

Рис.1

Исходные данные.

$R_1=0 \text{ Ом}$. $R_2=65 \text{ Ом}$. $R_3=61 \text{ Ом}$. $R_4=0 \text{ Ом}$. $R_5=0 \text{ Ом}$. $R_6=27 \text{ Ом}$. $R_7=85 \text{ Ом}$. $R_8=0 \text{ Ом}$.

$X_{L1}=32 \text{ Ом}$. $X_{L2}=0 \text{ Ом}$. $X_{L3}=0 \text{ Ом}$. $X_{L4}=53 \text{ Ом}$. $X_{L5}=51 \text{ Ом}$. $X_{L6}=0 \text{ Ом}$. $X_{L7}=0 \text{ Ом}$. $X_{L8}=22 \text{ Ом}$.

$X_{C1}=88 \text{ Ом}$. $X_{C2}=95 \text{ Ом}$. $X_{C3}=87 \text{ Ом}$. $X_{C4}=0 \text{ Ом}$. $X_{C5}=64 \text{ Ом}$. $X_{C6}=0 \text{ Ом}$. $X_{C7}=0 \text{ Ом}$. $X_{C8}=0 \text{ Ом}$.

$\dot{E}_6=76j^{129^\circ} \text{ В}$.

Расчёт цепи с одним источником ЭДС целесообразно проводить методом преобразования. Запишем комплексные сопротивления каждой из ветвей:

$$Z_1=jX_{L1}-jX_{C1}=-j56 \text{ Ом}.$$

$$Z_2=R_2-jX_{C2}=65-j95 \text{ Ом}.$$

$$Z_3=R_3-X_{C3}=61-j87 \text{ Ом}.$$

$$Z_4=X_{L4}=j53 \text{ Ом}.$$

$$Z_5=X_{L5}-X_{C5}=-j13 \text{ Ом}.$$

$$Z_6=R_6=27 \text{ Ом}.$$

$$Z_7=R_7=85 \text{ Ом}.$$

$$Z_8=X_{L8}=j22 \text{ Ом}.$$

Преобразуем заданную цепь.

$$Z_{34}=Z_3+Z_4=61-j34 \text{ Ом}.$$

$$Z_{56}=Z_5+Z_6=27-j13 \text{ Ом}.$$

В схеме рис. 1 преобразуем треугольник Z_2 , Z_{34} , Z_7 в звезду:

$$Z_{27}=(Z_2*Z_7)/(Z_2+Z_{34}+Z_7)=36.092-j16.205 \text{ Ом}.$$

$$Z_{234}=(Z_2*Z_{34})/(Z_2+Z_{34}+Z_7)=19.419-j26.066 \text{ Ом}.$$

$$Z_{347}=(Z_{34} * Z_7)/(Z_2+Z_{34}+Z_7)=23.983+j0.966 \text{ Ом.}$$

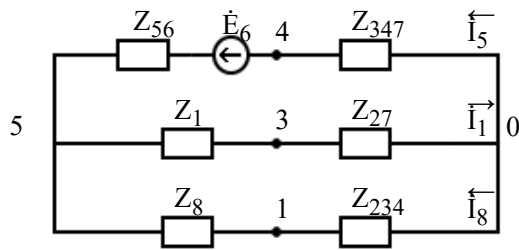


Рис.2

Эквивалентное сопротивление пассивной части цепи относительно источника ЭДС находится как:

$$Z_{\text{вх}}=(Z_1+Z_{27})*(Z_8+Z_{234})/(Z_1+Z_{27}+Z_8+Z_{234})+Z_{56}+Z_{347}=66.8-j18.205 \text{ Ом.}$$

Определим токи в ветвях заданной цепи:

$$\dot{I}_6=\dot{E}_6/Z_{\text{вх}}=-0.891+j0.641=1.098 \cdot j^{215.755^\circ} \text{ А.}$$

$$\dot{I}_1=\dot{I}_6*(Z_8+Z_{234})/(Z_8+Z_{234}+Z_1+Z_{27})=-0.229-j0.026=0.231 \cdot j^{173.628^\circ} \text{ А.}$$

$$\dot{I}_8=-\dot{I}_6*(Z_1+Z_{27})/(Z_8+Z_{234}+Z_1+Z_{27})=0.661-j0.667=0.939 \cdot j^{45.244^\circ} \text{ А.}$$

Определим напряжение между узлами 3 и 1

$$\dot{U}_{31}=\dot{I}_1*Z_{27}+\dot{I}_8*Z_{234}=-13.24-j27.399 \text{ В.}$$

$$\dot{I}_2=\dot{U}_{31}/Z_2=0.131-j0.229=0.264 \cdot j^{60.171^\circ} \text{ А.}$$

Токи \dot{I}_7 , \dot{I}_3 и \dot{I}_4 определим по первому закону Кирхгофа

$$\dot{I}_7=\dot{I}_1-\dot{I}_2=-0.361+j0.204=0.414 \cdot j^{209.44^\circ} \text{ А.}$$

$$\dot{I}_3=\dot{I}_4=\dot{I}_2-\dot{I}_8=-0.53+j0.438=0.687 \cdot j^{219.558^\circ} \text{ А.}$$

По найденным комплексам действующих значений токов запишем их мгновенные значения:

$$i_1=\sqrt{2} * 0.231 \sin(\omega * t - 173.628^\circ) \text{ А.}$$

$$i_2=\sqrt{2} * 0.264 \sin(\omega * t - 60.171^\circ) \text{ А.}$$

$$i_3=i_4=\sqrt{2} * 0.687 \sin(\omega * t - 219.558^\circ) \text{ А.}$$

$$i_5=i_6=\sqrt{2} * 1.098 \sin(\omega * t - 215.755^\circ) \text{ А.}$$

$$i_7=\sqrt{2} * 0.414 \sin(\omega * t - 209.44^\circ) \text{ А.}$$

$$i_8=\sqrt{2} * 0.939 \sin(\omega * t - 45.244^\circ) \text{ А.}$$

Расчёт баланса мощностей

Определим комплексную мощность, отдаваемую источником ЭДС:

$$\dot{S}=\dot{E}_6*\dot{I}_6=80.489-j21.936 \text{ А.}$$

$$P_E=80.489 \text{ Вт.}$$

$$Q_E=-21.936 \text{ вар.}$$

Активная мощность, рассеиваемая на активных сопротивлениях цепи:

$$P_{\text{потр}} = \dot{I}_2^2 * r_2 + \dot{I}_3^2 * r_3 + \dot{I}_6^2 * r_6 + \dot{I}_7^2 * r_7 = 80.489 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность нагрузки определится выражением:

$$Q_{\text{пр}} = \dot{I}_1^2 * (X_{L1} - X_{C1}) + \dot{I}_2^2 * (-X_{C2}) + \dot{I}_3^2 * (-X_{C3}) + \dot{I}_4^2 * X_{L4} + \dot{I}_5^2 * (X_{L5} - X_{C5}) + \dot{I}_8^2 * X_{L8} = -21.936 \text{ вар.}$$

Определение тока в ветви методом эквивалентного генератора напряжения

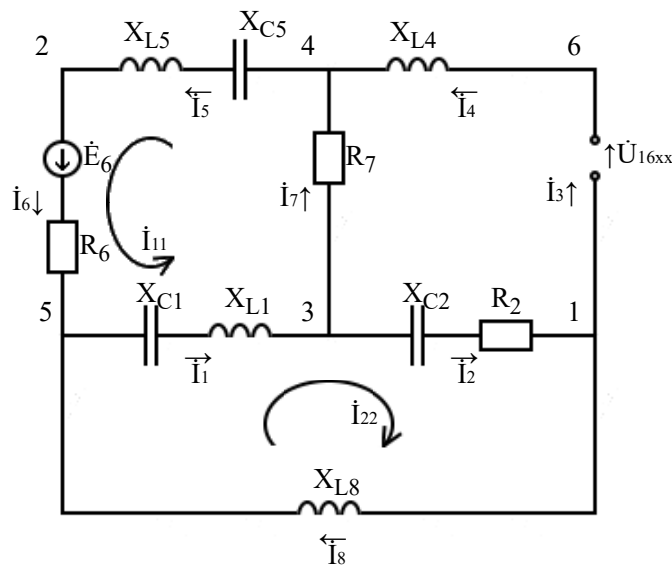


Рис.3

Уравнения для нахождения контурных токов будут иметь вид:

$$\dot{I}_{11} * (Z_1 + Z_7 + Z_{56}) + \dot{I}_{22} * Z_1 = \dot{E}_6$$

$$\dot{I}_{22} * (Z_1 + Z_2 + Z_8) + \dot{I}_{11} * Z_1 = 0$$

Отсюда

$$\dot{I}_{11} = -0.506 + j0.279$$

$$\dot{I}_{22} = 0.127 - j0.185$$

Напряжение \dot{U}_{16xx} находим по формуле:

$$\dot{U}_{16xx} = -\dot{I}_{11} * Z_7 + \dot{I}_{22} * Z_2 = -33.714 + j47.741 \text{ В.}$$

Далее, закоротив источники ЭДС и разомкнув ветви с источниками тока, находим эквивалентное сопротивление схемы.

Преобразование треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду:

$$Z_{17} = (Z_1 * Z_7) / (Z_1 + Z_{56} + Z_7) = 18.979 - j30.807$$

$$Z_{156} = (Z_1 * Z_{56}) / (Z_1 + Z_{56} + Z_7) = 1.317 - j12.689$$

$$Z_{567} = (Z_{56} * Z_7) / (Z_1 + Z_{56} + Z_7) = 19.259 + j1.999$$

Эквивалентное сопротивление пассивной части цепи относительно источника ЭДС находится как:

$$Z_{\Gamma} = (Z_{17} + Z_2) * (Z_{156} + Z_8) / (Z_{17} + Z_2 + Z_{156} + Z_8) + Z_{567} = 21.061 + j64.685$$

Ток в искомой ветви схемы определяется по формуле:

$$\dot{I}_3 = \dot{U}_{16xx} / (Z_{\Gamma} + Z_3) = -0.53 + j0.438 \text{ А.}$$

Полагая наличие индуктивной связи между индуктивностями L_4 и L_5 запишем уравнения по законам Кирхгофа для заданной цепи в комплексной форме:

$$\dot{I}_8 + \dot{I}_6 - \dot{I}_1 = 0$$

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_7 = 0$$

$$\dot{I}_2 - \dot{I}_3 - \dot{I}_8 = 0$$

$$\dot{I}_3 - \dot{I}_4 = 0$$

$$\dot{I}_4 - \dot{I}_5 + \dot{I}_7 = 0$$

$$j\omega L_1 \dot{I}_1 - j1/(\omega C_1) \dot{I}_1 + r_7 \dot{I}_7 + j\omega L_5 \dot{I}_5 - j1/(\omega C_5) \dot{I}_5 + r_6 \dot{I}_6 + j\omega M \dot{I}_8 = \dot{E}_6$$

$$r_2 \dot{I}_2 - j1/(\omega C_2) \dot{I}_2 + r_3 \dot{I}_3 - j1/(\omega C_3) \dot{I}_3 + j\omega L_4 \dot{I}_4 - r_7 \dot{I}_7 = 0$$

$$j\omega L_1 \dot{I}_1 - j1/(\omega C_1) \dot{I}_1 + r_2 \dot{I}_2 - j1/(\omega C_2) \dot{I}_2 + j\omega L_8 \dot{I}_8 + j\omega M \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_8 = 0$$

Ответы:

	Алгебраическая форма		Показательная форма	
	Re	Im	модуль	φ, град
ток I_1	-0.229	-0.026	0.231	-173.628
ток I_2	0.131	-0.229	0.264	-60.171
ток I_3	-0.53	0.438	0.687	-219.558
ток I_4	-0.53	0.438	0.687	-219.558
ток I_5	-0.891	0.641	1.098	-215.755
ток I_6	-0.891	0.641	1.098	-215.755
ток I_7	-0.361	0.204	0.414	-209.44
ток I_8	0.661	-0.667	0.939	-45.244
Мощность $S_{\text{ист}}$	80.489	-21.936	83.425	-15.245
Мощность $S_{\text{потр}}$	80.489	-21.936	83.425	-15.245
$U_{\text{хх}}$	-33.714	47.741	58.446	0
$Z_{\text{ген}}$	21.061	64.685	68.027	71.965

Построение потенциальной диаграммы:

$$\varphi_5 = 0$$

$$\varphi_8 = \varphi_5 + \dot{I}_1 * jX_{C1} = 2.255 - j20.191 \text{ В.}$$

$$\varphi_{11} = \varphi_4 + \dot{I}_5 * jX_{C5} = -8.935 - j87.176 \text{ В.}$$

$$\varphi_3 = \varphi_8 - \dot{I}_1 * X_{L1} = 1.435 - j12.849 \text{ В.}$$

$$\varphi_2 = \varphi_{11} - \dot{I}_5 * jX_{L5} = 23.777 - j41.745 \text{ В.}$$

$$\varphi_9 = \varphi_3 + \dot{I}_2 * jX_{C2} = 23.222 - j0.357 \text{ В.}$$

$$\varphi_7 = \varphi_2 + \dot{E}_6 = -24.052 + j17.318 \text{ В.}$$

$$\varphi_1 = \varphi_9 - \dot{I}_2 * R_2 = 14.675 + j14.55 \text{ В.}$$

$$\varphi_5 = \varphi_7 - \dot{I}_6 * R_6 = 0 \text{ В.}$$

$$\varphi_{10} = \varphi_1 + \dot{I}_3 * jX_{C3} = -23.405 - j31.548 \text{ В.}$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 - \dot{I}_7 * R_7 = 32.115 - j30.165 \text{ В.}$$

$$\varphi_6 = \varphi_{10} - \dot{I}_3 * R_3 = 8.917 - j58.248 \text{ В.}$$

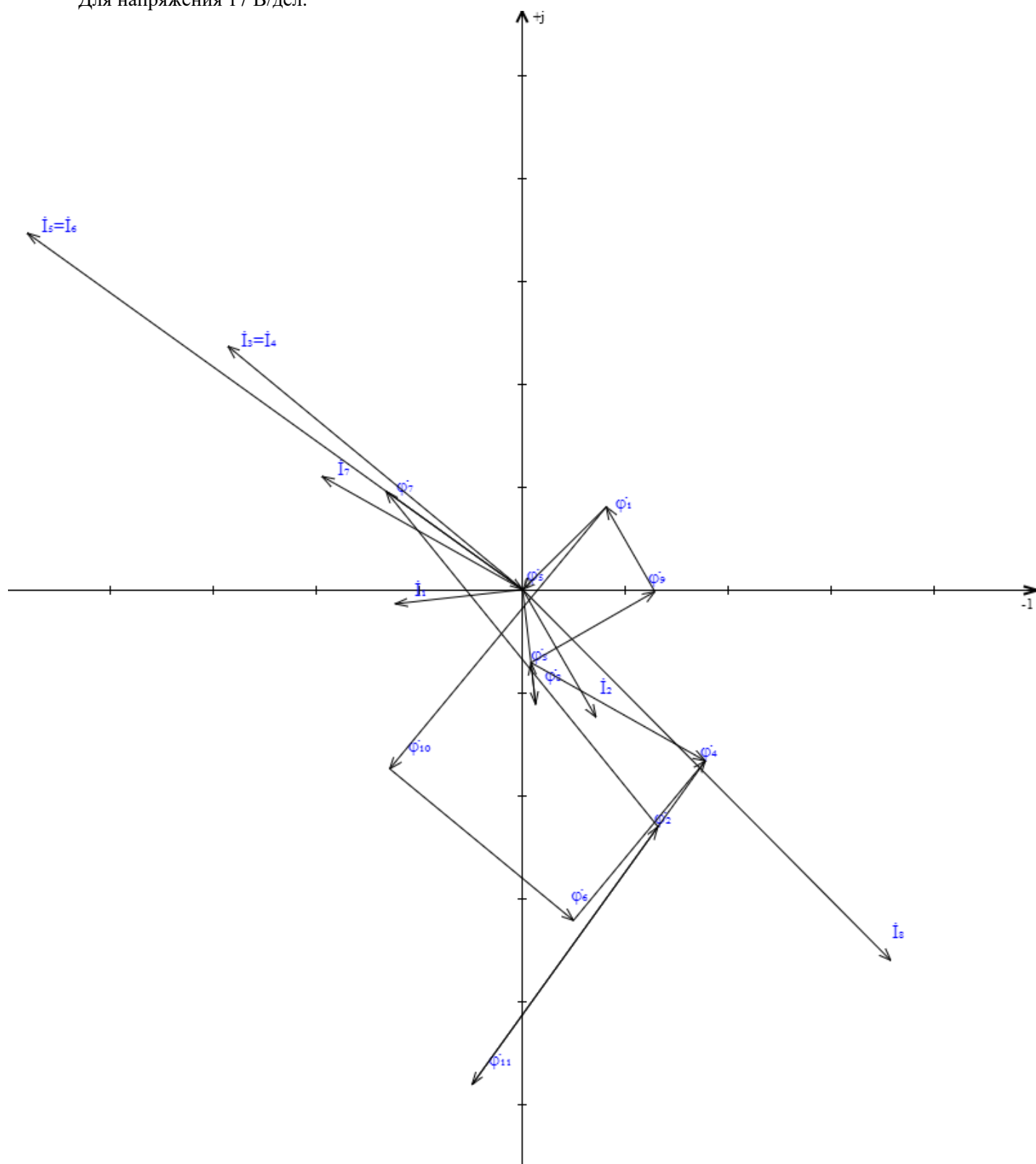
$$\varphi_5 = \varphi_1 - \dot{I}_8 * jX_{L8} = 0 \text{ В.}$$

$$\varphi_4 = \varphi_6 - \dot{I}_4 * jX_{L4} = 32.115 - j30.165 \text{ В.}$$

Масштаб:

Для тока 0.18 А/дел.

Для напряжения 17 В/дел.



Расчёт цепи переменного тока по уравнениям, описывающим цепь по законам Кирхгофа

ORIGIN := 1

$Z_1 := 32i - 88i \text{ Ом.}$ $Z_2 := 65 - 95i \text{ Ом.}$ $Z_3 := 61 - 87i \text{ Ом.}$ $Z_4 := 53i \text{ Ом.}$ $Z_5 := 51i - 64i \text{ Ом.}$
 $Z_6 := 27 \text{ Ом.}$ $Z_7 := 85 \text{ Ом.}$ $Z_8 := 22i \text{ Ом.}$ $E_6 := -47.828 + 59.063i \text{ В.}$ $E_8 = 0 \text{ В.}$

Записываем уравнения, описывающие цепь в матричном виде $Ax=B$, где:

A - квадратная матрица 8×8 ,

B - матрица столбец правых частей,

x - матрица столбец искомых токов.

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ Z_1 & 0 & 0 & 0 & Z_5 & Z_6 & Z_7 & 0 \\ 0 & Z_2 & Z_3 & Z_4 & 0 & 0 & -Z_7 & 0 \\ Z_1 & Z_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_8 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E_6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Выводим численные значения элементов матриц

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 32i - 88i & 0 & 0 & 0 & 51i - 64i & 27 & 85 & 0 \\ 0 & 65 - 95i & 61 - 87i & 53i & 0 & 0 & -85 & 0 \\ 32i - 88i & 65 - 95i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 22i \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -47.828 + 59.063i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Находим неизвестные токи, умножая обратную матрицу A на матрицу B

$$x := A^{-1} * B$$

Выводим численные значения найденных токов в виде вектора строки путём

транспонирования x

$$x^T = (-0.229 - j0.026 \quad 0.131 - j0.229 \quad -0.53 + j0.438 \quad -0.53 + j0.438 \quad -0.891 + j0.641 \quad -0.891 + j0.641 \quad -0.361 + j0.204 \quad 0.661 - j0.667)$$

Расчёт цепи постоянного тока методом контурных токов

ORIGIN := 1

Задаём исходные данные

$$\begin{aligned} Z_1 &:= 32i - 88i \text{ Ом.} & Z_2 &:= 65 - 95i \text{ Ом.} & Z_3 &:= 61 - 87i \text{ Ом.} & Z_4 &:= 53i \text{ Ом.} & Z_5 &:= 51i - 64i \text{ Ом.} \\ Z_6 &:= 27 \text{ Ом.} & Z_7 &:= 85 \text{ Ом.} & Z_8 &:= 22i \text{ Ом.} & E_6 &:= -47.828 + 59.063i \text{ В.} & E_8 &:= 0 \text{ В.} \end{aligned}$$

$$E = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -47.828 + 59.063i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad Z = \begin{pmatrix} 32i - 88i \\ 65 - 95i \\ 61 - 87i \\ 53i \\ 51i - 64i \\ 27 \\ 85 \\ 22i \end{pmatrix}$$

Выводим матрицы-столбцы
исходных данных с целью
проверки

$ZD := \text{diag}(Z)$ Формируем диагональную матрицу ZD из матрицы Z

$$ZD = \begin{pmatrix} 32i - 88i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 65 - 95i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 61 - 87i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 53i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 51i - 64i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 27 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 85 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 22i \end{pmatrix}$$

Выводим диагональную
матрицу ZD с целью
проверки

Формируем узловую матрицу A и контурную матрицу B

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$IK := (B * ZD * B^T)^{-1} * (B * E + B * ZD * J) \quad \text{Находим контурные токи}$$

Определяем токи ветвей

$$IJ := B^T * IK$$

$$IJ^T = (-0.229 - j0.026 \quad 0.131 - j0.229 \quad -0.53 + j0.438 \quad -0.53 + j0.438 \quad -0.891 + j0.641 \quad -0.891 + j0.641 \quad -0.361 + j0.204 \quad 0.661 - j0.667)$$

Расчёт цепи постоянного тока методом узловых потенциалов

ORIGIN := 1

$Z_1 := 32i - 88i \text{ Ом.}$ $Z_2 := 65 - 95i \text{ Ом.}$ $Z_3 := 61 - 87i \text{ Ом.}$ $Z_4 := 53i \text{ Ом.}$ $Z_5 := 51i - 64i \text{ Ом.}$
 $Z_6 := 27 \text{ Ом.}$ $Z_7 := 85 \text{ Ом.}$ $Z_8 := 22i \text{ Ом.}$ $E_6 := -47.828 + 59.063i \text{ В.}$ $E_8 = 0 \text{ В.}$

Формируем узловую матрицу A и контурную матрицу B

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Формируем диагональную матрицу ZD из матрицы Z

$ZD := \text{diag}(Z)$

Формируем диагональную матрицу G из матрицы ZD

$G := 1/ZD$

Определяем потенциалы всех узлов цепи по отношению к базисному узлу

$$F := (A * G * A^T)^{-1} * (-A * G * E - A * J)$$

Определяем напряжение на всех ветвях цепи

$$U := A^T * F$$

Определяем токи в сопротивлениях ветвей

$$IR := G * (U + E)$$

$$IR^T = (IJ := B^T * IK$$

$$IJ^T = (-0.229 - j0.026 \quad 0.131 - j0.229 \quad -0.53 + j0.438 \quad -0.53 + j0.438 \quad -0.891 + j0.641 \quad -0.891 + j0.641 \quad -0.361 + j0.204 \quad 0.661 - j0.667)$$