

七、问题三的模型与建立

7.1 问题三分析

题目要求需要将编号 238 号的行为特征为矛盾型的婴儿从矛盾型变为中等型或安静型，并给出了患病得分与治疗费用，求解需要所花费的最小费用。

易得出目标函数为使得治疗费用最低，故用整数规划来解决此题，其次需要求出中等型或安静型婴儿的 3 种问卷得分的平均值和最小值作为约束条件，在问题二的模型 KNN 分类的基础上，可以假设当 3 种问卷的得分位于各自的平均值最小值区间时，此时可认为婴儿的行为特征为中等型或安静型，在约束条件的限制下，在一个局部中寻找最优解。

7.2 目标函数的建立

由题可知，治疗费用与患病程度变化率呈正比，那么对于单个心理指标费用即是线性方程且其截距 $b = 0$

表 3.1 患病得分与治疗费用

CBTS		EPDS		HADS	
得分	治疗费用	得分	治疗费用	得分	治疗费用
0	200	0	500	0	300
3	2812	2	1890	5	12500

容易得出降低每个指标的单位费用：

$$\begin{aligned}k_1 &= \frac{2812 - 200}{3} \\k_2 &= \frac{1890 - 500}{2} \\k_3 &= \frac{12500 - 300}{5}\end{aligned}$$

其中 k_1 表示 CBTS 指标降低 1 个单位时所需的费用， k_2 表示 EPDS 指标降低 1 个单位时所需的成本， k_3 表示 HADS 指标降低 1 个单位时所需的成本。

由于得分为 0 时仍需支付治疗费用，故可认为题目要求，这 3 项治疗都要治疗，即作为总体的偏差加入目标函数，至此，可以写出目标函数如下：

$$\min Cost = k_1x_1 + k_2x_2 + k_3x_3 + 1000 \quad (3-1)$$

其中 x_1 表示 CBTS 的变化率， x_2 表示 EPDS 的变化率， x_3 表示 HADS 的变化率，同时均限定为整数。

$$x_1, x_2, x_3 \in Z$$

7.3 约束条件的建立

由于在第二问中使用了 KNN 分类模型，但是 KNN 的决策边界很难表示，因此这里使用中等型和安静型样本中，母亲的 3 个心理变量 CBTS, EPDS, HADS 的平均得分作为约束条件的上界，用其最低得分作为下界。

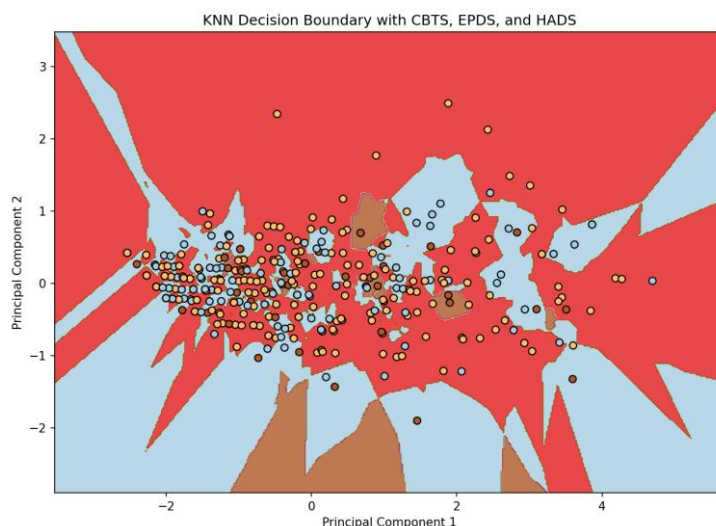


图 3.1 KNN 决策边界

可以用 Excel 简易求出样本中该类型的平均得分和最低得分，统计可得：

表 3.2 样本数据统计结果

心理指标	CBTS		EPDS		HADS	
婴儿行为特征	中等型	安静型	中等型	安静型	中等型	安静型
最小值	0	0	0	0	0	0
均值	6	5	9	8	8	7
最大值	21	20	28	27	19	20

由于 238 编号的母亲的心理指标 CNTS=15，EPDS=22，HADS=18，将其限制于对应指标的均值和最小值之间，那么将矛盾型转为中等型的约束条件为：

$$\begin{cases} 0 \leq 15 - x_1 \leq 6 \\ 0 \leq 22 - x_2 \leq 9 \\ 0 \leq 18 - x_3 \leq 8 \\ x_i \in Z, i = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (3-2)$$

将(3-1),(3-2)式联立带入 Lingo 软件中，可解得编号 238 号婴儿行为特征矛盾型转为中等型最低费用为 41271 元

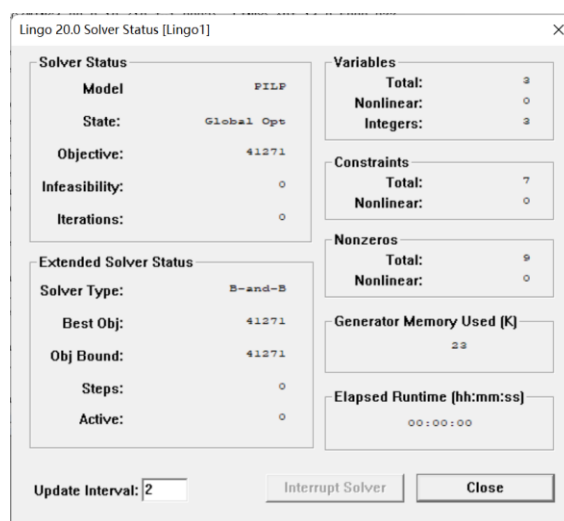


图 3.2 Lingo 解矛盾型转为中等型费用结果图

对于将 238 编号的婴儿行为特征从矛盾型变为安静型，只需要在上述过程的基础上修改为安静型的均值和最小值即可

$$\begin{cases} 0 \leq 15 - x_1 \leq 5 \\ 0 \leq 22 - x_2 \leq 8 \\ 0 \leq 18 - x_3 \leq 7 \\ x_i \in Z, i = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (3-3)$$

与上同理联立(3-1)(3-3)式并带入 Lingo 软件中可得：
可解得编号 238 号婴儿行为特征矛盾型转为安静型最低费用为 45276.7 元

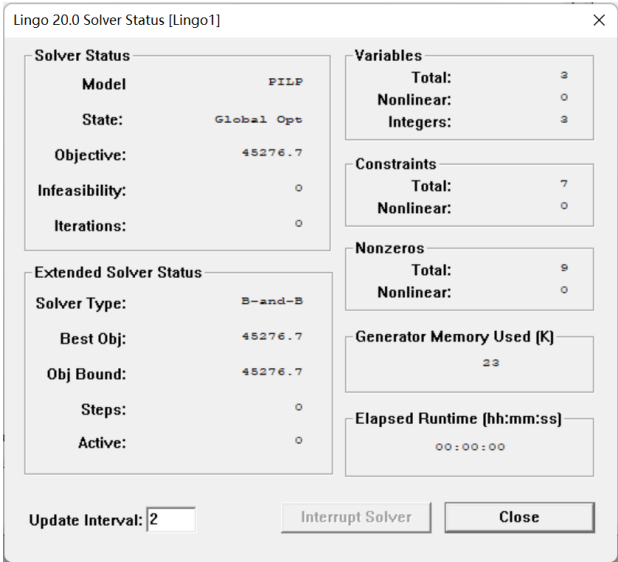


图 3.3 Lingo 解矛盾型转为安静型费用结果图