5. Abgabe

Samstag, 26. November 2022 23:22

A 1

a) $\max_{x\in(a,b)} |f(x)-p_n(x)| \le \frac{\max_{x\in(a,b)} |f^{(n+1)}(\xi)|}{(n+1)!} \max_{x\in(0,4)} \prod_{j=0}^{n} |x-x_j|$

$f^{(1)}(x) = x$

$f^{(2)}(x) = 4x^3$

$f^{(3)}(x) = 12x^4$

$f^{(4)}(x) = 24x$

$f^{(5)}(x) = 24$

$$\max_{x\in(0,4)} |f(x)-p_4(x)| \le \frac{\max_{x\in(0,4)} |f^{(5)}(\xi)|}{5!} \max_{x\in(0,4)} \prod_{j=0}^{4} |x-x_j|$$

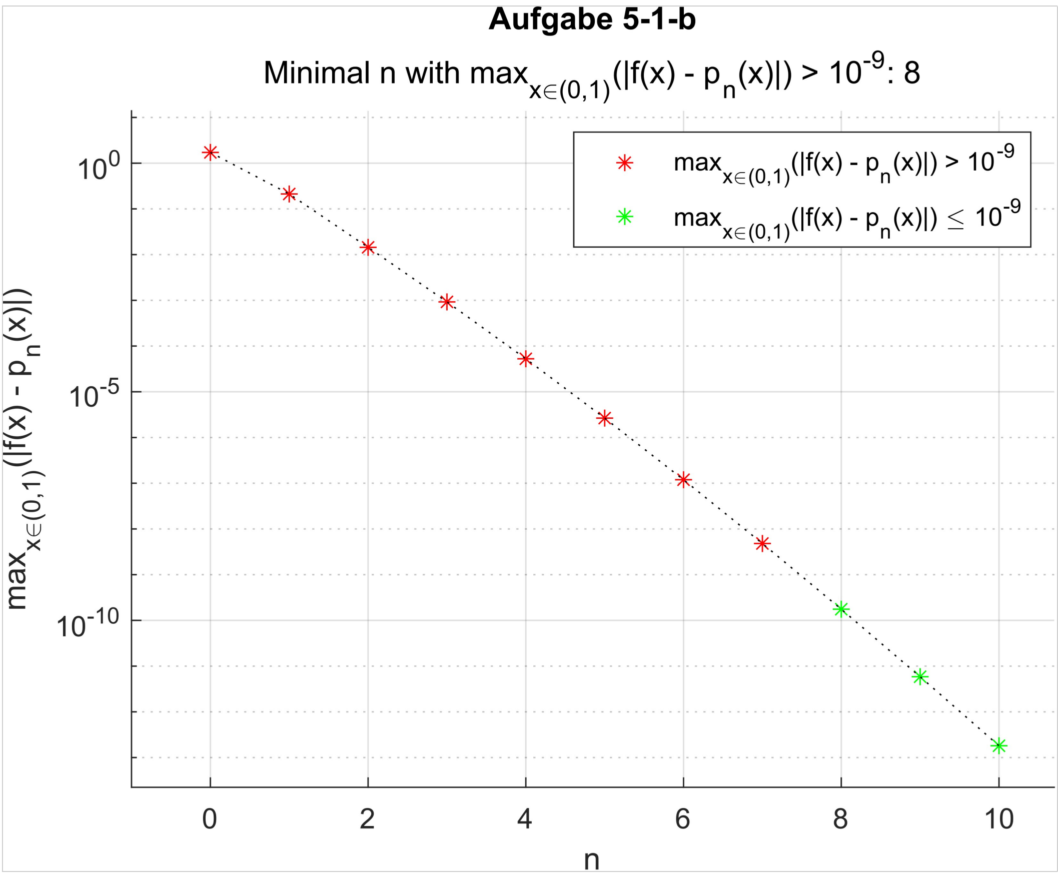
$$= \frac{\max_{x\in(0,4)} |24|}{120} \cdot \max_{x\in(0,4)} |x-x_0||x-x_1||x-x_2||x-x_3||x-x_4|$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \max_{x\in(0,4)} |x||x-1||x-2||x-3||x-4|$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \sqrt{190+58\sqrt{\frac{29}{5}}}$$

$$= \frac{1}{25} \cdot \sqrt{190+58\sqrt{\frac{29}{5}}} \qquad \square$$

b) Durch berechnen für $n \in \{1, \dots, 10\}$ mit Matlab ergibt sich folgende Verteilung:



Daran ist zu erkennen, dass für $n \ge 8$ die $\max_{x\in(0,1)} |f(x)-p_n(x)| \le 10^{-9}$

Daran ist zu erkennen, dass für $n \geq 8$ die $\max_{x \in (0,1)} |f(x) - p_n(x)| \leq 10^{-9}$ gilt. $\square$

2) Durch Ausführung des Programms ergibt sich folgende Aussage

```
Tageslänge in Minuten am Ort F bei 61.7°: 1167.86
 Berechnet mit Neville-Schema:
   1.0e+03 *

    1.0480         0         0         0         0
    1.0800    1.1440         0         0         0
    1.1110    1.1575    1.1665         0         0
    1.1960    1.1728    1.1700    1.1695         0
    1.3540    1.1486    1.1636    1.1668    1.1679
```

$\Rightarrow$ Die Tageslänge am Ort F bei 61,7° beträgt 1167,86 min