

Fenwick Tree

Билет № ?

12 декабря 2025 г.

1 Oh shit, here we go again...

Def. Дерево Фенвика - это структура данных, которая позволяет:

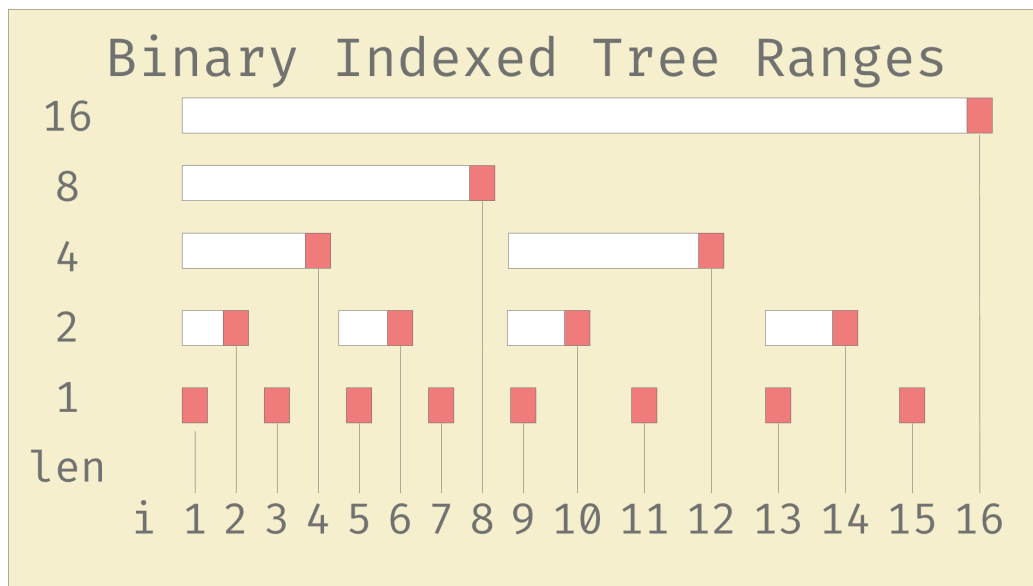
1. Быстро вычислять сумму на префиксе за логарифм
2. Обновлять значение элемента за логарифм

Core Concept. Каждая ячейка хранит сумму целого отрезка.

2 Построение за $O(n \log(n))$

```
function FENWICK-INIT( $A$ )  
   $n \leftarrow \text{length}(A)$   
   $tree \leftarrow [0, 0, \dots, 0]$  длины  $n + 1$  ▷ индексация с 1  
  for  $i$  in range(1,  $n + 1$ ) do  
     $j = i$   
    while  $j \leq n$ : do  
       $tree[j] += a[i]$   
       $j = j + (j \& -j)$   
    end while  
  end for  
  return  $tree$   
end function
```

3 Основные операции



```

function UPDATE( $i, \Delta, tree$ )  $\triangleright$  увеличить значение на  $\Delta$  на позиции  $i$ 
   $n = \text{length}(tree) - 1$ 
  while  $i \leq n$  do
     $tree[i] = tree[i] + \Delta$ 
     $i = i + (i \& -i)$   $\triangleright$  переход к следующему предку
  end while
end function

```

```

function QUERY( $i, tree$ )  $\triangleright$  сумма на префиксе  $[1..i]$ 
   $res \leftarrow 0$ 
  while  $i > 0$  do
     $res = res + tree[i]$ 
     $i = i - (i \& -i)$ 
  end while
  return  $res$ 
end function

```

```

function RANGE-QUERY( $l, r, tree$ )  $\triangleright$  сумма на отрезке  $[l..r]$ 
  if  $l > r$  then
    return 0
  end if
  return QUERY( $r, tree$ ) - QUERY( $l - 1, tree$ )
end function

```
