11. Abgabe

Montag, 23. Januar 2023 10:37

A1)

a) Um die LR-Zerlegung der Matrix A zu bestimmen, können wir den Gauß-Algorithmus verwenden. Der Algorithmus besteht aus den Schritten:

Initialisiere L und R als die Einheitsmatrix der gleichen Größe wie A.
Für jede Spalte j von 1 bis n:
Für jede Zeile i von j+1 bis n:
Setze L(i,j) = A(i,j) / A(j,j)
Für jede Spalte k von j bis n:
Setze A(i,k) = A(i,k) - L(i,j) * A(j,k)
Setze R = A
Für unsere gegebene Matrix A erhalten wir:
L = [[1 0 0 0] [3/2 1 0 0] [5/2 -1/5 1 0] [0 2/5 -1/5 1]]
R = [[2 1 -6 5] [0 3/2 -2 12/5] [0 0 -20/5 17/5] [0 0 0 4/5]]

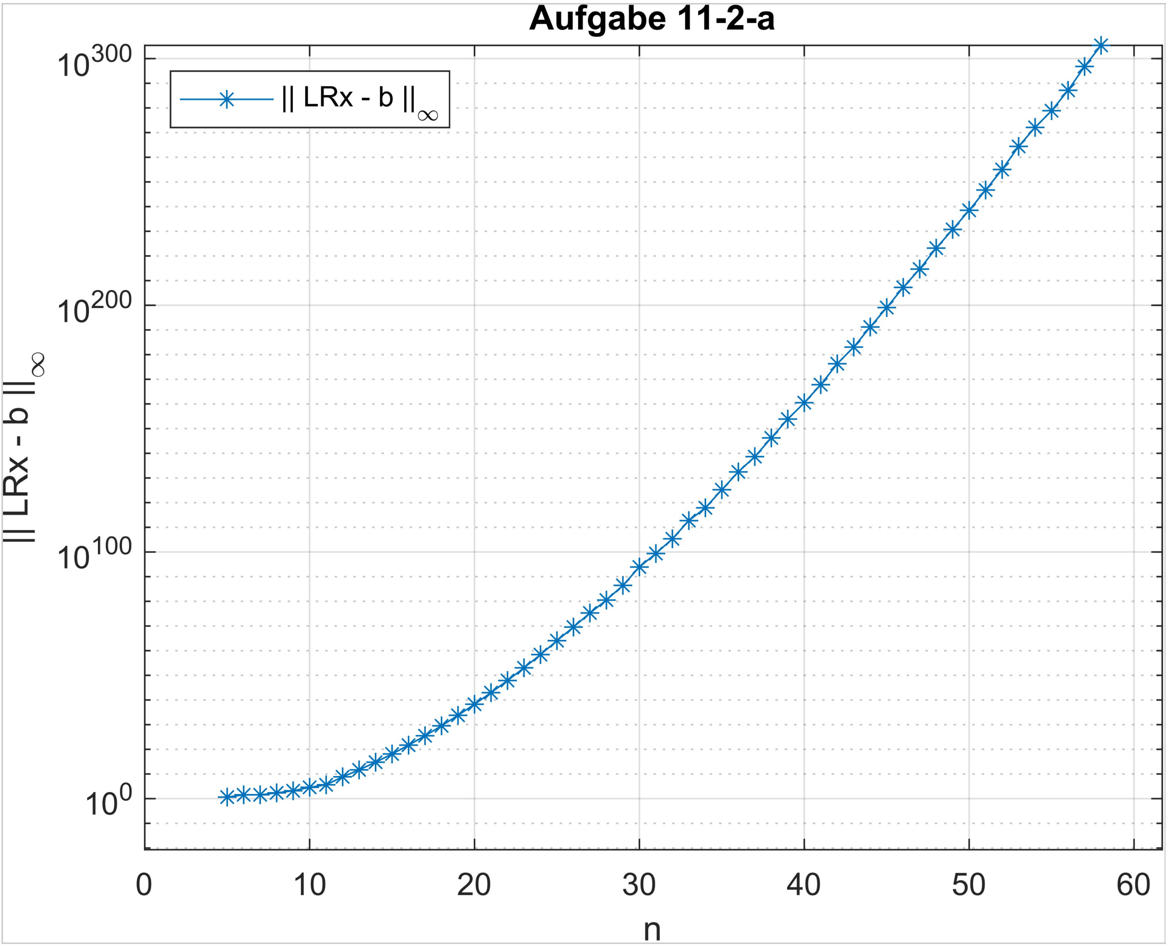
b) Um die Determinante der Matrix A mit Hilfe der LR-Zerlegung zu berechnen, können wir die Tatsache nutzen, dass die Determinante einer diagonalen Matrix gleich dem Produkt der Diagonalenelemente ist. Da L und R beide Diagonalmatrizen sind, ist die Determinante von A gleich dem Produkt der Determinanten von L und R. Da die Determinante einer Einheitsmatrix 1 ist, ist die Determinante von L gleich 1. Da R diagonal ist, ist die Determinante von R gleich dem Produkt der Diagonalenelemente von R. Für unsere gegebene Matrix A erhalten wir somit:
|A| = |L| * |R| = 1 * (-20/5 * 17/5 * 4/5) = -68/25

Der Rechenweg ist:
|A| = 1 * (-20/5 * 17/5 * 4/5) = -68/25

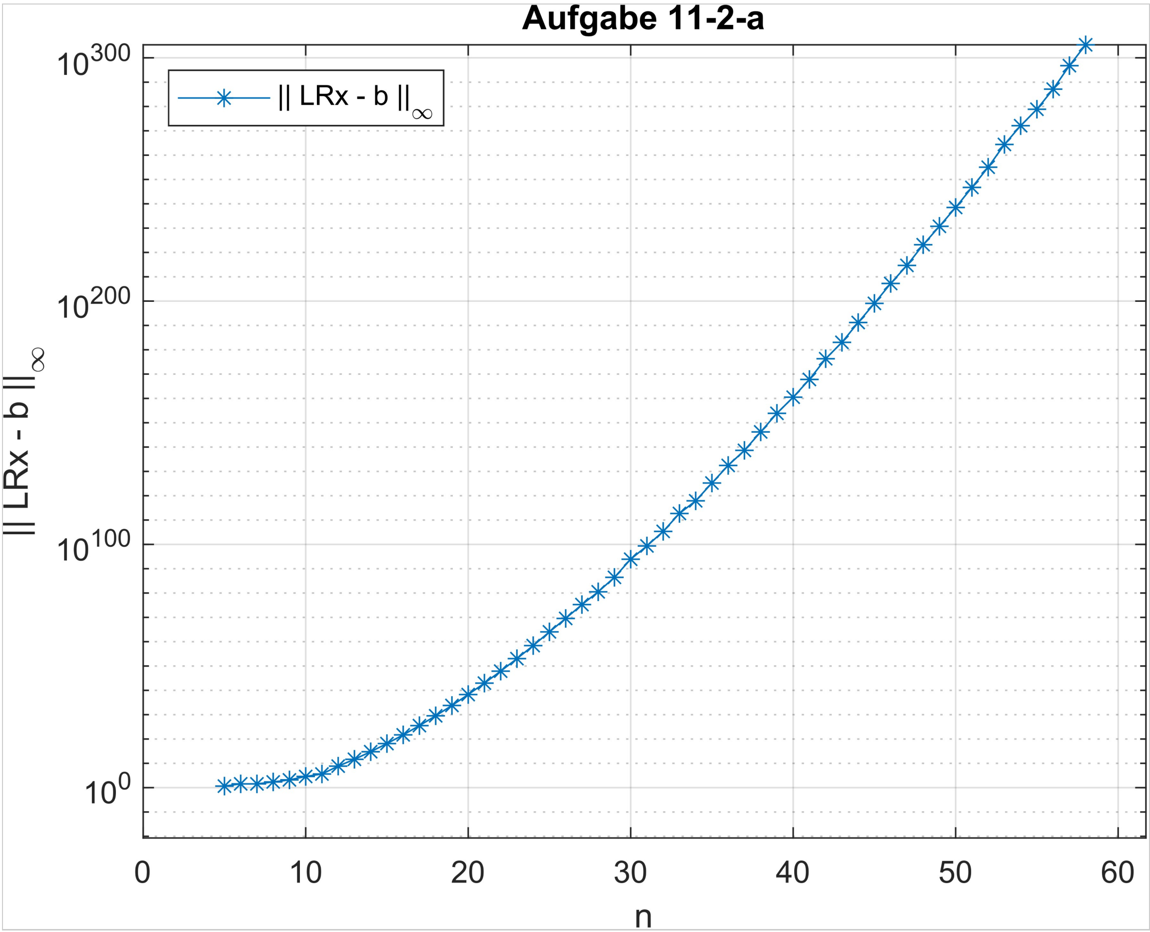
Es ist hier nicht notwendig den Vorgehensweg des LR-Zerlegung zu erklären, da es sich um einen bekannten Algorithmus handelt.

A21

a)


Aufgabe 11-2-a
|| LRx - b ||∞
10^300
10^200
10^100
10^0
|| LRx - b ||∞
0
10
20
30
40
50
60
n

b)


Aufgabe 11-2-a
|| LRx - b ||∞
|| LRx - b ||∞
10^300
10^200
10^100
10^0
0
10
20
30
40
50
60
n