UFLA – UNIVERSIDADE FEDERAL DE LAVRAS

RELATÓRIO 1 – DENSIDADE E MASSA ESPECÍFICA.

ALUNO: RIAN PINAS DE FREITAS

MATRÍCULA: 202010212

LAVRAS

27 DE AGOSTO DE 2021

1) Resumo:

O objetivo desse experimento é descobrir a densidade e a massa específica de dois corpos facilmente encontrados no cotidiano, sendo utilizados nesse experimento, um objeto maciço esférico e um objeto que se assemelha a um paralelepípedo. Para o cálculo, é necessário a medida de cada um dos corpos e seu peso.

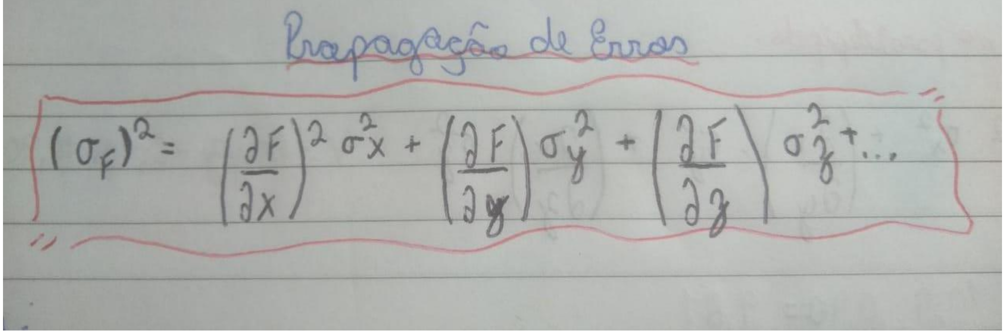
Assim, iremos calcular a densidade de um carregador portátil de celulares e a massa específica de uma bola de bilhar (feita de baquelite).

2) Introdução:

A física é um campo de estudo que busca sempre encontrar o valor mais exato possível de uma medida, apesar de esse mesmo valor ser impossível de encontrar. Diversos autores já escreveram sobre isso, entre eles o físico Werner Heisenberg em seu "Princípio da incerteza" e até o químico e estatístico William S. Gosset em sua "Teoria dos Erros", ambas as teorias tornam claro que por melhor que seja o seu instrumento de medida, nunca vai haver um modo exato de se calcular uma grandeza, apenas um modo aproximado.

Atualmente, ao realizar cálculos em laboratórios de física, principalmente, é trabalho o conceito de propagação de erros de uma medida, que é dado a partir de uma medição inicial de algum valor junto da sua taxa de erro. Por exemplo, ao calcularmos o volume de um sólido a partir da medida de seus lados, devemos calcular o erro que existe em nosso instrumento de medida e adicionarmos eles em nossa propagação de erros.

Para calcularmos o erro que será gerado no volume desse sólido, se utiliza a seguinte fórmula.



Na qual o erro que será propagado, quando ao quadrado, se torna igual ao somatório da derivada parcial ao quadrado de uma medida do sólido multiplicado pelo erro existente no instrumento de medida de cada lado do sólido.

Vale lembrar que a incerteza de um instrumento é dada, em instrumentos analógicos, pela menor medida visível no instrumento dividida por 2, e em instrumentos digitais, é a menor medida visualizada no visor.

Dessa forma, é fácil de observar que para o cálculo da densidade dos objetos e de sua massa específica, ambos sendo medidos em m/V (massa dividida pelo volume do objeto), que serão utilizados nesse experimento, devemos encontrar o volume por meio da medida dos lados do objeto e do diâmetro da esfera, junto à sua incerteza, e calcular primeiramente o volume (que não temos) para depois encontrar a densidade. Os métodos serão vistos na próxima parte.

Entretanto, antes de pular para a prática convém lembrar que ao se tratar com as contas, é necessário sempre aplicar as regras de adição e multiplicação dos algarismos significativos, que são os algarismos que nós temos certeza que não possuem uma incerteza. São elas:

- Para a adição ou a subtração, o resultado dessa conta deve possuir o mesmo número de algarismos significativos que o número com menor quantidade de algarismos significativos após a vírgula.

- Para a multiplicação, o resultado da conta deve apresentar a mesma quantidade de algarismos significativos que o número com menor quantidade de algarismos significativos.

Além disso, um último ponto importante é o de que a densidade de um corpo feito de um único material e maciço é igual à sua massa específica. Dito isso, calcularemos a massa específica do nosso objeto maciço (esfera) como sendo a densidade da mesma.

3) Materiais e métodos:

Para esse experimento foram utilizados: um carregador portátil, uma bola de sinuca, uma régua milimetrada e uma balança digital.

De início, foram retiradas as medidas dos lados do carregador e do diâmetro da esfera, e em seguida, os objetos foram pesados na balança para retirar sua massa.

Medidas:

Bola de sinuca:

- Diâmetro: 5,20cm +- 0,05cm
- Massa: 0,20Kg +- 0,05Kg

ou 200g +- 50g

Carregador:

- Largura: 6,73cm +- 0,05cm
- Altura: 10,98cm +- 0,05cm
- Grossura: 0,90cm +- 0,05cm
- Massa: 0,10Kg +- 0,05Kg

ou 100g +- 50g

Para retirar as medidas, primeiramente é necessário pegar a régua, medir cada lado do paralelepípedo e anotá-las, e em seguida pesar o objeto na balança. Para a esfera, há várias formas de medir o raio ou o diâmetro, o método que foi utilizado aqui foi o de colocar a esfera entre dois objetos e calcular a distância entre eles para saber o diâmetro da esfera, em seguida, assim como no paralelepípedo, a esfera foi pesada na balança.

Retiradas as medidas, podemos iniciar os cálculos para a propagação de erros no volume. Para ficar mais compreensível, primeiro será feito os cálculos do volume dos dois sólidos e apenas após, o cálculo para a densidade e a massa específica.

4) Resultados:

Volume da esfera:

É válido lembrar que o volume da esfera é dado por (4πr^3)/3, sendo assim:

$$V = (4 \;.\; \pi \;.\; d^3) \;/\; 3 \;.\; 8$$

Essa forma é adquirida pois o raio é a metade do diâmetro. Então:

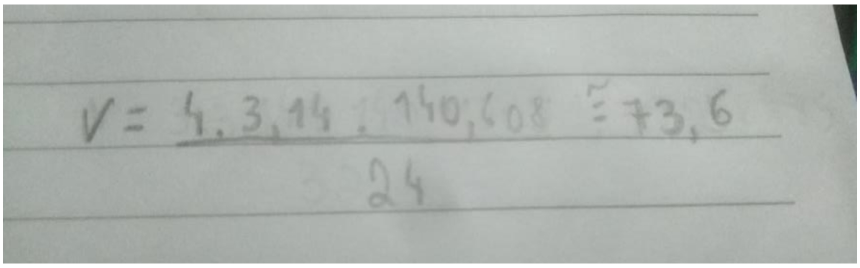
$$V = (4 \;.\; 3{,}14 \;.\; 5{,}20^3) \;/\; 24$$

$$V = (4 \;.\; 3{,}14 \;.\; 140{,}608) \;/\; 24$$

$$V = 1766{,}03648 \;/\; 24$$

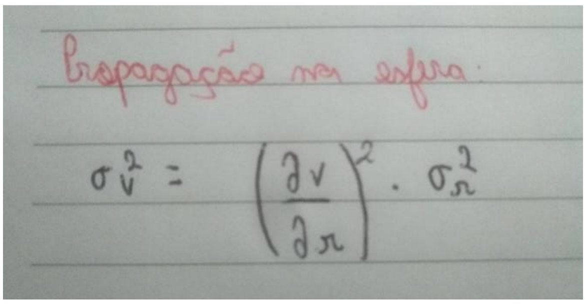
$$V \approx 73{,}58$$

$$V \approx 73{,}6 \text{ cm}^3$$



Note que é preciso arredondar para 73,6 para que o número de algarismos significativos fique corretos.

A partir desse ponto, podemos iniciar o cálculo para a propagação de erros, onde na esfera é dada por:



Assim, teremos:

$$\sigma v^2 = (dv/dr)^2 \;.\; \sigma r^2$$

Para facilitar, primeiro é feito o cálculo da derivada parcial do volume:

Dv/dr = (4 . 3,14 . 3d^2) / 24

Dv/dr = (4 . 3,14 . 3 . 27,04) / 24

Dv/dr = 1018,8672 / 24

Dv/dr = 42,4528

Dv/dr ≈ 42,5

σv^2 = (42,5)^2 . 0,05^2

σv = (42,5) . 0,05

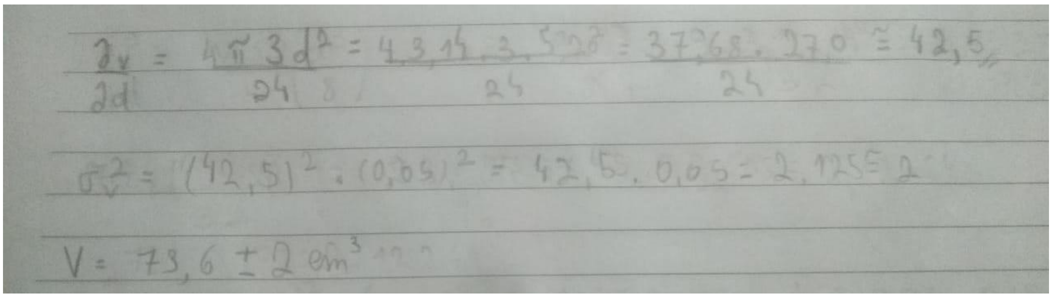
σv = 2,125

σv ≈ 2 cm^3

Agora só é necessário juntar os dois valores que encontramos (volume e sua incerteza).

Vesfera = V +- σv

V_{esfera} = 73,6cm^3 +- 2cm^3

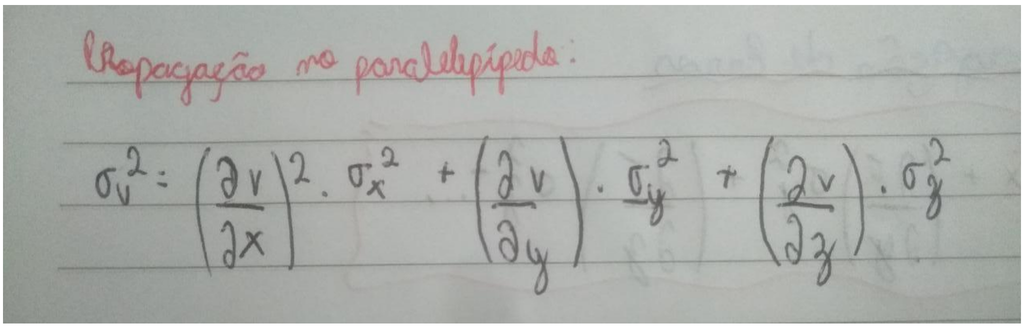


$$\frac{\partial v}{\partial d} = \frac{4\pi\, 3d^2}{24} = \frac{4 . 3,14 . 3 . 5,2^2}{24} = \frac{37,68 . 27,0}{24} \cong 42,5$$

$$\sigma_v^2 = (42,5)^2 . (0,05)^2 = 42,5 . 0,05 = 2,125 \cong 2$$

$$V = 73,6 \pm 2\ cm^3$$

Agora, é feito os mesmos cálculos para encontrar o volume do paralelepípedo, a diferença está apenas em sua fórmula de propagação, que agora é dada por:



Propagação no paralelepípedo:

$$\sigma_v^2 = \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 . \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) . \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right) . \sigma_z^2$$

Temos o x (largura), y (altura) e o z (grossura), então é só aplicar na fórmula.

Como na esfera, antes se calcula o volume do sólido para então calcular sua propagação. O volume do paralelepípedo então, é:

$$V = x \,.\, y \,.\, z$$

$$V = 6{,}73 \,.\, 0{,}90,\ 10{,}98$$

$$V = 66{,}50586$$

$$V \approx 66\ cm^3$$

E sua propagação de erros será:

$$\sigma v\text{^}2 = (dv/dx)\text{^}2 \,.\, \sigma x\text{^}2 + (dv/dy)\text{^}2 \,.\, \sigma y\text{^}2 + (dv/dz) \,.\, \sigma z\text{^}2$$

Fazendo as derivadas separadamente:

$$dv/dx = y \,.\, z = 10{,}98 \,.\, 0{,}90 = 9{,}88 \approx 9{,}9$$

$$dv/dy = x \,.\, z = 6{,}73 \,.\, 0{,}90 = 6{,}057 \approx 6{,}0$$

$$dv/dz = x \,.\, y = 6{,}73 \,.\, 10{,}98 = 73{,}89 \approx 73{,}9$$

$$\sigma v\text{^}2 = (9{,}9)\text{^}2 \,.\, 0{,}05\text{^}2 + (6{,}0)\text{^}2 \,.\, 0{,}05\text{^}2 + (73{,}9)\text{^}2 \,.\, 0{,}05\text{^}2$$

$$\sigma v\text{^}2 = 98{,}01 \,.\, 0{,}0025 + 36{,}00 \,.\, 0{,}0025 + 5461{,}21 \,.\, 0{,}0025$$

$$\sigma v\text{^}2 = 13{,}98805$$

$$\sigma v = \sqrt{}13{,}98805$$

$$\sigma v \approx 3{,}74 \approx 4\ cm^3$$

Dessa forma, temos que o volume do paralelepípedo será dado por:

$$\mathbf{V_{paralelepípedo} = 66cm^3 \ +\text{-}\ 4cm^3}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = yz = 10,98 \,.\, 0,90 = 9,88 \cong 9,9$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = xz = 6,73 \,.\, 0,90 = 6,057 \cong 6,0$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = xy = 6,73 \,.\, 10,98 = 73,89 \cong 73,9$$

$$\sigma_v^2 = (9,9)^2 \,.\, (0,05)^2 + (6,0)^2 \,.\, (0,05)^2 + (73,9)^2 \,.\, (0,05)^2$$

$$\sigma_v^2 = 98,01 \,.\, 0,0025 + 36,00 \,.\, 0,0025 + 5461,21 \,.\, 0,0025$$

$$\sigma v^2 = 0,245025 + 0,090 + 13,653025$$

$$\sigma v^2 = 13,98805$$

$$\sigma v = \sqrt{13,98805} \cong 3,74 \cong 4 \text{ cm}^3$$

Agora que sabemos o volume de nossos sólidos, podemos calcular a sua densidade, visto que também sabemos a massa (medida) dos sólidos. A propagação de erros na densidade é dada por:

Propagação de erros (densidade):

$$\sigma d^2 = \left(\frac{\partial d}{\partial m}\right)^2 \,.\, \sigma_m^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial v}\right) \cdot \sigma_V^2$$

De início calculamos a densidade da esfera (os cálculos serão feitos com o valor em gramas ao invés de quilogramas para mais facilidade com as contas):

$$d = m/V$$

$$d = 200 / 73,6$$

$$d = 2,7\text{g/cm}^3 \text{ ou } 2700\text{kg/m}^3$$

esfera

$$d = \frac{m}{V} = \frac{200}{73,6} \cong 2,7 \text{ g/cm}^3$$

$$2700 \text{ Kg/m}^3$$

Então para a esfera teremos:

$$\sigma d^2 = (dd/dm)^2 \cdot \sigma m^2 + (dd/dv)^2 \cdot \sigma v^2$$

Fazendo as derivadas:

$$dd/dm = 1/V = 1/73,6 = 0,01358$$

$$dd/dm \approx 0,0136$$

$$dd/dv = -m/V^2 = -200/73,6^2 \approx -0,0369$$

$$\sigma d^2 = (0,0136)^2 \cdot 50^2 + (-0,0369)^2 \cdot 2^2$$

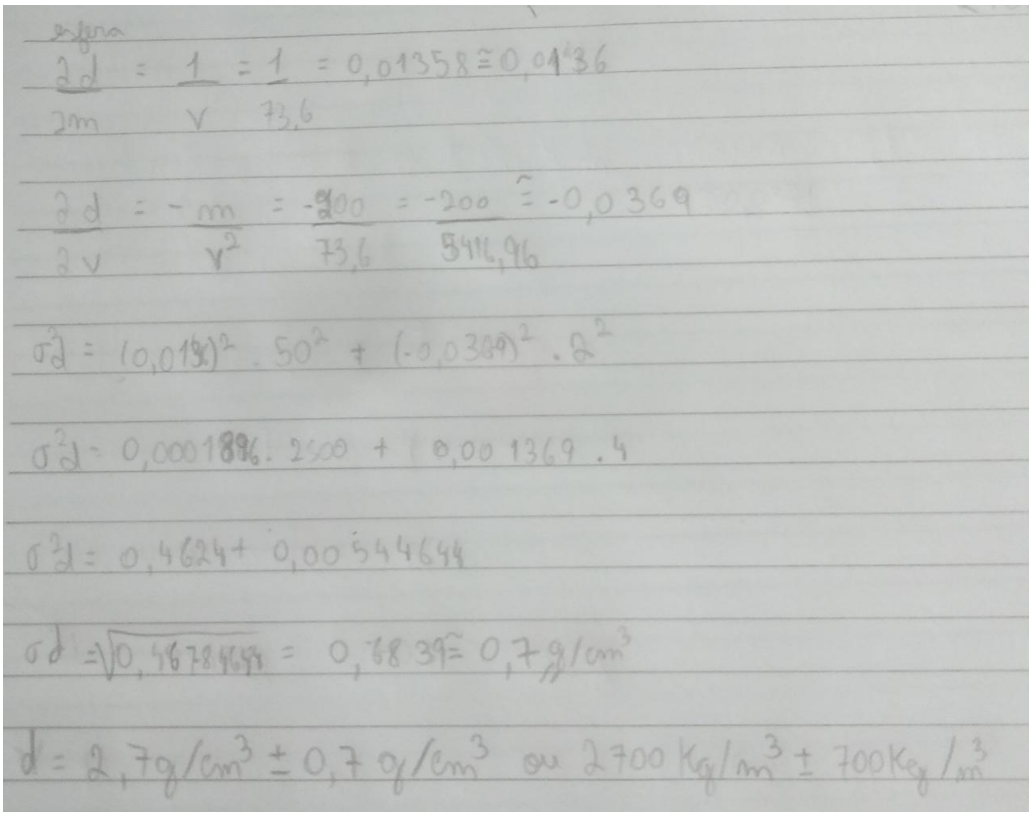
$$\sigma d^2 = 0,4624 + 0,00544644$$

$$\sigma d = \sqrt{0,46784644} \approx 0,6839$$

$$\sigma d \approx 0,7 g/cm^3 \text{ ou } 700 kg/m^3$$

Logo, a densidade da esfera será de:

$$\mathbf{d_{esfera} = 2,7 g/cm^3 \pm 0,7 g/cm^3 \text{ ou } 2700 kg/m^3 \pm 700 kg/m^3}$$



esfera

$$\frac{\partial d}{\partial m} = \frac{1}{V} = \frac{1}{73,6} = 0,01358 \cong 0,0136$$

$$\frac{\partial d}{\partial v} = -\frac{m}{v^2} = \frac{-200}{73,6} = \frac{-200}{5416,96} \cong -0,0369$$

$$\sigma^2 d = (0,0136)^2 \cdot 50^2 + (-0,0369)^2 \cdot 2^2$$

$$\sigma^2 d = 0,00018496 \cdot 2500 + 0,001369 \cdot 4$$

$$\sigma^2 d = 0,4624 + 0,00544644$$

$$\sigma d = \sqrt{0,46784644} = 0,6839 \cong 0,7 g/cm^3$$

$$d = 2,7 g/cm^3 \pm 0,7 g/cm^3 \text{ ou } 2700 Kg/m^3 \pm 700 Kg/m^3$$

E para terminar, calcularemos a densidade do paralelepípedo:

$$\sigma d^2 = (dd/dm)^2 \cdot \sigma m^2 + (dd/dv)^2 \cdot \sigma v^2$$

A densidade do carregador será de:

$$d = m/V$$

$$d = 100/66$$

$$d \approx 1{,}5 g/cm^3 \text{ ou } 1500 kg/m^3$$

Paralelepípedo:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{100}{66} \cong 1{,}5\ g/cm^3 \rightarrow 1500\ Kg/m^3$$

Fazendo as derivadas parciais:

$$dd/dm = 1/v = 1/66 \approx 0{,}0152 \approx 0{,}015$$

$$dd/dv = -m/V^2 = -100/4356 = -0{,}02295 \approx -0{,}0230$$

$$\sigma d^2 = (0{,}015)^2 \cdot 50^2 + (0{,}0230)^2 \cdot 4^2$$

$$\sigma d^2 = 0{,}000225 \cdot 2500 + 0{,}000529 \cdot 16$$

$$\sigma d = \sqrt{0{,}570964} \approx 0{,}7556$$

$$\sigma d \approx 0{,}8 g/cm^3 \text{ ou } 800 kg/m^3$$

Assim a densidade do paralelepípedo é de:

$$\mathbf{d_{paralelepípedo} = 1{,}5 g/cm^3 \pm 0{,}8 g/cm^3 \text{ ou } 1500 kg/m^3 \pm 800 kg/m^3}$$

$$\frac{\partial d}{\partial m} = \frac{1}{V} = \frac{1}{66} = 0{,}0152 \cong 0{,}015$$

$$\frac{\partial d}{\partial V} = -\frac{m}{V^2} = \frac{-100}{4356} = -0{,}02295 \cong -0{,}0230$$

$$\sigma_d^2 = (0{,}015)^2 \cdot 50^2 + (-0{,}0230)^2 \cdot 4^2$$

$$\sigma_d^2 = 0{,}000225 \cdot 2500 + 0{,}000529 \cdot 16$$

$$\sigma_d^2 = 0{,}5625 + 0{,}008464$$

$$\sigma_d = \sqrt{0{,}570964} = 0{,}7556 \cong 0{,}8\ g/cm^3 \text{ ou } 800\ Kg/m^3$$

$$d = 1{,}5\ g/cm^3 \pm 0{,}8\ g/cm^3 \text{ ou } 1500\ Kg/m^3 \pm 800\ Kg/m^3$$

5) Análise:

Ao analisar os resultados obtidos teremos:

MEDIDAS NO SI	Valor	Incerteza
Volume da bola de sinuca	7,36 x 10^-5 m^3	+- 0,2 x 10^-5 m^3
Massa específica da bola de sinuca	2700kg/m^3	+- 700kg/m^3
Volume do carregador	6,6 x 10^-5 m^3	+- 0,4 x 10^-5 m^3
Densidade do carregador	1500kg/m^3	+- 800kg/m^3

Assim, podemos observar que os valores obtidos foram de fato, satisfatórios, visto que a propagação de erros foi devidamente realizada e foi possível observar que a massa específica da bola de sinuca é maior que a densidade do carregador (a bola possui um volume um pouco maior, mas sua massa é quase o dobro da massa do carregador).

Além disso, se fosse possível comparar com a massa específica da água (1000kg/m^3) nós percebemos que, tanto o carregador quanto a esfera iriam afundar caso colocados imersos em água, a bola de sinuca, por ter maior densidade, iria afundar ainda mais rápido que o carregador.

6) Conclusão:

Conclui-se então que para que o cálculo de uma grandeza de dimensões maiores do que a medida por um instrumento, para que seja dada da melhor forma, é necessário levar em conta a taxa de incerteza que essa medida possui e então propagar os erros sobre essa medida.

Assim, não conseguiremos encontrar o valor exato da medida, mas conseguiremos chegar em um valor extremamente próximo ao que queremos encontrar, justificando os teoremas de Heisenberg e Gosset.

7) Referências:

- Regra de arredondamento da ABNT - http://www.abnt.org.br/noticias/2876-regras-de-arredondamento-na-numeracao-decimal

- Teoria dos Erros, UNIVASF, 2006 - http://www.univasf.edu.br/~militao.figueredo/fis1Lab/Erros.pdf

- O que é o principio da incerteza? – Brasil escola - https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/fisica/o-que-e-principio-incerteza.htm

- Catálogo de Experimentos do Laboratório Integrado de Física Geral, Universidade Estadual de Londrinas, Toginho Filho, D. O., Andrello, A.C., - http://www.leb.esalq.usp.br/leb/aulas/lce5702/medicao.pdf