Отчёт по лабораторной работе 8

Елизавета Александровна Гайдамака

Содержание

Цель работы

Целью данной работы является ознакомление с инструментами Octave, позволяющими решать задачи на собственные значения.

Задание

- Собственные значения и собственные векторы
- Марковские цепи

Теоретическое введение

Це́пь Ма́ркова — последовательность случайных событий с конечным или счётным числом исходов, где вероятность наступления каждого события зависит только от состояния, достигнутого в предыдущем событии. Характеризуется тем свойством, что, говоря нестрого, при фиксированном настоящем будущее независимо от прошлого. Названа в честь А. А. Маркова (старшего), который впервые ввёл это понятие в работе 1906 года.

Выполнение лабораторной работы

Найдем собственные значения и собственные вектора матрицы.

```
>> A = [1 2 -3; 2 4 0; 1 1 1]
A =

   1   2  -3
   2   4   0
   1   1   1

>> [v lambda] = eig(A)
v =

  -0.2400 +      0i  -0.7920 +      0i  -0.7920 -      0i
  -0.9139 +      0i   0.4523 + 0.1226i   0.4523 - 0.1226i
  -0.3273 +      0i   0.2322 + 0.3152i   0.2322 - 0.3152i

lambda =

Diagonal Matrix

   4.5251 +      0i                  0                  0
                  0   0.7374 + 0.8844i                  0
                  0                  0   0.7374 - 0.8844i
```

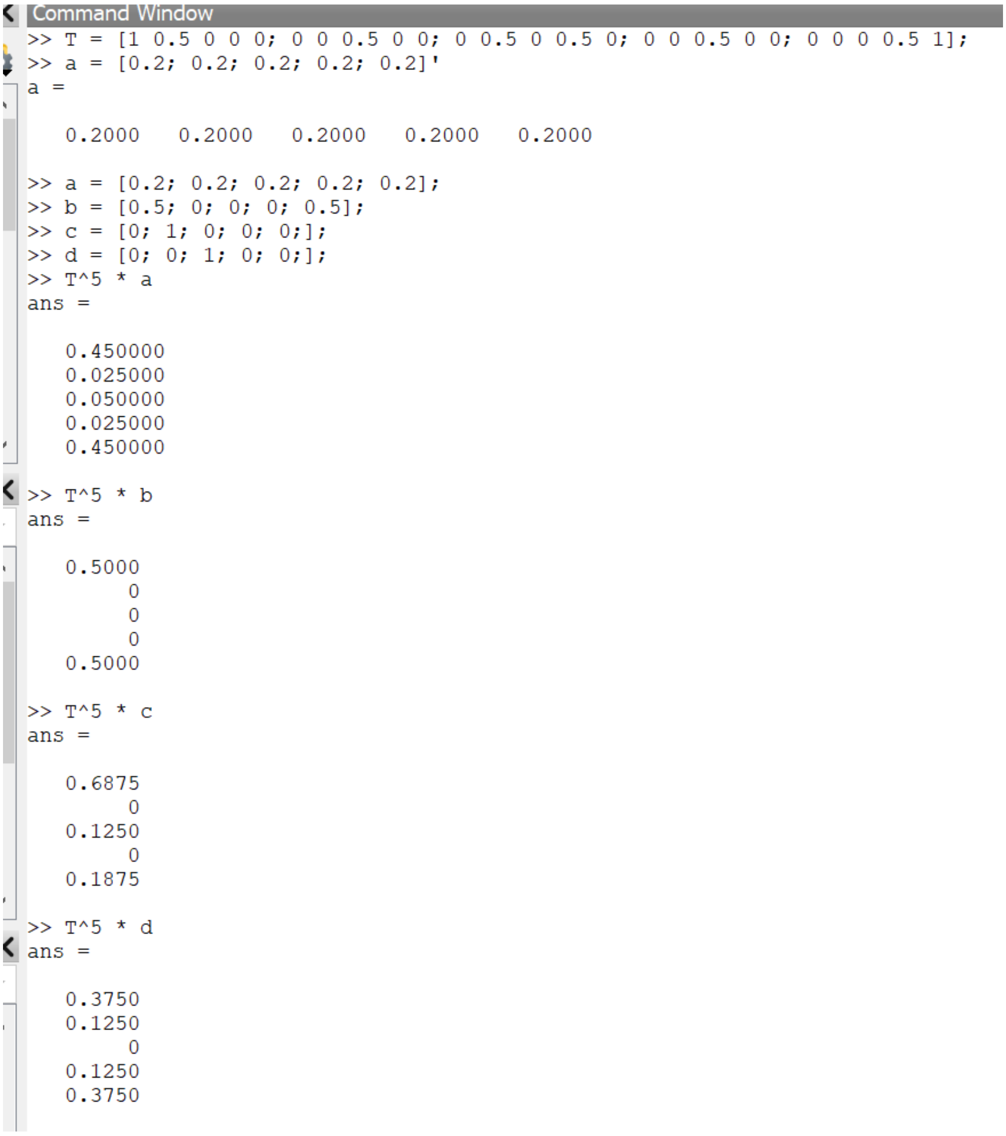
Рис. 1: Рис.1

Чтобы получить матрицу с действительными собственными значениями, создадим симметричную матрицу путем умножения матрицы на транспонированную матрицу.

```
>> C = A' * A
C =

    6   11   -2
   11   21   -5
   -2   -5   10

>> [v lambda] = eig(C)
v =

   0.876137   0.188733  -0.443581
  -0.477715   0.216620  -0.851390
  -0.064597   0.957839   0.279949

lambda =

Diagonal Matrix

    0.1497         0         0
         0    8.4751         0
         0         0   28.3752
```

Рис. 2: Рис.2

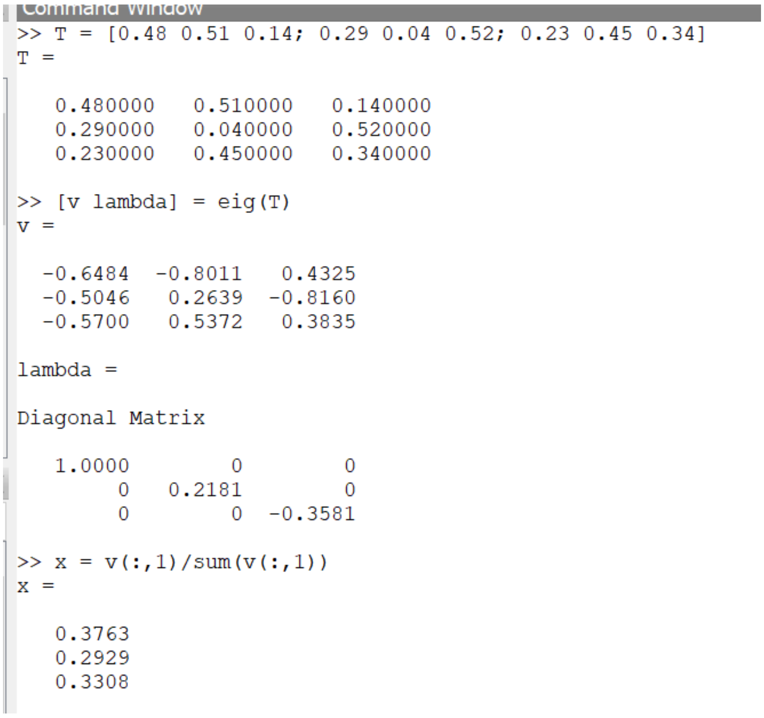
Пусть у нас есть цепь Маркова, состоящая из пяти состояний. Из состояний 2-4 можно двигаться илбо вправо, либо влево, а из состояний 1 и 5 - только в одну сторону. Найдем векторы вероятностей после 5ти шагов для нескольких разных начальных векторов.



```
Command Window
>> T = [1 0.5 0 0 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0.5 0 0.5 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0 0 0.5 1];
>> a = [0.2; 0.2; 0.2; 0.2; 0.2]'
a =

   0.2000   0.2000   0.2000   0.2000   0.2000

>> a = [0.2; 0.2; 0.2; 0.2; 0.2];
>> b = [0.5; 0; 0; 0; 0.5];
>> c = [0; 1; 0; 0; 0;];
>> d = [0; 0; 1; 0; 0;];
>> T^5 * a
ans =

   0.450000
   0.025000
   0.050000
   0.025000
   0.450000

>> T^5 * b
ans =

   0.5000
        0
        0
        0
   0.5000

>> T^5 * c
ans =

   0.6875
        0
   0.1250
        0
   0.1875

>> T^5 * d
ans =

   0.3750
   0.1250
        0
   0.1250
   0.3750
```

Рис. 3: Рис.3

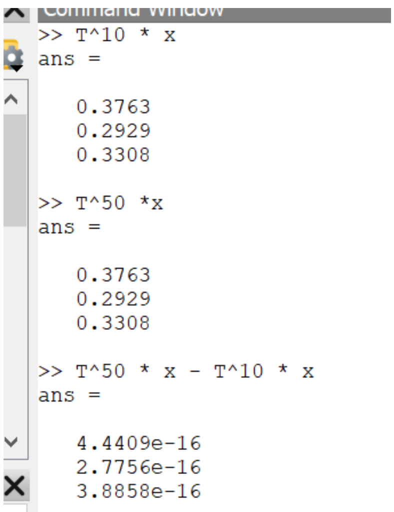
Теперь найдем вектор равновесного состояния.



```
Command Window
>> T = [0.48 0.51 0.14; 0.29 0.04 0.52; 0.23 0.45 0.34]
T =

   0.480000   0.510000   0.140000
   0.290000   0.040000   0.520000
   0.230000   0.450000   0.340000

>> [v lambda] = eig(T)
v =

  -0.6484  -0.8011   0.4325
  -0.5046   0.2639  -0.8160
  -0.5700   0.5372   0.3835

lambda =

Diagonal Matrix

   1.0000        0        0
        0   0.2181        0
        0        0  -0.3581

>> x = v(:,1)/sum(v(:,1))
x =

   0.3763
   0.2929
   0.3308
```

Рис. 4: Рис.4

Сделаем проверку.



```
Command Window
>> T^10 * x
ans =

   0.3763
   0.2929
   0.3308

>> T^50 *x
ans =

   0.3763
   0.2929
   0.3308

>> T^50 * x - T^10 * x
ans =

   4.4409e-16
   2.7756e-16
   3.8858e-16
```

Рис. 5: Рис.5

Выводы

Благодаря данной работе я ознакомилась с инструментами Octave, позволяющими решать задачи на собственные значения.