

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники»

Факультет компьютерных систем и сетей

Кафедра электронных вычислительных машин

Дисциплина: Арифметические и логические основы
вычислительной техники

К ЗАЩИТЕ ДОПУСТИТЬ
_____ И. В. Лукьянова

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА
к курсовой работе
на тему

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ЛОГИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ СУММАТОРА-
УМНОЖИТЕЛЯ ДВОИЧНО-ЧЕТВЕРИЧНЫХ ЧИСЕЛ

БГУИР КР 1-40 02 01 312 ПЗ

Студент

Г. В. Липский

Руководитель

И. В. Лукьянова

Минск 2021

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ | 5 |
| 1. РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА УМНОЖЕНИЯ | 6 |
| 2. РАЗРАБОТКА СТРУКТУРНОЙ СХЕМЫ СУММАТОРА-УМНОЖИТЕ- ЛЯ | 8 |
| 3. РАЗРАБОТКА ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СХЕМ ОСНОВНЫХ УЗЛОВ СУММАТОРА-УМНОЖИТЕЛЯ | 9 |
| 3.1. Логический синтез одноразрядного четверичного умножителя | 9 |
| 3.2. Логический синтез одноразрядного четверичного сумматора | 13 |
| 3.3. Минимизация функции S_1 алгоритмом Рота | 17 |
| 3.4. Логический синтез преобразователя множителя | 28 |
| 4. СИНТЕЗ КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ УСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ МУЛЬТИПЛЕКСОРОВ | 30 |
| 5. ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ РАЗРАБОТКИ | 32 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ | 33 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ | 34 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ А | 35 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ Б | 36 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ В | 37 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ Г | 38 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ Д | 39 |

ВВЕДЕНИЕ

Предмет «Арифметические и логические основы вычислительной техники» является основополагающим в вопросах организации ЭВМ, а, следовательно, и неотъемлемой частью подготовки качественного специалиста в области информационных технологий.

Целью данной курсовой работы является проектирование такого устройства, как двоично-четверичный сумматор-умножитель (СУ). Сумматор является одним из центральных узлов арифметико-логического устройства (АЛУ), поэтому глубокое понимание принципов его работы критически важно для современного инженера. Чтобы спроектировать данное устройство, необходимо выполнить несколько последовательных этапов разработки:

- Разработка алгоритма умножения чисел, по которому работает СУ;
- Разработка структурной схемы СУ;
- Разработка функциональных схем основных узлов СУ;
- Оценка результатов проделанной работы;
- Оформление документации по проделанной работе.

В ходе выполнения курсовой работы автором были пройдены все эти этапы. В настоящей пояснительной записке изложено краткое описание процесса проектирования и приведена графическая документация по структурной схеме устройства и функциональным схемам основных её узлов.

1. РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА УМНОЖЕНИЯ

Перевод сомножителей из десятичной системы счисления в четверичную:
Множимое:

$$\begin{array}{r}
 22 \mid 4 \\
 \underline{20} \quad 5 \mid 4 \\
 2 \quad 4 \quad 1 \\
 \quad 1 \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 0,34 \\
 \times \quad \underline{4} \\
 1,36 \\
 \times \quad \underline{4} \\
 1,44 \\
 \times \quad \underline{4} \\
 1,76 \\
 \hline
 \end{array}$$

$M_{H_4} = 112,111$
 $M_{H_{2/4}} = 010100,010101$

Множитель:

$$\begin{array}{r}
 55 \mid 4 \\
 4 \quad 13 \mid 4 \\
 15 \quad 12 \quad 3 \\
 12 \quad 1 \\
 \quad 3 \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 0,44 \\
 \times \quad \underline{4} \\
 1,76 \\
 \times \quad \underline{4} \\
 3,04 \\
 \times \quad \underline{4} \\
 0,16 \\
 \hline
 \end{array}$$

$M_{T_4} = 313,130$
 $M_{T_{2/4}} = 110111,011110$

Запишем сомножители в форме с плавающей запятой в прямом коде:

$$M_H = 0,010100010101 \quad P_{MH} = 0.0011$$

$$M_T = 0,110111011110 \quad P_{MT} = 0.0011$$

Умножение двух чисел с плавающей запятой на 2 разряда множителя одновременно в прямых кодах сводится к сложению порядков, формированию знака произведения, преобразованию разрядов множителя согласно алгоритму и перемножению мантисс сомножителей.

$$P_{MH} = 0.0011 \quad +3_4$$

$$P_{MT} = 0.0011 \quad +3_4$$

$$P = 0.0100 \quad +12_4$$

Результат закодирован в соответствии с заданием на кодировку множимого.

Знак произведения определяется суммой по модулю два знаков сомножителей:

$$\text{зн.}M_H \oplus \text{зн.}M_T = 0 + 0 = 0$$

Для умножения мантисс необходимо предварительно преобразовать множитель, чтобы исключить диаду 11 (3_4), заменив ее на триаду 101.

Преобразованный множитель имеет вид: $M_T^p = \overline{11}2\overline{1}2\overline{1}0$

$$[M_H]_d = 0,112111; \quad [-M_H]_d = 3,221223; \quad [2M_H]_d = 0,230222$$

Умножение по алгоритму А:

| Четверичная с/с | | Двоично-четверичная с/с | | Комментарии |
|-----------------|---------------|-----------------------------|--------------------------|------------------------------|
| 0,000000 | | 0, 00 00 00 00 00 00 | | Σ_0 |
| <u>0,000000</u> | | <u>0, 10 10 10 10 10 10</u> | | $\Pi_1 = 0$ |
| 0,000000 | | 0, 10 10 10 10 10 10 | | Σ_1^q |
| 0,000000 | 0 | 0, 10 10 10 10 10 10 | 10 | $\Sigma_1^q \cdot 4^{-1}$ |
| <u>3,221223</u> | | <u>1, 00 00 01 00 00 11</u> | | $\Pi_2 = b_6 \cdot [-M_H]_d$ |
| 3,221223 | 0 | 1, 00 00 01 00 00 11 | 10 | Σ_2^q |
| 3,322122 | 30 | 1, 11 00 00 01 00 00 | 11 10 | $\Sigma_2^q \cdot 4^{-1}$ |
| <u>0,230222</u> | | <u>0, 00 11 10 00 00 00</u> | | $\Pi_3 = b_5 \cdot [2M_H]_d$ |
| 0,213010 | 30 | 0, 00 01 11 10 01 10 | 11 10 | Σ_3^q |
| 0,021301 | 030 | 0, 10 00 01 11 10 01 | 10 11 10 | $\Sigma_3^q \cdot 4^{-1}$ |
| <u>3,221223</u> | | <u>1, 00 00 01 00 00 11</u> | | $\Pi_4 = b_4 \cdot [-M_H]_d$ |
| 3,303130 | 030 | 1, 11 10 11 01 11 10 | 10 11 10 | Σ_4^q |
| 3,330313 | 0030 | 1, 11 11 10 11 01 11 | 10 10 11 10 | $\Sigma_4^q \cdot 4^{-1}$ |
| <u>0,230222</u> | | <u>0, 00 11 10 00 00 00</u> | | $\Pi_5 = b_3 \cdot [2M_H]_d$ |
| 0,221201 | 0030 | 0, 00 00 01 00 10 01 | 10 10 11 10 | Σ_5^q |
| 0,022120 | 10030 | 0, 10 00 00 01 00 10 | 01 10 10 11 10 | $\Sigma_5^q \cdot 4^{-1}$ |
| <u>3,221223</u> | | <u>1, 00 00 01 00 00 11</u> | | $\Pi_6 = b_2 \cdot [-M_H]_d$ |
| 3,310003 | 10030 | 1, 11 01 10 10 10 11 | 01 10 10 11 10 | Σ_6^q |
| 3,331000 | 310030 | 1, 11 11 01 10 10 10 | 11 01 10 10 11 10 | $\Sigma_6^q \cdot 4^{-1}$ |
| <u>0,112111</u> | | <u>0, 01 01 00 01 01 01</u> | | $\Pi_7 = b_1 \cdot [M_H]_d$ |
| 0,103111 | 310030 | 0, 01 10 11 01 01 01 | 11 01 10 10 11 10 | Σ_7^q |

После окончания умножения необходимо оценить погрешность вычислений. Для этого полученное произведение:

$$(M_H \cdot M_T)_4 = 0,103111310030 \quad (P_{M_H} \cdot P_{M_T} = 6)$$

приводится к нулевому порядку, а затем переводится в десятичную систему счисления:

$$(M_H \cdot M_T)_4 = 103111,310030 \quad (P_{M_H} \cdot P_{M_T} = 0)$$

$$(M_H \cdot M_T)_{10} = 1237,8154$$

Результат прямого перемножения операндов дает следующее значение:

$$M_{H10} \cdot M_{T10} = 1238,5296$$

$$\Delta = 1238,5296 - 1237,8154 = 0,7142$$

$$\delta = \frac{\Delta}{(M_H \cdot M_T)_{10}} = \frac{0,7142}{1238,5296} = 0,000577; \delta = 0.058\%$$

Эта погрешность получена за счет приближенного перевода из десятичной системы счисления в четверичную обоих сомножителей, а также за счет округления полученного результата произведения.

2. РАЗРАБОТКА СТРУКТУРНОЙ СХЕМЫ СУММАТОРА-УМНОЖИТЕЛЯ

Структура сумматора-умножителя первого типа строится на базе заданных узлов ОЧС, ОЧУ и аккумулятора (накапливающего сумматора).

Управление режимом работы схемы осуществляется внешним сигналом Mul/sum, который определяет вид текущей арифметической операции (умножение или суммирование).

Если устройство работает как сумматор (на входе Mul/sum – «1»), то оба слагаемых последовательно (за два такта) заносятся в регистр множимого, а на управляющий вход формирователя дополнительного кода (ФДК) F_2 поступает «1».

Если устройство работает как умножитель (на входе Mul/sum – «0»), то множимое и множитель помещаются в соответствующие регистры, а на управляющий вход ФДК F_2 поступает «0».

Принцип работы ФДК в зависимости от управляющих сигналов приведён в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Режимы работы формирователя дополнительного кода

| Сигналы на входах ФДК | | Результат на выходах ФДК |
|-----------------------|-------|-------------------------------|
| F_1 | F_2 | |
| 0 | 0 | Дополнительный код множимого |
| 0 | 1 | Дополнительный код слагаемого |
| 1 | 0 | Меняется знак множимого |
| 1 | 1 | Меняется знак слагаемого |

Структурная схема сумматора-умножителя первого типа для алгоритма умножения «А» приведена в приложении А.

3. РАЗРАБОТКА ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СХЕМ ОСНОВНЫХ УЗЛОВ СУММАТОРА-УМНОЖИТЕЛЯ

3.1. Логический синтез одноразрядного четверичного умножителя

ОЧУ - это комбинационное устройство, имеющее 5 входов (2 разряда из регистра Мн, 2 разряда из регистра Мт и управляющий вход h) и 4 выхода.

Разряды множителя закодированы : 0 - 00; 1 - 01; 2 - 10; 3 - 11.

Разряды множимого закодированы : 0 - 10; 1 - 01; 2 - 00; 3 - 11.

Управляющий вход h определяет тип операции: 0 - умножение закодированных цифр, поступивших на информационные входы; 1 - вывод на выходы без изменения значения разрядов, поступивших из регистра множимого.

Принцип работы ОЧУ описывается с помощью таблицы истинности

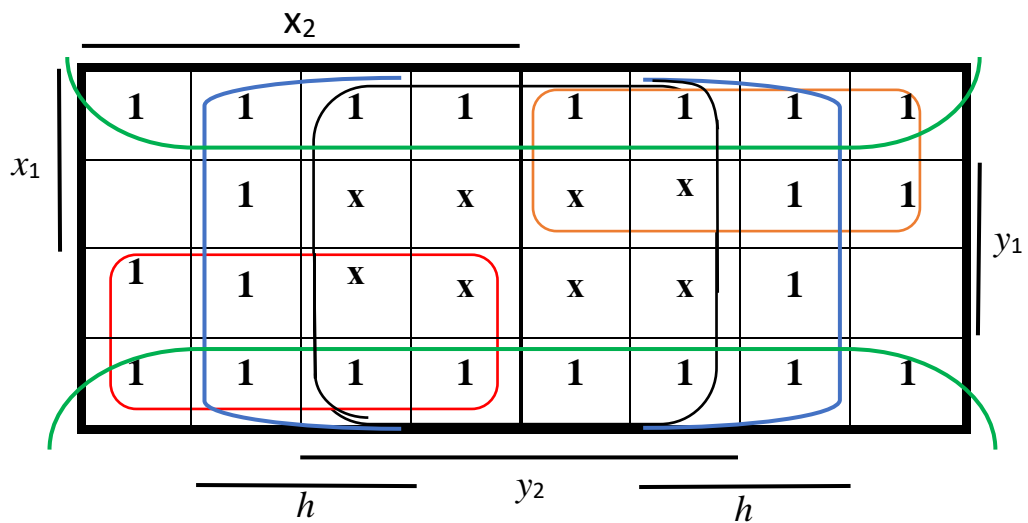
В таблице выделено 8 безразличных наборов, т.к. на входы ОЧУ из разрядов множителя не может поступить код 11.

Таблица 3.1 — Таблица истинности ОЧУ:

| Мн | | Мт | | Уп. | Ст.разряды | | Мл.разряды | | Пример операции в четверичной с/с |
|-------|-------|-------|-------|-----|------------|-------|------------|-------|-----------------------------------|
| x_1 | x_2 | y_1 | y_2 | h | P_1 | P_2 | P_3 | P_4 | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | $2 \cdot 0 = 00$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | Выход - код «02» |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | $2 \cdot 1 = 02$ |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | Выход - код «02» |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | $2 \cdot 2 = 10$ |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | Выход - код «02» |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | х | х | х | х | $2 \cdot 3 = 12$ |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | х | х | х | х | Выход - код «02» |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | $1 \cdot 0 = 00$ |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | Выход - код «01» |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | $1 \cdot 1 = 01$ |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | Выход - код «01» |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | $1 \cdot 2 = 02$ |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | Выход - код «01» |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | х | х | х | х | $1 \cdot 3 = 03$ |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | х | х | х | х | Выход - код «01» |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | $0 \cdot 0 = 00$ |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | Выход - код «00» |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | $0 \cdot 1 = 00$ |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|------------------|
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | Выход - код «00» |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | $0 \cdot 2 = 00$ |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | Выход - код «00» |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | x | x | x | x | $0 \cdot 3 = 00$ |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | x | x | x | x | Выход - код «00» |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | $3 \cdot 0 = 00$ |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | Выход - код «03» |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | $3 \cdot 1 = 03$ |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | Выход - код «03» |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | $3 \cdot 2 = 12$ |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | Выход - код «03» |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | x | x | x | x | $3 \cdot 3 = 21$ |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | x | x | x | x | Выход - код «03» |

Минимизация функции P_1 картами Вейча:



Минимизировав функцию получим:

$$f_{\min_{\text{ДНФ}}} = y_2 + h + \bar{y}_1 + \bar{x}_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2$$

$$f_{\min_{\text{КНФ}}} = (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{y}_1 + y_2 + h) \cdot (x_1 + x_2 + \bar{y}_1 + y_2 + h)$$

Минимизация функции P_2 картами Вейча:

| | | | | | | | |
|-------|---|--|-------|---|-----|---|---|
| x_2 | | | | | | | |
| x_1 | | | | | | | |
| | 1 | | x | x | x | x | |
| | | | x | x | x | x | 1 |
| y_2 | | | | | | | |
| h | | | y_2 | | h | | |

Минимизировав функцию, получим:

$$f_{\min_{\text{ДНФ}}} = x_1 x_2 y_1 \bar{h} + \bar{x}_1 \bar{x}_2 y_1 \bar{h}$$

Минимизация функции P_3 картами Карно:

| x_1, x_2 | | | 0 | 0 | 1 | 1 |
|---------------|---|---|---|---|---|---|
| y_1, y_2, h | | | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | | | 1 |
| 0 | 0 | 1 | | | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | x | x | x | x |
| 0 | 1 | 0 | x | x | x | x |
| 1 | 1 | 0 | | | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | | | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | | | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Минимизировав функцию, получим:

$$f_{\min_{\text{ДНФ}}} = x_1 y_2 + x_1 h + \bar{y}_1 \bar{y}_2 \bar{h} + \bar{x}_2 \bar{y}_2 \bar{h}$$

Минимизация функции P_4 картами Карно:

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|-----|---|-------|-----|---|--|--|-------|
| | x_2 | | | | | | | | |
| x_1 | | 1 | 1 | 1 | | | | | y_1 |
| | | 1 | x | x | x | x | | | |
| | | 1 | x | x | x | x | | | |
| | | 1 | 1 | 1 | | | | | |
| | | h | | y_2 | h | | | | |

Минимизировав функцию, получим:

$$f_{\min_{\text{ДНФ}}} = x_2 y_2 + x_2 h$$

Эффективность минимизаций:

$$K_{P1} = (22 \cdot 5 + 22 + 5) / 17 = 8,1;$$

$$K_{P2} = (2 \cdot 5 + 2 + 4) / 16 = 1;$$

$$K_{P3} = (14 \cdot 5 + 14 + 4) / 22 = 4;$$

$$K_{P4} = (8 \cdot 5 + 8 + 5) / 6 = 8,8.$$

Функциональная схема ОЧУ приведена в приложении Б.

3.2. Логический синтез одноразрядного четверичного сумматора

ОЧС - это комбинационное устройство, имеющее 5 входов и 3 выхода:

- 2 разряда одного слагаемого (множимого);
- 2 разряда второго слагаемого (множителя);
- вход переноса из младшего ОЧС;
- 3 выхода.

Принцип работы ОЧС описывается с помощью таблицы истинности

Разряды обоих слагаемых закодированы : 0 - 10; 1 - 01; 2 - 00; 3 - 11.

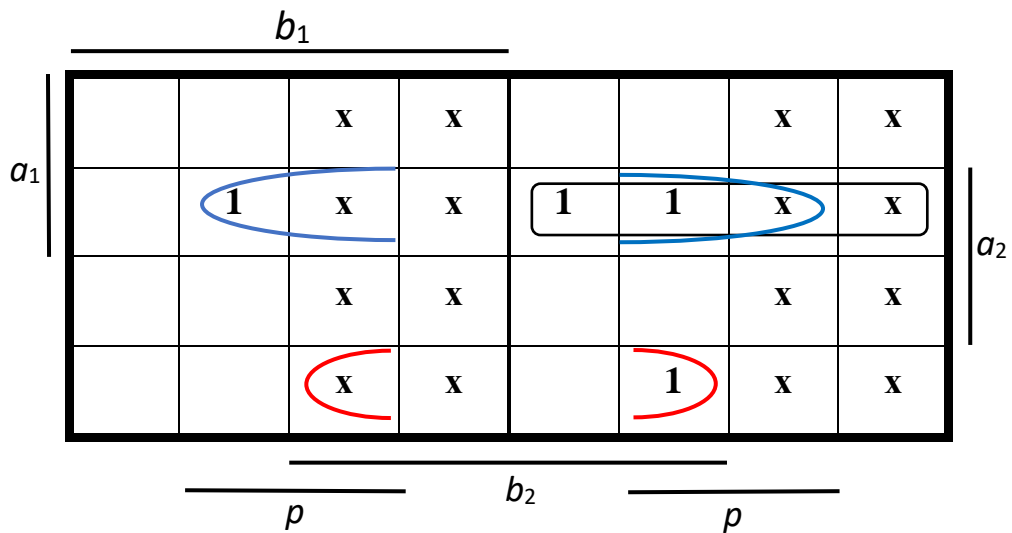
В таблице истинности выделено 16 безразличных наборов, так как на входы ОЧС со старших выходов ОЧУ не могут поступить коды «2» и «3».

Таблица 3.2 — Таблица истинности ОЧС:

| a_1 | a_2 | b_1 | b_2 | p | Π | S_1 | S_2 | Пример операции в четверичной с/с |
|-------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|-------|-----------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | x | x | x | 2+2+0=10 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | x | x | x | 2+2+1=11 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2+1+0=03 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 2+1+1=10 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2+0+0=02 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 2+0+1=03 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | x | x | x | 2+3+0=11 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | x | x | x | 2+3+1=12 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | x | x | x | 1+2+0=03 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | x | x | x | 1+2+1=10 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1+1+0=02 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1+1+1=03 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1+0+0=01 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1+0+1=02 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | x | x | x | 1+3+0=10 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | x | x | x | 1+3+1=11 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | x | x | x | 0+2+0=02 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | x | x | x | 0+2+1=03 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0+1+0=01 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0+1+1=02 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0+0+0=00 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|----------|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0+0+1=01 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | x | x | x | 0+3+0=03 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | x | x | x | 0+3+1=10 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | x | x | x | 3+2+0=11 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | x | x | x | 3+2+1=12 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 3+1+0=10 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 3+1+1=11 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 3+0+0=03 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 3+0+1=10 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | x | x | x | 3+3+0=12 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | x | x | x | 3+3+1=13 |

Минимизация функции Π картами Вейча:



Минимизировав функцию получим:

$$f_{\min_{\text{ДНФ}}} = a_1 a_2 \overline{b_1} + a_1 a_2 p + \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 p$$

Минимизация функции S_1 картами Карно:

| a_1, a_2 | | | 0 | 0 | 1 | 1 |
|---------------|---|---|---|---|---|---|
| b_1, b_2, p | | | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | | | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | | 1 | |
| 1 | 1 | 1 | x | x | x | x |
| 1 | 1 | 0 | x | x | x | x |
| 0 | 1 | 0 | 1 | | 1 | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | | |
| 0 | 0 | 1 | x | x | x | x |
| 0 | 0 | 0 | x | x | x | x |

Минимизировав функцию получим:

$$f_{\min_{\text{ДНФ}}} = \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 + \overline{a_1} b_2 p + \overline{a_1} \overline{a_2} p + a_1 a_2 b_1 + a_1 \overline{b_2} \overline{p} + a_1 a_2 \overline{p}$$

Минимизация функции S_2 картами Карно:

| a_1, a_2 | | | 0 | 0 | 1 | 1 |
|---------------|---|---|---|---|---|---|
| b_1, b_2, p | | | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | | 1 | 1 | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | | | 1 |
| 0 | 1 | 1 | x | x | x | x |
| 0 | 1 | 0 | x | x | x | x |
| 1 | 1 | 0 | 1 | | | 1 |
| 1 | 1 | 1 | | 1 | 1 | |
| 1 | 0 | 1 | x | x | x | x |
| 1 | 0 | 0 | x | x | x | x |

Минимизировав функцию, получим:

$$f_{\min_{\text{ДНФ}}} = \overline{a_2} b_2 \overline{p} + a_2 b_2 p + \overline{a_2} \overline{b_2} p + a_2 \overline{b_2} \overline{p}$$

Эффективность минимизаций:

$$K_{S1} = (8 \cdot 5 + 8 + 5) / 44 = 1,2;$$

$$K_{S2} = (8 \cdot 5 + 8 + 5) / 28 = 1,9;$$

$$K_{II} = (4 \cdot 5 + 4 + 5) / 23 = 1,3.$$

3.3. Минимизация функции S_I алгоритмом Рота

Определим множество единичных кубов:

$$L = \left\{ \begin{array}{l} 00010, 10100 \\ 00011, 11010 \\ 00101, 11100 \\ 01011, 11101 \end{array} \right\}.$$

Определим множество безразличных наборов:

$$N = \left\{ \begin{array}{l} 00000, 01000, 10000, 11000 \\ 00001, 01001, 10001, 11001 \\ 00110, 01110, 10110, 11110 \\ 00111, 01111, 10111, 11111 \end{array} \right\}.$$

Сформируем множество $C_0 = L \cup N$

$$C_0 = \left\{ \begin{array}{l} 00010, 10100, 00000, 01000, 10000, 11000 \\ 00011, 11010, 00001, 01001, 10001, 11001 \\ 00101, 11100, 00110, 01110, 10110, 11110 \\ 01011, 11101, 00111, 01111, 10111, 11111 \end{array} \right\}.$$

Первым этапом алгоритма Рота является нахождение множества простых импликант.

Для реализации этого этапа будем использовать операцию умножения (*) над множествами C_0 , C_1 и т. д., пока в результате операции будут образовываться новые кубы большей размерности.

Первый шаг умножения ($C_0 * C_0$) приведен в таблице 3.3.

В результате этой операции сформируется новое множество кубов:

$$C_1 = \left\{ \begin{array}{l} 0001x, 000x0, 00x10, 0x011, 000x1, 00x11, 00x01, 001x1 \\ 010x1, 01x11, 1x100, 10x00, 101x0, 110x0, 11x10, 1110x \\ 11x00, 111x0, 11x01, 111x1, 0000x, 0x000, x0000, 0x001 \\ x0001, 0011x, 0x110, x0110, 0x111, x0111, 0100x, x1000 \\ x1001, 0111x, x1110, x1111, 1000x, 1x000, 1x001, 1011x \\ 1x110, 1x111, 1100x, 1111x \end{array} \right\}.$$

Множество Z_0 кубов, не участвовавших в образовании новых кубов, пустое.

В таблице 3.4 приведён следующий шаг поиска простых импликант с помощью операции $C_1 * C_1$.

В результате образовалось множество C_2 кубов второй размерности:

$$C_2 = \left\{ \begin{array}{l} 000xx, 00x1x, 0x0x1, 00xx1, 0xx11, 1xx00 \\ 1x1x0, 11xx0, 11x0x, 111xx, x000x, 0x00x \\ xx000, xx001, 0x11x, x011x, xx110, xx111 \\ x100x, x111x, 1x00x, 1x11x \end{array} \right\}.$$

| $C_0 * C_0$ | 00010 | 00011 | 00101 | 01011 | 10100 | 11010 | 11100 | 11101 | 00000 | 00001 | 00110 | 00111 | 01000 | 01001 | 01110 | 01111 | 10000 | 10001 | 10110 | 10111 | 11000 | 11001 | 11110 | 11111 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 00010 | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 00011 | 0001x | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 00101 | | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 01011 | | 0x011 | | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10100 | | | | | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11010 | | | | | | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11100 | | | | | 1x100 | | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11101 | | | | | | | | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 00000 | 000x0 | | | | | | | | ----- | | | | | | | | | | | | | | | |
| 00001 | | 000x1 | 00x01 | | | | | | 0000x | ----- | | | | | | | | | | | | | | |
| 00110 | 00x10 | | | | | | | | | | ----- | | | | | | | | | | | | | |
| 00111 | | 00x11 | 001x1 | | | | | | | | 0011x | ----- | | | | | | | | | | | | |
| 01000 | | | | | | | | | 0x000 | | | | ----- | | | | | | | | | | | |
| 01001 | | | | 010x1 | | | | | | 0x001 | | | 0100x | ----- | | | | | | | | | | |
| 01110 | | | | | | | | | | | 0x110 | | | | ----- | | | | | | | | | |
| 01111 | | | | 01x11 | | | | | | | | 0x111 | | | 0111x | ----- | | | | | | | | |
| 10000 | | | | | 10x00 | | | | x0000 | | | | | | | | ----- | | | | | | | |
| 10001 | | | | | | | | | | x0001 | | | | | | | 1000x | ----- | | | | | | |
| 10110 | | | | | 101x0 | | | | | | x0110 | | | | | | | | ----- | | | | | |
| 10111 | | | | | | | | | | | | x0111 | | | | | | | 1011x | ----- | | | | |
| 11000 | | | | | | 110x0 | 11x00 | | | | | | x1000 | | | | 1x000 | | | | ----- | | | |
| 11001 | | | | | | | | 11x01 | | | | | | x1001 | | | | 1x001 | | | 1100x | ----- | | |
| 11110 | | | | | | 11x10 | 111x0 | | | | | | | | x1110 | | | | 1x110 | | | | ----- | |
| 11111 | | | | | | | | 111x1 | | | | | | | | x1111 | | | | 1x111 | | | 1111x | ----- |

Таблица 3.3 — Поиск простых импликант ($C_0 * C_0$).

| $C_1 * C_1$ | 0001x | 000x0 | 00x10 | 0x011 | 000x1 | 00x11 | 00x01 | 001x1 | 010x1 | 01x11 | 1x100 | 10x00 | 101x0 | 110x0 | 11x10 | 1110x | 11x00 | 111x0 | 11x01 | 111x1 | 0000x | 0x000 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0001x | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 000x0 | | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 00x10 | | | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0x011 | | | | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 000x1 | | 000xx | | | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 00x11 | | | 00x1x | | | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 00x01 | | | | | | 00xx1 | ----- | | | | | | | | | | | | | | | |
| 001x1 | | | | | 00x11 | | | ----- | | | | | | | | | | | | | | |
| 010x1 | | | | | 0x0x1 | | | | ----- | | | | | | | | | | | | | |
| 01x11 | | | | | | 0xx11 | | | | ----- | | | | | | | | | | | | |
| 1x100 | | | | | | | | | | | ----- | | | | | | | | | | | |
| 10x00 | | | | | | | | | | | | ----- | | | | | | | | | | |
| 101x0 | | | | | | | | | | | | | ----- | | | | | | | | | |
| 110x0 | | | | | | | | | | | | | | ----- | | | | | | | | |
| 11x10 | | | | | | | | | | | | | | | ----- | | | | | | | |
| 1110x | | | | | | | | | | | | | | | | ----- | | | | | | |
| 11x00 | | | | | | | | | | | | 1xx00 | | | 11x0x | | ----- | | | | | |
| 111x0 | | | | | | | | | | | | | 1x1x0 | 11xx0 | | | | ----- | | | | |
| 11x01 | | | | | | | | | | | | | | | | | 11x0x | | ----- | | | |
| 111x1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 111xx | | ----- | | |
| 0000x | 000xx | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | ----- | |
| 0x000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | ----- |

[illegible]

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ----- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x000x | | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | ----- | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | 0x11x | | ----- | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | x011x | | ----- | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | ----- | | | | | | | | | | | | | | |
| x000 | | | | | | | | ----- | | | | | | | | | | | | | |
| | | x0001 | | | | | | x100x | ----- | | | | | | | | | | | | |
| | | | 0x11x | | | | | | | ----- | | | | | | | | | | | |
| | | | | | xx110 | | | | | | ----- | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | xx111 | | | | | x111x | ----- | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | ----- | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | ----- | | | | | | |
| | x0001 | | | | | | | | | | | | | | | 1x00x | ----- | | | | |
| | | | x011x | | | | | | | | | | | | | | ----- | | | | |
| | | | | xx110 | | | | | | | | | | | | | | ----- | | | |
| | | | | | | xx111 | | | | | | | | | | | | 1x11x | ----- | | |
| | | | | | | | | x100x | | | | | | | 1x00x | | | | | ----- | |
| | | | | | | | | | | x111x | | | | | | | 1x11x | | | | ----- |

простых импликант ($C_1 * C_1$).

| $C_2 * C_2$ | 000xx | 00x1x | 0x0x1 | 00xx1 | 0xx11 | 1xx00 | 1x1x0 | 11xx0 | 11x0x | 111xx | x000x | 0x00x | xx000 | xx001 | 0x11x | x011x | xx110 | xx111 | x100x | x111x | 1x00x | 1x11x |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 000xx | ---- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 00x1x | | ---- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0x0x1 | | | ---- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 00xx1 | | | | ---- | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0xx11 | | | | | ---- | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1xx00 | | | | | | ---- | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1x1x0 | | | | | | | ---- | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11xx0 | | | | | | | | ---- | | | | | | | | | | | | | | |
| 11x0x | | | | | | | | | ---- | | | | | | | | | | | | | |
| 111xx | | | | | | | | | | ---- | | | | | | | | | | | | |
| x000x | | | | | | | | | | | ---- | | | | | | | | | | | |
| 0x00x | | | | | | | | | | | | ---- | | | | | | | | | | |
| xx000 | | | | | | | | | | | | | ---- | | | | | | | | | |
| xx001 | | | | | | | | | | | | | xx00x | ---- | | | | | | | | |
| 0x11x | | | | | | | | | | | | | | | ---- | | | | | | | |
| x011x | | | | | | | | | | | | | | | | ---- | | | | | | |
| xx110 | | | | | | | | | | | | | | | | | ---- | | | | | |
| xx111 | | | | | | | | | | | | | | | | | xx11x | ---- | | | | |
| x100x | | | | | | | | | | | xx00x | | | | | | | | ---- | | | |
| x111x | | | | | | | | | | | | | | | | xx11x | | | | ---- | | |
| 1x00x | | | | | | | | | | | | xx00x | | | | | | | | | ---- | |
| 1x11x | | | | | | | | | | | | | | | xx11x | | | | | | | ---- |

Таблица 3.5 — Поиск простых импликант ($C_2 * C_2$).

Множество Z_0 кубов, не участвовавших в образовании новых кубов, пустое.
В таблице 3.5 приведён следующий шаг поиска простых импликант с помощью операции $C_2 * C_2$.

В результате образовалось множество C_3 кубов третьей размерности:

$$C_3 = \{xx00x, xx11x\}.$$

Множество Z_2 кубов, не участвовавших в образовании новых кубов имеет вид:

$$Z_2 = \left\{ \begin{array}{l} 000xx, 00x1x, 0x0x1, 00xx1 \\ 0xx11, 1xx00, 1x1x0, 11xx0 \\ 11x0x, 111xx \end{array} \right\}.$$

Результат $C_3 * C_3$ приведён в таблице 3.6.

| $C_3 * C_3$ | $xx00x$ | $xx11x$ |
|-------------|---------|---------|
| $xx00x$ | ----- | |
| $xx11x$ | | ----- |

Таблица 3.6 — Поиск простых импликант ($C_3 * C_3$).

Новых кубов (четвёртой размерности) не образовалось.

Получено множество Z_3 :

$$Z_3 = \{xx00x, xx11x\}.$$

На этом заканчивается этап поиска простых импликант, т. к. $|C_4| < 1$.

Множество простых импликант:

$$Z = Z_0 \cup Z_1 \cup Z_2 \cup Z_3 = \left\{ \begin{array}{l} 000xx, 00x1x, 0x0x1, 00xx1 \\ 0xx11, 1xx00, 1x1x0, 11xx0 \\ 11x0x, 111xx, xx00x, xx11x \end{array} \right\}.$$

Следующий этап – поиск L -экстремалей на множестве простых импликант (таблица 3.7). Для этого используется операция $\#$ (решётчатое вычитание).

Из каждой простой импликанты поочередно вычитаются все остальные простые импликанты $Z\#(Z \setminus z)$, результат операции (последняя строка таблицы) указывает на то, что L -экстремалами стали следующие простые импликанты:

$$E = \{00xx1, 11xx0\}.$$

Необходимо проверить, нет ли среди полученных L -экстремалей таких, которые стали L -экстремалами за счёт безразличных кубов. Для этого в таблице 6 из кубов множества L вычитаются остатки простых импликант, полученные в таблице 5 (результат выполнения операции $Z\#(Z \setminus z)$).

| $Z\#(Z z)$ | 000xx | 00x1x | 0x0x1 | 00xx1 | 0xx11 | 1xx00 | 1x1x0 | 11xx0 | 11x0x | 111xx | xx00x | xx11x |
|------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------|--|---------------------------------|----------------------------------|----------------------|--|----------------------------------|--|--|
| 000xx | ----- 0011x | zz1zz 010x1 | z1zzz 010x1 | zz1zz 001x1 | z11zz 0x111 01x11 | y11zz 1x100 11x00 | y11zz 1x1x0 | yy1zz 11xx0 | yy1zz 11x0x | yyyzz 111xx | 11zzz x100x 1x00x | 11yzz xx11x |
| 00x1x | zzz0z 0000x | ----- 01001 | zyz0z 01001 | zzz0z 00101 | z1zzz zyzzz 01111 01x11 | y1zyz yyzyz 1x100 11x00 | y1z0z 1x100 111x0 | yyzyz 11xx0 | yyzyz 11x0x | yyz0z 111xx | 1zyyz x100x 1x00x | 11zzz x111x 1x11x |
| 0x0x1 | zzzz0 00000 | zzyz0 00110 | ----- 01001 | zzyz 00101 | zyzzz z1zz 01111 01111 | yzzyz yz1zy 1x100 11x00 | yzzyz yzyzy 1x100 111x0 | yz1zy 11xx0 | yz1z0 11x00 1110x | yzyz0 111xx | 1zzz0 yzzz0 1100x x1000 1x000 | 1zyz0 yzyz0 x1110 1111x 1x11x |
| 00xx1 | zzzzy 00000 | zzzzy 00110 | zyzzz 01001 | ----- 01111 | zyzzz zyzzz 01111 01111 | y1zzy yyzzy 1x100 11x00 | y1zzy yyzzy 1x100 111x0 | yyzzy 11xx0 | yzzyy yyz0 11x00 11100 | yyz0 111xx | yyz0 1yzzy 1100x x1000 1x000 | 1yzzy yyz0 y1zz0 x1110 1111x 1x110 1111x |
| 0xx11 | zzzyy 00000 | zzzzy 00110 | zzzyz 01001 | zzzyz 00101 | ----- 01111 | yzzyy yzzyy 1x100 11x00 | yzzyy yzz0y 1x100 111x0 | yz0y 11xx0 | yzzyy yzzyy 11x00 11100 | yzz00 111x0 1110x | yzzy0 1zzyy 1100x x1000 1x000 | 1zzzy yzzz0 yzzzy yzzz0 11110 11110 1x110 11110 |
| 1xx00 | yzzzz 00000 | yzzyz 00110 | yzzzy 01001 | yzzzy 00101 | yzzzy yzzzy 01111 01111 | ----- \emptyset 11000 | zzzzz zzz1z \emptyset 11110 | zzz1z 11x10 | zzzzz zzzzz \emptyset \emptyset | zzz1z zzzz1 11110 11101 | zzzz1 0zzzz 11001 01000 \emptyset | zzzyz zzzyz zzzyz zzzyz 11110 11110 1x110 11110 |
| 1x1x0 | yzyzz 00000 | yzzzz 00110 | yzyzy 01001 | yzzzy 00101 | yzzzy yzzzy 01111 01111 | zzzzz z0zz \emptyset 11000 | ----- \emptyset | zz0zz 11010 | | zzzzz zzzzy \emptyset 11101 | zzyzy yzyzz 11001 01000 | zzzzz zzzzz zzzzz zzzzz \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset |
| 11xx0 | yyzzz 00000 | yyzzz 00110 | yzzzy 01001 | yyzyz 00101 | yzzzy yzzzy 01111 01111 | zzzzz \emptyset | zzzzz \emptyset | ----- \emptyset | | zzzzy 11101 | zzzzy yzzzz 11001 01000 | |
| 11x0x | yyzzz 00000 | yyzyz 00110 | yzzzz 01001 | yyzzz 00101 | yzyyz yzyyz 01111 01111 | | | zzzyz 11010 | ----- \emptyset | zzzzz \emptyset | zzzzz yzzzz \emptyset 01000 | |
| 111xx | yyyzz 00000 | yyzzz 00110 | yzyzz 01001 | yyzzz 00101 | yzzzz yzzzz 01111 01111 | | | zzyyz 11010 | | ----- \emptyset | yzyzz 01000 | |
| xx00x | zzzzz \emptyset | zzyyz 00110 | zzzzz \emptyset | zzyyz 00101 | zzyyz zzyyz 01111 01111 | | | zzyyz 11010 | | | ----- ----- | |
| xx11x | | zzzzz \emptyset | | zzyyz 00101 | zzzzz zzzzz \emptyset \emptyset | | | zzyyz 11010 | | | zzyyz 01000 | ----- ----- |

Таблица 3.7 — Поиск L-экстремалей

| $L \cap E$ | 00010 | 00011 | 00101 | 01011 | 10100 | 11010 | 11100 | 11101 |
|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 00101 | \emptyset | \emptyset | 00101 | \emptyset | \emptyset | \emptyset | \emptyset | \emptyset |
| 11010 | \emptyset | \emptyset | \emptyset | \emptyset | \emptyset | 11010 | \emptyset | \emptyset |

Таблица 3.8 — Проверка L -экстремалей

По результатам таблицы 3.8 L -экстремальями, не связанными с безразличными наборами, стали кубы 00xx1 и 11xx0 (остатки от вычитания из них всех остальных простых импликант – 00101 и 11010 – относятся к множеству единичных наборов L исходного задания функции). Эти кубы обязательно должны войти в минимальное покрытие.

Далее необходимо проанализировать, какие из исходных единичных кубов (множество L) не покрыты найденными L -экстремальями. Этот анализ осуществляется с помощью таблицы 3.9.

| $L \# E$ | 00010 | 00011 | 00101 | 01011 | 10100 | 11010 | 11100 | 11101 |
|----------|----------------|----------------------|----------------------|----------------|----------------|----------------------|----------------------|----------------|
| 00xx1 | zzzzу 00010 | zzzzz \emptyset | zzzzz \emptyset | zyzzz 01011 | yzzzy 01011 | yuzzу 11010 | yuzzу 11100 | yuzzz 11101 |
| 11xx0 | yuzzz 00010 | yuzzу 00011 | yuzzу 00101 | yzzzy 01011 | zyzzz 10100 | zzzzz \emptyset | zzzzz \emptyset | zzzzу 11101 |

Таблица 3.9 — Поиск непокрытых исходных наборов

Из таблицы 3.9 видно, что L -экстремальями не покрыты четыре единичных куба (00010, 01011, 10100, 11101). Чтобы их покрыть, воспользуемся множеством простых импликант, не являющихся L -экстремальями (таблица 3.10).

Из таблицы 3.10 видно, что каждый из непокрытых единичных кубов может быть покрыт двумя равнозначными способами. Следовательно, существуют шестнадцать тупиковых (минимальных) форм:

$$f_{\min 1} = \overline{a_1} \overline{a_2} p + a_1 a_2 \overline{p} + \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{p} + \overline{a_1} \overline{b_1} p + a_1 \overline{b_2} \overline{p} + a_1 a_2 \overline{b_2}$$

$$f_{\min 2} = \overline{a_1} \overline{a_2} p + a_1 a_2 \overline{p} + \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{p} + \overline{a_1} \overline{b_1} p + a_1 \overline{b_2} \overline{p} + a_1 a_2 b_1$$

$$f_{\min 3} = \overline{a_1} \overline{a_2} p + a_1 a_2 \overline{p} + \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{p} + \overline{a_1} \overline{b_1} p + a_1 b_1 \overline{p} + a_1 a_2 \overline{b_2}$$

$$f_{\min 4} = \overline{a_1} \overline{a_2} p + a_1 a_2 \overline{p} + \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{p} + \overline{a_1} \overline{b_1} p + a_1 b_1 \overline{p} + a_1 a_2 b_1$$

$$f_{\min 5} = \overline{a_1} \overline{a_2} p + a_1 a_2 \overline{p} + \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{p} + \overline{a_1} b_2 p + a_1 \overline{b_2} \overline{p} + a_1 a_2 \overline{b_2}$$

$$f_{\min 6} = \overline{a_1} \overline{a_2} p + a_1 a_2 \overline{p} + \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{p} + \overline{a_1} b_2 p + a_1 \overline{b_2} \overline{p} + a_1 a_2 b_1$$

$$f_{\min 7} = \overline{a_1} \overline{a_2} p + a_1 a_2 \overline{p} + \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{p} + \overline{a_1} b_2 p + a_1 b_1 \overline{p} + a_1 a_2 \overline{b_2}$$

$$\begin{aligned}
f_{\min 8} &= \overline{a_1} \overline{a_2} p + a_1 a_2 \overline{p} + \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{p} + \overline{a_1} b_2 p + a_1 b_1 \overline{p} + a_1 a_2 b_1 \\
f_{\min 9} &= \overline{a_1} \overline{a_2} p + a_1 a_2 \overline{p} + \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 + \overline{a_1} \overline{b_1} p + a_1 \overline{b_2} \overline{p} + a_1 a_2 \overline{b_2} \\
f_{\min 10} &= \overline{a_1} \overline{a_2} p + a_1 a_2 \overline{p} + \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 + \overline{a_1} \overline{b_1} p + a_1 \overline{b_2} \overline{p} + a_1 a_2 b_1 \\
f_{\min 11} &= \overline{a_1} \overline{a_2} p + a_1 a_2 \overline{p} + \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 + \overline{a_1} \overline{b_1} p + a_1 b_1 \overline{p} + a_1 a_2 \overline{b_2} \\
f_{\min 12} &= \overline{a_1} \overline{a_2} p + a_1 a_2 \overline{p} + \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 + \overline{a_1} \overline{b_1} p + a_1 b_1 \overline{p} + a_1 a_2 b_1 \\
f_{\min 13} &= \overline{a_1} \overline{a_2} p + a_1 a_2 \overline{p} + \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 + \overline{a_1} b_2 p + a_1 \overline{b_2} \overline{p} + a_1 a_2 \overline{b_2} \\
f_{\min 14} &= \overline{a_1} \overline{a_2} p + a_1 a_2 \overline{p} + \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 + \overline{a_1} b_2 p + a_1 \overline{b_2} \overline{p} + a_1 a_2 b_1 \\
f_{\min 15} &= \overline{a_1} \overline{a_2} p + a_1 a_2 \overline{p} + \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 + \overline{a_1} b_2 p + a_1 b_1 \overline{p} + a_1 a_2 \overline{b_2} \\
f_{\min 16} &= \overline{a_1} \overline{a_2} p + a_1 a_2 \overline{p} + \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 + \overline{a_1} b_2 p + a_1 b_1 \overline{p} + a_1 a_2 b_1
\end{aligned}$$

| $L \cap Z$ | 00010 | 01011 | 10100 | 11101 |
|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 000xx | 00010 | \emptyset | \emptyset | \emptyset |
| 00x1x | 00010 | \emptyset | \emptyset | \emptyset |
| 0x0x1 | \emptyset | 01011 | \emptyset | \emptyset |
| 0xx11 | \emptyset | 01011 | \emptyset | \emptyset |
| 1xx00 | \emptyset | \emptyset | 10100 | \emptyset |
| 1x1x0 | \emptyset | \emptyset | 10100 | \emptyset |
| 11x0x | \emptyset | \emptyset | \emptyset | 11101 |
| 111xx | \emptyset | \emptyset | \emptyset | 11101 |
| xx00x | \emptyset | \emptyset | \emptyset | \emptyset |
| xx11x | \emptyset | \emptyset | \emptyset | \emptyset |

Таблица 3.10 — Покрывание оставшихся кубов

Функциональная схема ОЧС приведена в приложении В.

3.4. Логический синтез преобразователя множителя

Преобразователь множителя (ПМ) – это устройство, которое преобразовывает диады множителя в соответствии с методом умножения.

При умножении в дополнительных кодах ПМ заменяет диады 11 и 10 на триады $10\bar{1}$ и $1\bar{1}0$ соответственно.

В случае образования единицы переноса в старшую диаду множителя она должна быть учтена при преобразовании следующей старшей диады (выход 1 ПМ), т.е. сохраняться до следующего такта на триггер.

Выход 2 ПМ переходит в единичное состояние, если текущая диада содержит отрицание ($0\bar{1}$).

На выходах 3 и 4 ПМ формируются диады преобразованного множителя, которые затем поступают на входы ОЧУ вместе с диадами множимого.

Для случая умножения множимого на два разряда двоичного множителя одновременно в прямых кодах с использованием алгоритма умножения «А» будет происходить замена только диады 11

Принцип работы ПМ представлен с помощью таблицы истинности (таблица 3.11).

Таблица 3.11 — Таблица истинности ПМ:

| Входная диада | | Младший разряд | Перенос | Выходная диада | | Знак |
|---------------|-------|----------------|---------|----------------|-------|------|
| a_1 | a_2 | p | h | S_1 | S_2 | Q |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

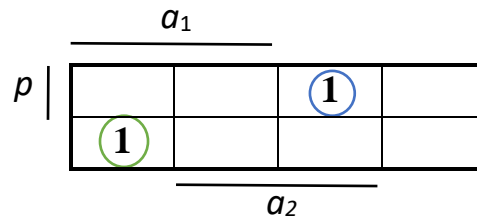
Минимизацию переключательных функций произведём с помощью карт Вейча и реализуем их в базисе И, ИЛИ, НЕ.

Минимизация функции Q картами Вейча:

| | | | | | |
|-----|--|-------|---|--|--|
| | | a_1 | | | |
| p | | 1 | | | |
| | | | 1 | | |
| | | a_2 | | | |

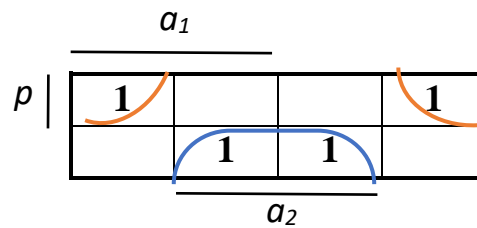
$$f_{\min_{\text{днф}}} = a_1 \bar{a}_2 p + a_1 a_2 \bar{p}$$

Минимизация функции S_1 картами Вейча:



$$f_{\min_{\text{ДНФ}}} = a_1 \bar{a}_2 \bar{p} + \bar{a}_1 a_2 p$$

Минимизация функции S_2 картами Вейча:



$$f_{\min_{\text{ДНФ}}} = a_2 \bar{p} + \bar{a}_2 p$$

Эффективность минимизаций:

$$K_Q = (2 \cdot 3 + 2 + 3) / 11 = 1;$$

$$K_{S1} = (2 \cdot 3 + 2 + 3) / 11 = 1;$$

$$K_{S2} = (4 \cdot 3 + 4 + 3) / 8 = 2,4;$$

Функциональная схема ПМ приведена в приложении Г.

4. СИНТЕЗ КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ УСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ МУЛЬТИПЛЕКСОРОВ

Мультиплексор – это логическая схема, которая имеет n информационных входов, m управляющих входов и один выход. При этом должно выполняться условие $m = 2^n$.

На выход мультиплексора может быть пропущен без изменений один любой логический сигнал, поступающий на один из информационных входов. Порядковый номер информационного входа, значение которого в данный момент должно быть передано на выход, определяется двоичным кодом, подаваемым на управляющие входы.

Переключательные функции (ПФ) от пяти переменных (как, например, ОЧС) можно реализовать на мультиплексоре «один из восьми». Управляющее поле такого мультиплексора будет определяться тремя переменными, следовательно, число групп с одинаковыми значениями этих переменных будет равно восьми. Также, реализация нескольких ПФ требует для каждой ПФ отдельного мультиплексора.

Для определения управляющего поля мультиплексора возьмём переменные a_1 , a_2 .

Таблица истинности для синтеза ПФ ОЧС приведена в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Таблица истинности для синтеза ПФ ОЧС

| a_1 | a_2 | b_1 | b_2 | p | Π | Функция | S_1 | Функция | S_2 | Функция |
|-------|-------|-------|-------|-----|-------|---------------|-------|---------------|-------|---------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | x | - | x | - | x | - |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | x | | x | | x | |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | $b_2 \cdot p$ | 1 | $b_2 + p$ | 1 | $b_2 \oplus p$ |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | | 1 | | 0 | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | | 0 | | 0 | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | | 1 | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | x | - | x | - | x | - |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | x | | x | | x | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | x | | x | | x | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | x | | x | | x | |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $b_2 \cdot p$ | 0 | $\overline{b_2 \oplus p}$ |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | | 1 | | 1 | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | | 0 | | 1 | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | | 0 | | 0 | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | x | - | x | - | x | - |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | x | | x | | x | |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|-----------|---|--------------------------|----|---------------------------|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | x | - | x | - | x | - |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | x | | x | | x | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\overline{b_2 + p}$ | 1 | $b_2 \oplus p$ |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | | 0 | | 0 | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | | 1 | | 0 | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | | 0 | | 1 | |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | x | - | x | - | x | - |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | x | | x | | x | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | x | | x | | x | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | x | | x | | x | |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | $b_2 + p$ | 1 | $\overline{b_2 \cdot p}$ | 0 | $\overline{b_2 \oplus p}$ |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | | 0 | | 1 | |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | | 1 | | 1 | |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | | 1 | | 0 | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | x | - | x | - | x | - |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | x | | x | | x | |

Функциональная схема ОЧС на основе мультиплексоров представлена в приложении Д.

5. ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ РАЗРАБОТКИ

Формула расчёта временных затрат на умножение выглядит следующим образом:

$T = n \cdot (T_{\text{ПМ}} + T_{\text{ФДК}} + (n + 1) \cdot T_{\text{ОЧУ}} + T_{\text{ОЧС}} + T_{\text{сдвига}})$, где

$T_{\text{ПМ}}$ – время преобразования множителя;

$T_{\text{ФДК}}$ – время формирования дополнительного кода;

$T_{\text{ОЧУ}}$ – время умножение на ОЧУ;

$T_{\text{ОЧС}}$ – время формирования единицы переноса в ОЧС;

$T_{\text{сдвига}}$ – время сдвига частичной суммы;

n – количество разрядов множителя.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения данной курсовой работы были разработаны структурная схема сумматора-умножителя и функциональные схемы основных узлов данного устройства. Для упрощения и уменьшения стоимости логических схем были выполнены минимизации переключательных функций различными способами. Это позволило выявить достоинства и недостатки каждого из алгоритмов.

В качестве главных достоинств карт Карно–Вейча можно выделить простоту минимизации и минимальные затраты времени. Однако использование данного метода для функций многих переменных будет весьма затруднительно.

Для минимизации функций многих переменных удобно использовать алгоритм Рота, который полностью формализует алгоритмы минимизации и делает минимизацию доступной для выполнения компьютерной программой. Функциональные схемы были построены в различных логических базисах. Это позволило закрепить теоретические знания об основных законах булевой алгебры как, например, правил де Моргана.

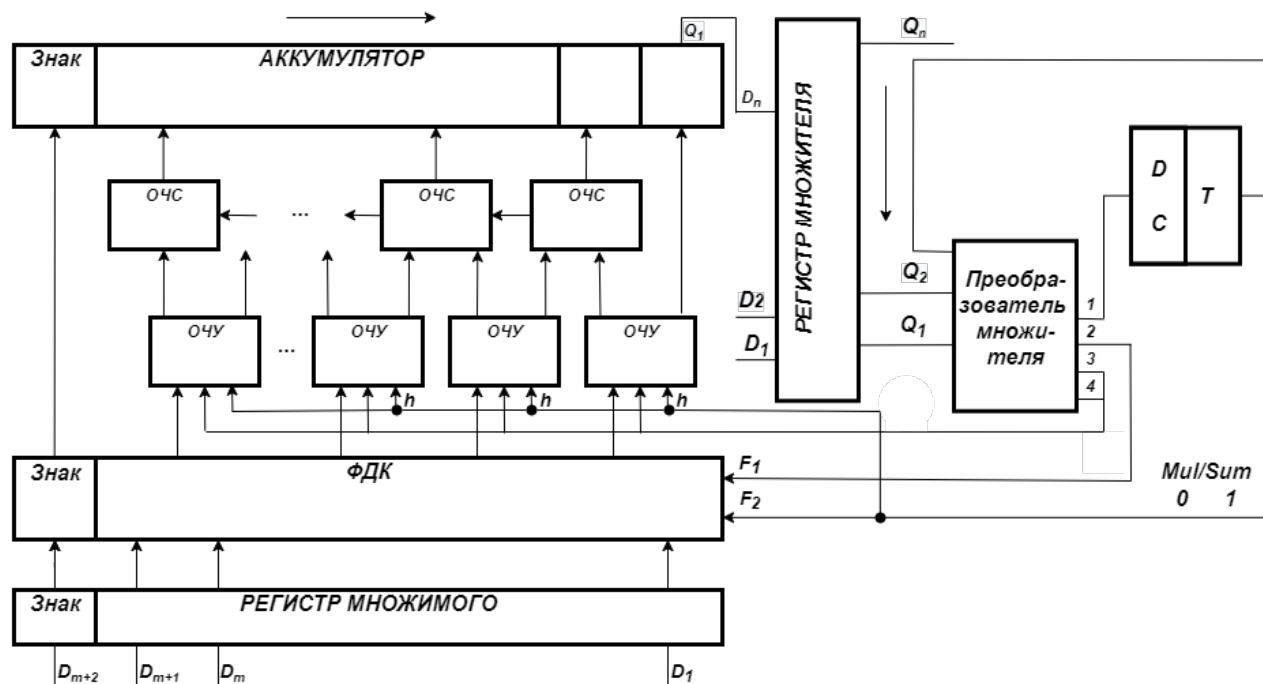
Реализация переключательных функций на основе мультиплексоров позволяет облегчить минимизацию этих функций и значительно упростить функциональную схему устройства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Единая система конструкторской документации (ЕСКД) : справ. пособие / С. С. Борушек [и др.]. – М. : Изд-во стандартов, 1989. – 352 с.
- 2 Искра, Н. А. Арифметические и логические основы вычислительной техники : пособие / Н. А. Искра, И. В. Лукьянова, Ю. А. Луцик. – Минск : БГУИР, 2016. – 75 с.
- 3 Луцик, Ю. А. Учебное пособие по курсу «Арифметические и логические основы вычислительной техники» / Ю. А. Луцик, И. В. Лукьянова, М. П. Ожигина. – Минск : МРТИ, 2001. – 77 с.
- 4 Лысиков, Б. Г. Цифровая вычислительная техника / Б. Г. Лысиков. – Минск : Выш. шк., 2003. – 242 с.
- 5 Усатенко, С. Т. Выполнение электрических схем по ЕСКД : справочник / С. Т. Усатенко, Т. К. Каченюк, М. В. Терехова. – М. : Изд-во стандартов, 1989. – 325 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
(обязательное)

Сумматор-умножитель первого типа. Схема электрическая структурная



| | | | | | | | | | | |
|---------|------|-------------|---------|------|--|--|-----------------|----------|-------|---------|
| | | | | | | ГУИР.400201.301 Э1 | | | | |
| | | | | | | Сумматор-умножитель первого типа. Схема электрическая структурная | Лит. | | Масса | Масштаб |
| | | | | | | | У | | | |
| | | | | | | | | | | |
| Изм | Лист | № документа | Подпись | Дата | | | | | | |
| Разраб. | | Липский | | | | | | | | |
| Пров. | | Лукьянова | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | Лист | Листов 1 | | |
| | | | | | | | ЭВМ, гр. 050503 | | | |

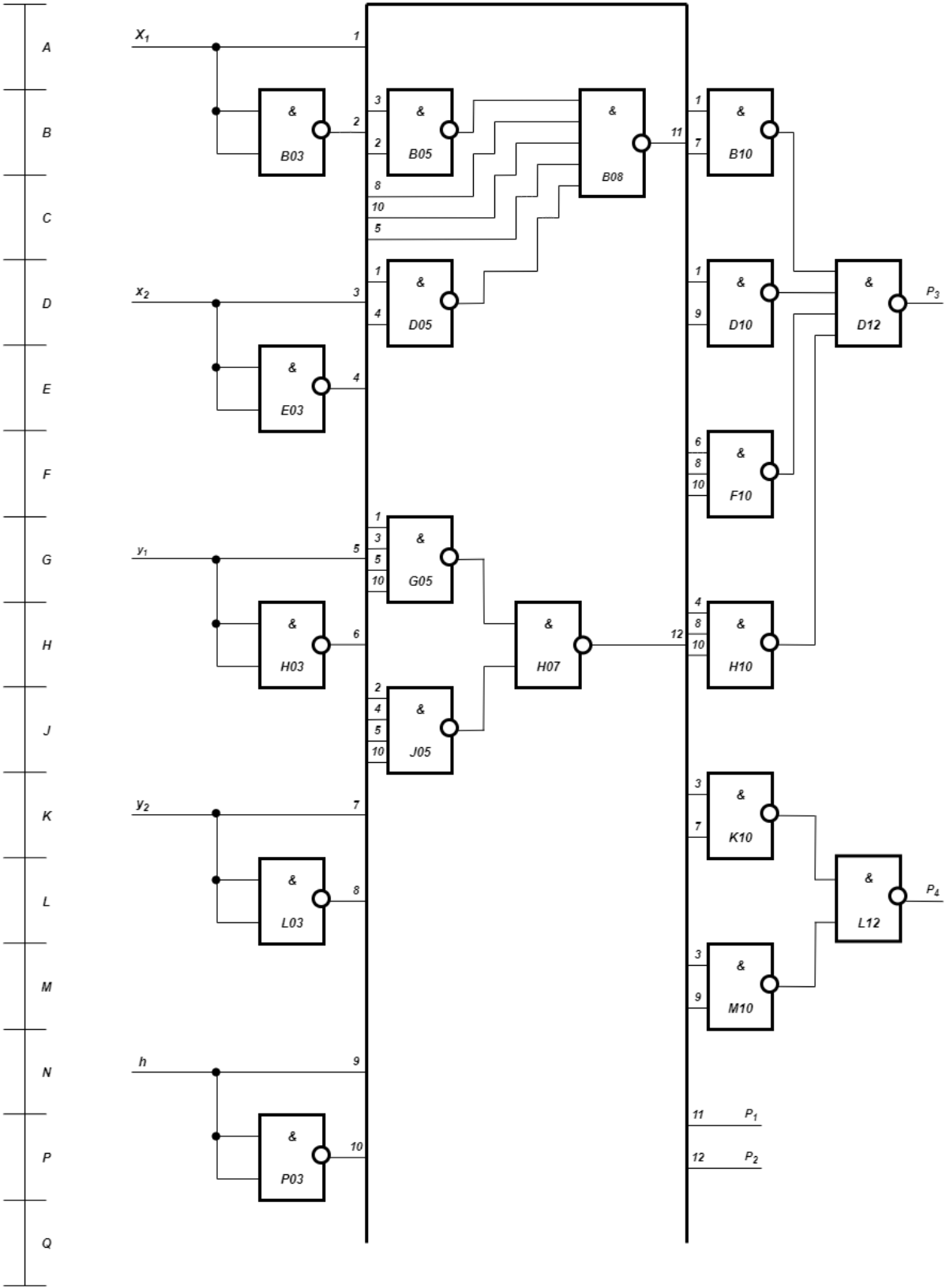
ПРИЛОЖЕНИЕ Б

(обязательное)

Одноразрядный четверичный умножитель. Схема электрическая функциональная

| | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|

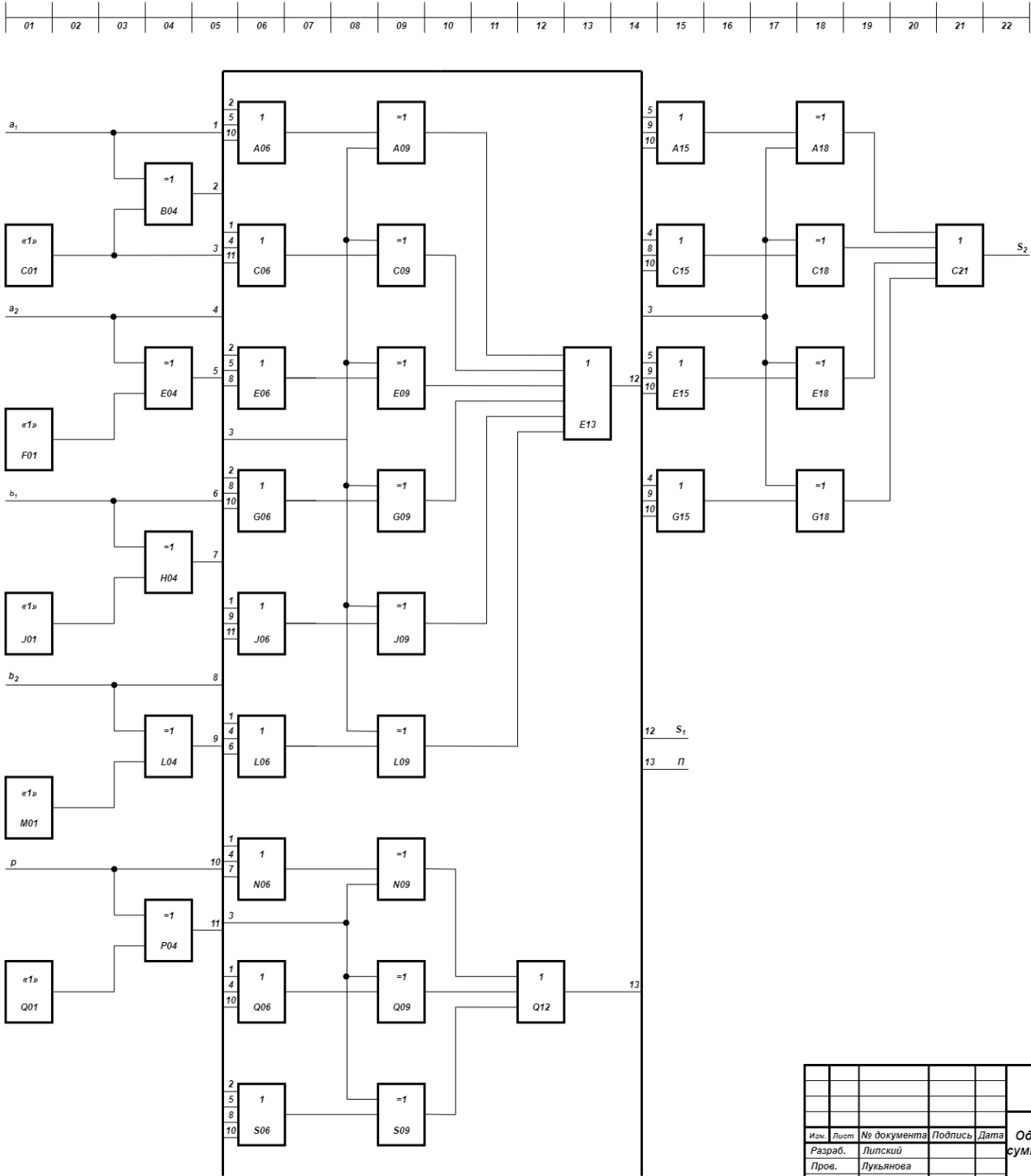
ГУИР.400201.312 Э2.2



| | | | | | | | | | | |
|---------|------|-------------|---------|------|--|---|----------------|--|----------|---------|
| | | | | | | ГУИР.400201.312 Э2.2 | | | | |
| | | | | | | Одноразрядный четверичный умножитель. Схема электрическая функциональная | Лит. | | Масса | Масштаб |
| Изм. | Лист | № документа | Подпись | Дата | | | у | | | |
| Разраб. | | Липский | | | | | | | | |
| Пров. | | Лукьянова | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | Лист | | Листов 1 | |
| | | | | | | | ЭВМ, гр.050503 | | | |

ПРИЛОЖЕНИЕ В
(обязательное)

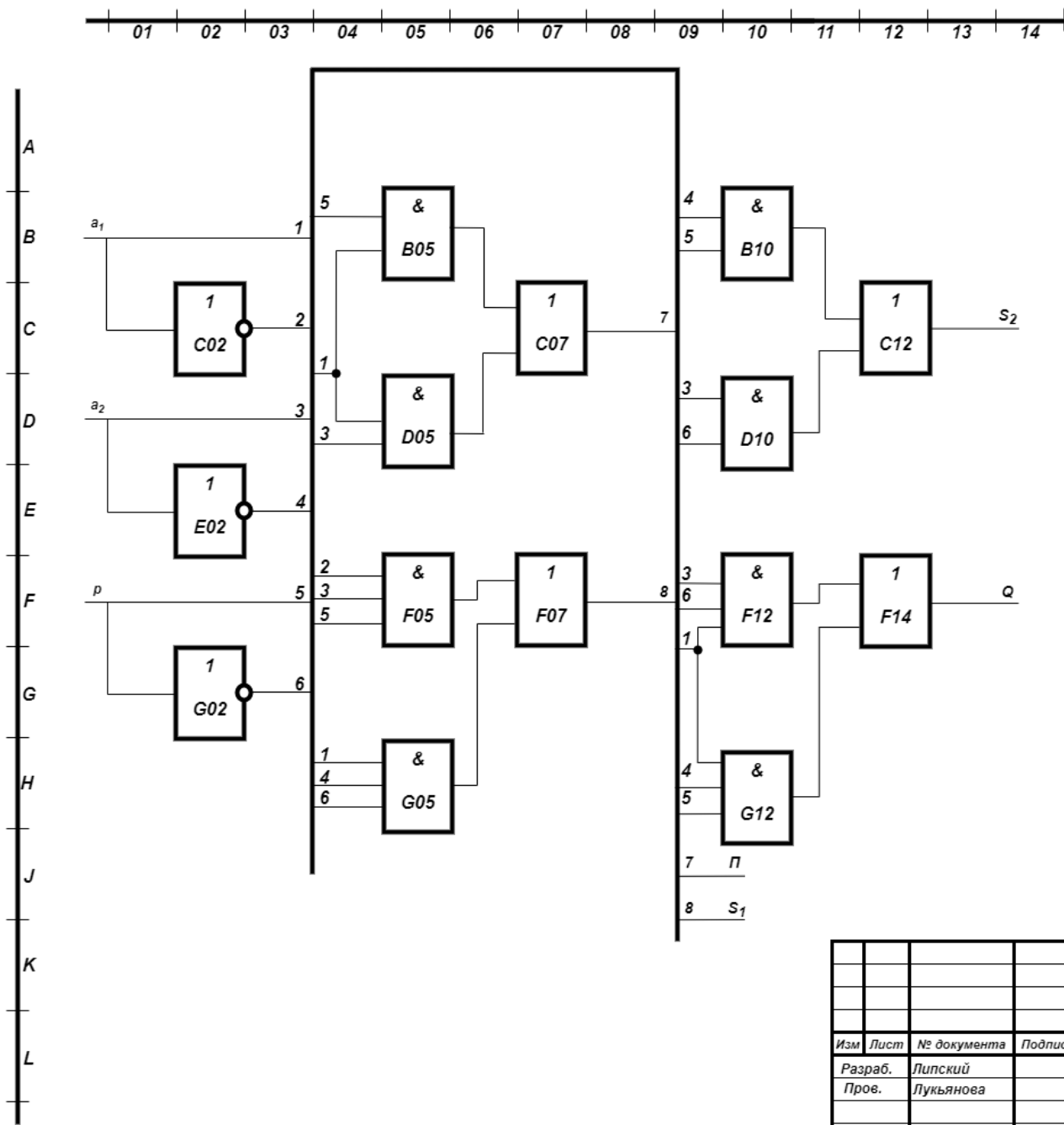
Одноразрядный четверичный сумматор. Схема электрическая
функциональная



| | | | | | | | | |
|---------|------|-------------|---------|------|--|----------------|----------|---------|
| | | | | | ГУИР.400201.312 Э2.1 | | | |
| | | | | | Одноразрядный четверичный сумматор. Схема электрическая функциональная | Лит. | Масса | Масштаб |
| Изм. | Лист | № документа | Подпись | Дата | | у | | |
| Разраб. | | Липский | | | | | | |
| Пров. | | Лукьянова | | | | | | |
| | | | | | | Лист | Листов 1 | |
| | | | | | | ЭВМ, гр.050503 | | |

ПРИЛОЖЕНИЕ Г
(обязательное)

Преобразователь множителя. Схема электрическая функциональная



| | | | | | | | | | | |
|---------|-----------|-------------|---------|------|--|--|-----------------|--|----------|---------|
| | | | | | | ГУИР.400201.301 Э2.3 | | | | |
| | | | | | | Преобразователь множителя. Схема электрическая функциональная | Лит. | | Масса | Масштаб |
| Изм | Лист | № документа | Подпись | Дата | | | у | | | |
| Разраб. | Липский | | | | | | | | | |
| Пров. | Лукьянова | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | Лист | | Листов 1 | |
| | | | | | | | ЭВМ, гр. 050503 | | | |

ПРИЛОЖЕНИЕ Д
(обязательное)

Одноразрядный четверичный сумматор. Реализация на мультиплексорах.
Схема электрическая функциональная

