Olivier LAURENT
Lisa GIORDANI

13 février 2022

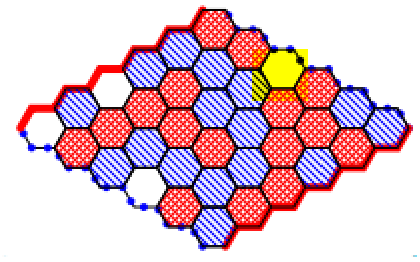
TP5 : Enchères et utilité

Systèmes multi-agents

I) Agents rationnels

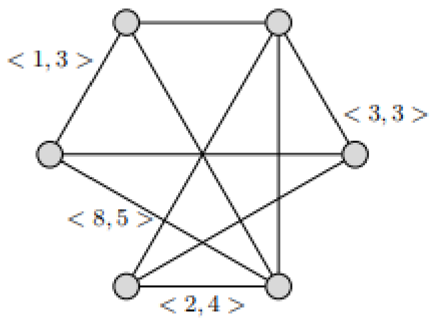
I.1) Représentation de la rationalité

Question 1 : *Dans la précédente figure, et en supposant que ce soit à l'agent rouge de jouer, et que son but soit de gagner, ou joue-t-il ?*



L'agent rouge doit jouer à l'emplacement marqué en jaune sur la figure ci-dessus. Ainsi, il reliera les deux bordures rouges avec le chemin qu'il aura créé.

Question 2 : *Proposer deux fonctions d'utilité pour un tel agent. Ces fonctions d'utilité dépendront du coût du trajet c et du temps de trajet Δt. Notez que l'agent souhaite avoir un cout et un temps de trajet aussi faibles que possible.*



Commençons par introduire les variables du problème :

- Δt : temps de trajet
- c : coût du trajet
- $w_{\Delta t}$: poids associé au temps de trajet (> 0)
- w_c : poids associé au coût du trajet (> 0)
- C_{cycle}: contrainte imposant au trajet d'être un cycle ie revenir au point de départ (trajet fermé)
- C_{unique} : contrainte imposant à l'agent de ne visiter une ville qu'une seule fois

<u>Fonction d'utilité 1 :</u>

$$u_1(ville_1, ville_2, \dots, ville_n) = \mathbb{1}(C_{cycle}) \times \mathbb{1}(C_{unique}) \times \left(\frac{w_{\Delta t}}{\Delta t} + \frac{w_c}{c}\right)$$

<u>Fonction d'utilité 2 :</u>

$$u_2(ville_1, ville_2, \dots, ville_n) = \mathbb{1}(C_{cycle}) \times \mathbb{1}(C_{unique}) \times arctan(-w_{\Delta t}\Delta t - w_c c)$$

Ces deux fonctions d'utilité sont nulles lorsque les conditions essentielles au problème ne sont pas vérifiées, grâce aux fonctions indicatrices pourtant sur ces contraintes. Les deux fonctions utilisent des poids pour donner plus ou moins d'importance au temps ou au coût du trajet selon les problématiques propres à la situation traitée. Enfin, ces deux fonctions d'utilité sont décroissantes en fonction du temps et du coût du trajet puisque l'on souhaite minimiser ces variables.

Question 3 : *Commenter ces expériences : en supposant que la rationalité des agents s'exprime comme l'espérance de l'utilité, les sujets sont-ils rationnels ? Pourquoi ? Attention : notez que l'utilité d'un agent n'est pas forcément égale à l'argent qu'il reçoit.*

On suppose dans un premier temps que l'utilité d'un agent est égale à l'argent qu'il reçoit. Pour chaque loterie, on calcule alors l'espérance de l'utilité d'un agent. Les espérances calculées sont présentées dans le tableau suivant :

Loterie	Espérance (en dollars)
A1	1*10 000 = 10 000
A2	0,9*15 000 = 13 500
B1	0,1*10 000 = 1 000
B2	0,09*15 000 = 1 350

Concernant les loteries A1 et A2, l'espérance de la deuxième loterie est supérieure à celle de la première. Or, la majorité des agents choisissent de jouer à la première loterie. Nous pouvons essayer d'expliquer ce comportement par le fait que les agents soient plus influencés (voire biaisés) par la probabilité de gagner de 100% de la première loterie, ce qui leur permettrait de gagner à coup sûr. Dans ce cas, le choix des agents serait donc plus sensible à la différence entre les deux probabilité de gagner (A1 : 100% de chance de gagner / A2 : 90% de chance de gagner) qu'à la différence de prix des lots (A1 : lot de 10 000 dollars / A2 : lot de 13 500 dollars).

Quant aux loteries B1 et B2, l'espérance de la deuxième loterie est supérieure à celle de la première. Dans ce cas, la plupart des agents choisissent bien de jouer à la deuxième loterie. Cette fois-ci, les agents considèrent que la différence entre les prix des lots (B1 : 10 000 dollars / B2 : 15 000 dollars) est plus importante que celle entre les probabilités de gagner (B1 : 10% de chance / B2 : 9% de chance).

Cependant, l'utilité d'un agent n'est pas forcément égale à l'argent qu'il reçoit. En effet, la frustration que l'agent peut ressentir lorsqu'il ne remporte pas un lot peut également être prise en compte dans le calcul de l'utilité (qu'elle pénaliserait). Il en va de même pour la joie et la satisfaction ressentie par un agent remportant un lot qu'on pourrait considérer comme un bonus dans le calcul de l'utilité.

II) Ingénierie du bien-être

I.1) Incitation

Question 4 : *Quelle offre ferait un tel agent ?*

Un tel agent ferait une offre supérieure à 80 dollars, puisqu'il estime qu'il y a très peu de chance qu'un autre agent fasse une proposition au-dessus de cette somme. Il aurait donc de très grande chance de remporter l'offre. De plus, son offre ne dépasserait pas l'estimation qu'il a faite du bien, soit 100 dollars, afin de pouvoir réaliser une marge à la revente du bien par exemple.

Dans cette fourchette (80-100), l'offre que l'agent ferait dépend de sa volonté à gagner l'offre. Si l'agent souhaite absolument remporter l'offre, alors son offre sera proche de 100$. A contrario, si l'agent souhaite prendre des risques pour réaliser une meilleure affaire, alors son offre sera plus proche de 80$.

Question 5 : *Montrez (par l'absurde) que l'agent n'a pas intérêt à enchérir au-dessous de son estimation. Attention, cette question demande une démonstration mathématique correcte.*

Supposons, pour simplifier, qu'il n'y a que deux agents (A et B) dans notre système d'enchères. Commençons par définir les grandeurs du problème :

- mA : la mise faite par l'agent A
- mB : la mise faite par l'agent B
- e : l'estimation du bien réalisée par l'agent A
- u(A) : utilité de l'agent A

On définit l'utilité comme étant la marge qui pourrait être faite par l'acheteur à la revente. Ainsi, u(A) = eA – mA si l'agent A remporte l'offre. On considère que l'utilité de l'agent A est nulle lorsqu'il ne remporte par l'offre, mais cela est subjectif. En effet, on pourrait considérer qu'il est préférable d'acheter un bien au prix de son estimation que de ne pas l'acheter, malgré le fait qu'il est fort probable qu'aucune marge ne puisse être faite à la revente. On considère également qu'en cas de mises égales (mA = mB), l'enchère n'a pas lieu donc l'utilité pour l'agent A est nulle.

Réalisons une disjonction de cas selon la stratégie de mise que choisit l'agent A.

Stratégie 1 : mA > e

Mise de l'agent B	Issue de l'enchère pour l'agent A	Utilité pour l'agent A
mB < e	victoire	positive
mB = e	victoire	nulle
mB > e et mB < mA	victoire	négative
mB > mA	défaite	nulle

Stratégie 2 : mA = e

Mise de l'agent B	Issue de l'enchère pour l'agent A	Utilité pour l'agent A
mB < e	victoire	positive
mB = e	égalité	nulle
mB > e	défaite	nulle

Stratégie 3 : mA < e

Mise de l'agent B	Issue de l'enchère pour l'agent A	Utilité pour l'agent A
mB < mA	victoire	positive
mB = mA	égalité	nulle
mB > mA	défaite	nulle

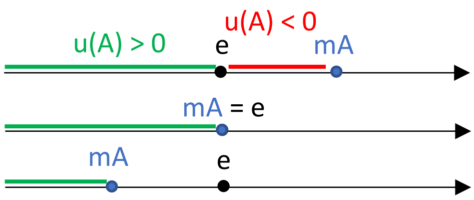
On remarque que lorsque l'agent choisit de miser au-dessus de son estimation, il prend le risque de remporter l'offre et donc d'acheter le bien à prix supérieur à l'estimation qu'il en avait fait. Ce n'est pas le cas lorsque l'agent mise en-dessous de son estimation. A première vue, on pourrait donc penser que la deuxième stratégie est la plus prometteuse.

Or, il faut également prendre en compte la probabilité d'obtenir une utilité positive :

Stratégie 1 : mA > e

Stratégie 2 : mA = e

Stratégie 3 : mA < e



On remarque que l'agent A a la même probabilité de remporter l'offre s'il choisit de fixer son prix à une valeur supérieure ou égale à son estimation. C'est la probabilité que l'agent B positionne son prix en-dessous de l'estimation e. Cette probabilité d'obtenir u(A) > 0 est supérieure à celle de la 3ème stratégie (cas où mA < e).

On peut donc imaginer qu'en fixant un prix légèrement supérieur à l'estimation e, l'agent réduit largement ses chances d'obtenir une utilité négative, tout en ayant des chances assez élevées de remporter l'offre et ainsi d'obtenir une utilité élevée. Cela semble donc être la stratégie la plus prometteuse (mA ≥ e). L'agent n'a alors pas intérêt à enchérir en-dessous de son estimation.

<u>Remarque sur la définition de l'utilité</u> : on pourrait envisager pénaliser l'utilité lorsque l'agent ne remporte pas l'enchère avec un coefficient proportionnel à la marge réalisée par l'autre agent, si l'on considère ces agents comme concurrents. En effet, un agent qui laisse l'autre agent gagner largement laisse également à ce dernier la possibilité de « s'enrichir » et ainsi potentiellement de remporter de nouvelles enchères plus aisément. Dans certaines situations, il pourrait donc être intéressant de pénaliser l'utilité de l'agent s'il perd trop facilement. Cette modification n'entrainerait pas de changement au niveau de l'affirmation que nous avons démontré à cette question.

III) Implémentation des enchères

Question 6 : *L'objectif est maintenant de voir l'incitation des agents à faire des offres honnêtes. Pour cela, un agent, nommé TargetAgent hérite de BidderAgent et permet d'isoler un bidder pour observer son utilité à la fin de la simulation. Faites en sorte que l'agent parie un peu moins (e.g. 0.1) que son utilité/son budget restant (mais toujours plus que 0), en ligne 185. Observez son utilité à la fin de la simulation ; qu'observez-vous ?*

La question 6 a été implémentée dans le code fourni. Les lignes modifiée sont indiquées par le marqueur "# ----- Question 6 ------".

L'agent malhonnête - nommé Target Agent dans la simulation - a vu son comportement être modifié. Celui-ci ne mise plus que 0.9 fois le minimum entre son budget et son utilité. On obtient les résultats suivants :

```
[auctioneer_41985@localhost:41985] 15/02/2022 12:32:14.134 --> Utilities:
{'bidder_agent_41990@localhost:41990': 0.0, 'bidder_agent_41997@localhost:41997': 0.11832156309590924, 'bidder_agent_41991@localhost:41991': 0.0, 'bidder_agent_41999@l
ocalhost:41999': 0.0, 'bidder_agent_41993@localhost:41993': 0.04565041723773533, 'bidder_agent_41996@localhost:41996': 0.0, 'bidder_agent_41995@localhost:41995': 0.015
337933269377935, 'target_agent_41986@localhost:41986': 1.1681745794357694, 'bidder_agent_41989@localhost:41989': 0.0, 'bidder_agent_41988@localhost:41988': 0.028815457
397218247, 'bidder_agent_41998@localhost:41998': 0.028016109198941375, 'bidder_agent_41987@localhost:41987': 0.03207194185951606, 'bidder_agent_42000@localhost:42000':
 0.19063063270060665, 'bidder_agent_41994@localhost:41994': 0.0, 'bidder_agent_41992@localhost:41992': 0.016226711865471755}
```

Utilités obtenues par les différents agents - Enchères scellées au premier prix

Dans cette simulation, on peut voir que le target agent, c'est-à-dire l'agent malhonnête obtient une utilité bien supérieure à celle de ses concurrents.
L'agent honnête le plus chanceux obtient ainsi environ 0.2 alors que l'agent malhonnête obtient 1.16, c'est-à-dire près de 6 fois plus.
Cette supériorité semble se confirmer lors de nouvelles simulations. On en déduit donc qu'il est possible de développer une stratégie avantageuse dans les enchères scellées au premier prix.

Question 7 : *Qu'observez-vous vis-à-vis de l'utilité du TargetAgent ? Commentez en comparant aux résultats théoriques*

La question 7 a été implémentée. Le comportement de l' AuctioneerAgent a été modifié. Les résultats obtenus lors d'une simulation sont les suivants :

```
{'bidder_agent_41993@localhost:41993': 0.8853811090018795, 'bidder_agent_41991@localhost:41991': 0.9617922400810203, 'bidder_agent_41999@localhost:41999': 1.3627504925586555, '
bidder_agent_41996@localhost:41996': 2.0785232989276667, 'bidder_agent_41992@localhost:41992': 0.45700436448057047, 'bidder_agent_41994@localhost:41994': 0.010893526250779995,
'target_agent_41986@localhost:41986': 1.3479966575917555, 'bidder_agent_41990@localhost:41990': 0.010708737768253429, 'bidder_agent_41995@localhost:41995': 0.6370109389869629,
'bidder_agent_41998@localhost:41998': 1.7447371308757034, 'bidder_agent_41988@localhost:41988': 0.6315704373775609, 'bidder_agent_41997@localhost:41997': 0.9698376901222894, 'b
idder_agent_41989@localhost:41989': 0.30541018235360096, 'bidder_agent_41987@localhost:41987': 0.30828744058615154, 'bidder_agent_42000@localhost:42000': 1.3338051307714922}
```

Utilités obtenues par les différents agents - Enchères de Vickrey

On remarque que l'agent malhonnête (TargetAgent) obtient un score de 1.35. La moyenne est de 0.87, la médiane de 0.88538 et l'écart type de 0.595. Il semble donc que le comportement de l'agent malhonnête ne soit pas particulièrement bon par rapport à celui des agents honnêtes. Si l'on suppose que cet échantillon est représentatif, ce qui n'est pas le cas, l'utilité de l'agent malhonnête est à environ 1 sigma de la moyenne. La probabilité de se tromper en rejetant l'hypothèse que le comportement de l'agent malhonnête n'est pas meilleur que celui des agents honnêtes est donc d'environ 0.4.

On peut donc supposer que sa stratégie est peut-être légèrement meilleure que la stratégie classique. Toutefois, le gain n'est au maximum pas très important sinon nul. Cela correspond à ce que nous avions indiqué lors de la question 5. La stratégie malhonnête n'est plus aussi utile.