

Teorico MSU 2doParcial

Verdaderos y Falsos

1) Los coeficientes C_j obtenidos por el métodos de los minimos cuadrados, aseguran que la suma de la diferencia entre cada valor y_k de los datos, y el valor de la función de aproximación $f(x_k)$, es mínimo para las funciones Φ_j seleccionadas.

Falso.

2) Los coeficientes C_j obtenidos por el métodos de los minimos cuadrados, aseguran que el valor de S (suma de cuadrado de la diferencia entre cada valor de y_k de los datos, y el valor de la función de aproximación $f(x_k)$), es mínimo para las funciones Φ_j seleccionadas.

Verdadero.

3) Entre las características del método de Newton Raphson, se encuentra su velocidad de convergencia cuadrática, en la que el error en un paso e_k es proporcional al error del paso anterior al cuadrado e_{k-1}^2 , es por ello que el proceso se retarda, llegando en mayor cantidad de pasos a la raíz, al compararlo con punto fijo.

Falso.

4) Entre las bondades del método de Newton Raphson, se encuentra su velocidad de convergencia cuadrática, en la que el error en un paso e_k es proporcional al error del paso anterior al cuadrado e_{k-1}^2 , es por ello que el proceso se acelera, llegando en menos cantidad de pasos a la raíz, al compararlo con punto fijo.

Verdadero.

5) Entre las bondades del método de Newton Raphson, se encuentra su velocidad de convergencia cuadrática, en la que el error en un paso e_k es proporcional al error del paso anterior e_{k-1} , es por ello que para garantizar la convergencia y $|e_k| < |e_{k-1}|$ es necesario que $|g'(\epsilon)| < 1$ y $|g'(\epsilon)| \neq 0$.

Falso.

Coeficientes S

5) Para obtener los coeficientes, de una función de aproximación por el método de los mínimos cuadrados, arribamos a la siguiente expresión:

$$\frac{\partial S}{\partial C_3} = \sum_{k=1}^{k=n} \left(y_k - \sum_{j=1}^{j=m} C_j \cdot \phi_j(x_k) \right) \cdot \phi_3(x_k) = 0$$

Indique solo las opciones correctas, y no las incorrectas que restarán puntaje.

- La expresión representa la ecuación que se debe cumplir, para que el valor de S sea mínimo, para el coeficiente C_3 que se obtenga del proceso, en el caso que $i = s = 3$.
- n representa la cantidad de puntos utilizados como datos en la obtención de la función de aproximación..

6) Para obtener los coeficientes, de una función de aproximación por el método de los mínimos cuadrados, arribamos a la siguiente expresión:

$$\frac{\partial S}{\partial C_i} = \sum_{k=1}^{k=n} \left(y_k - \sum_{j=1}^{j=m} C_j \cdot \phi_j(x_k) \right) \cdot \phi_i(x_k) = 0$$

Indique solo las opciones correctas, y no las incorrectas que restarán puntaje.

- La expresión permite armar el sistema de ecuaciones necesario, para obtener los coeficientes de la función de aproximación que producen un valor mínimo para S.
- m representa la cantidad de términos que posee la función de aproximación.

7) Dada la siguiente expresión de S:

$$S = \sum_{k=1}^{k=n} \left(y_k - \sum_{j=1}^{j=m} C_j \cdot \phi_j(x_k) \right)^2$$

Indique solo las opciones correctas, y no las incorrectas que restarán puntaje.

- S es una medida del error global de la función de aproximación, al cancelar errores positivos con errores negativos.
- La siguiente expresión, pertenece al sistema de ecuaciones lineales, que permite calcular los coeficientes C de la función de aproximación:

$$\frac{\partial S}{\partial C_2} = \sum_{k=1}^{k=n} \left(y_k - \sum_{j=1}^{j=n} C_j \cdot \phi_j(x_k) \right) \cdot \phi_2(x_k) = 0$$

Matriz N X N y_pivoteo

8) Al resolver un problema de ecuaciones lineales de 15 x 15 por el método de Gauss, y se comienza a trabajar en el proceso de triangularización con el pivote 9, utilizando las siguientes expresiones:

$$a_{ij}^e = a_{ij}^d + m_i^e a_{if}^d \quad ; \quad m_i^g = \frac{-a_{ig}^h}{a_{gg}^h}$$

Indique solo las opciones correctas, y no las incorrectas que restarán puntaje.

- ☐ $e = 9$; $d = 8$; $c = 9$.
- ☐ $i = 10$ a 15 ; $j = 9$ a 15 .

9) Al resolver un problema de ecuaciones lineales de 20×20 por el método de Gauss, y se comienza a trabajar en el proceso de tiangularización con el pivote 13, utilizando las siguientes expresiones:

$$a_{ij}^e = a_{ij}^d + m_i^e a_{if}^d ; \quad m_i^g = \frac{-a_{ig}^h}{a_{gg}^h}$$

Indique solo las opciones correctas, y no las incorrectas que restarán puntaje.

- ☐ $e = c = 13$.
- ☐ $h = 12$; $e = 13$; $d = 12$.

10) Al resolver un problema de ecuaciones lineales de 10×10 por el método de Gauss, y se comienza a trabajar en el proceso de tiangularización con el pivote 3, utilizando las siguientes expresiones:

$$a_{ij}^e = a_{ij}^d + m_i^e a_{if}^d ; \quad m_i^g = \frac{-a_{ig}^h}{a_{gg}^h}$$

Indique solo las opciones correctas, y no las incorrectas que restarán puntaje.

- ☐ $g = c = 3$.
- ☐ $e = 3$; $d = 2$; $i = 4$ a 5 .

11) Al resolver un problema de ecuaciones lineales de 18×18 por el método de Gauss, y se comienza a trabajar en el proceso de tiangularización con el pivote 10, utilizando las siguientes expresiones:

$$a_{ij}^e = a_{ij}^d + m_i^e a_{if}^d ; \quad m_i^t = \frac{-a_{is}^h}{a_{tk}^h}$$

Indique solo las opciones correctas, y no las incorrectas que restarán puntaje.

- ☐ $s = g = 10$.
- ☐ $i = 11$ a 18 .

12) Al resolver un problema de ecuaciones lineales de 30 x 30 por el método de Gauss, y se comienza a trabajar en el proceso de triangularización con el pivote 15, utilizando las siguientes expresiones:

$$a_{ij}^e = a_{ij}^d + m_i^e a_{rf}^d \quad ; \quad m_i^t = \frac{-a_{is}^h}{a_{gk}^h}$$

Indique solo las opciones correctas, y no las incorrectas que restarán puntaje.

- ☐ f = 15 a 30.
- ☐ d = h = 14.

13) Al resolver un problema de ecuaciones lineales de 8 x 8 por el método de Gauss, y se comienza a trabajar en el proceso de triangularización con el pivote 5, utilizando las siguientes expresiones:

$$a_{ij}^e = a_{ij}^d + m_i^e a_{rf}^d \quad ; \quad m_i^t = \frac{-a_{is}^h}{a_{gk}^h}$$

Indique solo las opciones correctas, y no las incorrectas que restarán puntaje.

- ☐ f = 5 a 8.
- ☐ t = k = 5.

Otros

14) Dada la expresión de la serie de Taylor para $f(x_{n+1})$ a partir de $f(x_n)$, indique solo las opciones correctas, y no las incorrectas que restarán puntaje.

- ☐ Para que a partir de la serie de Taylor mencionada, se obtenga $g(x)$, se asume que $f(x_{n+1}) = 0$ para alcanzar la raíz buscada.
- ☐ La fórmula de Newton Raphson, se obtiene a partir de la serie de Taylor mencionada, siendo que los términos con h^n *se desprecian para* $n \geq 2$, por ser muy pequeños con respecto al término proporcional a h .

15) Al analizar el método de Newton Raphson, como un caso particular de punto fijo, donde $g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$; $e_n = x_n - \varepsilon$; $e_{n+1} = x_{n+1} - \varepsilon$; con $\varepsilon = \text{raíz de } f(x)$, indique las opciones correctas solamente, y no las incorrectas (restarán puntaje), respecto a la velocidad de convergencia del proceso.

- ☐ Obedece a la proporcionalidad directa entre e_{n+1} y e_n^2 .
- ☐ Es mayor a la de un punto fijo cualquiera, ya que $g'(\varepsilon) = 0$.

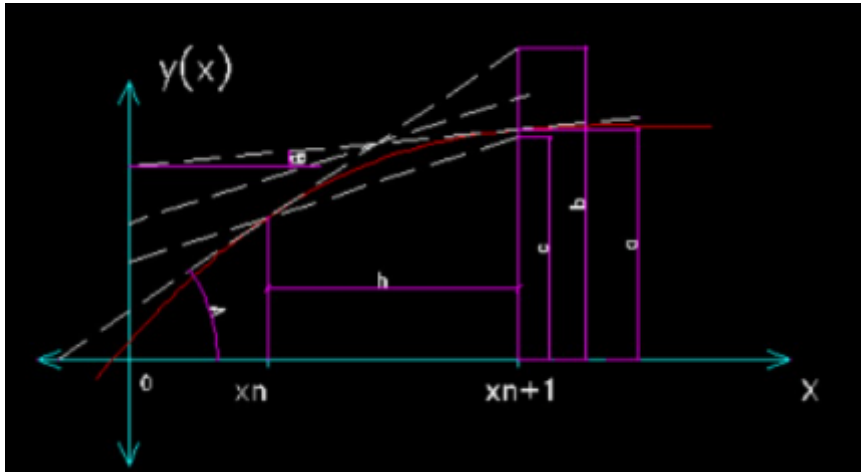
Interpretación de gráficos

16) Dada la interpretación gráfica del método de Euler Mejorado de la figura, y definiendo:

$y_{n+1}(e)$ = Aproximación del método de Euler

$y_{n+1}(em)$ = Aproximación del método de Euler mejorado

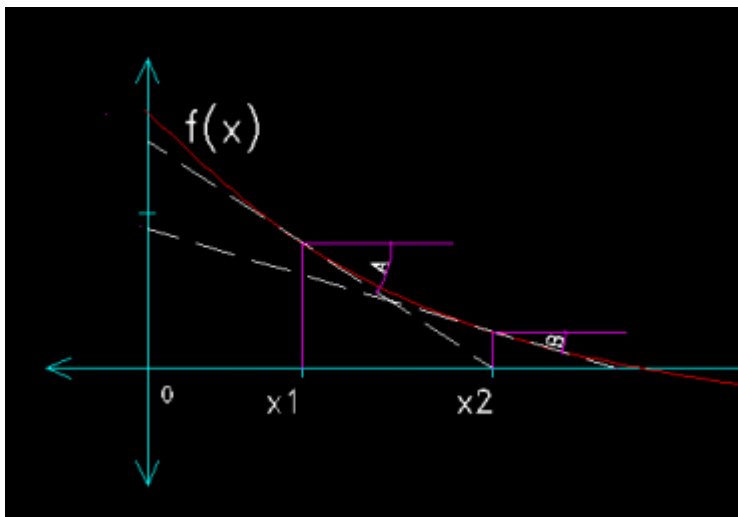
Indicar solamente las opciones correctas y no las incorrectas que restarán puntaje.



$a = y_{n+1}(em)$

- ☐
- ☐ $f(x_{n+1}, y_{n+1}(e)) = \text{tg}(B)$

17) De acuerdo a la interpretación gráfica, del método de Newton Raphson, marque las opciones correctas y no las incorrectas (se restará puntaje):



$f'(x_1) = -\frac{f(x_1)}{x_2 - x_1}$

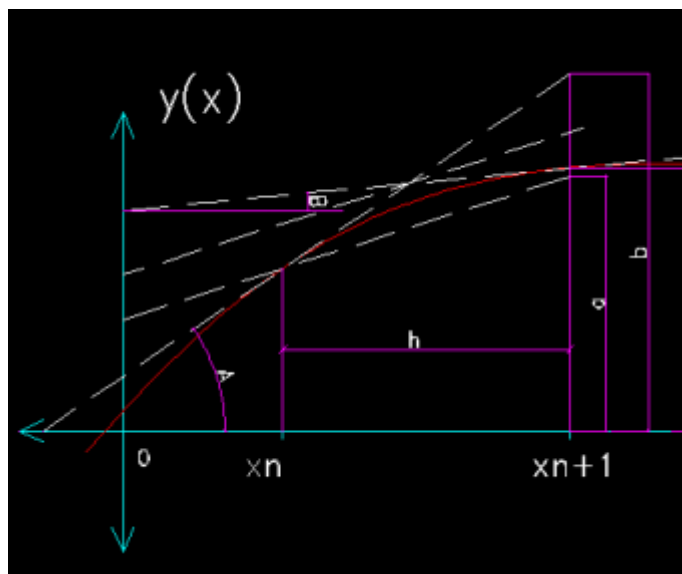
- ☐ Al ser un proceso convergente : $|x_{n+1} - x_n| \leq |x_n - x_{n-1}|$

18) Dada la interpretación gráfica del método de Euler Mejorado de la figura, y definiendo:

$y_{n+1}(e)$ = Aproximación del método de Euler

$y_{n+1}(em)$ = Aproximación del método de Euler mejorado

Indicar solamente las opciones correctas y no las incorrectas que restarán puntaje.



$c = y_{n+1}(\text{solución exacta})$

•

$f(x_n, y_n) = \text{tg}(A)$

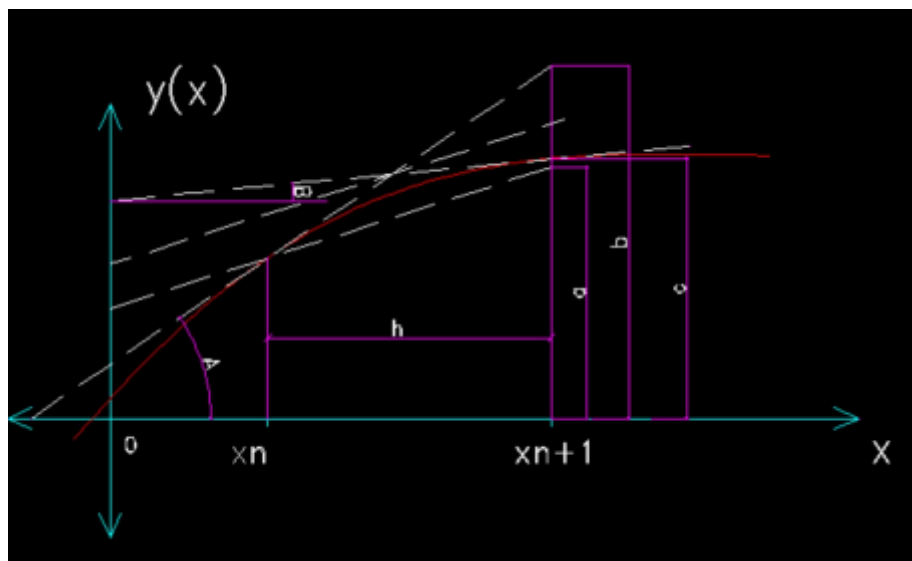
•

19) Dada la interpretación gráfica del método de Euler Mejorado de la figura, y definiendo:

$y_{n+1}(e)$ = Aproximación del método de Euler

$y_{n+1}(em)$ = Aproximación del método de Euler mejorado

Indicar solamente las opciones correctas y no las incorrectas que restarán puntaje.



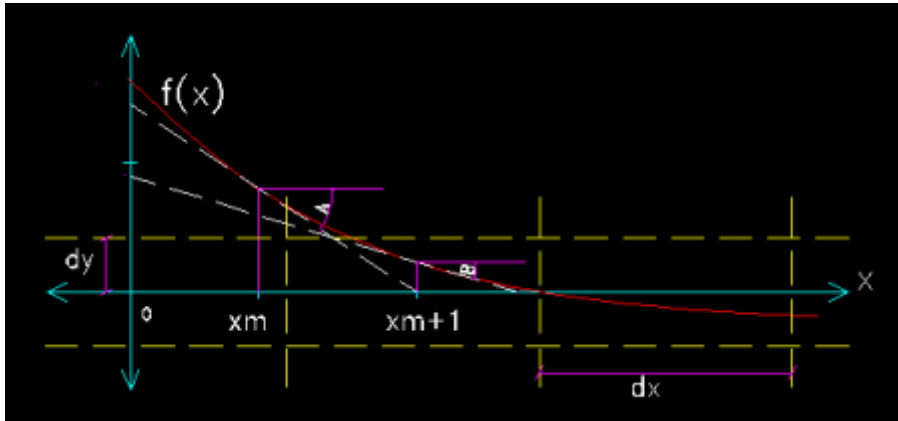
$$b = y_{n+1}(e)$$

•

$$f(x_n, y_n) = \frac{b - y_n}{h}$$

•

20) De acuerdo a la interpretación gráfica del método de Newton Raphson de la figura, indique sólo las opciones correctas y no las incorrectas (se restará puntaje).



x_{m+1} se puede considerar la solución de la ecuación.

•

Al ser un proceso convergente : $|f(x_{m+1})| < |f(x_m)|$

•

Ni puta idea de la respuesta

Para obtener los coeficientes, de una función de aproximación por el método de los mínimos cuadrados, arribamos a la siguiente expresión:

$$\frac{\partial S}{\partial C_b} = \sum_{k=1}^{k=n} \left(y_k - \sum_{j=1}^{j=m} C_j \cdot \phi_j(x_k) \right) \cdot \phi_b(x_k) = 0$$

Indique solo las opciones correctas, y no las incorrectas que restarán puntaje.

☐ a.

La expresión es correcta si a y b son iguales.

☐ b.

Al derivar S, respecto de los coeficientes C_b e igualar a cero, se puede presentar un máximo o un mínimo para S.

☐ c.

La expresión garantiza que todos los coeficientes C_b de la función de aproximación, cumplen con el menor valor posible para S, cuando $a \neq b$.

☐ d.

La expresión representa la ecuación que se debe cumplir, para que el valor de S sea mínimo, para el coeficiente C_b que se obtenga del proceso.