\frac{dp(x)}{dx}+qn\mu_n E+qD_n\frac{dn(x)}{dx}$$

- 4.5 载流子的扩散运动

4.5.5 载流子漂移扩散、爱因斯坦关系式

(2) 爱因斯坦关系

迁移率反应载流子在电场作用下，运动的难易程度

扩散系数反应存在浓度梯度时，载流子运动的难易程度

迁移率和扩散系数之间的定量关系由爱因斯坦从理论上证明，称为**爱因斯坦关系**

一维下推导：考虑一块非均匀n型半导体（平衡态）

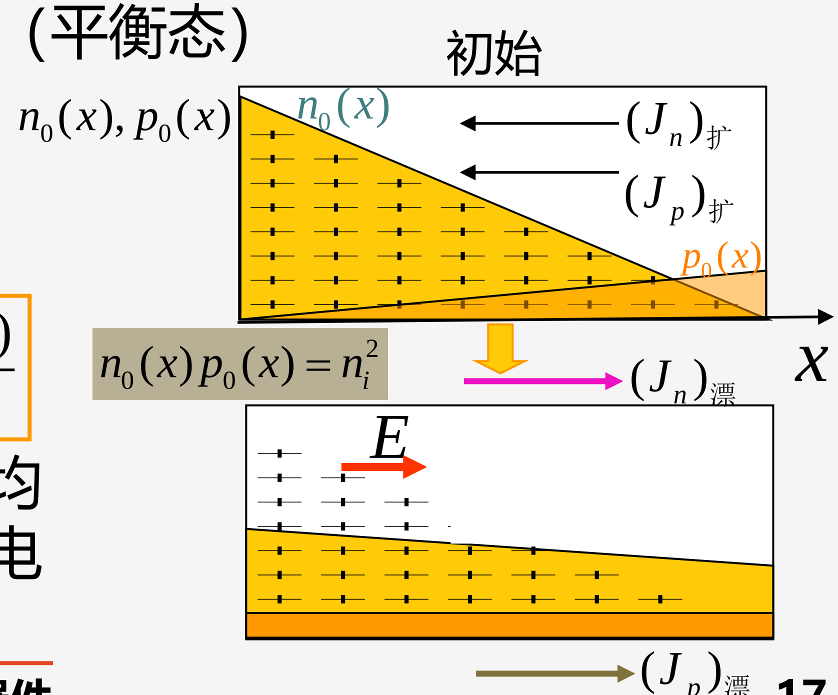
施主杂质随x增加而下降，

存在浓度梯度，沿x方向扩散的

电子、空穴扩散电流分别为：

$$(J_n)_{扩} = qD_n \frac{dn_0(x)}{dx} \qquad (J_p)_{扩} = -qD_p \frac{dp_0(x)}{dx}$$

电离杂质不能移动，扩散使载流子趋于均匀分布，半导体内部出现内部电场，该电场下载流子发生漂移电流。



- 4.5 载流子的扩散运动

4.5.5 载流子漂移扩散、爱因斯坦关系式

(2) 爱因斯坦关系

内建电场引起的漂移电流：

$$(J_n)_{漂} = n_0(x)q\mu_n E$$

$$(J_p)_{漂} = p_0(x)q\mu_p E$$

由于达到平衡后,体内不存在宏观电流，电子、空穴总电流分别为零：

$$J_n = (J_n)_{漂} + (J_n)_{扩} = qn_0(x)\mu_n E + qD_n \frac{dn_0(x)}{dx} = 0$$

$$J_p = (J_p)_{漂} + (J_p)_{扩} = qp_0(x)\mu_p E - qD_p \frac{dp_0(x)}{dx} = 0$$

所以：

$$\left.\begin{aligned} qn_0(x)\mu_n E &= -qD_n \frac{dn_0(x)}{dx} \\ qp_0(x)\mu_p E &= qD_p \frac{dp_0(x)}{dx} \end{aligned}\right\}$$

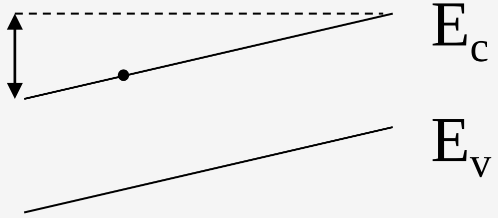
$$\boxed{\begin{aligned} n_0 &= N_c \exp\left[-\frac{E_c - E_F}{k_0 T}\right] \\ p_0 &= N_v \exp\left[-\frac{E_F - E_v}{k_0 T}\right] \end{aligned}}$$

- 4.5 载流子的扩散运动

4.5.5 载流子漂移扩散、爱因斯坦关系式

(2) 爱因斯坦关系

$E_c(x) = E_{c0} - qV(x)$



$$\left.\begin{aligned} qn_0(x)\mu_n E &= -qD_n \frac{dn_0(x)}{dx} \\ qp_0(x)\mu_p E &= qD_p \frac{dp_0(x)}{dx} \end{aligned}\right\}$$

由于存在电场，半导体内各处电势不等，且满足：$电场E = -\dfrac{dV(x)}{dx}$

电场的方向沿电势降落的方向

各处电子能量也不相等，必须考虑附加势能 $-qV(x)$

（导带底能量E_c随x变化！）

$$所以: n_0(x) = N_c \exp\left[-\frac{E_c(x)-E_F}{k_0T}\right] = N_c \exp\left[\frac{E_F + qV(x) - E_{c0}}{k_0T}\right]$$

- 4.5 载流子的扩散运动

4.5.5 载流子漂移扩散、爱因斯坦关系式

(2) 爱因斯坦关系

$$n_0(x) = N_c \exp\left[-\frac{E_c(x) - E_F}{k_0 T}\right] = N_c \exp\left[\frac{E_F + qV(x) - E_{c0}}{k_0 T}\right]$$

求导得: $$\frac{dn_0(x)}{dx} = n_0(x)\frac{q}{k_0 T}\bullet\frac{dV(x)}{dx}$$ 代入 $$qn_0(x)\mu_n E = -qD_n\frac{dn_0(x)}{dx}$$

得:

$$\boxed{\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{k_0 T}{q}}$$

同理:

$$\boxed{\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{k_0 T}{q}}$$

爱因斯坦关系

非简并半导体载流子迁移率和扩散系数的关系

- **4.5 载流子的扩散运动**

4.5.5 载流子漂移扩散、爱因斯坦关系式

(2) 爱因斯坦关系

已知 $\mu_n, \mu_p \Rightarrow D_n, D_p$ $\quad \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{k_0 T}{q} \quad \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{k_0 T}{q}$

例：室温下 $\frac{k_0 T}{q} = 0.026V \doteq 1/40V$

Si： $\mu_n = 1400cm^2/V \cdot s, \mu_p = 500cm^2/V \cdot s$

求出： $D_n = 35cm^2/s, D_p = 13cm^2/s$

Ge： $\mu_n = 3900cm^2/V \cdot s, \mu_p = 1900cm^2/V \cdot s$

求出： $D_n = 97cm^2/s, D_p = 47cm^2/s$

- 4.5 载流子的扩散运动

4.5.5 载流子漂移扩散、爱因斯坦关系式

(2) 爱因斯坦关系

利用爱因斯坦关系得出总电流

$$J_{总} = (J_p)_{漂} + (J_p)_{扩} + (J_n)_{漂} + (J_n)_{扩}$$

$$= qp\mu_p E - qD_p \frac{d\Delta p}{dx} + qn\mu_n E + qD_n \frac{d\Delta n}{dx}$$

$$= q\mu_p (pE - \frac{k_0 T}{q} \frac{d\Delta p}{dx}) + q\mu_n (nE + \frac{k_0 T}{q} \frac{d\Delta n}{dx})$$

对于非均匀半导体，扩散电流由总载流子浓度梯度决定：

$$J_{总} = q\mu_p (pE - \frac{k_0 T}{q} \frac{dp}{dx}) + q\mu_n (nE + \frac{k_0 T}{q} \frac{dn}{dx})$$

• 4.5 载流子的扩散运动

- 载流子扩散运动：由于浓度梯度引起的载流子流动

扩散定律： $$\boxed{S_p(x)=-D_p\frac{d\Delta p(x)}{dx}}$$

- 一维稳态扩方程： $$D_p\frac{d^2\Delta p(x)}{dx^2}=\frac{\Delta p(x)}{\tau_p}$$
- 方程解：$\Delta p(x)=Ae^{-x/L_p}+Be^{x/L_p}$

$$\Delta p(x)=(\Delta p)_0 e^{-x/L_p} \qquad \Delta p(x)=(\Delta p)_0(1-\frac{x}{W})$$

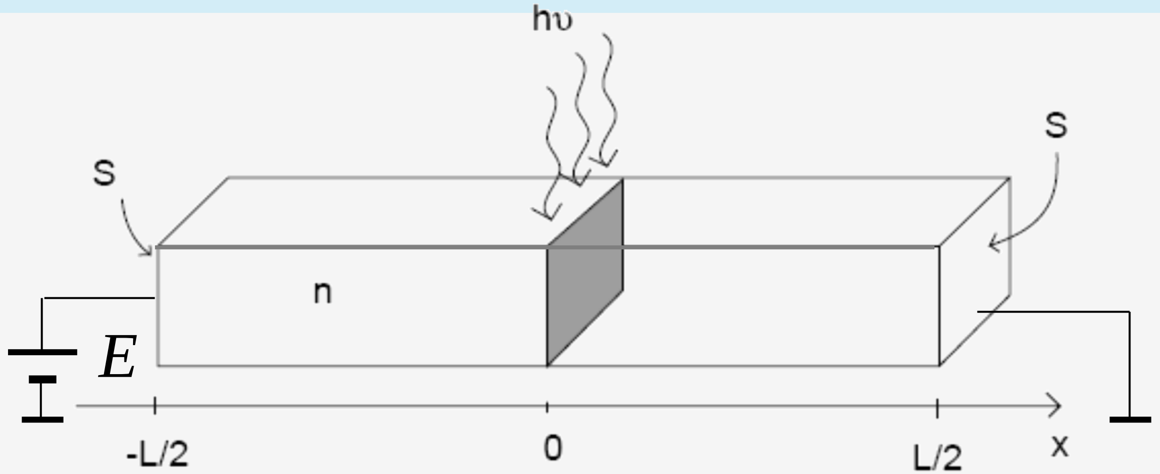
- 电流密度方程：载流子的总电流（电子和空穴的扩散及漂移电流）
- 爱因斯坦关系：扩散运动与漂移运动的内在联系：

$$D_n/\mu_n=k_0T/q，D_p/\mu_p=k_0T/q$$

- **4.6 连续性方程式**

连续性方程--扩散、漂移、复合和产生同时存在时，少子遵循的运动方程， 并求解

思考如下问题：在x=0截面加一脉冲光照（光照随时间变化），注入非平衡载流子，并在半导体两端加电场，试问半导体内载流子的浓度将如何变化？$\Delta p(x,t)$



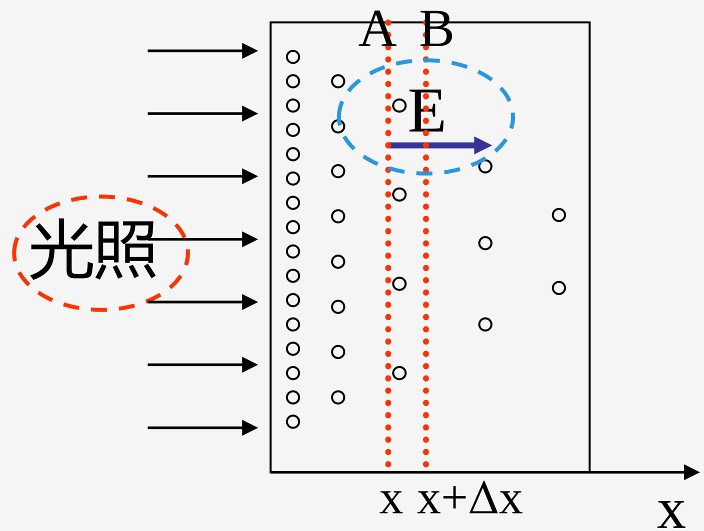
需考虑的因素：1、非平衡载流子的产生； 2、载流子的复合；3、载流子的扩散运动；4、载流子在电场下的漂移运动。

- **4.6 连续性方程式**

4.6.1 连续性方程的建立（n型半导体为例，一维）

模型：1. x=0截面上加垂直光照（随时间变化），薄层产生非平衡载流子
2. 沿光照方向加电场，载流子有扩散和漂移运动
3. 其它原因内部产生非平衡载流子，产生率为g
4. 半导体内部非均匀掺杂 $p_0(x)$

$\boxed{p(x,t)}$



x处单位体积的载流子随时间的变化率为：

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t}$$

变化原因：扩散、漂移、产生、复合

- **4.6 连续性方程式**

4.6.1 连续性方程的建立（n型半导体为例，一维）

1. 由于扩散，单位时间AB内积累的空穴数：

$$S_p(x) - S_p(x+\Delta x)$$

则：单位时间、单位体积，x处积累的空穴数：

$$(S_p)_{扩} = -D_p \frac{dp(x)}{dx}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{S_p(x) - S_p(x+\Delta x)}{\Delta x} = -\boxed{\frac{\partial (S_p)_{扩}}{\partial x}} = D_p \frac{\partial^2 p(x)}{\partial x^2}$$

扩散流密度对x的一阶偏微分的负值

2. 由于漂移，x处单位时间、单位体积中积累的空穴数：

漂移流密度对x的一阶偏微分的负值

$$(J_p)_{漂} = qp\mu_p E$$

$$-\frac{1}{q}\frac{\partial J_p(x)_{漂}}{\partial x} = -\mu_p E \frac{\partial p(x)}{\partial x} - \mu_p p(x) \frac{\partial E}{\partial x}$$

- **4.6 连续性方程式**

4.6.1 连续性方程的建立（n型半导体为例，一维）

3. 由于复合，x处单位时间、单位体积复合消失的空穴数：

$$\text{复合率}=\frac{\Delta p(x)}{\tau}$$

4. 产生，外界其它因素，x处单位时间、单位体积产生的空穴数：

g_p --产生率

x处单位体积空穴的变化率--(单位时间)

连续性方程

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t}=D_p\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2}-\mu_p E\frac{\partial p(x,t)}{\partial x}-\mu_p p(x,t)\frac{\partial E}{\partial x}-\frac{\Delta p(x,t)}{\tau}+g_p$$

- **4.6 连续性方程式**

4.6.1 连续性方程的建立（n型半导体为例，一维）

$$\frac{\partial p}{\partial t}=D_p\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}-\mu_p E\frac{\partial p}{\partial x}-\mu_p p\frac{\partial E}{\partial x}-\frac{\Delta p}{\tau}+g_p$$

一维非平衡载流子的连续性方程----漂移与扩散同时存在时少子遵循运动方程。

第一项：扩散项，第二、三项：漂移项
第四项：复合项，第五项：产生项

对于电子有：$$\frac{\partial n}{\partial t}=D_n\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}+\underline{\mu_n E\frac{\partial n}{\partial x}+\mu_n n\frac{\partial E}{\partial x}}-\frac{\Delta n}{\tau}+g_n$$

三维：

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{\partial p}{\partial t}&=-\frac{1}{q}\nabla(\overrightarrow{J_p})_{总}-\frac{\Delta p}{\tau}+g_p\\ \frac{\partial n}{\partial t}&=\frac{1}{q}\nabla(\overrightarrow{J_n})_{总}-\frac{\Delta n}{\tau}+g_n\end{aligned}}$$

- 4.6 连续性方程式

4.6.1 连续性方程的建立（n型半导体为例，一维）

简化连续性方程 $$\boxed{\frac{\partial p}{\partial t}=D_p\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}-\mu_p E\frac{\partial p}{\partial x}-\mu_p p\frac{\partial E}{\partial x}-\frac{\Delta p}{\tau}+g_p}$$

1.稳态（分布与时间无关）： $\frac{\partial p}{\partial t}=0 \quad \frac{\partial n}{\partial t}=0$

2.非平衡载流子分布均匀（无扩散） $D_p\frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2}=0 \quad D_n\frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2}=0$

3.零电场 $-\mu_p E\frac{\partial p}{\partial x}-\mu_p p\frac{\partial E}{\partial x}=0 \qquad \mu_n E\frac{\partial n}{\partial x}+\mu_n n\frac{\partial E}{\partial x}=0$

4.只有表面注入，内部无产生 $g_p=0 \quad g_n=0$

5.没有非平衡载流子复合（寿命无限长） $\frac{\Delta p}{\tau}=0 \quad \frac{\Delta n}{\tau}=0$

- **4.6 连续性方程式**

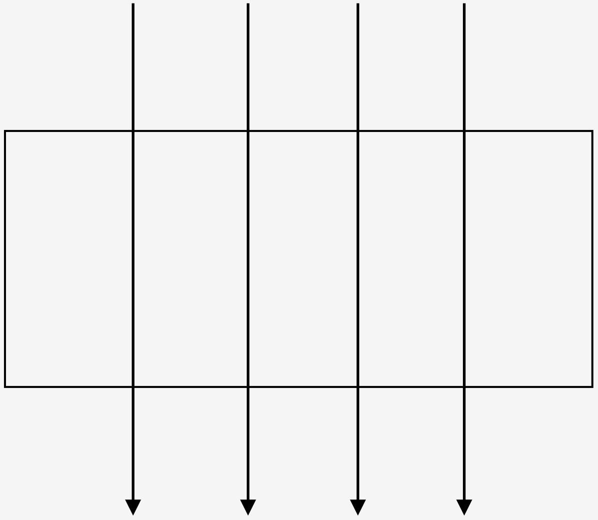
4.6.2 连续性方程应用举例

$$\frac{\partial p}{\partial t}=\cancel{D_p\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}}-\cancel{\mu_p E\frac{\partial p}{\partial x}}-\cancel{\mu_p p\frac{\partial E}{\partial x}}-\frac{\Delta p}{\tau}+\cancel{g_p}$$

1.光照在均匀n型半导体内，均匀产生非平衡载流子，无外加电场，求光照停止后，非平衡载流子随时间变化，设无其它非平衡载流子激发方式。

依条件得： $\frac{\partial p}{\partial x}=0, g_p=0, E=0$

连续性方程变为： $\frac{d\Delta p}{dt}=-\frac{\Delta p}{\tau}$



该方程正是非平衡载流子衰减所遵守的微分方程

解得： $\Delta p(t)=(\Delta p)_0 e^{-t/\tau}$ 　少子复合过程

- **4.6 连续性方程式**

4.6.2 连续性方程应用举例

$$\cancel{\frac{\partial p}{\partial t}} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \cancel{\mu_p E \frac{\partial p}{\partial x}} - \cancel{\mu_p p \frac{\partial E}{\partial x}} - \frac{\Delta p}{\tau} + \cancel{g_p}$$

2. 一块n型均匀半导体，垂直于x方向的平面上加恒定光照，表面非平衡载流子浓度 $(\Delta p)_0$，求内部非平衡载流子满足方程及非平衡载流子分布规律

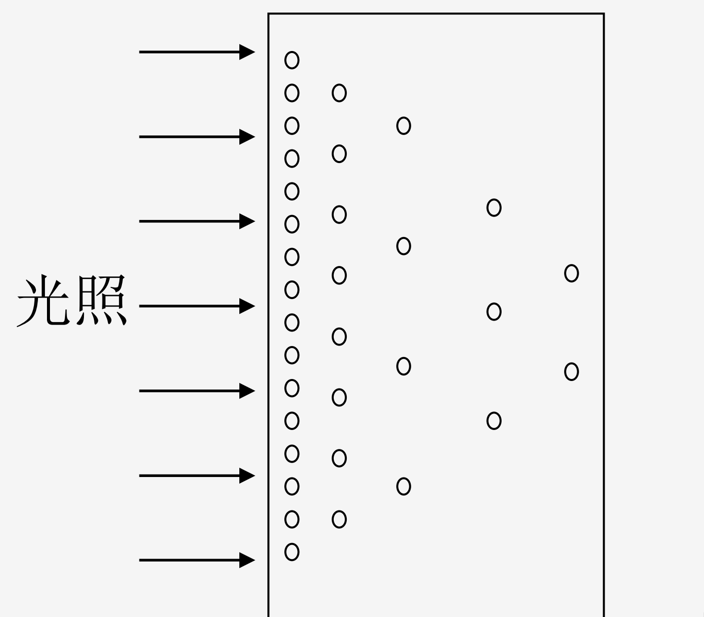
解：表面光照一定（与时间无关），体内无产生，材料均匀，无电场

$$g_p = 0,\quad \partial p/\partial t = 0,\ p_0\text{与}x\text{无关},\quad \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \Delta p}{\partial x}$$

$$D_p \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} - \frac{\Delta p}{\tau} = 0$$

一维稳态扩散方程

可以解得： $\Delta p(x) = Ae^{-x/L_p} + Be^{x/L_p}$



- **4.6 连续性方程式**

$$\boxed{\cancel{\frac{\partial p}{\partial t}} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial p}{\partial x} - \cancel{\mu_p p \frac{\partial E}{\partial x}} - \frac{\Delta p}{\tau} + \cancel{g_p}}$$

4.6.2 连续性方程应用举例

3. 一块n型均匀半导体，垂直于x方向加恒定光照，表面非平衡载流子浓度 $(\Delta p)_0$，沿光照方向加恒定电场，求内部非平衡载流子满足方程及非平衡载流子分布规律

解：表面光照一定，体内无激发，材料均匀，电场均匀的稳态情况

$$g_p = 0,\ \partial E/\partial x = 0, \partial p/\partial t = 0,\ p_0\text{与}x\text{无关},\quad \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \Delta p}{\partial x}$$

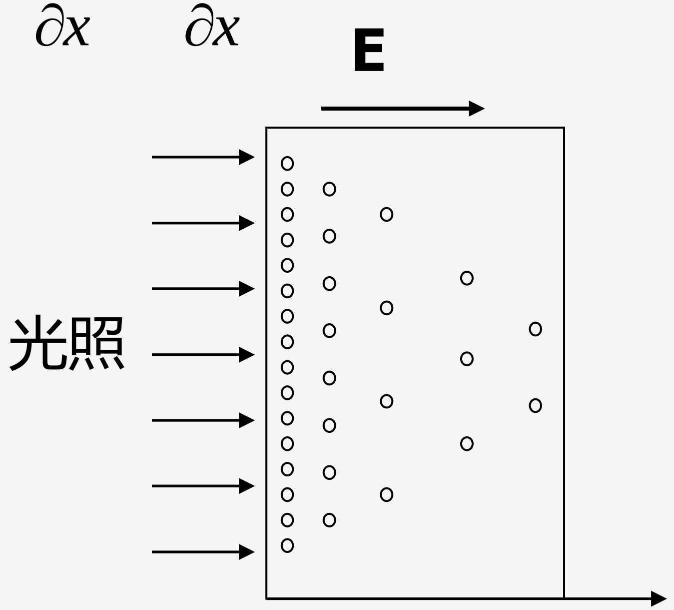
$$D_p \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial \Delta p}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau} = 0$$

$$\Delta p = Ae^{\lambda_1 x} + Be^{\lambda_2 x}$$

$$D_p \tau \lambda^2 - \mu_p \tau E \lambda - 1 = 0$$

可以解得：

$$\lambda = \frac{\mu_p \tau E \pm \sqrt{\mu_p^2 \tau^2 E^2 + 4D_p \tau}}{2D_p \tau}$$



- **4.6 连续性方程式**

4.6.2 连续性方程应用举例

$$\cancel{\frac{\partial p}{\partial t}} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial p}{\partial x} - \cancel{\mu_p p \frac{\partial E}{\partial x}} - \frac{\Delta p}{\tau} + \cancel{g_p}$$

$$\Delta p = Ae^{\lambda_1 x} + \mathrm{B}e^{\lambda_2 x} \qquad \lambda = \frac{\mu_p \tau E \pm \sqrt{\mu_p^2 \tau^2 E^2 + 4D_p \tau}}{2D_p \tau}$$

讨论：设样品足够厚， x趋近于$\infty, \Delta p(x) = 0$

若λ_1为正，则A=0 $\Delta p = Be^{\lambda_2 x}$ λ_2为负

设$x = 0, \Delta p(0) = (\Delta p)_0$

$\therefore \Delta p = (\Delta p)_0 e^{\lambda_2 x}$

其中：$\lambda_2 = \dfrac{L_p(E) - \sqrt{L_p^2(E) + 4L_p^2}}{2L_p^2}$

$L_p = \sqrt{D_p \tau}$，为扩散长度，平均扩散距离

$L_p(E) = \boxed{\mu_p E \tau}$ 为牵引长度，表示τ时间内漂移距离

平均漂移速度

- **4.6 连续性方程式**

4.6.2 连续性方程应用举例

$$\cancel{\frac{\partial p}{\partial t}} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial p}{\partial x} - \cancel{\mu_p p \frac{\partial E}{\partial x}} - \frac{\Delta p}{\tau} + \cancel{g_p}$$

讨论： $\Delta p = (\Delta p)_0 e^{\lambda_2 x}$ $\quad \lambda_2 = \dfrac{L_p(E) - \sqrt{L_p^2(E) + 4L_p^2}}{2L_p^2}$

$$\lambda_2 = [L_p(E) - L_p(E)\sqrt{1 + \frac{4L_p^2}{L_p^2(E)}}]/2L_p^2$$

当电场很强使得$L_p(E)$远大于L_p时： $= [L_p(E) - L_p(E)(1 + \dfrac{2L_p^2}{L_p^2(E)} + ...)]/2L_p^2 \approx -\dfrac{1}{L_p(E)}$，

电场很强，漂移运动占优，忽略扩散

$$\Delta p = (\Delta p)_0 e^{-\frac{x}{L_p(E)}}$$

当电场很弱使得$L_p(E) \ll L_p$时： $\lambda_2 \approx -\dfrac{1}{L_p}$， $\Delta p = (\Delta p)_0 e^{-\frac{x}{L_p}}$

电场很弱，扩散运动占优

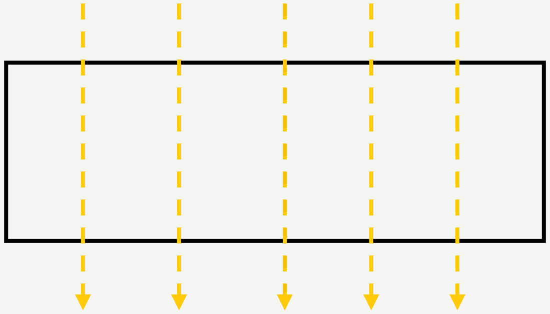
此时非平衡载流子深入样品平均距离为扩散长度L_p

- **4.6 连续性方程式**

4.6.2 连续性方程应用举例

$$\frac{\partial p}{\partial t}=\cancel{D_p\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}}-\cancel{\mu_p E\frac{\partial p}{\partial x}}-\cancel{\mu_p p\frac{\partial E}{\partial x}}-\frac{\Delta p}{\tau}+g_p$$

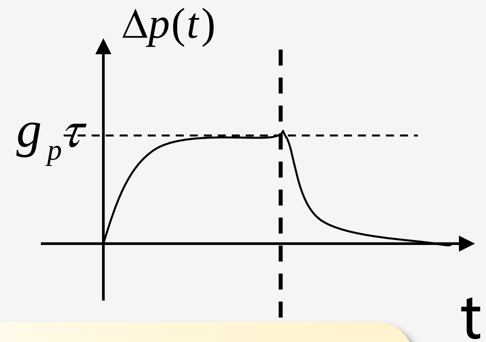
4.均匀n型半导体，$E=0$，$t=0$时开始光照，均匀产生非平衡载流子，产生率为g_p，求非平衡少子随时间的变化



解 $\dfrac{\partial^2 p}{\partial x^2}=0$ $\qquad \mu_p E\dfrac{\partial p}{\partial x}-\mu_p p\dfrac{\partial E}{\partial x}=0$

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t}=-\frac{\Delta p}{\tau}+g_p$$

边界条件：$t=0, \Delta p=0$



解得：$\Delta p(t)=g_p\tau(1-e^{-t/\tau})$ 光照 撤销光照

$t\rightarrow\infty, \Delta p(\infty)=g_p\tau$, 稳态 非平衡载流子的产生过程

- **4.6 连续性方程式**

$$\frac{\partial p}{\partial t}=D_p\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}-\mu_p E\frac{\partial p}{\partial x}-\mu_p p\frac{\partial E}{\partial x}-\frac{\Delta p}{\tau}+g_p$$

1. 连续性方程描述了半导体中载流子运动的普遍规律，是研究半导体器件原理的基本方程之一；
2. 连续性方程求解步骤：
   - 根据具体问题简化方程
   - 确定边界条件
   - 解方程

本章小结

- 非平衡载流子的注入与复合：产生率与复合率
- 非平衡载流子的寿命：非平衡载流子平均生存时间
- 准费米能级：能带内可迅速达到热平衡，能带间则不能迅速达成热平衡，由准费米能级可以得到载流子浓度。
- 复合理论：直接复合与间接复合
- 载流子扩散运动：由于浓度梯度引起的载流子流动(一维稳态扩散)
- 电流密度方程：载流子的总电流（电子和空穴的扩散及漂移电流）
- 爱因斯坦关系：扩散运动与漂移运动的内在联系：

$$D_n/\mu_n = k_0T/q,\quad D_p/\mu_p = k_0T/q$$

- 连续性方程：$$\frac{\partial p}{\partial t} = D_p\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p|E|\frac{\partial p}{\partial x} - \mu_p p\frac{\partial |E|}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau} + g_p$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_n\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu_n|E|\frac{\partial n}{\partial x} + \mu_n n\frac{\partial |E|}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau} + g_n$$