西安交通大学
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

半导体物理与器件

任课教师: 赵小龙
电信学部微电子学院
zhaoxiaolong@xjtu.edu.cn

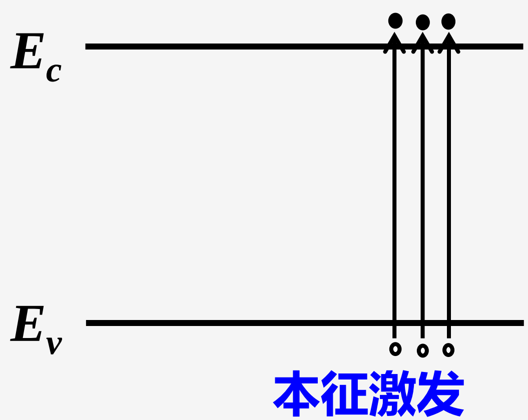
目录

第二章 半导体中载流子的统计分布

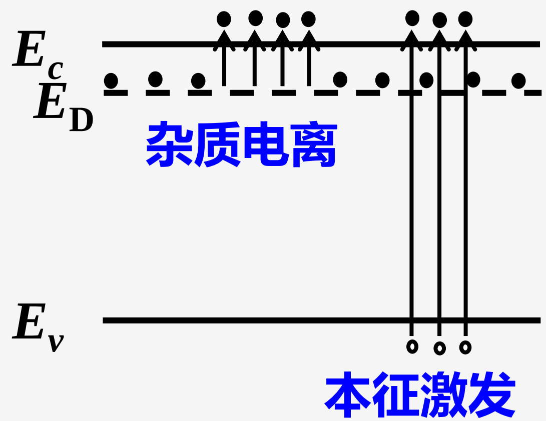
- **问题：热平衡条件下，半导体中的载流子浓度（n_0，p_0）？**

1. 载流子的产生

本征半导体



杂质半导体（n型半导体）



2. 载流子的复合：与产生相反的过程

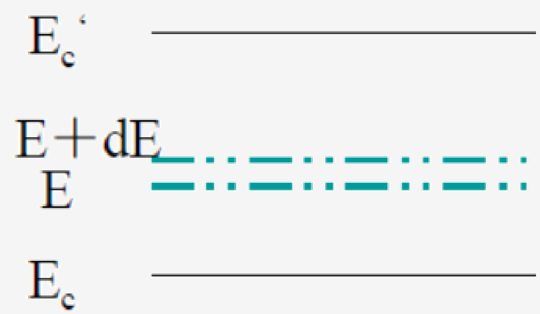
3. 热平衡状态：一定温度下，这两个相反过程之间建立起动态平衡

热平衡载流子浓度（n_0，p_0）

- **解决方法：微观粒子统计规律**

- **解决思路：**

导带中电子数：



能量不连续： $\sum_{i=1}^{w} Z(E_i)f(E_i)$

能量准连续：

能带中能量间隔很小，是准连续的

取其中能量为E的附近dE变化量，认为E到E＋dE范围内量子态数为dZ，这些量子态具有相同的能量，

电子占据能量为E的量子态的几率为f（E），则能量E附近dE范围内电子数为 $f(E)dZ$

对其求积分可以得到整个能量范围的电子数

$$\int_{E_C}^{E_C'} f(E)dZ$$

- **解决思路：**

如何得到dZ

- 引入能量状态密度：某一能量上，单位能量间隔内状态数“g（E）”

$$g(E)=\frac{dZ}{dE} \qquad dZ=g(E)dE$$

代入 $\int_{E_C}^{E_C'} f(E)dZ$ 　　得：$N=\int_{E_C}^{E_C'} f(E)g(E)dE$

求解基础 ⟶ 状态密度 $g(E)$

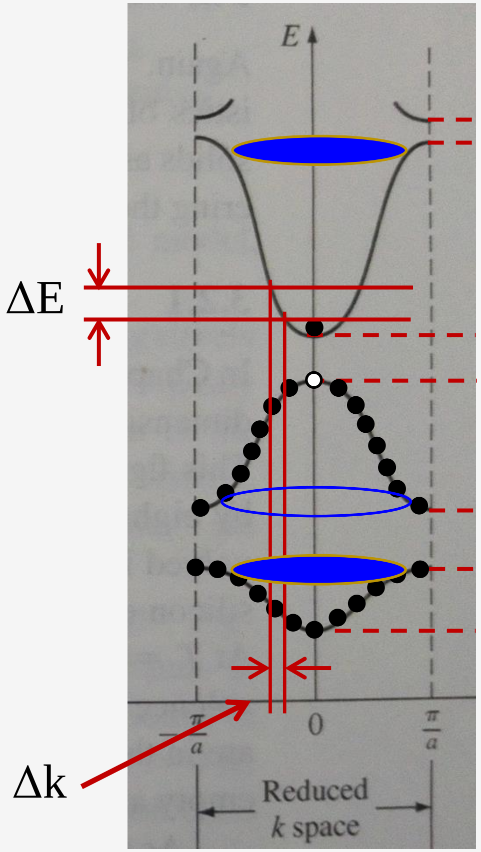
分布函数 f（E）

解决问题：

1.本征半导体载流子浓度

2.杂质半导体载流子浓度（非简并，简并）

- **状态密度：** 能带中，能量E附近单位能量间隔内量子数



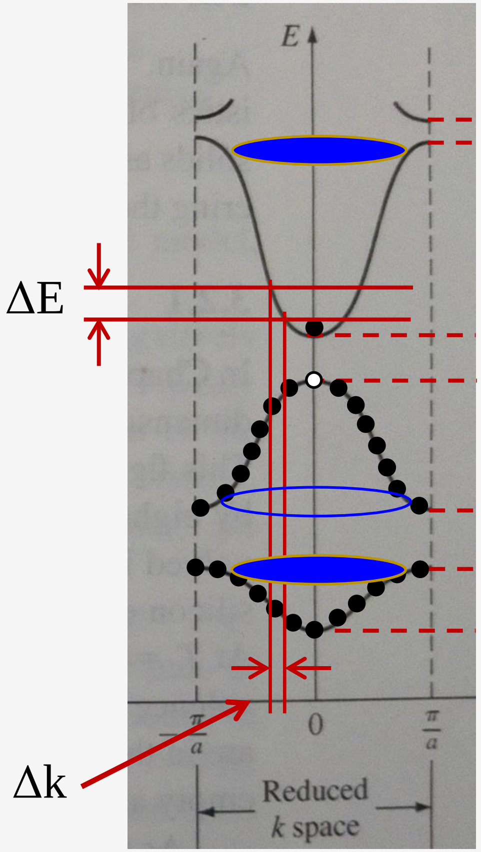
1D k空间

$$g(E)=\frac{dZ}{dE}$$

1. E-k关系
2. Z-k关系

- **状态密度**

1. E-k关系（导带底）



1D k空间

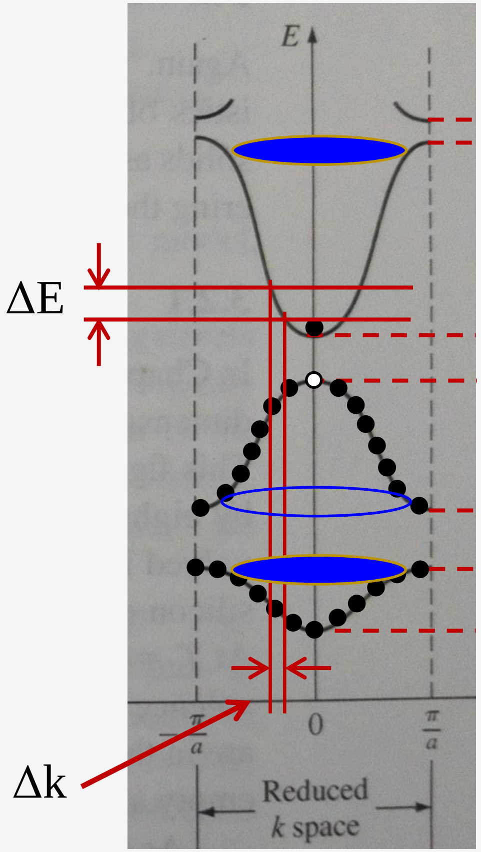
$$E = E(k) = E_c + \frac{h^2}{2m_n^*}k^2$$

$$k = \frac{\sqrt{2m_n^*(E - E_c)}}{h}$$

$$kdk = \frac{m_n^* dE}{h^2}$$

- **状态密度**

2. Z-k关系（导带底）

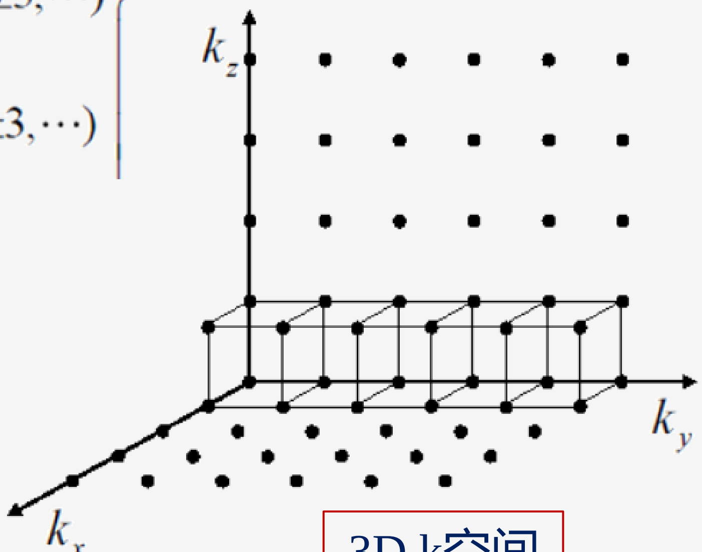


1D k空间

k空间量子态分布

（单位体积量子态数）

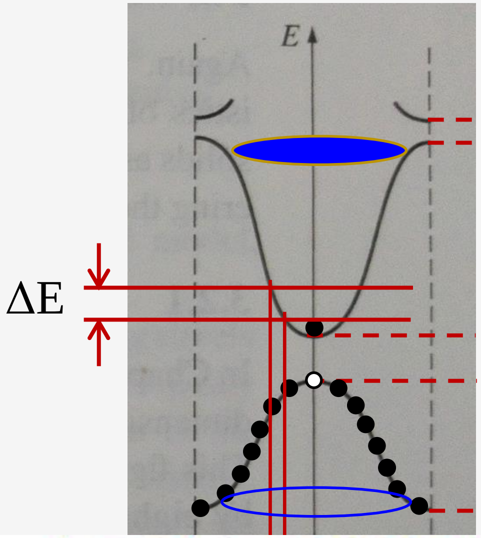
$$\left.\begin{aligned} k_x &= \frac{n_x}{L}(n_x = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots) \\ k_y &= \frac{n_y}{L}(n_y = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots) \\ k_z &= \frac{n_z}{L}(n_z = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots) \end{aligned}\right\}$$



3D k空间

- **状态密度**

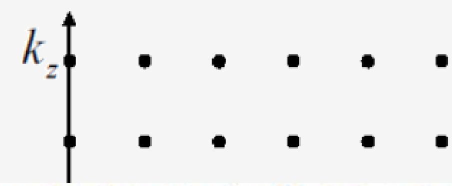
2. Z-k关系（导带底）



k空间量子态分布

（单位体积量子态数）

$$\left.\begin{aligned} k_x &= \frac{n_x}{L} (n_x = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots) \\ k_y &= \frac{n_y}{L} (n_y = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots) \\ k_z &= \frac{n_z}{L} (n_z = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \cdots) \end{aligned}\right\}$$

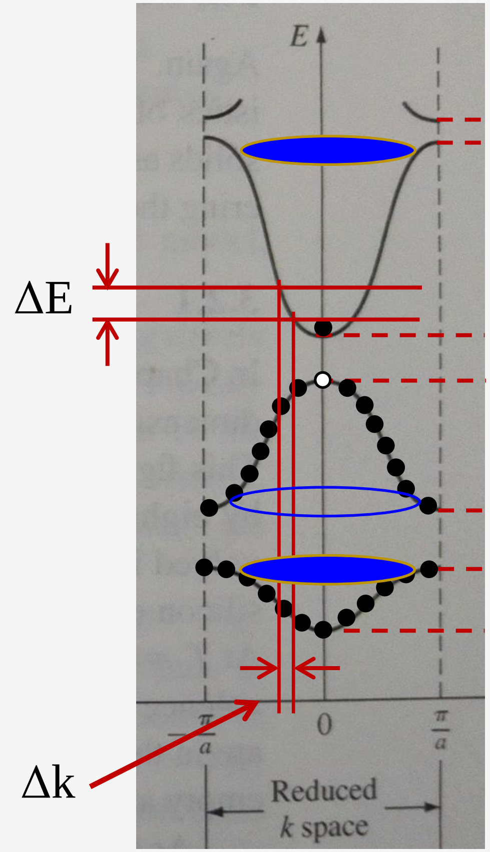


- 电子波矢不能取任意值，而是一些分立的值。在k空间中允许量子态构成一个点阵，每个点由一组整数（n_x,n_y,n_z）表示。
- k空间中，每一个允许的量子态的k空间代表点都与一个$1/L^3$的立方体相联系。即每一个$1/L^3$的立方体中有一个允许的量子态
- 所以k空间中量子态密度（单位体积）为$L^3=V$，考虑电子自旋，则量子态密度为$2V$（单位体积），k空间量子态是均匀分布 。

- **状态密度**

$$g(E) = \frac{dZ}{dE}$$

2. Z-k关系（导带底）



1D k空间

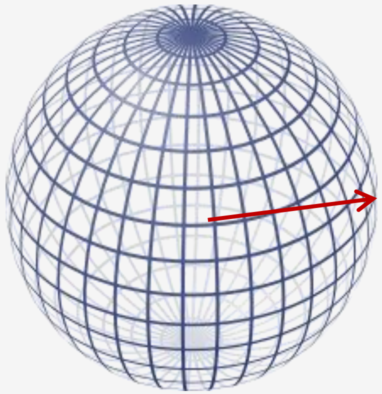
球壳体积

$$dZ = 2V \times 4\pi k^2 dk$$

$$k = \frac{\sqrt{2m_n^*(E - E_c)}}{h}$$

$$kdk = \frac{m_n^* dE}{h^2}$$

$$g_c(E) = 4\pi V \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{h^3}(E - E_c)^{1/2}$$



3D

- **状态密度**

旋转椭球等能面（硅、锗）状态密度　k＝k$_0$

$$E(k)=E_c+\frac{h^2}{2}\left[\frac{(k_x-k_{x0})^2+(k_y-k_{y0})^2}{m_t}+\frac{(k_z-k_{z0})^2}{m_l}\right]$$

导带底附近

$$\boxed{g_c(E)=4\pi V\frac{\left(2m_n^*\right)^{3/2}}{h^3}\left[E-E_c\right]^{1/2}}$$

$$m_n^*=m_{dn}=s^{2/3}\left(m_l m_t^2\right)^{1/3}$$

电子状态密度有效质量

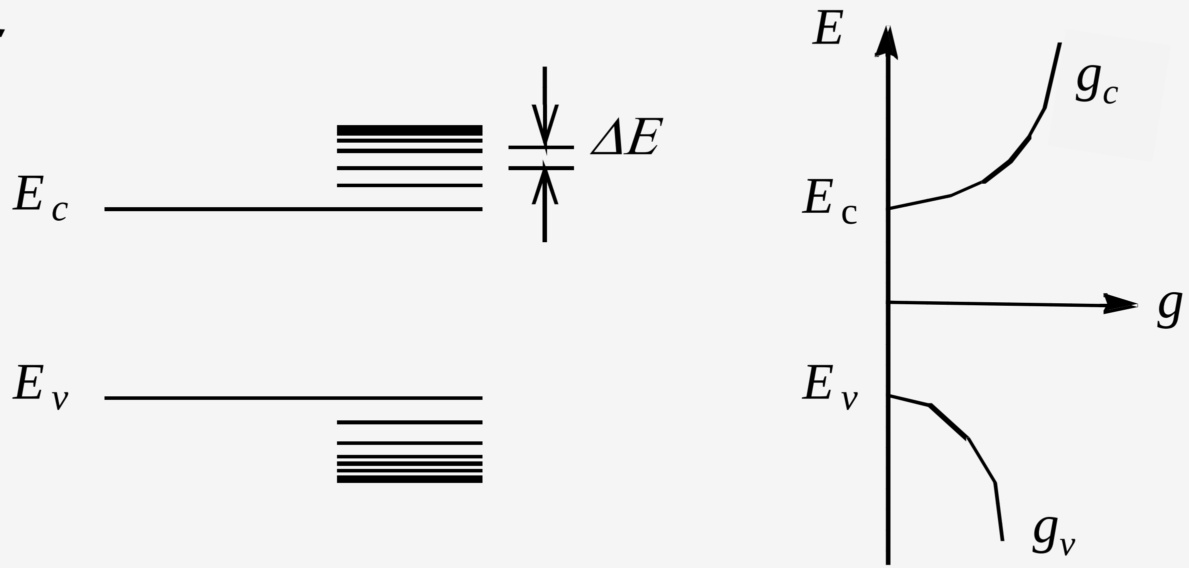
价带顶附近

$$\boxed{g_v(E)=4\pi V\frac{\left(2m_p^*\right)^{3/2}}{h^3}\left[E_v-E\right]^{1/2}}$$

空穴状态密度有效质量

$$m_P^*=m_{dP}=\left[\left(m_p\right)_l^{3/2}+\left(m_p\right)_h^{3/2}\right]^{2/3}$$

- **状态密度**



- The general form of the relationships between DOS $g_C(E)$ (or $g_V(E)$) and energy E should be noted.
- $g_C(E)$ is zero at E_C and increases as the square root of energy E when one proceeds upward from E_C into the conduction band.
- $g_V(E)$ is zero at E_V and increases as the square root of energy E when one proceeds downward from E_V into the valence band.
- Note the differences in the carrier effective mass.

- **状态密度**

状态密度小结:

能带中能量E附近单位能量间隔内量子态数

$$g(E)=\frac{dZ}{dE}$$ dZ为能量E到$E+dE$之间的量子态数

$$g_c(E)=4\pi V\frac{\left(2m_n^*\right)^{3/2}}{h^3}\left[E-E_c\right]^{1/2}$$ 电子状态密度有效质量

$$g_v(E)=4\pi V\frac{\left(2m_p^*\right)^{3/2}}{h^3}\left[E_v-E\right]^{1/2}$$ 空穴状态密度有效质量

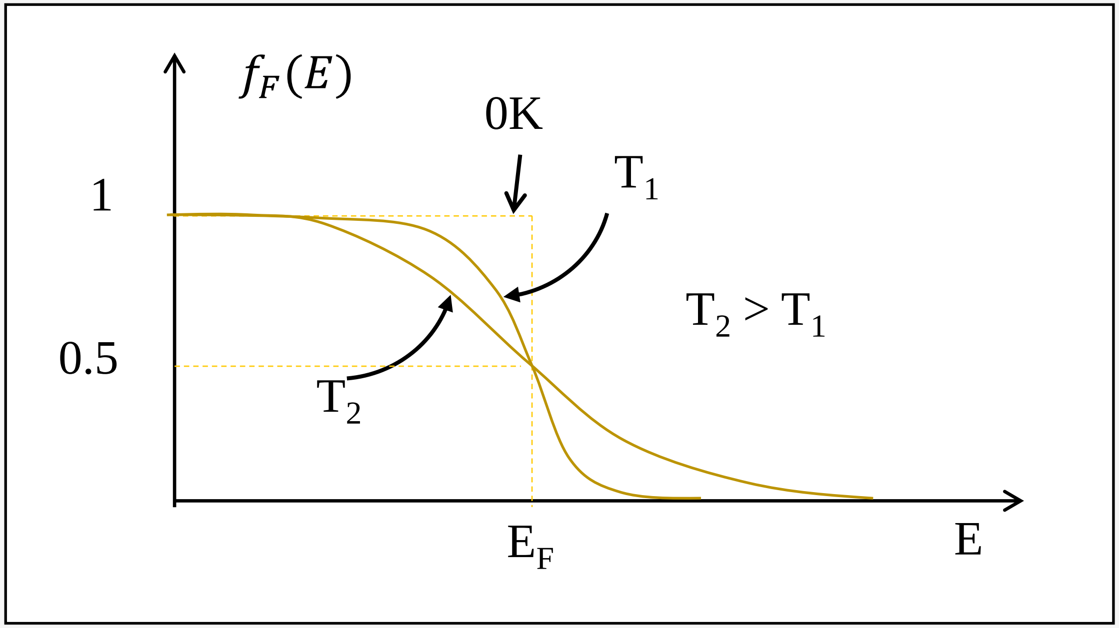
$$\text{电子或空穴的数量}=\int_{E_0}^{E'}f(E)g(E)dE$$

- **热平衡载流子的统计分布**

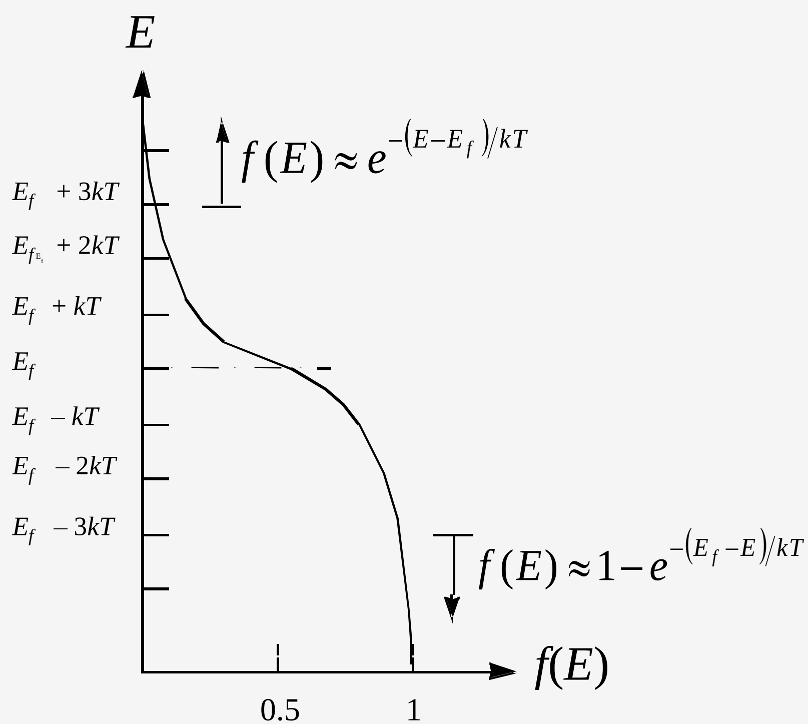
费米分布——能量为E的一个量子态被一个电子占据的概率为：

$$f(E)=\frac{1}{1+\exp(\frac{E-E_F}{k_0T})}$$

E_f 费米能级



- **热平衡载流子的统计分布**



$$\boxed{f(E) = \frac{1}{1 + \exp(\frac{E - E_F}{k_0 T})}}$$

玻尔兹曼分布函数近似：

$$\boxed{f(E) \approx \exp(-\frac{E - E_F}{k_0 T})} \quad \boxed{E - E_F \gg k_0 T}$$

$$\boxed{f(E) \approx 1 - \exp(\frac{E - E_F}{k_0 T})} \quad \boxed{E - E_F \ll -k_0 T}$$

$$\boxed{\exp(3) \approx 20}$$

注意：处于热平衡状态的电子系统具有统一的费米能级！

费米分布函数
$$f(E)=\frac{1}{1+\exp(\frac{E-E_F}{k_0T})}$$

Let us next consider temperatures $T > 0$ K. Examining the Fermi function, we make the following pertinent observations.

(i) If $E = E_F$, $f(E_F) = 1/2$.

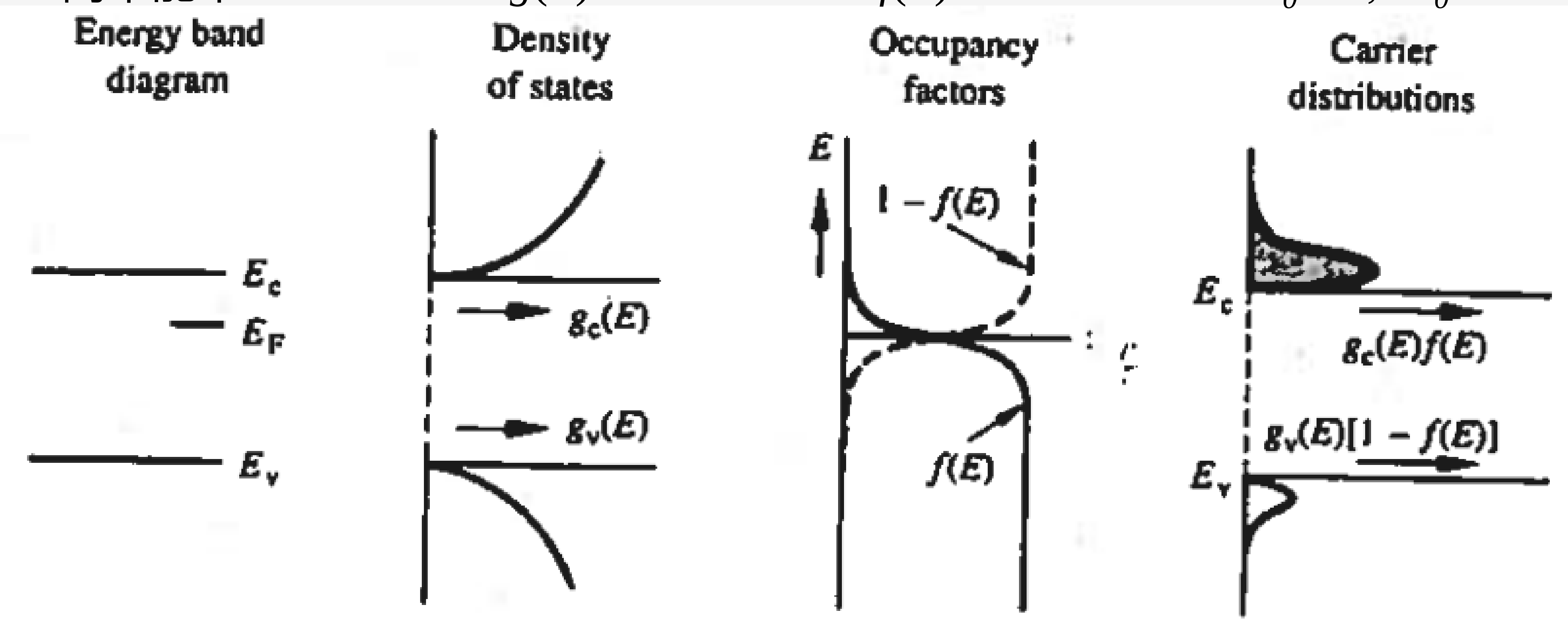
(ii) If $E \geq E_F + 3kT$, $\exp[(E - E_F)/kT] \gg 1$ and $f(E) \simeq \exp[-(E - E_F)/kT]$. Consequently, above $E_F + 3kT$ the Fermi function or filled-state probability decays exponentially to zero with increasing energy. Moreover, most states at energies $3kT$ or more above E_F will be empty.

(iii) If $E \leq E_F - 3kT$, $\exp[(E - E_F)/kT] \ll 1$ and $f(E) \simeq 1 - \exp[(E - E_F)/kT]$. Below $E_F - 3kT$, therefore, $[1 - f(E)]$, the probability that a given state will be *empty*, decays exponentially to zero with decreasing energy. Most states at energies $3kT$ or more below E_F will be filled.

(iv) At room temperature ($T = 300$ K), $kT = 0.0259$ eV and $3kT = 0.0777$ eV $\ll E_G$(Si). Compared to the Si band gap, the $3kT$ energy interval that appears prominently in the $T > 0$ K formalism is typically quite small.

- 2.1 导带中的电子浓度和价带中的空穴浓度

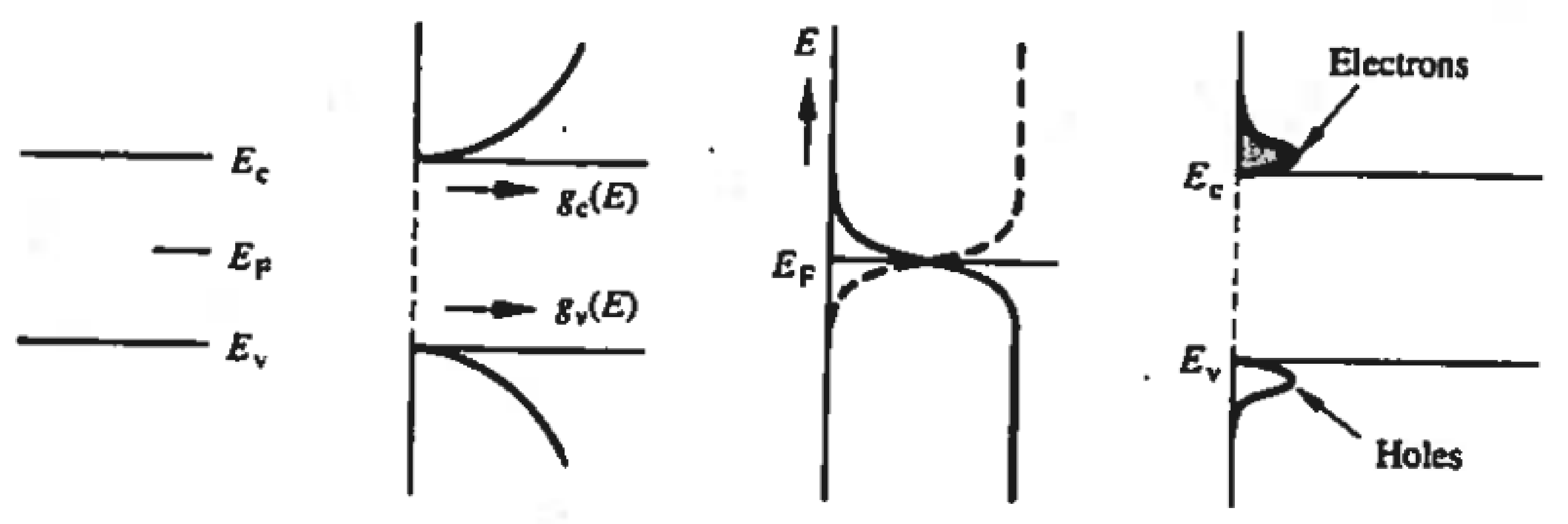
简单能带 $g(E)$ $f(E)$ dn_0'/dE, dn_0'/dE



(a) E_F above midgap

- **2.1 导带中的电子浓度和价带中的空穴浓度**

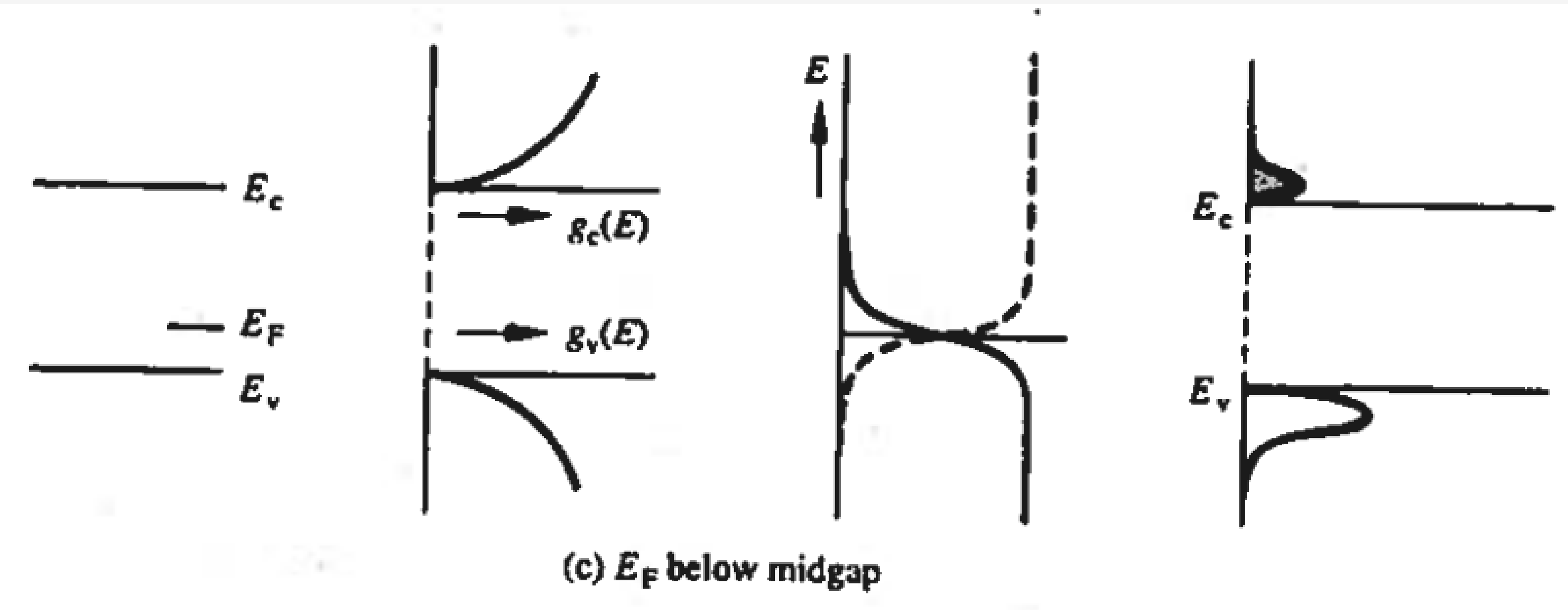
简单能带 $g(E)$ $f(E)$ $\mathrm{d}n_0'/\mathrm{d}E$, $\mathrm{d}n_0'/\mathrm{d}E$



(b) E_F near midgap

- 2.1 导带中的电子浓度和价带中的空穴浓度

简单能带　　$g(E)$　　$f(E)$　　dn_0'/dE, dn_0'/dE



(c) E_F below midgap

- **导带中的电子浓度**

$$g_c(E) = 4\pi V \frac{\left(2m_n^*\right)^{3/2}}{h^3}\left[E - E_c\right]^{1/2}$$

$$\boxed{f(E) \approx \exp(-\frac{E - E_F}{k_0 T})}$$

导带电子数量： $N = \int d\mathrm{N} = \int f_B(E) g_c(E) dE$

$$dN = 4\pi V \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{h^3} \exp(-\frac{E - E_F}{k_0 T})(E - E_c)^{1/2} dE$$

单位体积，单位能量间隔：

$$dn = \frac{dN}{V} = 4\pi \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{h^3} \exp(-\frac{E - E_F}{k_0 T})(E - E_c)^{1/2} dE$$

- **导带中的电子浓度**

$$n_0 = \int_{E_c}^{E_c'} 4\pi \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{h^3} \exp(-\frac{E-E_F}{k_0 T})(E-E_c)^{1/2} dE$$

引入变量：$x = (E-E_c)/(k_0 T)$

$$n_0 = 4\pi \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{h^3} (k_0 T)^{3/2} \exp(-\frac{E_c-E_F}{k_0 T}) \int_0^{x'} x^{1/2} e^{-x} dx$$

其中$x' = (E_c' - E_c)/k_0 T$

已知$\int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

$$n_0 = 4\pi \frac{(2m_n^*)^{3/2}}{h^3} (k_0 T)^{3/2} \exp(-\frac{E_c-E_F}{k_0 T}) \int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x} dx$$

$$\boxed{n_0 = 2\frac{(2\pi m_n^* k_0 T)^{3/2}}{h^3} \exp(-\frac{E_c-E_F}{k_0 T})}$$

- **导带中的电子浓度**

令 $$N_c = 2\frac{(2\pi m_n^* k_0 T)^{3/2}}{h^3}$$

则 $$\boxed{n_0 = N_c \exp(-\frac{E_c - E_F}{k_0 T})}$$

N_c称为导带的有效状态密度，$N_c \propto T^{3/2}$

对Si, N_c= 2.8*10^{19}cm^{-3}

- **价带中的空穴浓度**

$$\boxed{g_v(E) = 4\pi V \frac{\left(2m_p^*\right)^{3/2}}{h^3}\left[E_v - E\right]^{1/2}}$$

$$\boxed{1 - f(E) \approx e^{-\frac{E_F - E}{k_0 T}}}$$

$$p_0 = \int_{E_V'}^{E_V} 4\pi \frac{(2m_p^*)^{3/2}}{h^3} \exp\left(-\frac{E_F - E}{k_0 T}\right)(E_V - E)^{1/2} dE$$

$$p_0 = 2\frac{(2\pi m_p^* k_0 T)^{3/2}}{h^3} \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{k_0 T}\right)$$

- **价带中的空穴浓度**

令 $$N_v = 2\frac{(2\pi m_p^* k_0 T)^{3/2}}{h^3}$$

则 $$\boxed{p_0 = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{k_0 T}\right)}$$

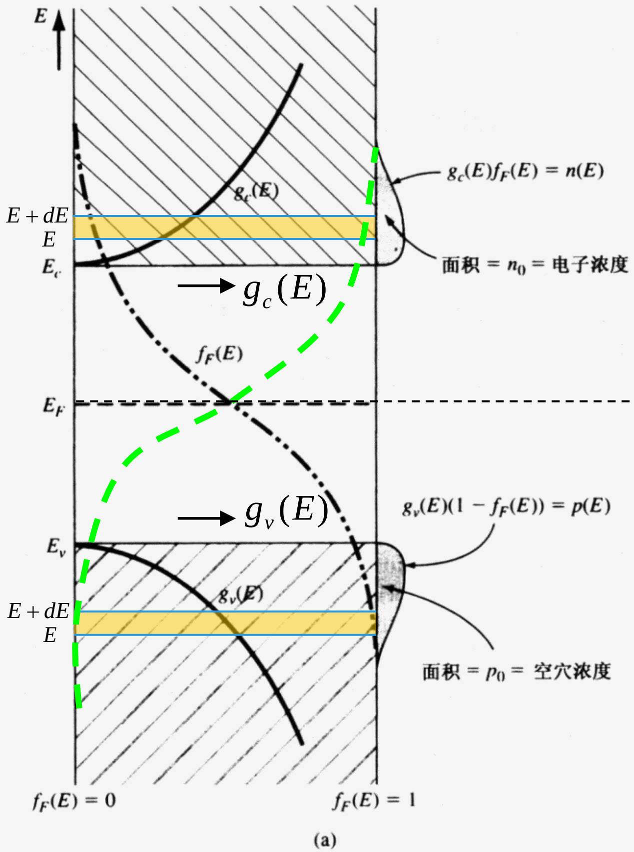
N_v称为价带的有效状态密度，$N_v \propto T^{3/2}$

对**Si, N_v = 1.04*10^{19}cm^{-3}.**

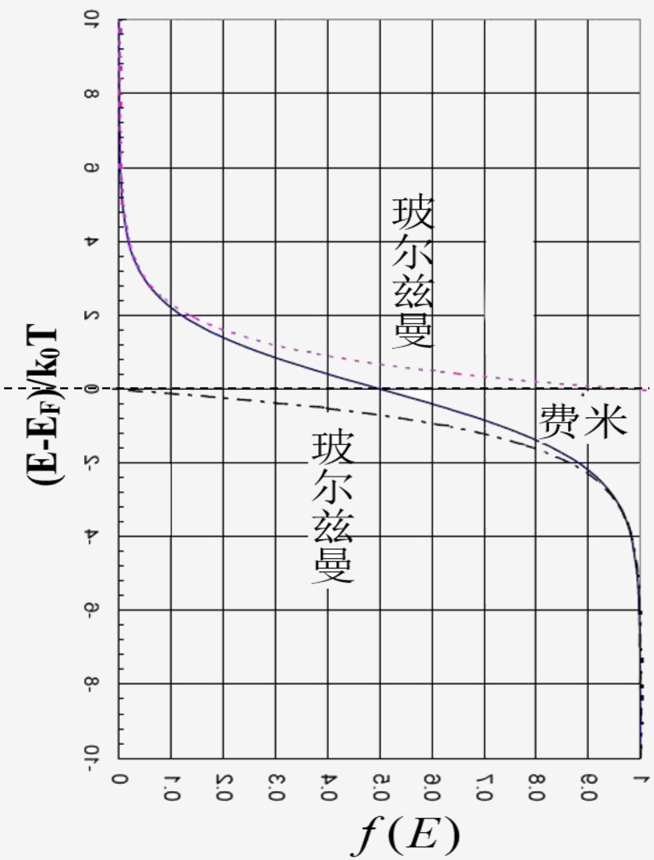
- **2.1 导带中的电子浓度和价带中的空穴浓度**

电子分布函数

空穴分布函数



E如果远离E_F，则费米分布可以用玻尔兹曼分布近似



- **2.1 导带中的电子浓度和价带中的空穴浓度**

$$n_0 = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_0 T}\right) \qquad p_0 = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{k_0 T}\right)$$

$$N_c = 2\frac{(2\pi m_n^* k_0 T)^{3/2}}{h^3} \qquad N_v = 2\frac{(2\pi m_p^* k_0 T)^{3/2}}{h^3}$$

◆ n_0和p_0均为T及E_F的函数温度的影响一方面来自于N_c和N_v，另一方面由于指数项。同时，E_F也是温度的函数。

- **费米能级和载流子浓度**

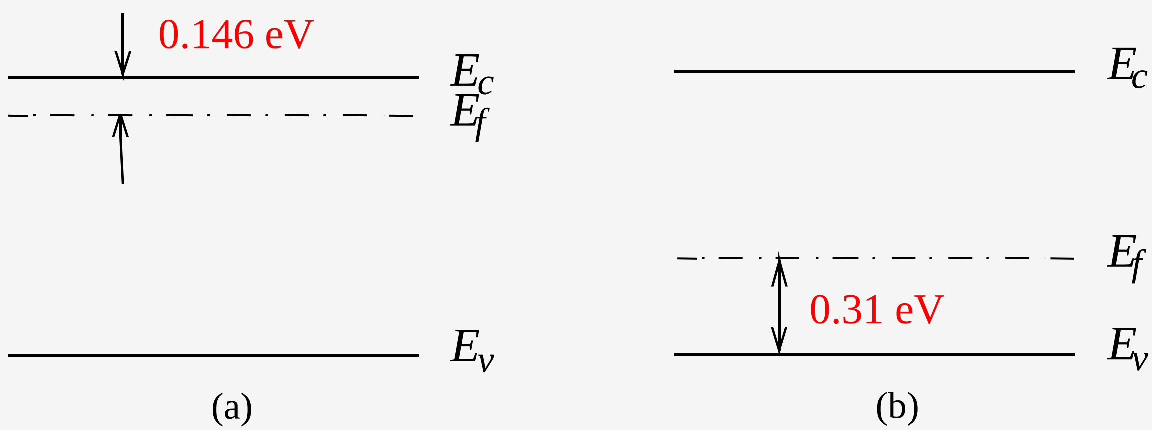
Where is E_f for $n = 10^{17}$ cm^{-3}? And for $p = 10^{14}$ cm^{-3}?

Solution: (a) $n = N_c e^{-(E_c - E_f)/kT}$

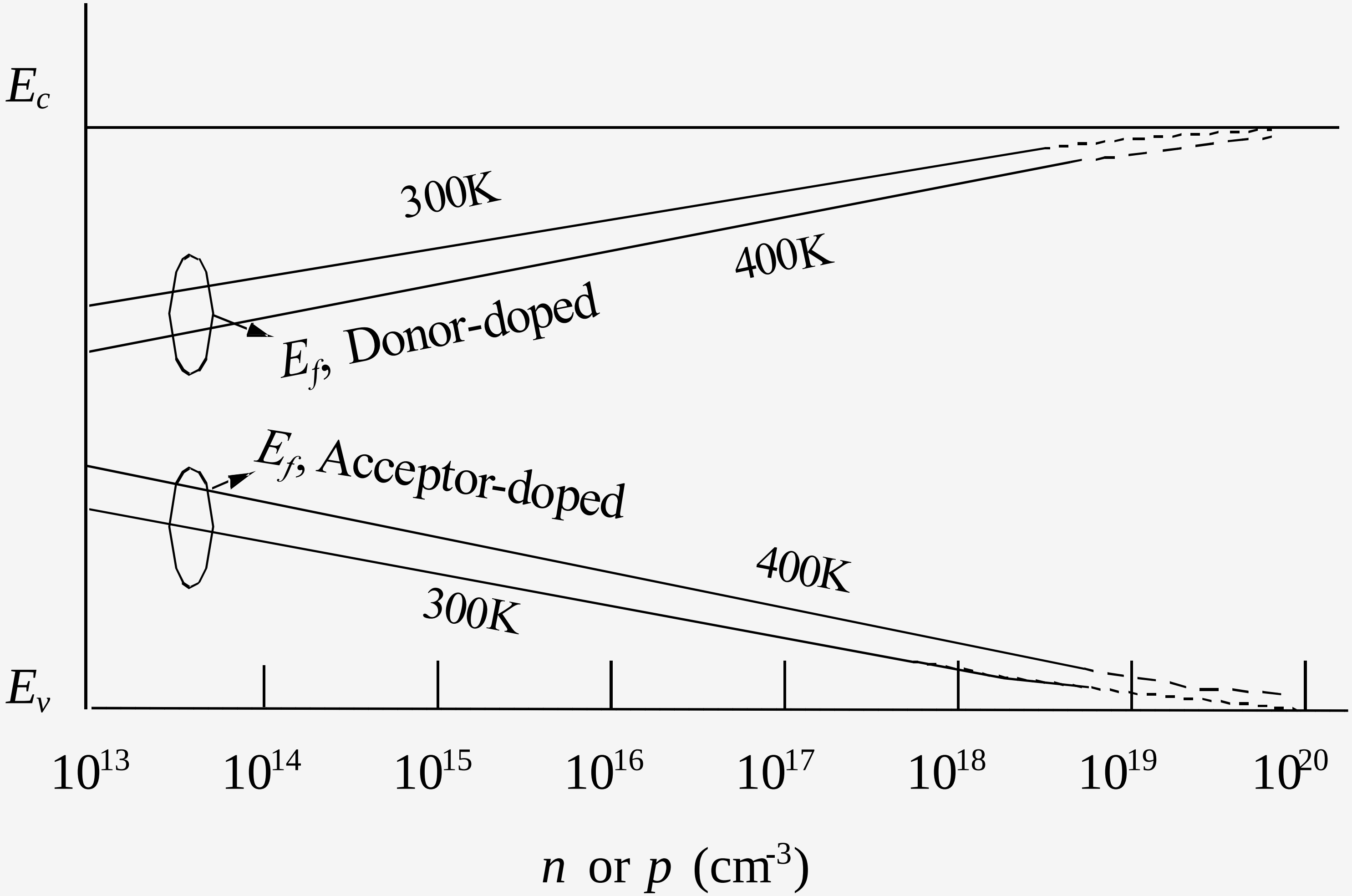
$$E_c - E_f = kT \ln\left(N_c / n\right) = 0.026 \ln\left(2.8 \times 10^{19} / 10^{17}\right) = 0.146 \text{ eV}$$

(b) For $p = 10^{14}$cm^{-3}, from Eq.(1.8.8),

$$E_f - E_v = kT \ln\left(N_v / p\right) = 0.026 \ln\left(1.04 \times 10^{19} / 10^{14}\right) = 0.31 \text{ eV}$$



- **费米能级和载流子浓度**



Ec
300K
400K
Ef, Donor-doped
Ef, Acceptor-doped
400K
300K
Ev
10^13
10^14
10^15
10^16
10^17
10^18
10^19
10^20
n or p (cm^-3)

- **载流子浓度乘积$n_0 p_0$**

两式相乘：

$$n_0 p_0 = N_c N_v \exp(-\frac{E_c - E_v}{k_0 T}) = N_c N_v \exp(-\frac{E_g}{k_0 T})$$

将N_c，N_v表达式带入上式：

$$n_0 p_0 = 4(\frac{2\pi k_0}{h^2})^3 (m_n^* m_p^*)^{3/2} T^3 \exp(-\frac{E_g}{k_0 T})$$

$$n_0 p_0 = 2.33\times 10^{31} (\frac{m_n^* m_p^*}{m_0^2})^{3/2} T^3 \exp(-\frac{E_g}{k_0 T})$$

载流子浓度乘积的特性：

1. 一定的半导体，如果温度一定，则乘积一定。与费米能级无关，与杂质浓度无关。

2. 适用于热平衡状态下的非简并半导体，包括本征半导体和杂质半导体（杂质浓度不高）。

- **2.2 本征半导体的载流子浓度**

一、电子和空穴成对产生 $n_0 = p_0$

二、费米能级的位置 $$N_c \exp(-\frac{E_c - E_F}{k_0 T}) = N_v \exp(-\frac{E_F - E_v}{k_0 T})$$

解得： $$E_i = E_F = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{k_0 T}{2} \ln \frac{N_v}{N_c}$$

代入N_c和N_v表达式： $$E_i = E_F = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{3k_0 T}{4} \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}$$

	Si	Ge	GaAs
m_p^* / m_n^*	0.55	0.66	7.0

$$\ln(m_p^* / m_n^*) < 2$$

E_F在禁带中线附近

- **2.2 本征半导体的载流子浓度**

$$n_i = n_0 = p_0 = (N_c N_v)^{1/2} \exp(-\frac{E_g}{2k_0T})$$

将Nc、Nv表达式代入

$$n_i = \left[\frac{2(2\pi k_0T)^{3/2}(m_p^* m_n^*)^{3/4}}{h^3}\right]\exp(-\frac{E_g}{2k_0T})$$

代入h、k_0数值，并引入电子惯性质量m_0

$$n_i = 4.82\times10^{15}\left(\frac{m_p^* m_n^*}{m_0^2}\right)^{3/4} T^{3/2}\exp(-\frac{E_g}{2k_0T})$$

- **2.2 本征半导体的载流子浓度**

1. $n_0 p_0 = n_i^2$ $$n_i = 4.82\times10^{15}\left(\frac{m_p^* m_n^*}{m_0^{\ 2}}\right)^{3/4} T^{3/2}\exp(-\frac{Eg}{2k_0T})$$

2. 本征载流子浓度与温度关系

设E_g随温度线性变化:$E_g = E_g(0)+\beta T,\beta = dE_g/dT$

$$n_i = 4.82\times10^{15}\left(\frac{m_p^* m_n^*}{m_0^{\ 2}}\right)^{3/4} T^{3/2}\exp(-\frac{\beta}{2k_0})\exp(-\frac{E_g(0)}{2k_0T})$$

由上式, $\ln n_i \sim 1/T$近似为一条直线

作$\ln n_i T^{-3/2} \sim 1/T$关系曲线，为一条直线，从这条直线斜率可求出$E_g(0)$, $E_g(0) = 2k_0\times$斜率。

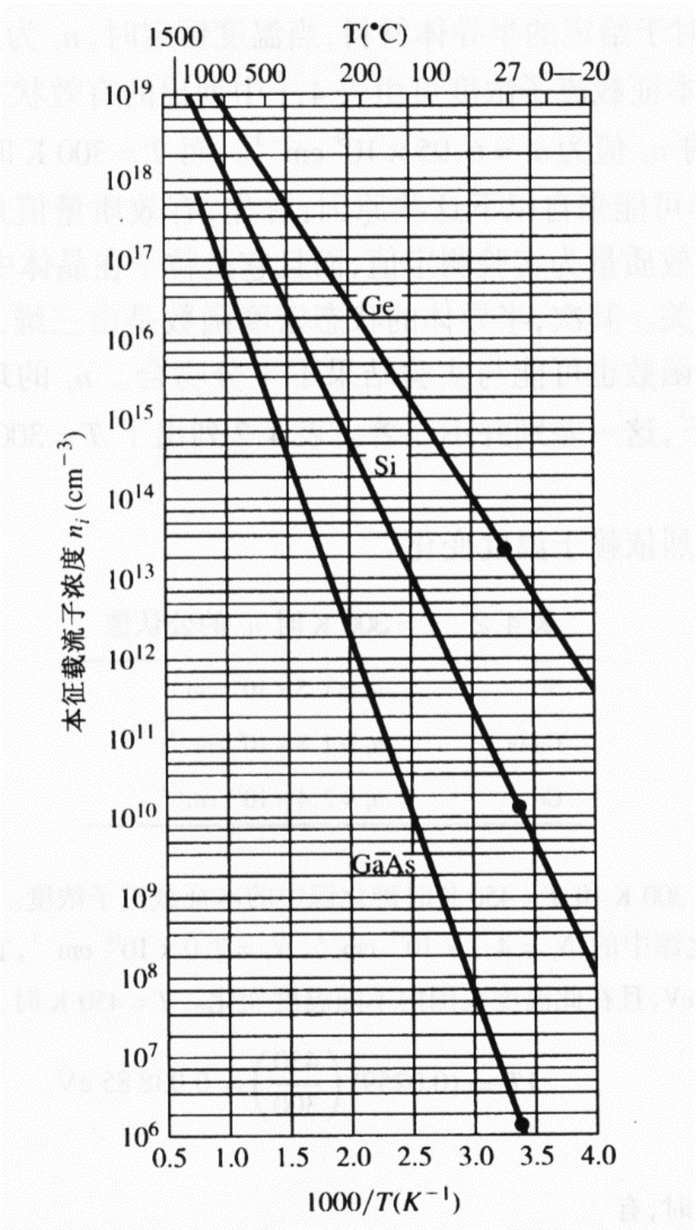
- **2.2 本征半导体的载流子浓度**

3.本征载流子浓度与禁带宽度的关系

$$n_i = (N_C N_V)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_0 T}\right)$$

温度一定，E_g增加，n_i减小

同一半导体，温度升高，n_i增加



本征载流子浓度与温度关系曲线

- **2.2 本征半导体的载流子浓度**

300K下硅、锗、砷化镓的本征载流子浓度

各项参数	$E_g(eV)$	$m_n^*(m_{dn})$	$m_p^*(m_{dp})$	$N_c(cm^{-3})$	$N_v(cm^{-3})$	$n_i(cm^{-3})$ (理论值)	$n_i(cm^{-3})$ (实验值)
Si	1.12	$1.08m_0$	$0.59m_0$	2.8×10^{19}	1.1×10^{19}	7.8×10^{9}	1.5×10^{10}
Ge	0.67	$0.56m_0$	$0.37m_0$	1.05×10^{19}	5.7×10^{19}	2.0×10^{13}	2.4×10^{13}
GaAs	1.428	$0.068m_0$	$0.47m_0$	4.5×10^{17}	8.1×10^{18}	2.3×10^{6}	1.1×10^{7}

- **2.2 本征半导体的载流子浓度：小结**

导带、价带载流子浓度表达式：

$$n_0 = N_c \exp(-\frac{E_c - E_F}{k_0 T}) \qquad p_0 = N_v \exp(-\frac{E_F - E_v}{k_0 T})$$

$$n_0 p_0 = N_c N_v \exp(-\frac{E_c - E_v}{k_0 T}) = N_c N_v \exp(-\frac{E_g}{k_0 T})$$

本征半导体的载流子浓度：

$$\boxed{n_0 = p_0} \Rightarrow \boxed{E_i = E_F = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{k_0 T}{2} \ln \frac{N_v}{N_c}} \Rightarrow \boxed{n_i = n_0 = p_0 = (N_c N_v)^{1/2} \exp(-\frac{E_g}{2k_0 T})}$$

$$n_i = N_c \exp(-\frac{E_c - E_i}{k_0 T}) \qquad n_i = N_v \exp(-\frac{E_i - E_v}{k_0 T}) \qquad n_0 p_0 = n_i^2$$

注意：E_F是一个相对的量

- **2.3 杂质能级上的电子和空穴浓度**

杂质能级：等高、分立、短线

$$f(E)=\frac{1}{1+\exp(\frac{E-E_F}{k_0T})}$$

与能带中能级的区别：

能带中能级可以容纳两个自旋相反的电子，

杂质能级只能容纳一个任意自旋的电子或不被电子占据，

杂质能级被占据的几率不能用标准的费米分布函数。

施主能级被电子占据几率为：

$$f_D(E)=\frac{1}{1+\frac{1}{g_D}\exp(\frac{E_D-E_F}{k_0T})}$$

受主能级被空穴占据几率为：

$$f_A(E)=\frac{1}{1+\frac{1}{g_A}\exp(\frac{E_F-E_A}{k_0T})}$$

- **2.3 杂质能级上的电子和空穴浓度**

施主能级上的电子浓度

$$n_D = N_D f_D(E) = \frac{N_D}{1+\frac{1}{g_D}\exp(\frac{E_D - E_F}{k_0 T})}$$

杂质浓度--量子态　几率

电中性，未电离

杂质能级和费米能级之间的距离

受主能级上的空穴浓度

电中性，未电离

$$p_A = N_A f_A(E) = \frac{N_A}{1+\frac{1}{g_A}\exp(\frac{E_F - E_A}{k_0 T})}$$

- **2.3 杂质能级上的电子和空穴浓度**

电离施主浓度

$$n_D^+ = N_D - n_D = N_D - N_D f_D(E) = \frac{N_D}{1+g_D\exp(-\frac{E_D-E_F}{k_0T})}$$

电离，带正电

电离受主浓度

$$p_A^- = N_A - p_A = N_A - N_A f_A(E) = \frac{N_A}{1+g_A\exp(-\frac{E_F-E_A}{k_0T})}$$

电离，带负电

- **2.4 只含一种施主能级的半导体的载流子浓度**

1. 电中性条件

$$n_0 = N_c \exp(-\frac{E_c - E_F}{k_0 T})$$

负电荷: n_0

$$p_0 = N_v \exp(-\frac{E_F - E_v}{k_0 T})$$

正电荷: p_0 ， n_D^+

$$n_D^+ = \frac{N_D}{1 + 2\exp(-\frac{E_D - E_F}{k_0 T})}$$

满足: $n_0 = p_0 + n_D^+$

$$p_A^- = \frac{N_A}{1 + 4\exp(-\frac{E_F - E_A}{k_0 T})}$$

• 2.4 只含一种施主能级的半导体的载流子浓度

2. 不同温度区间的半导体的费米能级和杂质电离程度

$$N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_0 T}\right) = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{k_0 T}\right) + \frac{N_D}{1 + 2\exp\left(-\frac{E_D - E_F}{k_0 T}\right)}$$

上式只有 E_F是需要确定的未知量，为了确定出E_F，可以在不同温度区下近似求解。

1).**杂质电离范围**

a.低温弱电离区

b.中间电离区

c.饱和电离区

2).**本征激发起作用**

a.过渡区

b.本征激发区

- **2.4 只含一种施主能级的半导体的载流子浓度**

A.杂质电离范围（温度范围为从0K---杂质全部电离）

电中性条件： $n_0 = n_D^+$ 空穴数被忽略不计了

$$N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_0 T}\right) = \frac{N_D}{1 + 2\exp\left(-\frac{E_D - E_F}{k_0 T}\right)}$$

设： $x = \exp\left(-\frac{E_D - E_F}{k_0 T}\right)$

解方程： $2x^2 + x - \frac{N_D}{N_C}\exp\left(\frac{\Delta E_D}{k_0 T}\right) = 0$

$$x = \frac{\pm\sqrt{1 + \frac{8N_D}{N_C}\exp\left(\frac{\Delta E_D}{k_0 T}\right)} - 1}{4}$$

舍去负值

- **2.4 只含一种施主能级的半导体的载流子浓度**

$$\boxed{E_F = E_D + k_0T\ln[\frac{\sqrt{1+\frac{8N_D}{N_C}\exp(\frac{\Delta E_D}{k_0T})}-1}{4}]}$$

$$n_0 = n_D^+ = \frac{N_D}{1+2\exp(-\frac{E_D-E_F}{k_0T})}$$

$$\boxed{n_0 = \frac{2N_D}{1+\sqrt{1+\frac{8N_D}{N_C}\exp(\frac{\Delta E_D}{k_0T})}}}$$

- **2.4 只含一种施主能级的半导体的载流子浓度**

讨论： (1)低温弱电离区

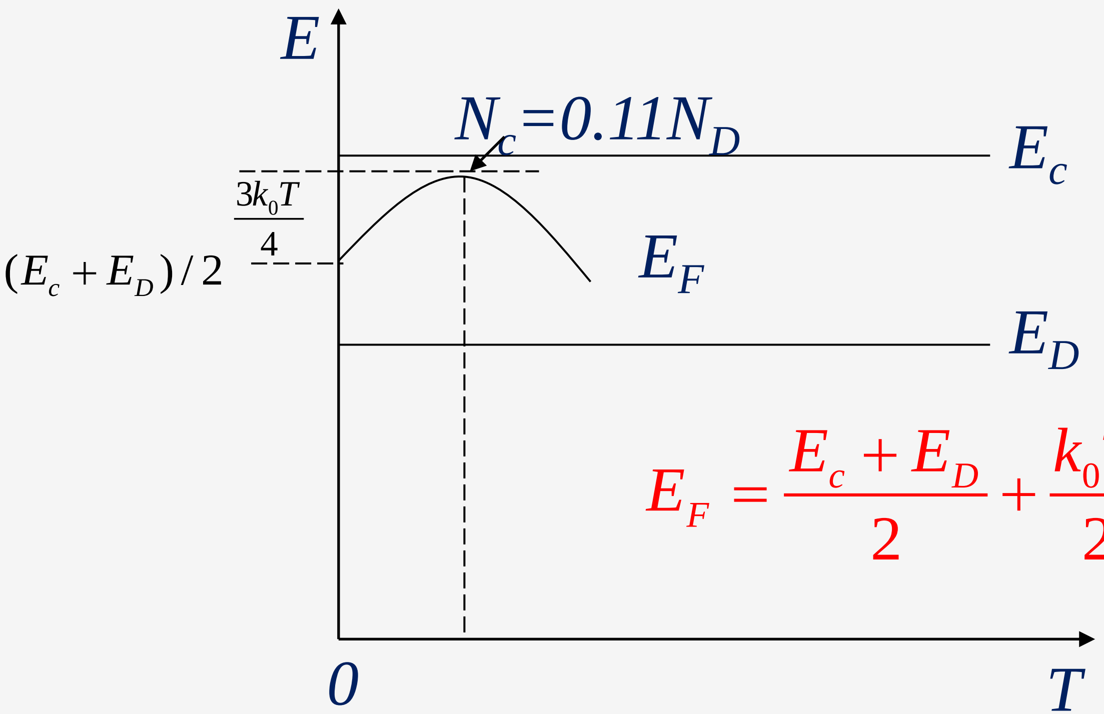
$$\boxed{n_0 = \frac{2N_D}{1+\sqrt{1+\frac{8N_D}{N_C}\exp(\frac{\Delta E_D}{k_0T})}}}$$

T很低，使得 ΔE_D远大于k_0T 则$\frac{8N_D}{N_C}\exp(\frac{\Delta E_D}{k_0T})$远大于1

则：$E_F = E_D + k_0T\ln[\frac{N_D}{2N_c}\exp(\frac{E_c-E_D}{k_0T})]^{1/2}$

$$E_F = \frac{E_c+E_D}{2} + \frac{k_0T}{2}\ln(\frac{N_D}{2N_c})$$

- 2.4 只含一种施主能级的半导体的载流子浓度



$$E_F=\frac{E_c+E_D}{2}+\frac{k_0T}{2}\ln(\frac{N_D}{2N_c})$$

低温弱电离区费米能级与温度关系

- **2.4 只含一种施主能级的半导体的载流子浓度**

$$E_F=\frac{E_c+E_D}{2}+\frac{k_0T}{2}\ln(\frac{N_D}{2N_c})$$

$$\boxed{n_0=N_c\exp(-\frac{E_c-E_F}{k_0T})}$$

将求得的E_F代入n_0表达式得：

$$n_0=(\frac{N_DN_c}{2})^{1/2}\exp(-\frac{E_c-E_D}{2k_0T})=(\frac{N_DN_c}{2})^{1/2}\exp(-\frac{\Delta E_D}{2k_0T})$$

由上式可得：

$$n_0\propto T^{3/4}\exp\left(-\frac{\Delta E_D}{2k_0T}\right)$$

T升高，n_0增加

$$\ln n_0=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{N_DN_C}{2}\right)-\frac{\Delta E_D}{2k_0T}$$

$$\ln n_0T^{-3/4}=A-\frac{\Delta E_D}{2k_0T}$$

作 $\ln n_0T^{-3/4}\sim 1/T$ 曲线，为直线，其斜率为：$\Delta E_D/(2k_0)$ 确定 ΔE_D

- **2.4 只含一种施主能级的半导体的载流子浓度**

讨论：(2)强电离区(饱和电离区)

电子浓度：$n_0 = \dfrac{2N_D}{1+\sqrt{1+\cancel{\dfrac{8N_D}{N_C}\exp(\dfrac{\Delta E_D}{k_0T})}}} = N_D$

$\dfrac{8N_D}{N_C}\exp(\dfrac{\Delta E_D}{k_0T})$远小于1

$$N_c \exp(-\frac{E_c - E_F}{k_0T}) = N_D$$

$$E_F = E_c + k_0T \boxed{\ln(\frac{N_D}{N_c})} < 0$$

$$n_i \exp(-\frac{E_i - E_F}{k_0T}) = N_D$$

$$E_F = E_i + k_0T \boxed{\ln(\frac{N_D}{n_i})} > 0$$

E_F在E_i与E_C 之间

- **2.4 只含一种施主能级的半导体的载流子浓度**

讨论：(2)强电离区(饱和电离区)

1.T一定，N_D越大， E_c 与E_F间的差别越小，费米能级越靠近导带底

2. N_D一定，T升高，**费米能级向本征费米能级靠近**

3. 此区域，载流子浓度与温度无关，保持一个定值。绝大多数半导体器件都工作在此温度区间。

- **2.4 只含一种施主能级的半导体的载流子浓度**

讨论：(3)中间电离区

$$\frac{8N_D}{N_C}\exp(\frac{\Delta E_D}{k_0T})$$

不满足远大于或小于1

$$E_F = E_D + k_0T\ln[\frac{\sqrt{1+\frac{8N_D}{N_C}\exp(\frac{\Delta E_D}{k_0T})}-1}{4}]$$

$$n_0 = \frac{2N_D}{1+\sqrt{1+\frac{8N_D}{N_C}\exp(\frac{\Delta E_D}{k_0T})}}$$

77K属于哪个区域？低温弱电离、中间电离、饱和电离

- **2.4 只含一种施主能级的半导体的载流子浓度**

B.本征激发起作用的温度范围

(T范围：杂质全部电离 - 强本征激发范围)

本征激发相对杂质电离所提供的载流子不能再忽略。

电中性条件为：$n_0 = N_D + p_0$

$$n_0 p_0 = n_i^2$$

解得：

$$n_0 = \frac{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4n_i^2}}{2}$$

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{-N_D + \sqrt{N_D^2 + 4n_i^2}}{2}$$

- **2.4 只含一种施主能级的半导体的载流子浓度**

求费米能级:

$$n_0 = n_i \exp(-\frac{E_i - E_F}{k_0 T}) = \frac{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4n_i^2}}{2}$$

$$\boxed{E_F = E_i + k_0 T \ln(\frac{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4n_i^2}}{2n_i})}$$

$$n_0 = N_C \exp(-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}) = \frac{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4n_i^2}}{2}$$

$$\boxed{E_F = E_C + k_0 T \ln(\frac{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4n_i^2}}{2N_C})}$$

讨论:(1)饱和电离区

当T较低,N_D远大于n_i,$n_0 = N_D$,

$$E_F = E_i + k_0 T \ln(\frac{N_D}{n_i}) = E_C + k_0 T \ln(\frac{N_D}{N_C})$$

- **2.4 只含一种施主能级的半导体的载流子浓度**

讨论：(2)本征激发区，当T很高，N_D远小于n_i

$$n_0 = p_0 = n_i = (N_c N_v)^{1/2} \exp(-\frac{E_g}{2k_0T}) \qquad E_F = E_i + k_0T\ln(\frac{N_D+\sqrt{N_D^2+4n_i^2}}{2n_i})$$

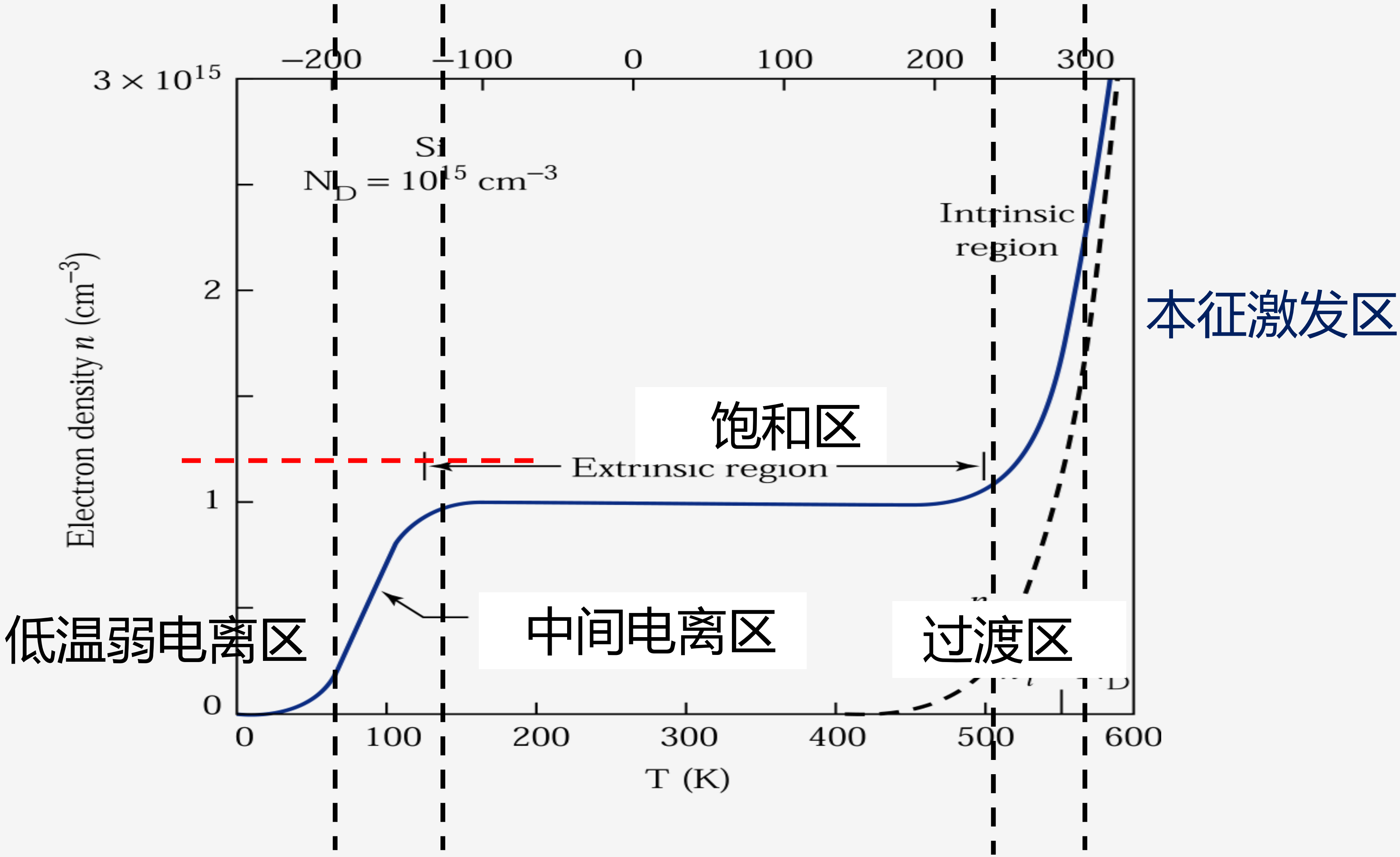
$$E_F = E_i = \frac{E_c+E_v}{2} + \frac{k_0T}{2}\ln\frac{N_v}{N_c}$$

讨论：(3)过渡区

$$E_F = E_C + k_0T\ln(\frac{N_D+\sqrt{N_D^2+4n_i^2}}{2N_C})$$

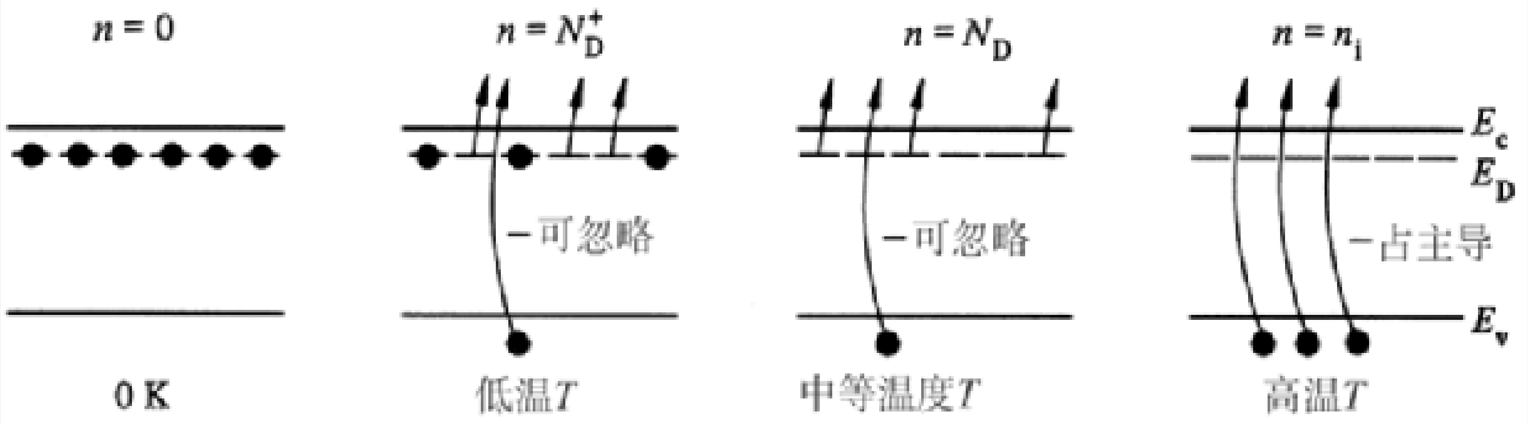
$$n_0 = \frac{N_D+\sqrt{N_D^2+4n_i^2}}{2} \qquad E_F = E_i + k_0T\ln(\frac{N_D+\sqrt{N_D^2+4n_i^2}}{2n_i})$$

- **2.4 只含一种施主能级的半导体的载流子浓度**

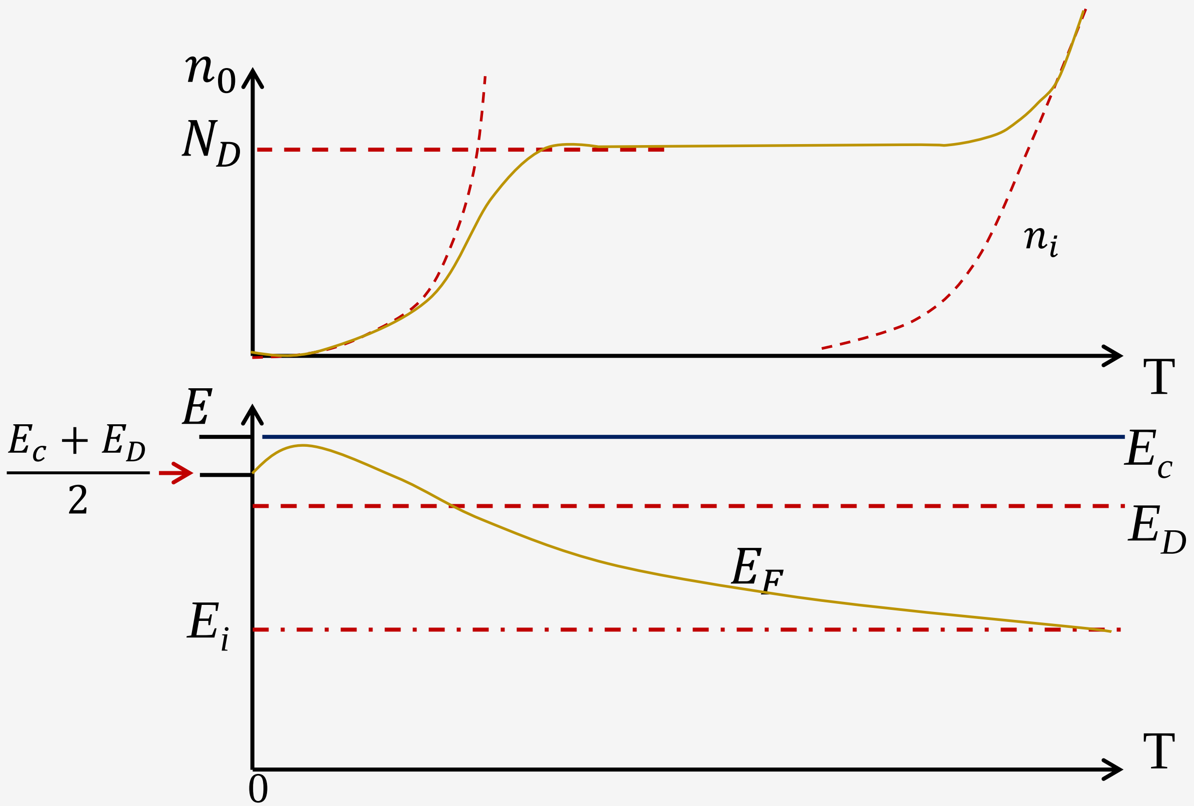


- 2.4 只含一种施主能级的半导体的载流子浓度

弱电离区　　强电离区　　本征激发区



- 2.4 只含一种施主能级的半导体的载流子浓度



$$n_0p_0 = n_i^2$$

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0}$$

- **2.5 只含一种受主杂质的p型半导体的载流子浓度**

电中性条件： $p_0 = n_0 + p_A^-$

- **2.6 一般情况下载流子统计分布（有补偿情况下载流子浓度）**

电中性条件： $p_0 + n_D^+ = n_0 + p_A^-$

- **2.7 简并半导体**

当半导体的掺杂浓度很高时，比如：高于$10^{19}/cm^3$时，费米能级可以进入导带或价带，导带中电子浓度和价带中空穴浓度很高，必须考虑泡利不相容原理，费米分布不能简化为玻尔兹曼分布，计算平衡态载流子浓度时，必须使用费米分布函数。

本章小结

◆ 半导体中载流子的统计分布

- 能量状态密度 $g(E)$
- 费米能级和载流子的统计分布 $f(E)$
- 本征半导体的载流子浓度（n_0， p_0）
- 杂质半导体的载流子浓度（n_0， p_0）
- 一般情况下载流子统计分布
- 简并半导体

非简并