2. Abgabe Philip Laskowicz | Matr.Nr. 35569183

Samstag, 5. November 2022 11:04

A1) a) $f(x,y) = x^2 - y^2 \Leftrightarrow f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2$

$$k_{1,1} = k_1 = \frac{df}{dx} \cdot \frac{x}{f} = 2x \cdot \frac{x}{x^2-y^2} = \frac{2x^2}{x^2-y^2} = \frac{2}{1-\frac{y^2}{x^2}}$$

$$k_{1,2} = k_2 = \frac{df}{dy} \cdot \frac{y}{f} = -2y \cdot \frac{y}{x^2-y^2} = -\frac{2y^2}{x^2-y^2} = -\frac{2}{-1+\frac{x^2}{y^2}}$$

$|k_i| \gg 1$ falls $\frac{x^2}{y^2} \approx \frac{y^2}{x^2} \approx 1 \Rightarrow$ Die Funktion ist schlecht konditioniert falls x und y betragsmäßig gleich große Zahlen sind. □

b) $f(b) = \begin{pmatrix} x_1(b) \\ x_2(b) \end{pmatrix}$ $\qquad x_{1/2} = \frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2-4}{4}} = \frac{b}{2} \pm \frac{\sqrt{b^2-4}}{2}$

$$k_{1,1} = k_1 = \frac{df_1}{db} \cdot \frac{b}{f_1} = \left(\frac{1}{2} + \frac{b}{2\sqrt{b^2-4}}\right) \cdot \frac{b}{\frac{b}{2} + \frac{\sqrt{b^2-4}}{2}} = \frac{b}{b+\sqrt{b^2-4}} + \frac{b^2}{b\cdot\sqrt{b^2-4} + b^2-4}$$

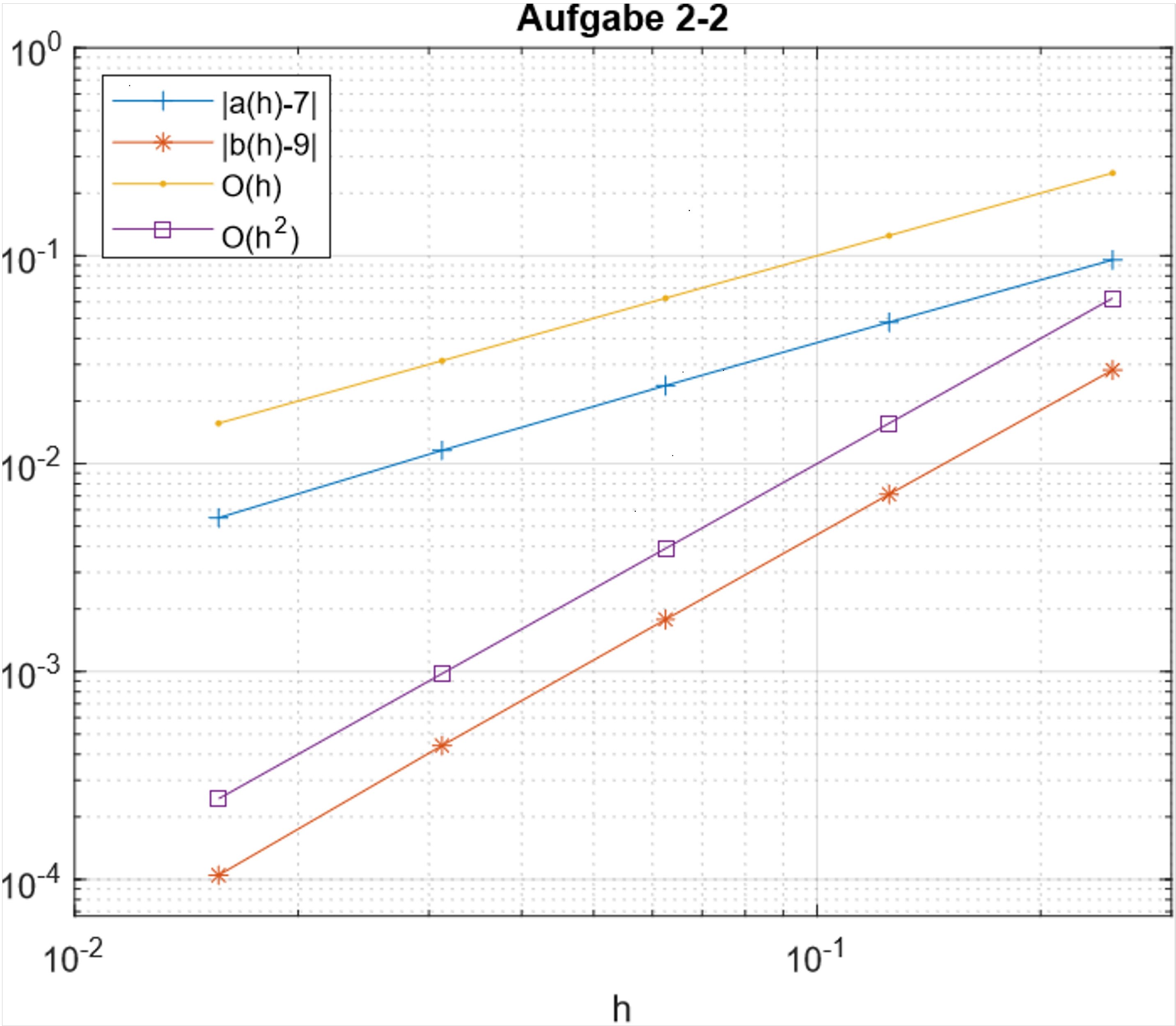
$$= \frac{1}{1+\frac{\sqrt{b^2-4}}{b}} + \frac{1}{\frac{\sqrt{b^2-4}}{b} + 1 - \frac{4}{b^2}} \Rightarrow b \to -\infty; 2; -2 \Rightarrow k_1 \Rightarrow \infty$$

$$k_{2,1} = k_2 = \frac{df_2}{db} \cdot \frac{b}{f_2} = \left(\frac{1}{2} - \frac{b}{2\sqrt{b^2-4}}\right) \cdot \frac{b}{\frac{b}{2} - \frac{\sqrt{b^2-4}}{2}} = \frac{b}{b+\sqrt{b^2-4}} - \frac{b^2}{b\cdot\sqrt{b^2-4} + b^2-4}$$

$$= \frac{1}{1+\frac{\sqrt{b^2-4}}{b}} + \frac{1}{\frac{\sqrt{b^2-4}}{b} + 1 - \frac{4}{b^2}} \Rightarrow b \to +\infty; 2; -2 \Rightarrow k_2 \Rightarrow \infty$$

$|k_i| \gg 1$ falls $b = 2; -2$ oerd $b \to -\infty; \infty \Rightarrow$ Die Funktion ist schlecht konditioniert falls $b = 2$ oder $b = -2$ oder b gegen $+\infty$ oder $-\infty$ tendiert. □

A2)



Beobachtung:

$|a(h)-7|$ und $O(h)$ sowie $|b(h)-9|$ und $O(h^2)$ verlaufen jeweils nahezu parallel bzw. haben jeweils eine fast gleiche Steigung. $\square$