Philip Laskowicz | Matr.Nr. 35569183 | philip.laskowicz@student.uni-kassel.de

A1) a) i) $f(x) = x^2(x-6) - (x-2)^2$

$\checkmark$ 1.

$f'(x) = 3x^2 - 14x + 4$

$f''(x) = 6x - 14$

$\Rightarrow f(x) \in C^2[0,2]$ (Funktion ist zweimal stetig diff.bar)

$\checkmark$ 2. $f(x)$ ist auf jeden Teilintervall $[x_i, x_{i+1}]$, $0 \le i \le 1 = n-1$ ein kubisches Polynom

$\times$ 3. $f''(a) = f''(b) = 0$

$f''(0) = -14$ $\Rightarrow -14 \neq -2 \neq 0$

$f''(2) = -2$

ii) $f(x) = \max\{0, x-1\}^3 - 0{,}5x^3$

1. $f'(x) = \begin{cases} -1{,}5x^2 & \text{für } x \le 1 \\ 1{,}5x^2 - 6x + 3 & \text{sonst} \end{cases}$

$f''(x) = \begin{cases} -3x & \text{für } x \le 1 \\ 3x - 6 & \text{sonst} \end{cases}$

$\Rightarrow f(x) \in C^2[0,2]$ (Funktion ist zweimal stetig diff.bar)

$\checkmark$ 2. $f(x)$ ist auf jeden Teilintervall $[x_i, x_{i+1}]$, $0 \le i \le 1 = n-1$ ein kubisches Polynom

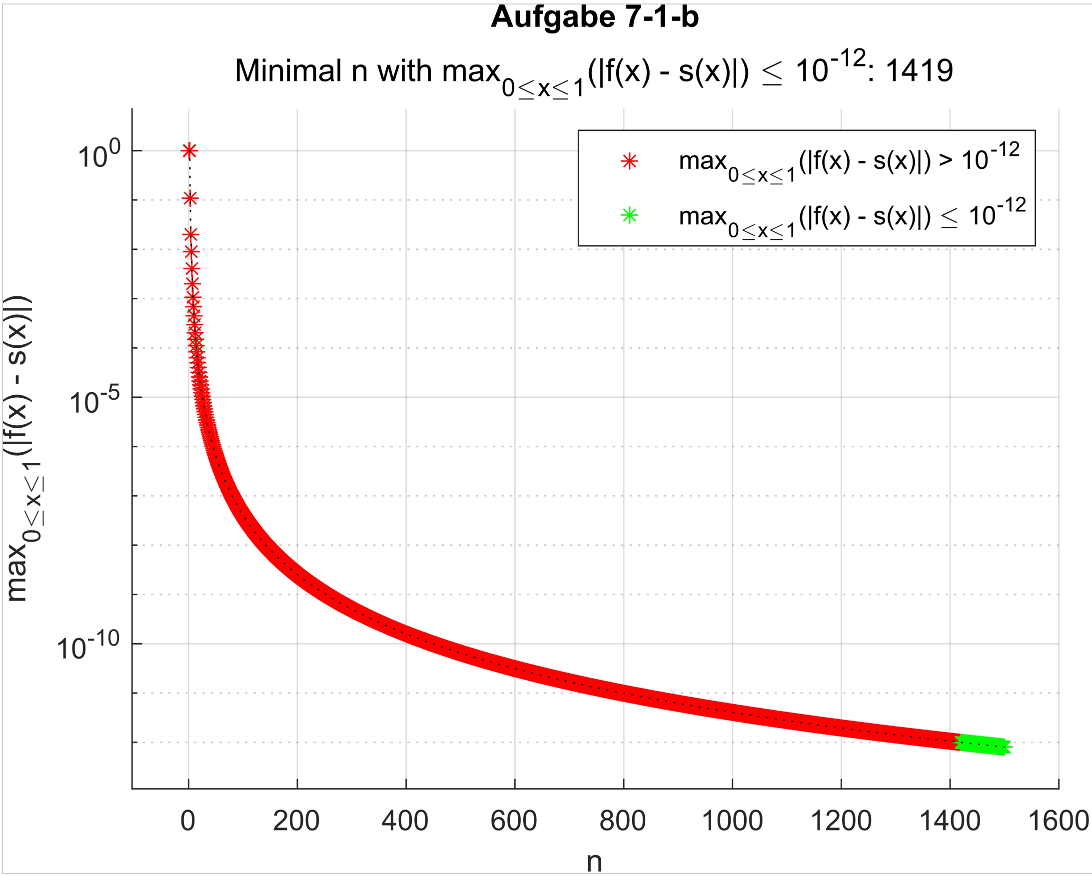
$\checkmark$ 3. $f''(a) = f''(b) = 0$

$f''(0) = -3 \cdot 0 = 0$ $\Rightarrow 0 = 0 = 0$

$f''(2) = 3 \cdot 2 - 6 = 0$

$\Rightarrow f(x)$ aus ii ist der natürliche kubische Spline.

b)



$\Rightarrow$ für $n \geq 1419$ ist $\max_{0\leq x\leq 1}|f(x)-s(x)| \leq 10^{-12}$ wenn $n \hat{=}$ Anz. Stützstellen.

A2 a) $p_{2,1}(0) = 1$

$p_{2,1}(1) = 0$

$p'_{2,1}(1) = p'_{2,2}(1)$

$p''_{2,1}(1) = p''_{2,2}(1)$

$p_{2,2}(1) = 0$

$p_{2,2}(2) = 2$

$p''_{2,1}(0) = 0$

$p''_{2,2}(2) = 0$

$\Rightarrow$

$$
\begin{aligned}
a_0^{(1)} &= 1 \\
a_0^{(1)} + a_1^{(1)} + a_2^{(1)} + a_3^{(1)} &= 0 \\
a_1^{(1)} + 2a_2^{(1)} + 3a_3^{(1)} - a_1^{(2)} - 2a_2^{(2)} - 3a_3^{(2)} &= 0 \\
2a_2^{(1)} + 6a_3^{(1)} - 2a_2^{(2)} - 6a_3^{(2)} &= 0 \\
a_0^{(2)} + a_1^{(2)} + a_2^{(2)} + a_3^{(2)} &= 0 \\
a_0^{(2)} + 2a_1^{(2)} + 4a_2^{(2)} + 8a_3^{(2)} &= 2 \\
2a_2^{(1)} &= 0 \\
2a_2^{(2)} + 12a_3^{(2)} &= 0
\end{aligned}
$$

```
Calculated solution for linear system of equations in vector form:
      1
   -7/4
      0
    3/4
    5/2
  -25/4
    9/2
   -3/4
```