Innlevering IN1150

Lisa J. Nystad 29.10.21

20.1

a) Invers relasjon: $\{\langle 3,1\rangle, \langle 5,2\rangle, \langle 4,4\rangle, \langle 6,1\rangle\}$

b) Her blir inversen til "barnebarn relasjonen", "besteforelder relasjonen".

c) Inversen: den relasjonen som er slik at x er relatert til y hvis y ser på x, der x og y er mennesker.

d) For at den skal ha en invers må den ha en bijeksjon. I vårt tilfelle har vi at for alle elementer x og y er $f(x) = f(y)$. Vi har altså ikke en bijeksjon og dermed heller ikke en invers.

20.2

a) Her er identitetselementet 0 og inversen til x er $-x$.

b) ——— " ——— 1 og ——— " ——— $\frac{1}{x}$

c) Her har vi alle naturlige tall, og ettersom den eneste mengden her som har en invers er 0, går det imot definisjonen (Alle elementer må ha en invers).

d) Her har vi en konkatenering, men ikke alle elementer har en invers i denne prosessen. 1 sammen med et annet element vil gi identitetselementet.

20.3

a) Om tallet er et heltall vil funksjonen som runder ned gi samme tall tilbake. Vi definerer $\lfloor\ \rfloor : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$ siden funksjonen runder alle reelle tall ned til heltall. Vi ser nå at denne funksjonen gir oss alltid heltall og alltid det samme vi putter inn. Vi kan da uttrykke dette som: $\lfloor\lfloor x\rfloor\rfloor = \lfloor x\rfloor$. Utfra alt dette kan vi konkludere med at $\lfloor\ \rfloor$ er idempotent.

b) Anta at du har: $P = \{0,1\}$, $Q = \{2\}$, $C = \{1\}$

$P \setminus (Q \setminus R) = \{0,1\}$

$(P \setminus Q) \setminus R = \{2\}$

Utfra dette ser vi at $P \setminus (Q \setminus R) \neq (A \setminus B) \setminus C$. Vi konkluderer dermed at denne ikke er assosiativ.

c) En gruppe kan ikke ha null elementer. Den må ha minst ett. Med null elementer kan vi ikke utføre binære operasjoner som er absolutt nødvendig for definisjonen av en gruppe.

d) En gruppe kan ha nøyaktig ett element. Vi bruker definisjon: Gitt en mengde $M = \{e\}$, har vi en gruppe $\langle M, * \rangle$, der $e \cdot e = e$.

20.4

a) En funksjon f er injektiv utfra definisjon, om for alle $x != y$ der x og y er definisjonsområdet til f $(f(x) != f(y))$. Altså hvis $x != y$, der x og y er i A, er $h(x) != h(y)$.

b) Definisjonen av surjektive funksjoner sier at verdiområdet til funksjonen er identisk med med bildemengden. Vi kan da si at alle elementer i B blir truffet av funksjonen f. Utfra dette kan vi si at alle elementer i C blir truffet av g (funksjon). Altså må $(g \cdot f)(x) = h(x)$ være surjektiv.

c) Ettersom a og b gjelder, må også c gjelde. Den har da en inversfunksjon.