



חלוקה עם שיתופים

לירוי מלמד

שאלה 2: חלוקה מסודרת

בשאלה זו נצטרך לכתוב אלגוריתם המקבל שני וקטורי ערכים, חלוקה בין שני שחקנים ובודק אם החלוקה מסודרת.

- אם החלוקה מסודרת, האלגוריתם מחזיר "כן".
- אם החלוקה לא מסודרת, האלגוריתם מחזיר שיפור פארטו שלה.

הצעת האלגוריתם שלי:

- הגדרת משתנה בוליאני FALSE (למטרת ידיעה מתי או האם החלוקה מסודרת).
- לולאת FOR העוברת על רשימות יחסי החלוקה של א' וב' בהתאמה
- אם יחס חלוקה של שחקן ב' גדול מיחס החלוקה של שחקן א' המשתנה הבוליאני = TRUE.
- אם המשתנה עדיין FALSE כלומר החלוקה מסודרת נחזיר שהחלוקה מסודרת – "כן" ונעצור את התוכנית.
- לולאת WHILE המשתנה הבוליאני = "TRUE", כלומר כל עוד החלוקה לא מסודרת נעשה את הדברים הבאים:
- אם קיים יחס ערך מינימלי של שחקן א' שעבורו אותו חפץ יחס הערך של שחקן ב' גדול ממנו (בין 0-1 לא כולל):
- יחס מינימלי של שחקן א' $0.1+$ יחס הערך של אותו חפץ של שחקן ב' -0.1 .
- אם קיים יחס ערך מינימלי של שחקן ב' שעבורו אותו חפץ יחס הערך של שחקן א' גדול ממנו (בין 0-1 לא כולל):
- יחס מינימלי של שחקן ב' $0.1+$ יחס הערך של אותו חפץ של שחקן א' -0.1 .
- אחרת:
- החזר את השיפור פארטו שיצרנו.
- המשתנה הבוליאני FALSE.

הוכחת נכונות:

- אם החלוקה מסודרת נצא לאחר לולאת הפור הראשונה, לא ניכנס ללולאת ה-WHILE ונסיים את התוכנית לאחר שניכנס לתנאי הראשון.
- כאשר היא לא מסודרת מקסימום החזרות שלנו על לולאת ה-while יהיה במקרה הגרוע $N*4$ כאשר N הוא כמות יחסי הערכים שקיימים, מכיוון שההפרש הגדול ביותר שיכול להיות לנו הוא 0.1 ו-0.9 ולכן נעבור על התנאי 4 פעמים ונגיע ל-0.5 ו-0.5 לבסוף.
- האלגוריתם יעצור או שיגמר לנו יחסי חלוקה מינימליים שבהם לשחקן השני ערך היחס גדול יותר או שנמצא שיפור פארטו.
- לכן במקרה הגרוע הסיבוכיות תהיה $O(N*9)$ ובמקרה הטוב $O(1)$.



תודה רבה

לירוי מלמד