DEPARTAMENTO DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Trabajo Práctico Nº 1 - Curryficados

2^{do} cuatrimestre de 2025 — Paradigmas ~~de Lenguajes~~ de Programación

Integrante	LU	Correo electrónico
Castro Eguren, Aitor José	292/24	aitorcastro05@gmail.com
Polo López, David	629/24	davidpolo235@gmail.com
Ginsberg, Mario Ezequiel	145/14	ezequielginsberg@gmail.com
Medrano, Lisette Sandra	1240/23	lisettemedrano84@gmail.com

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2160 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (54 11) 4576-3359

http://exactas.uba.ar/

Índice

1. Introducción

a. Calculadora Incierta

El presente trabajo práctico consiste en completar algunos módulos de la implementación de una Calculadora Incierta. Esta calculadora opera sobre expresiones *especiales*, que además de poder contener números, puede contener rangos numéricos. Las operaciones que admiten estas expresiones son las básicas: suma $(+)$, resta $(-)$, multiplicación $(*)$ y división $(/)$.

A la hora de calcular el valor de una expresión, vamos a tener que reemplazar cada rango numérico por un valor que estará dentro de dicho rango con una confianza del $95\,\%$ y cuya distribución será la de una $\mathcal{N}(a, b)$, siendo $a, b :: \texttt{Float},\ a \leq b$ los extremos del rango.

Para determinar el resultado de la expresión y quitar la ambigüedad de los rangos numéricos, se tomará un gran número de muestras aleatorias usando la variable aleatoria con distribución normal mencionada anteriormente. Al combinar los resultados de todas estas muestras, se creará un histograma para ver cómo se distribuyen los resultados.

b. Forma de trabajo

Nos resultó cómodo realizar juntos, como equipo, las funciones del módulo `Util` (ejercicios 1 y 2), y la demostración (ejercicio 12), mientras que el resto de los ejercicios fueron divididos de forma equitativa. Al finalizar, hicimos una puesta en común para que todos estemos al tanto de lo realizado por nuestros compañeros.

2. Ejercicio 12 - Demostración

a. Predicado Unario

Sea $\mathcal{P}(e) = \texttt{cantLit}\ e\ \texttt{= S (cantOp}\ e\texttt{)}$, vamos a hacer inducción sobre $e :: \texttt{Expr}$

b. Esquema de inducción

Casos base

1. $\forall x :: \texttt{Expr.}\ \mathcal{P}(\texttt{Const}\ x)$
2. $\forall a, b :: \texttt{Float.}\ \mathcal{P}(\texttt{Rango}\ a\ b)$

Pasos inductivos

1. $\forall e_1, e_2 :: \texttt{Expr.}\ \mathcal{P}(e_1) \wedge \mathcal{P}(e_2) \Rightarrow \mathcal{P}(\texttt{Suma}\ e_1\ e_2)$
2. $\forall e_1, e_2 :: \texttt{Expr.}\ \mathcal{P}(e_1) \wedge \mathcal{P}(e_2) \Rightarrow \mathcal{P}(\texttt{Resta}\ e_1\ e_2)$
3. $\forall e_1, e_2 :: \texttt{Expr.}\ \mathcal{P}(e_1) \wedge \mathcal{P}(e_2) \Rightarrow \mathcal{P}(\texttt{Mult}\ e_1\ e_2)$
4. $\forall e_1, e_2 :: \texttt{Expr.}\ \mathcal{P}(e_1) \wedge \mathcal{P}(e_2) \Rightarrow \mathcal{P}(\texttt{Div}\ e_1\ e_2)$

c. Demostración

Casos base

1. Sea $x :: \texttt{Float}$, queremos ver que vale $\mathcal{P}(\texttt{Const}\ x)$:

$$\mathcal{P}(\texttt{Const}\ x) = \texttt{cantLit}\ (\texttt{Const}\ x)\ \texttt{=}\ \texttt{S}\ (\texttt{cantOp}\ (\texttt{Const}\ x))$$

Lado izquierdo:

$$\texttt{cantLit}\ (\texttt{Const}\ x) = \texttt{S Z}\quad \{\texttt{L1}\}$$

Lado derecho:

$$\texttt{S}\ (\texttt{cantOp}\ (\texttt{Const}\ x)) = \texttt{S Z}\quad \{\texttt{O1}\}$$

2. Sean $a, b :: \texttt{Float}$, queremos ver que vale $\mathcal{P}(\texttt{Rango}\ a\ b)$:

$$\mathcal{P}(\texttt{Rango}\ a\ b) = \texttt{cantLit}\ (\texttt{Rango}\ a\ b)\ \texttt{=}\ \texttt{S}\ (\texttt{cantOp}\ (\texttt{Rango}\ a\ b))$$

Lado izquierdo:

$$\texttt{cantLit}\ (\texttt{Rango}\ a\ b) = \texttt{S Z}\quad \{\texttt{L2}\}$$

Lado derecho:

$$\texttt{S}\ (\texttt{cantOp}\ (\texttt{Rango}\ a\ b)) = \texttt{S Z}\quad \{\texttt{O2}\}$$

Pasos inductivos

En este caso vamos a demostrar únicamente el paso inductivo para el constructor `Suma`, por simplicidad y porque el resto de casos son análogos. Entendemos que para una demostración válida y completa habría que demostrar todos los pasos inductivos.

Sean e_1, e_2 :: `Expr`, asumimos que valen las hipótesis inductivas:

$$\mathcal{P}(e_1) = \texttt{cantLit}\ e_1\ \texttt{=}\ \texttt{S}\ \texttt{(cantOp}\ e_1\texttt{)} \quad \texttt{--}\ \{\texttt{HI}_1\}$$

$$\mathcal{P}(e_2) = \texttt{cantLit}\ e_2\ \texttt{=}\ \texttt{S}\ \texttt{(cantOp}\ e_2\texttt{)} \quad \texttt{--}\ \{\texttt{HI}_2\}$$

Y queremos ver que vale la tesis inductiva:

$$\mathcal{P}(\texttt{Suma}\ e_1\ e_2) = \texttt{cantLit}\ (\texttt{Suma}\ e_1\ e_2)\ \texttt{=}\ \texttt{S}\ (\texttt{cantOp}\ (\texttt{Suma}\ e_1\ e_2))$$

Lado izquierdo

$$\begin{aligned}
\texttt{cantLit}\ (\texttt{Suma}\ e_1\ e_2) &= \texttt{suma}\ (\texttt{cantLit}\ e_1)\ (\texttt{cantLit}\ e_2) && \{L3\} \\
&= \texttt{suma}\ (\texttt{S}\ (\texttt{cantOp}\ e_1))\ (\texttt{S}\ (\texttt{cantOp}\ e_2)) && \{\texttt{HI}_1, \texttt{HI}_2\} \\
&= \texttt{S}\ (\texttt{suma}\ (\texttt{cantOp}\ e_1)\ (\texttt{S}\ (\texttt{cantOp}\ e_2))) && \{S2\} \\
&= \texttt{S}\ (\texttt{suma}\ (\texttt{S}\ (\texttt{cantOp}\ e_2))\ (\texttt{cantOp}\ e_1)) && \{\texttt{CONMUT}\} \\
&= \texttt{S}\ (\texttt{S}\ (\texttt{suma}\ (\texttt{cantOp}\ e_2)\ (\texttt{cantOp}\ e_1))) && \{S2\}
\end{aligned}$$

Lado derecho

$$\begin{aligned}
\texttt{S}\ (\texttt{cantOp}\ (\texttt{Suma}\ e_1\ e_2)) &= \texttt{S}\ (\texttt{S}\ (\texttt{suma}\ (\texttt{cantOp}\ e_1)\ (\texttt{cantOp}\ e_2))) && \{\texttt{O3}\} \\
&= \texttt{S}\ (\texttt{S}\ (\texttt{suma}\ (\texttt{cantOp}\ e_2)\ (\texttt{cantOp}\ e_1))) && \{\texttt{CONMUT}\}
\end{aligned}$$

Dado que se llego a la misma expresión desde ambos lados de la igualdad, queda demostrado el paso inductivo para el generador recursivo `Suma`.

Asumiendo que el resto de pasos inductivos son análogos como se mencionó en la consigna del ejercicio, y habiendo probado tanto todos los casos base como uno de los pasos inductivos, queda demostrada la propiedad:

$$\forall e :: \texttt{Expr}.\ \texttt{cantLit}\ e = \texttt{S}\ (\texttt{cantOp}\ e)$$

$\square$