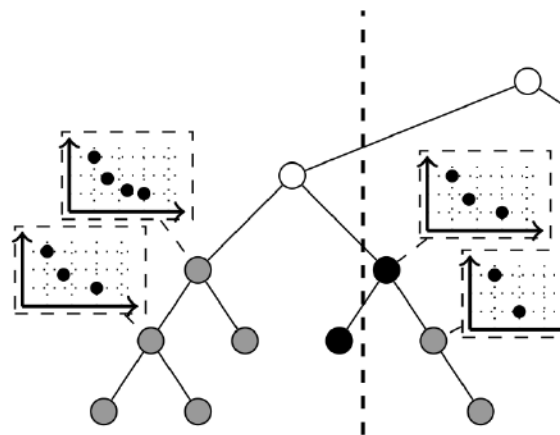
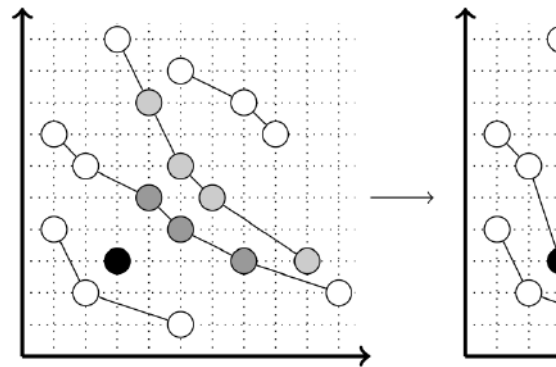


Введение в теорию вычислительной сложности

Владимир Ульянов
к.т.н., доцент Университета ИТМО

18 августа 2020 г.





Владимир Ульянов

- 2011, 2013 – бакалавриат и магистратура Университета ИТМО, **программирование**
- 2015 – кандидат технических наук
- Руководитель лаборатории **компьютерных технологий**
- Автор 37 международных публикаций
- Биоинформатика, **комбинаторная оптимизация**, разработка ПО

Millennium prize problems

1. Birch & Swinnerton-Dyer Conjecture
 2. Hodge Conjecture
 3. Navier-Stokes Equations
 4. P vs. NP
 5. Poincaré Conjecture
 6. Riemann Hypothesis
 7. Yang-Mills Theory
- ← most recent (1971)
- ← easiest to explain

- В середине 1960-х годов
- Вопрос о границах практической применимости алгоритма в смысле ограничений на её размерность
- Какие задачи могут быть решены на ЭВМ за реальное время?



chess



slow

SAT

Traveling
Salesman
Problem

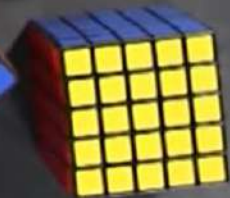
PRIMES

???

multiplication
sorting

fast

Polynomial time



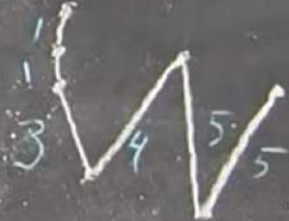
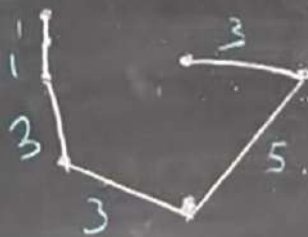
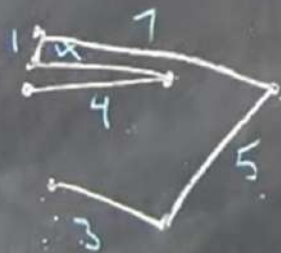
- $T(m, x)$ — время работы машины Тьюринга m на входе x
- $S(m, x)$ — объем памяти, требуемый машине Тьюринга m , для выполнения на входе x
- $DTIME(f(n))$ — класс языков L , для которых существует детеминированная машина Тьюринга m такая, что $L(m)=L$ и для любого x выполнено $T(m, x) \leq f(n)$ (здесь n — длина x).

язык L лежит в классе P тогда и только тогда, когда существует такая детерминированная машина Тьюринга m , что:

- m завершает свою работу за **полиномиальное время** на любых входных данных;
- если на вход машине m подать слово $l \in L$, то она допустит его;
- если на вход машине m подать слово $l \notin L$, то она не допустит его.

NP

Non-deterministic
Polynomial time



P



NP

4	1	5	8	3	6	7	2	9
9	8	2	5	7	4	1	3	6
7	3	6	1	9	2	4	5	8
1	9	3	6	2	8	5	4	7
8	5	4	9	1	7	2	6	3
2	6	7	4	5	3	9	8	1
6	4	1	7	8	5	3	9	2
5	2	9	3	6	1	8	7	4
3	7	8	2	4	9	6	1	5

Sudoku



P

NP

Easy to solve



Easy to verify



Examples

GCD, prime

Jigsaw

Does being able
to quickly recognize

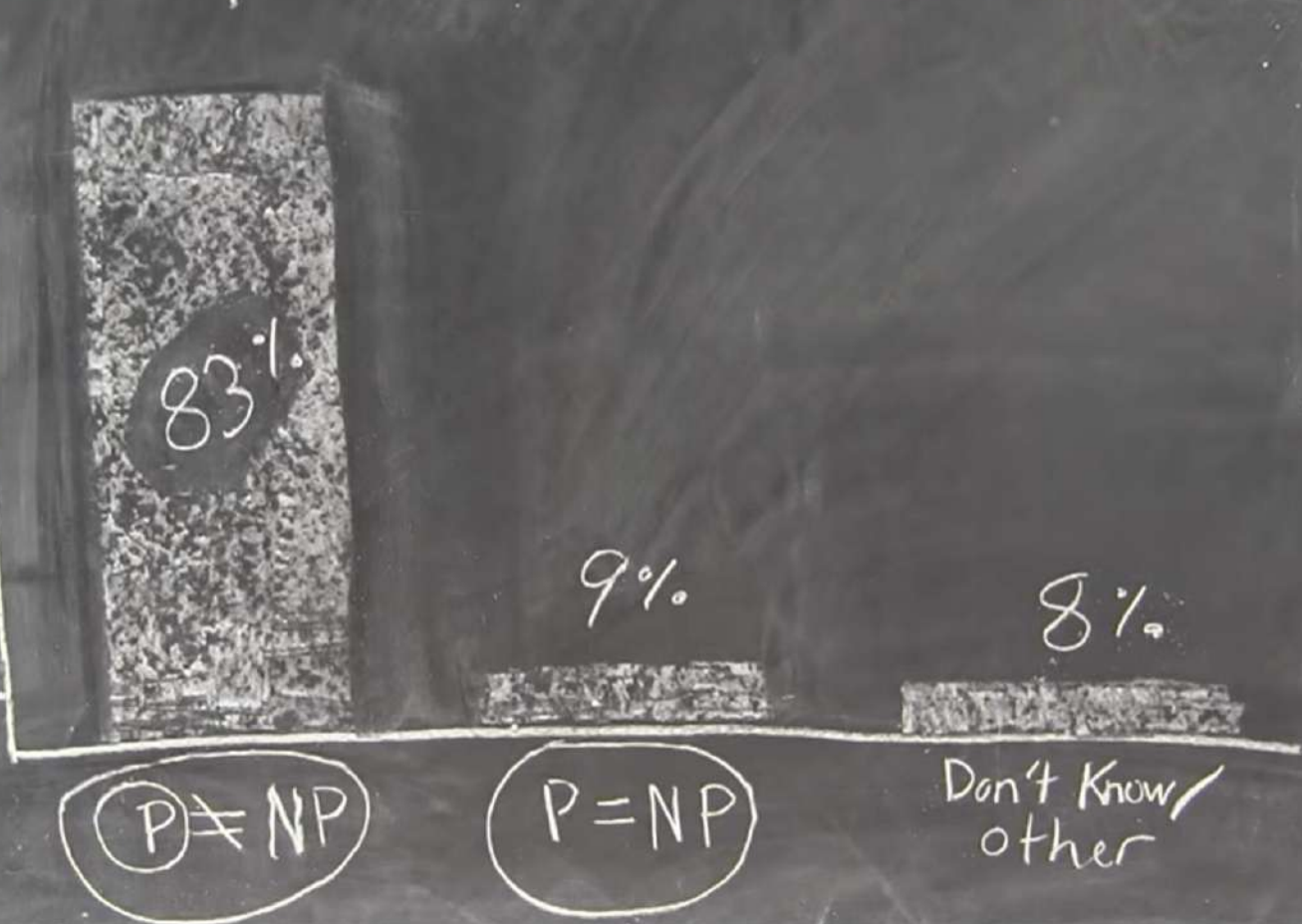
NP

correct answers mean there's also
a quick way to find them?

P

Opinions on P vs. NP

computer scientists



- Язык L_1 **сводится по Карпу** к языку L_2 ($L_1 \leq L_2$), если существует такая функция f , работающая за полином, что x принадлежит L_1 тогда и только тогда, когда $f(x)$ принадлежит L_2
 - Первое формальное определение сводимости было предложено Аланом Тьюрингом в 1939 г.
- Язык L называется **С-трудным** (относительно полиномиального сведения) (C-hard), если любой язык M из C сводится по Карпу к L
- C — сложностный класс. Язык L называется **С-полным**, если L является С-трудным и сам лежит в C .

EXP

NP-complete



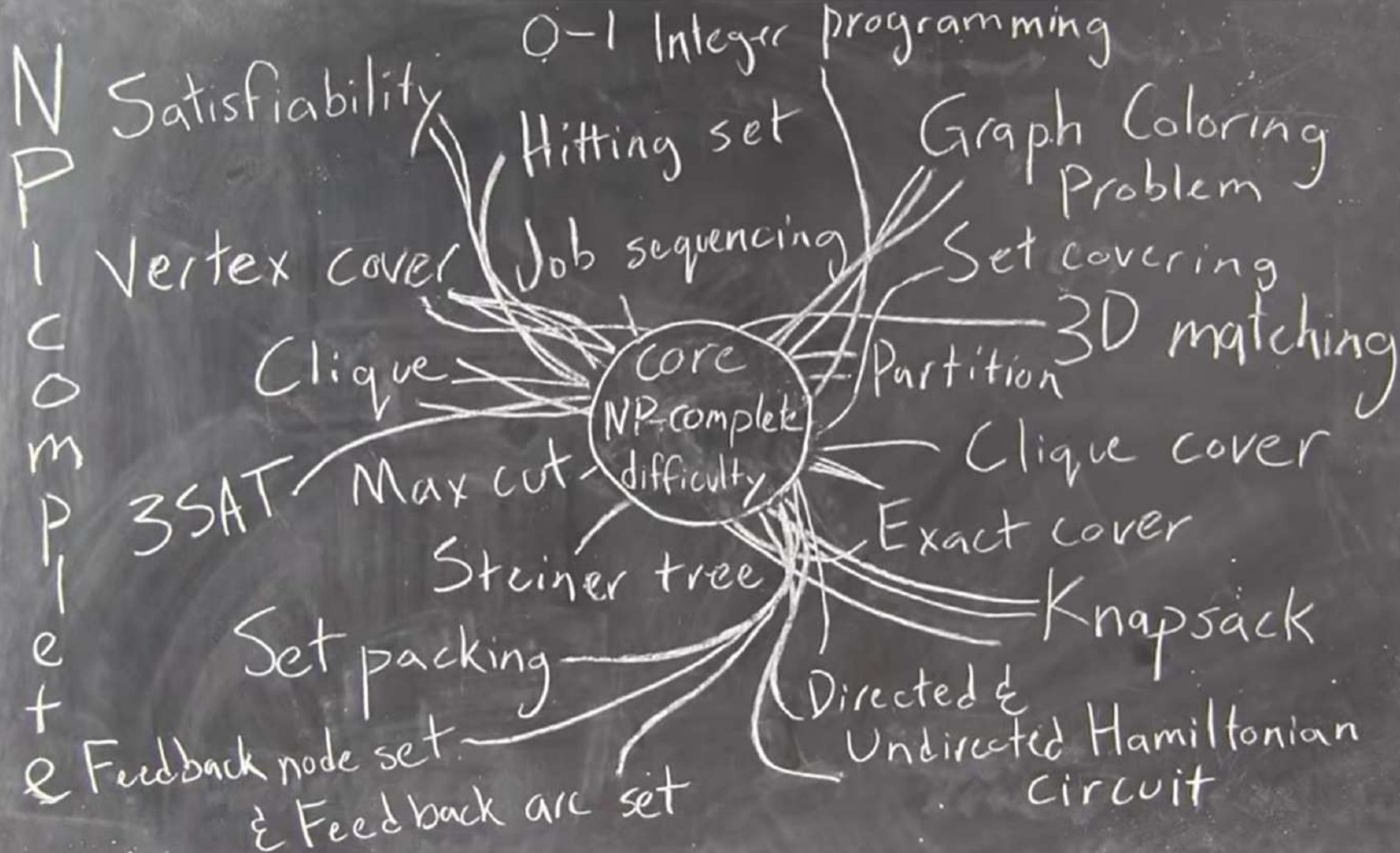
NP

P



NP-hard





ANOTHER
MB
KEY
TO FUN
and learning

FOR
AGES
8 TO
ADULT

MILTON
BRADLEY
COMPANY
SPRINGFIELD
MASSACHUSETTS
4730
MADE IN U.S.A.



35



N
D
i
c
o
m
p
l
e
t
e
F
e
e
d
b
a
c
k

0-1 Integer Programming

Coloring
em
ing

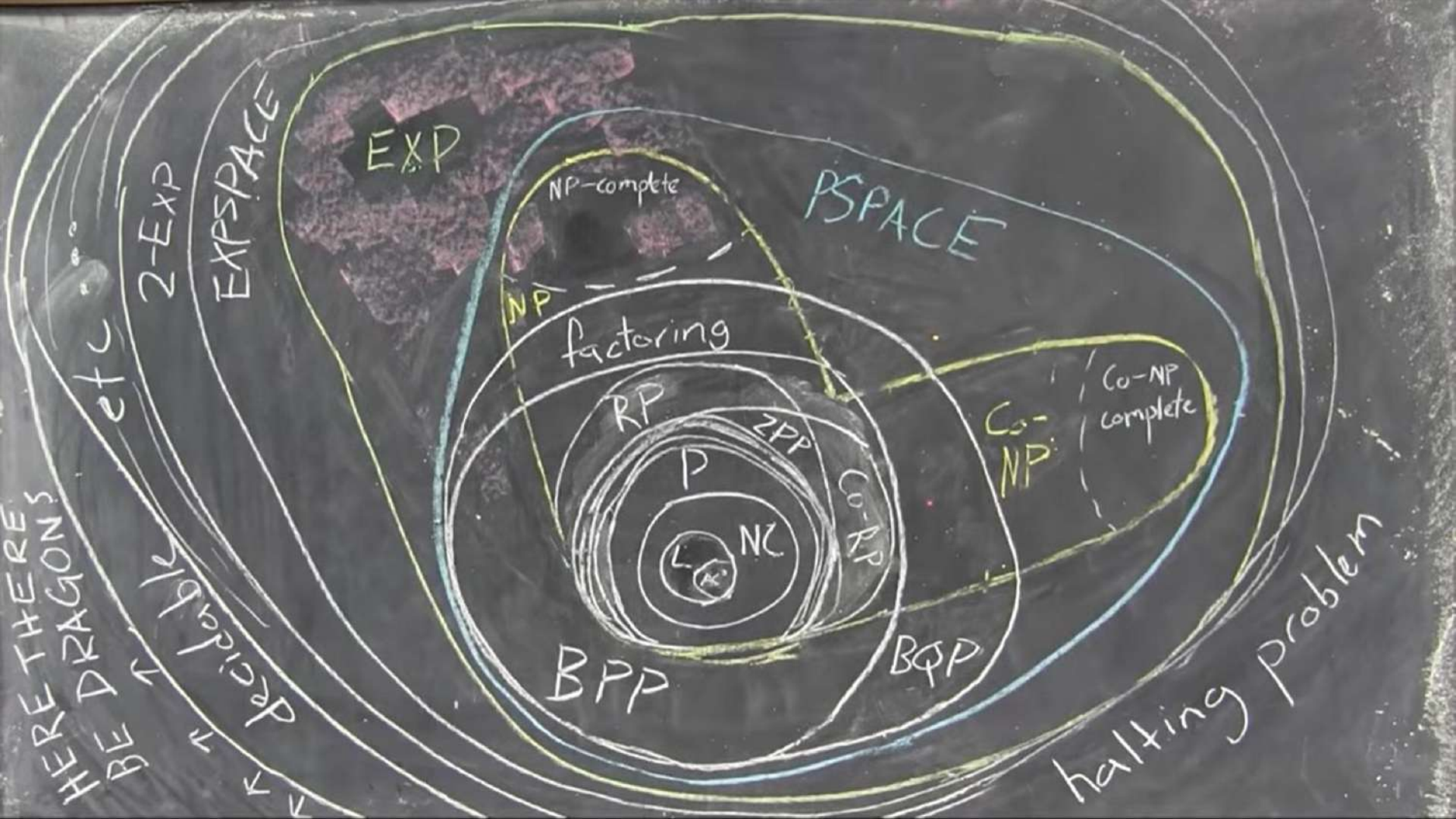
node set
& Feedback arc set

Undirected Hamiltonian circuit

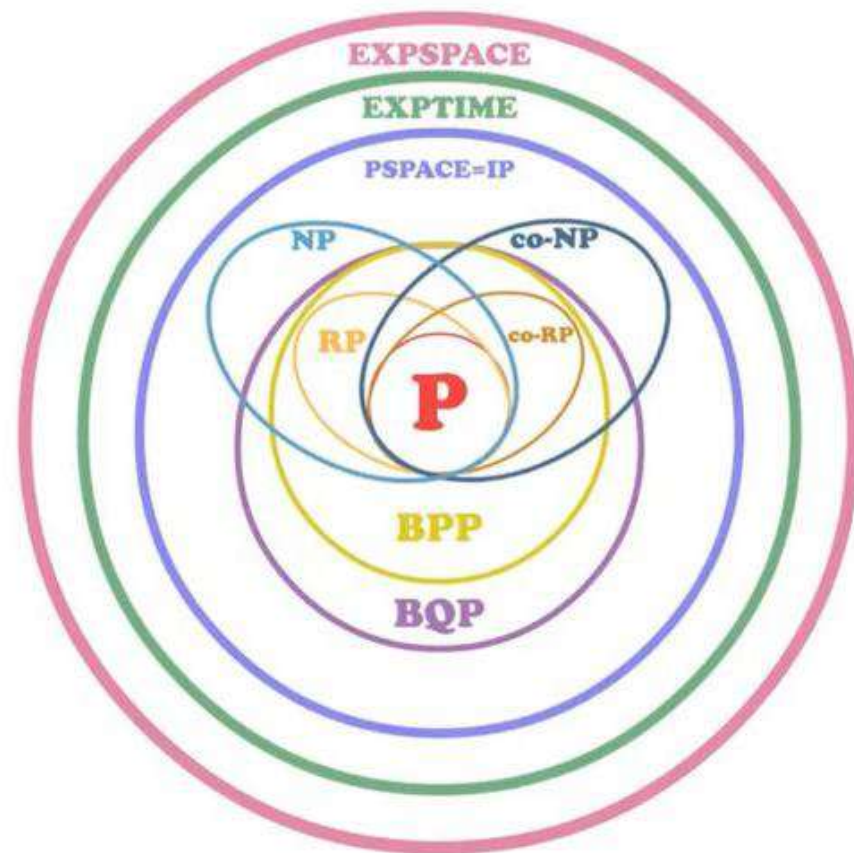
Теорема Кука-Левина

- SAT — язык булевых формул из n переменных, для которых существует подстановка, при которой формула истинна
- Теорема Кука-Левина: $SAT \in NPC$
- neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Теорема_Кука

- Язык **A** **сводится по Куку** к **B**, если существует разрешающая язык **A** программа m , работающая полиномиальное время от длины входа, которая может использовать разрешающую программу m_B для языка **B** в качестве оракула
- При этом время работы m_B не учитывается



Undecidable



ИСТОЧНИКИ

- neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Теория_сложности
- P vs. NP and the Computational Complexity Zoo
<https://www.youtube.com/watch?v=YX40hbAHx3s>

Университет ИТМО, Санкт-Петербург





Вяткин В.В.
Соруководитель



**Парфенов
В.Г.**



Шалыто А.А.



Матвеев Ю.Н.



**Смирнов
А.В.**



Костарева А.А.



Ульянцев В.И.



Буздалов М.В.



Фильченков А.А.

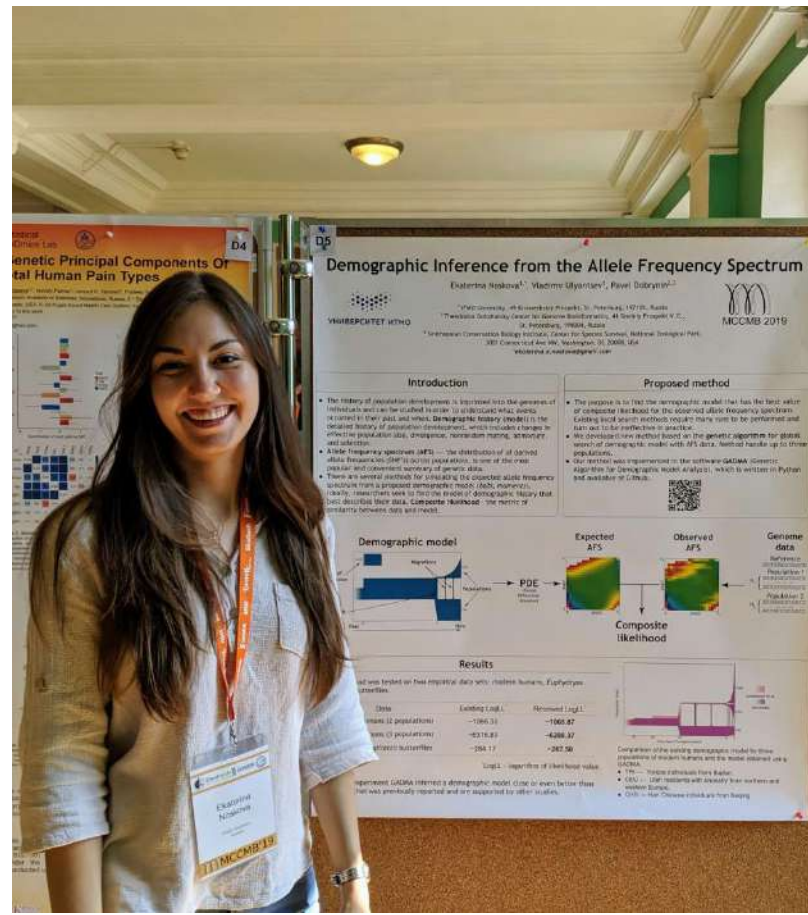
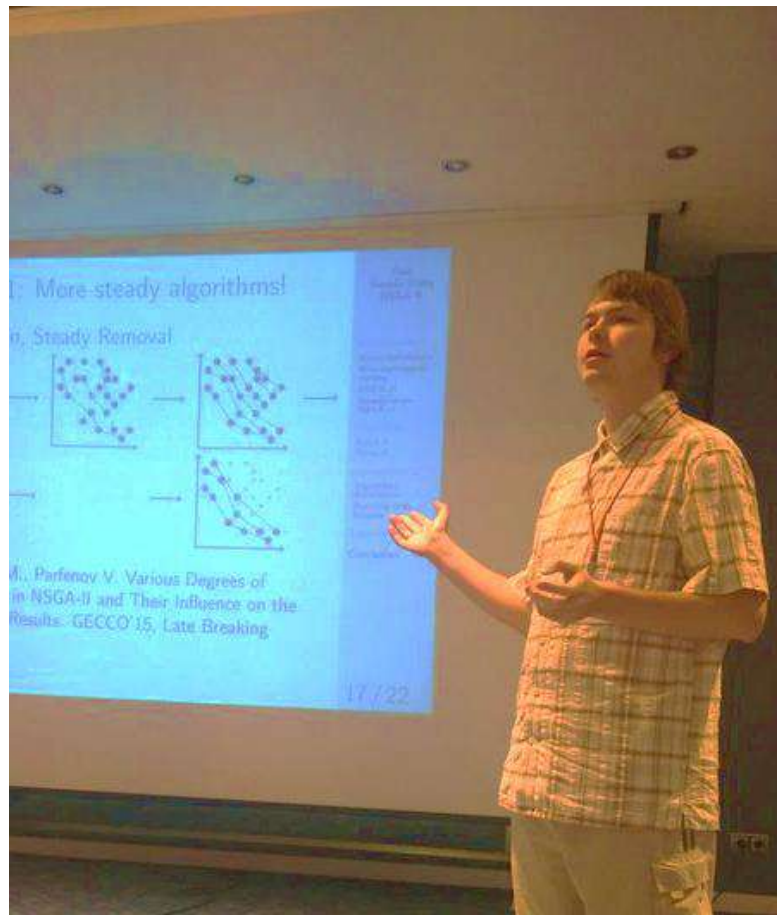


Сергушичев А.А.





Конференции



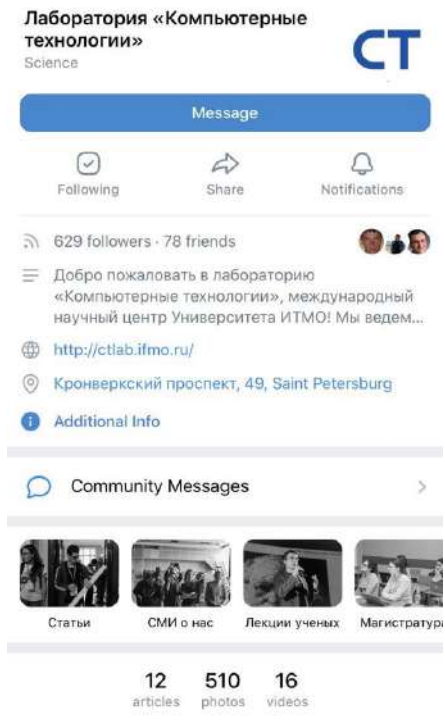
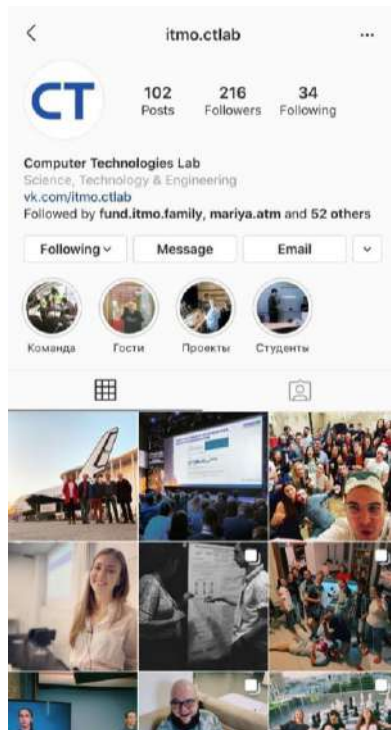
Журналы



Грант РФФИ
19-37-51066

Бурани





Спасибо за внимание!



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Владимир Ульянцев
vl.ulyantsev@gmail.com



@ulyantsev