Innlevering IN1150

Lisa J. Nystad 29.10.21

17.1

a) Ikke en partisjon av M, begrunnelse: svaret her blir $\{2,4,3,5,0,1\}$.

b) Dette er en partisjon av M.

c) —————— " —————— begrunnelse: tomme mengder kan ikke være i partisjonen

d) Ikke en partisjon siden $\{4,3\} \cup \{0,3\} = 3$

e) Dette er en partisjon av M.

f) Partisjonen i e) er en forfining av b).

17.2

a) Relasjonen $\oplus$ må være refleksiv ettersom $x \oplus x$ er sann for alle x i $\mathbb{Z}$. Dette stemmer fordi alle heltall har samme fortegn som seg selv.

Viser så at ettersom $x \oplus y$ stemmer så stemmer også $y \oplus x$. Om x har samme fortegn som y så gjelder også det motsatte og den er da symmetrisk.

Viser deretter at om $x \oplus y$ og $y \oplus z$ stemmer så stemmer også $x \oplus z$. Vi antar at disse gjelder og sier så at $y < 0$ om $x < 0$. Utfra antakelsen om at $y \oplus z$ gjelder vil nå også $z < 0$. Utfra definisjon har vi da at $x \oplus z$ gjelder. For $x \geq 0$ har vi samme resonnement.

Altså har vi at $\oplus$ er en ekvivalensrelasjon. Som var det vi skulle vise.

b) $\mathbb{Z}$ har to ekvivalensklasser: $[x \geq 0] = \{0,1,2,3,4,\ldots\}$ og $[x<0] = \{-1,-2,-3,-4,-5,\ldots\}$

17.3

a) antall partisjoner P av M, slik at $|P| = 3$ er 6.

b) P er refleksiv ettersom alle partisjoner av M har like mange elementer som seg selv. Fra dette har vi at $P \gtrsim P$ gjelder for alle partisjoner.

P er symmetrisk fordi $P \gtrsim Q$ og $Q \gtrsim P$ gjelder. Dette vet vi pga det er like mange elementer i hver partisjon og da gjelder begge og den er symmetrisk.

Her må vi anta at $P \gtrsim Q$ og $Q \gtrsim R$ gjelder. Om vi gjør dette kan vi se utfra definisjon, at $|P| = |Q|$ og $|Q| = |R|$. Da har vi også at $|P| = |R|$. Vi kan da si at $P \gtrsim R$ og vi har en ekvivalensrelasjon. Som var det vi skulle vise.

17.4

a) Da har vi $[|x| = 3] = \{\{\{a\},\{b\},\{c,d\}\}, \{\{a\},\{d\},\{b,c\}\}, \{\{a,c\},\{b\},\{d\}\}, \{\{a,d\},\{b\},\{c\}\}, \{\{a,b\},\{c\},\{d\}\}, \{\{a\},\{c\},\{b,d\}\}\}$

b) Antall ekvivalensklasser for $\gtrsim = 4$, og det som skiller dem er antall elementer i partisjonene deres.