# Trabajo Práctico Nº 1 - Curryficados

2$^{do}$ cuatrimestre de 2025

Paradigmas de Programación


| Integrante | LU | Correo electrónico |
|---|---|---|
| Castro Eguren, Aitor José | 292/24 | aitorcastro05@gmail.com |
| Polo López, David | 629/24 | davidpolo235@gmail.com |
| Ginsberg, Mario Ezequiel | 145/14 | ezequielginsberg@gmail.com |
| Medrano, Lisette Sandra | 1240/23 | lisettemedrano84@gmail.com |

**Facultad de Ciencias Exactas y Naturales**
Universidad de Buenos Aires
Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)
Intendente Güiraldes 2160 - C1428EGA
Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina
Tel/Fax: (54 11) 4576-3359
http://exactas.uba.ar/

# 1. Ejercicio 12 - Demostración

## a. Predicado Unario

Sea $\mathcal{P}(e) = \texttt{cantLit}\ e\ \texttt{= S (cantOp}\ e\texttt{)}$, vamos a hacer inducción sobre $e :: \texttt{Expr}$

## b. Esquema de inducción

**Casos base**

1. $\forall x :: \texttt{Expr.}\ \mathcal{P}(\texttt{Const}\ x)$
2. $\forall a, b :: \texttt{Float.}\ \mathcal{P}(\texttt{Rango}\ a\ b)$

**Pasos inductivos**

1. $\forall e_1, e_2 :: \texttt{Expr.}\ \mathcal{P}(e_1) \wedge \mathcal{P}(e_2) \Rightarrow \mathcal{P}(\texttt{Suma}\ e_1\ e_2)$
2. $\forall e_1, e_2 :: \texttt{Expr.}\ \mathcal{P}(e_1) \wedge \mathcal{P}(e_2) \Rightarrow \mathcal{P}(\texttt{Resta}\ e_1\ e_2)$
3. $\forall e_1, e_2 :: \texttt{Expr.}\ \mathcal{P}(e_1) \wedge \mathcal{P}(e_2) \Rightarrow \mathcal{P}(\texttt{Mult}\ e_1\ e_2)$
4. $\forall e_1, e_2 :: \texttt{Expr.}\ \mathcal{P}(e_1) \wedge \mathcal{P}(e_2) \Rightarrow \mathcal{P}(\texttt{Div}\ e_1\ e_2)$

## c. Demostración

**Casos base**

1. Sea $x :: \texttt{Float}$, queremos ver que vale $\mathcal{P}(\texttt{Const}\ x)$:

$$\mathcal{P}(\texttt{Const}\ x) = \texttt{cantLit}\ (\texttt{Const}\ x)\ \texttt{=}\ \texttt{S}\ (\texttt{cantOp}\ (\texttt{Const}\ x))$$

**Lado izquierdo:**

$$\texttt{cantLit}\ (\texttt{Const}\ x) = \texttt{S Z} \quad \{\texttt{L1}\}$$

**Lado derecho:**

$$\texttt{S}\ (\texttt{cantOp}\ (\texttt{Const}\ x)) = \texttt{S Z} \quad \{\texttt{O1}\}$$

2. Sean $a, b :: \texttt{Float}$, queremos ver que vale $\mathcal{P}(\texttt{Rango}\ a\ b)$:

$$\mathcal{P}(\texttt{Rango}\ a\ b) = \texttt{cantLit}\ (\texttt{Rango}\ a\ b)\ \texttt{=}\ \texttt{S}\ (\texttt{cantOp}\ (\texttt{Rango}\ a\ b))$$

**Lado izquierdo:**

$$\texttt{cantLit}\ (\texttt{Rango}\ a\ b) = \texttt{S Z} \quad \{\texttt{L2}\}$$

**Lado derecho:**

$$\texttt{S}\ (\texttt{cantOp}\ (\texttt{Rango}\ a\ b)) = \texttt{S Z} \quad \{\texttt{O2}\}$$

**Pasos inductivos**

En este caso vamos a demostrar únicamente el paso inductivo para el constructor `Suma`, por simplicidad y porque el resto de casos son análogos. Entendemos que para una demostración válida y completa habría que demostrar todos los pasos inductivos.

Sean $e_1, e_2$ :: `Expr`, asumimos que valen las hipótesis inductivas:

$$\mathcal{P}(e_1) = \texttt{cantLit } e_1 \texttt{ = S (cantOp } e_1\texttt{)} \quad \texttt{-- \{HI}_1\texttt{\}}$$

$$\mathcal{P}(e_2) = \texttt{cantLit } e_2 \texttt{ = S (cantOp } e_2\texttt{)} \quad \texttt{-- \{HI}_2\texttt{\}}$$

Y queremos ver que vale la tesis inductiva:

$$\mathcal{P}(\texttt{Suma } e_1\ e_2) = \texttt{cantLit (Suma } e_1\ e_2\texttt{) = S (cantOp (Suma } e_1\ e_2\texttt{))}$$

**Lado izquierdo**

$$\begin{aligned}
\texttt{cantLit (Suma } e_1\ e_2\texttt{)} &= \texttt{suma (cantLit } e_1\texttt{) (cantLit } e_2\texttt{)} && \{L3\} \\
&= \texttt{suma (S (cantOp } e_1\texttt{)) (S (cantOp } e_2\texttt{))} && \{\texttt{HI}_1, \texttt{HI}_2\} \\
&= \texttt{S (suma (cantOp } e_1\texttt{) (S (cantOp } e_2\texttt{)))} && \{S2\} \\
&= \texttt{S (suma (S (cantOp } e_2\texttt{)) (cantOp } e_1\texttt{))} && \{\texttt{CONMUT}\} \\
&= \texttt{S (S (suma (cantOp } e_2\texttt{) (cantOp } e_1\texttt{)))} && \{S2\}
\end{aligned}$$

**Lado derecho**

$$\begin{aligned}
\texttt{S (cantOp (Suma } e_1\ e_2\texttt{))} &= \texttt{S (S (suma (cantOp } e_1\texttt{) (cantOp } e_2\texttt{)))} && \{\texttt{O3}\} \\
&= \texttt{S (S (suma (cantOp } e_2\texttt{) (cantOp } e_1\texttt{)))} && \{\texttt{CONMUT}\}
\end{aligned}$$

Dado que se llego a la misma expresión desde ambos lados de la igualdad, queda demostrado el paso inductivo para el generador recursivo `Suma`.

Asumiendo que el resto de pasos inductivos son análogos como se mencionó en la consigna del ejercicio, y habiendo probado tanto todos los casos base como uno de los pasos inductivos, queda demostrada la propiedad:

$$\forall e :: \texttt{Expr}.\ \texttt{cantLit } e = \texttt{S (cantOp } e\texttt{)}$$

□