SIMETRÍA Y DESCOMPOSICIÓN PAR E IMPAR DE FUNCIONES DEFINIDAS A TRAMOS USANDO MAPLE

RAMIREZ MONTES PEDRO IVAN, HERNÁNDEZ MORGADO BELEM, J. DEL CARMEN RAMIREZ GONZÁLEZ, HERNÁNDEZ CASTILLO JOSÉ LUZ Departamento de Matemáticas Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán

Palabras clave: funciones, Par, Impar, TIC, descomposición

Resumen

En este trabajo proponemos una actividad en el aula para examinar la propiedad de simetría de funciones definidas por tramos empleando el software MAPLE, además de su representación como la superposición de dos funciones, una con simetría par y otra con simetría impar, independientemente de si la función representada no es par ni tampoco impar, esta actividad permite la enseñanza de las capacidades de manejo simbólico de MAPLE útiles en actividades posteriores.

Introducción.

Se dice que una función f(x) es par si satisface la condición de que:

f(-x) = f(x)

Para cualquier $x \in D_f$. De manera similar se dice que una función f(x) es impar si satisface la condición:

$$f(-x) = -f(x)$$

Para cualquier x en su dominio. La gráfica de una función par es simétrica respecto del eje vertical en el origen mientras que una función impar es antisimétrica respecto del eje vertical en el origen. En algunos casos resulta conveniente también expresar una función que no puede clasificarse como par o impar como la suma de dos funciones componentes, de las cuales una es par y la otra impar, puede probarse que las componentes par e impar de una función están dadas por:

$$f_{par} = \frac{1}{2}[f(x) + f(-x)]$$
 $f_{impar} = \frac{1}{2}[f(x) - f(-x)]$

Metodología

Empelando el software Matemático Maple y empleando el comando "piecewice" es posible declarar una función definida por tramos. Empleando las capacidades de manejo simbólico de Maple es posible utilizar directamente las formulas para encontrar las componentes pares e impares de la función. Maple implementa un algoritmo para intentar determinar si una función es par o impar mediante el comando "type" y las opciones "oddfunc" y "evenfunc", en la Figura 1 se muestra que la función no puede clasificarse ni como par, ni como impar, mientras que sus componentes si pasan la prueba para determinar si son pares o impares.

En la Figura 2 se muestra la gráfica de las funciones, mediante el comando "Display" y generando un arreglo pueden visualizarse múltiples graficas de forma ordenada. En el caso particular de un resultado falso, este deberá de interpretarse como un resultado absoluto, deberá intentarse modificar la variable de entorno "Normalizer" como se muestra en la Figura 3, para asegurar un resultado más confiable.

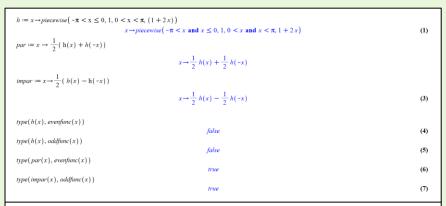


Figura 1. Captura de pantalla del software Maple, donde se presenta una función definida a tramos, empleando las fórmulas señaladas puede obtenerse su componente par e impar, Maple implementa un algoritmo para intentar determinar si la función es par o impar.

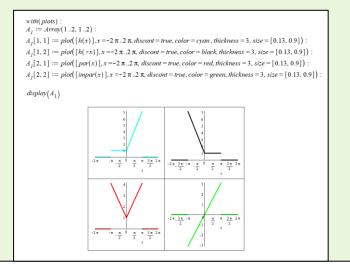


Figura 2. Captura de pantalla del software Maple, donde se presenta un arreglo de graficas que permite el análisis de su simetría.

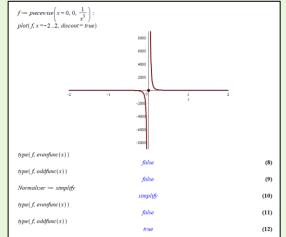


Figura 3. Ejemplo de una función impar que con las opciones por defecto no pasa la prueba, y cambio de valor de la variable Normalizer.

Resultados

Se muestra algunas de las capacidades de manejo simbólico del software matemático Maple para realizar la descomposición par e impar de una función. Adicionalmente se muestra las capacidades de Maple que permiten a el usuario analizar visualmente o mediante pruebas la simetría de funciones.

Discusión

Se propone que actividades como ésta puedan servir de introducción para ayudar a la enseñanza de algunas características del software matemático Maple en particular la de manejo simbólico, éstas resultan indispensables en temas posteriores.

Referencias

Gowers, T., Barrow-Green, J., & Leader, I. (2010). The Princeton Companion to Mathematics. Princeton University Press.

Hsu, H. P., Hsu, H. P., Mehra, R., & Flores Torres, R. (1987). Análisis de Fourier. Addison-Wesley Iberoamericana.