COFFEE: “Carolina González”

1. Sea ABC un triángulo isósceles con $AB = AC$ y $BC = 12$. Sea D el punto medio de BC y sea E un punto en AC tal que DE es perpendicular a AC. La recta paralela a BC que pasa por E corta al lado AB en el punto F. Si $EC = 4$, determinar la longitud del segmento EF.

---

2. Sea $PQRS$ un paralelogramo, se marcan los puntos A y B de modo que $PQ = QA$, $PS = SB$, $P\widehat{Q}A = P\widehat{S}B$ y los triángulos PQA y PSB solamente compartan con el paralelogramo los lados PQ y PS, respectivamente.
Demostrar que $R\widehat{A}B = P\widehat{A}Q$ y $A\widehat{B}R = P\widehat{B}S$.

---

3. En un triángulo ABC, sea K un punto en AC tal que $AK = 16$ y $KC = 20$, sea D el pie de la bisectriz que pasa por A, y sea E el punto de intersección de AD con BK. Si $BD = BE = 12$, hallar el perímetro del triángulo ABC.

---

4. Sea ABP un triángulo isósceles con $AB = AP$ y el ángulo $P\widehat{A}B$ agudo. Se traza por P la recta perpendicular a BP, y en esta perpendicular se considera un punto C ubicado del mismo lado que A con respecto a la recta BP y del mismo lado que P con respecto a la recta AB. Sea D tal que DA es paralelo a BC y DC es paralelo a AB, y sea M el punto de intersección de PC y DA.
Hallar $\dfrac{DM}{DA}$.

---

5. Sea ABC un triángulo rectángulo con $A\widehat{B}C = 90^\circ$. Sea D el simétrico de B respecto a AC. Sea un punto P interior al cuadrilátero $ABCD$ tal que $AB = AP$. Sean E, F y G los pies de las perpendiculares a BD, BC y CD, respectivamente, que pasan por P. Si $FP = 2$ y $GP = 8$, determinar el valor de EP.

---

6. Sea ABC un triángulo y sean D, E puntos de los lados AB, BC, respectivamente, tales que $2\dfrac{CE}{BC} = \dfrac{AD}{AB}$. Sea P un punto en el lado AC. Demostrar que si DE es perpendicular a PE entonces PE es la bisectriz del ángulo $D\widehat{P}C$, y recíprocamente, si PE es la bisectriz del ángulo $D\widehat{P}C$ entonces DE es perpendicular a PE.