

11. Abgabe

Montag, 23. Januar 2023 10:37

A1

a) Um die LR-Zerlegung der Matrix A zu bestimmen, können wir den Gauß-Algorithmus verwenden. Der Algorithmus besteht aus den Schritten:

Initialisiere L und R als die Einheitsmatrix der gleichen Größe wie A.

Für jede Spalte j von 1 bis n:

Für jede Zeile i von j+1 bis n:

Setze $L(i,j) = A(i,j) / A(j,j)$

Für jede Spalte k von j bis n:

Setze $A(i,k) = A(i,k) - L(i,j) * A(j,k)$

Setze $R = A$

Für unsere gegebene Matrix A erhalten wir:

$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3/2 & 1 & 0 & 0 \\ 5/2 & -1/5 & 1 & 0 \\ 0 & 2/5 & -1/5 & 1 \end{bmatrix}$

$R = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -6 & 5 \\ 0 & 3/2 & -2 & 12/5 \\ 0 & 0 & -20/5 & 17/5 \\ 0 & 0 & 0 & 4/5 \end{bmatrix}$

b) Um die Determinante der Matrix A mit Hilfe der LR-Zerlegung zu berechnen, können wir die Tatsache nutzen, dass die Determinante einer diagonalen Matrix gleich dem Produkt der Diagonalelemente ist. Da L und R beide Diagonalmatrizen sind, ist die Determinante von A gleich dem Produkt der Determinanten von L und R. Da die Determinante einer Einheitsmatrix 1 ist, ist die Determinante von L gleich 1. Da R diagonal ist, ist die Determinante von R gleich dem Produkt der Diagonalelemente von R. Für unsere gegebene Matrix A erhalten wir somit:

$$|A| = |L| * |R| = 1 * (-20/5 * 17/5 * 4/5) = -68/25$$

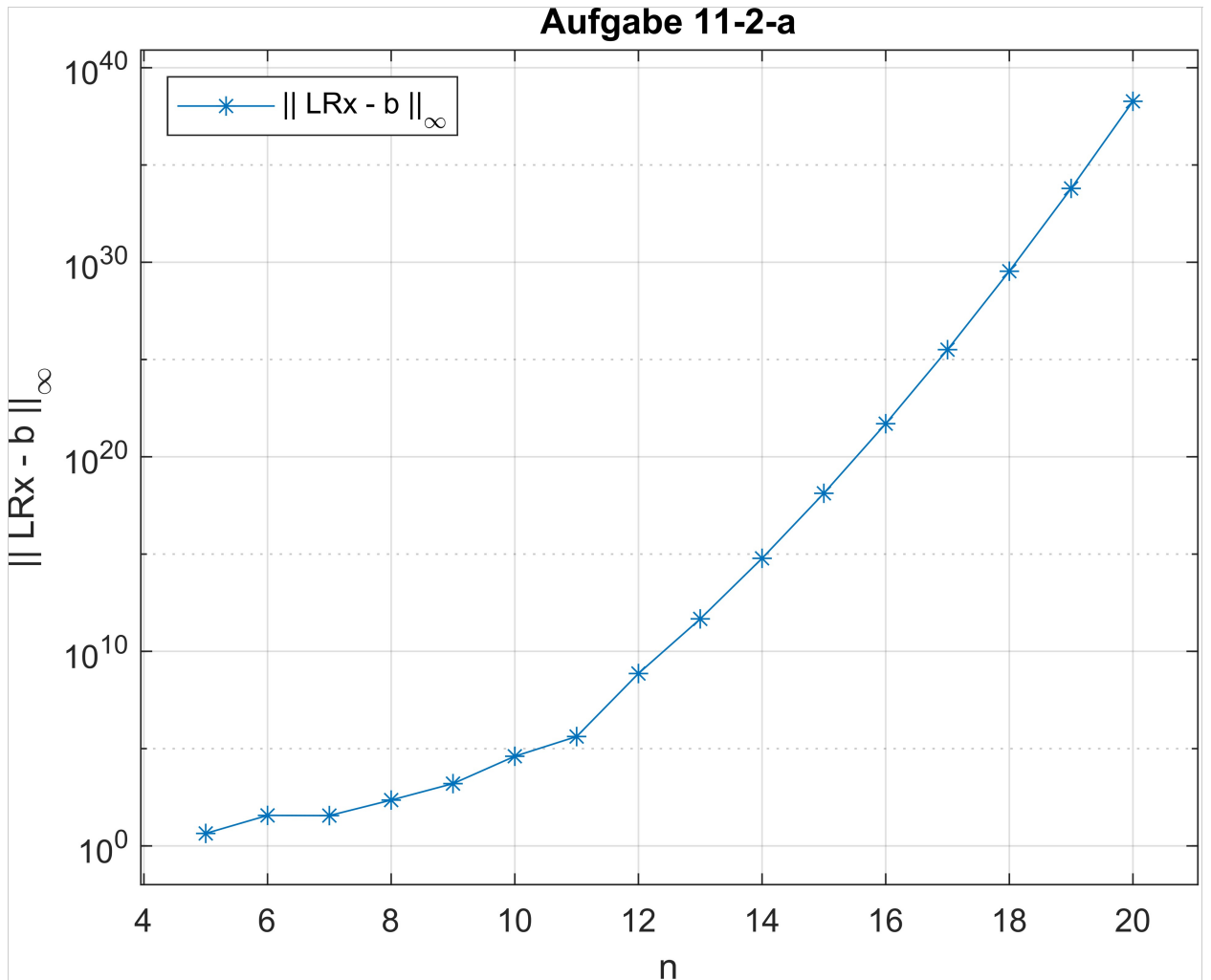
Der Rechenweg ist:

$$|A| = 1 * (-20/5 * 17/5 * 4/5) = -68/25$$

Es ist hier nicht notwendig den Vorgehensweg des LR-Zerlegung zu erklären, da es sich um einen bekannten Algorithmus handelt.

A2

a)



b)

