SERIE DE FOURIER: Representación de una señal PERIÓDICA (Se repite cada cierto T)

W_0 : Frecuencia Fundamental

$W_0 = \frac{2\pi}{To}$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} a_k \, e^{jkw_0 t}$$

T_0 : Período Fundamental

$$a_k = \frac{1}{To} \int_{To} x(t) e^{-jkw_0 t} dt$$

$T_0 = \frac{2\pi}{Wo}$

RELACIÓN DE EULER

$$\cos\theta = \frac{1}{2}(e^{j\theta} + e^{-j\theta})$$

$e^{j\theta}$: $EXPONENCIAL\ COMPLEJA$

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + jsen(\theta)$$

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{1}{2j}(e^{j\theta} - e^{-j\theta})$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} a_k \, e^{jkw_0 t}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{2}\left(e^{j\theta} + e^{-j\theta}\right)$$

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{1}{2j}\left(e^{j\theta} - e^{-j\theta}\right)$$

CASO 1: La señal x(t) es una combinación líneal de senos y cosenos (puede tener sumada una constante)

$$x(t) = sen(4t) + \cos(10t + 2) + 9$$

Frecuencia: 4 Frecuencia: 10

$$\frac{4}{10}$$

Como 4/10 es racional, la señal es periódica

¿Es periodica?

Para que sea periódica la relación entre las frecuencias individuales de cada término debe ser racional.

W0: Frecuencia Fundamental

MCD(Frecuencias de cada término):

MCD (4,10) = **2 = W0**

$$x(t) = \frac{1}{2j}\left(e^{j4t} - e^{-j4t}\right) + \frac{1}{2}\left(e^{j(10t+2)} + e^{-j(10t+2)}\right) + 9$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} a_k \, e^{jkw_0 t}$$

CTE!!!!!!!!!
Cos(2)+j sen(2)

$$\cos\theta = \frac{1}{2}\left(e^{j\theta} + e^{-j\theta}\right)$$

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{1}{2j}\left(e^{j\theta} - e^{-j\theta}\right)$$

$$x(t) = \frac{1}{2j}\left(e^{j4t} - e^{-j4t}\right) + \frac{1}{2}\left(e^{j(10t+2)} + e^{-j(10t+2)}\right) + 9$$

W0 = 2

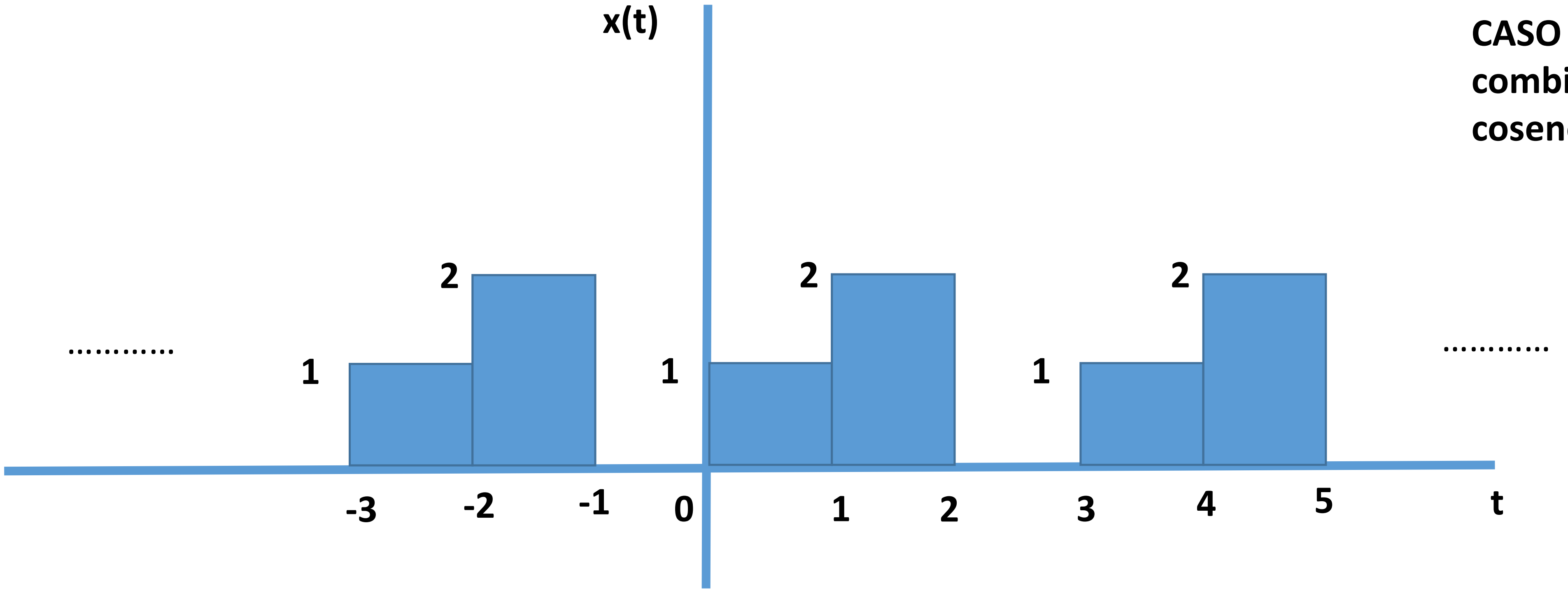
$$x(t) = \mathbf{\frac{1}{2j}} e^{j4t} \mathbf{-\frac{1}{2j}} e^{-j4t} + \mathbf{\frac{1}{2}e^{j2}} e^{j10t} + \mathbf{\frac{1}{2}e^{-j2}} e^{-j10t} + \mathbf{9}$$

SERIE FINITA

a2 a-2 a5 a-5 a0

LOS DEMÁS ak = 0

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} a_k\, e^{jkw_0t} \qquad a_k=\frac{1}{To}\int_{To} x(t)e^{-jkw_0t}dt$$



CASO 2: x(t) No es una combinación lineal de senos y cosenos.

T_0 = 3 PERIODO FUNDAMENTAL: Periodo más pequeño

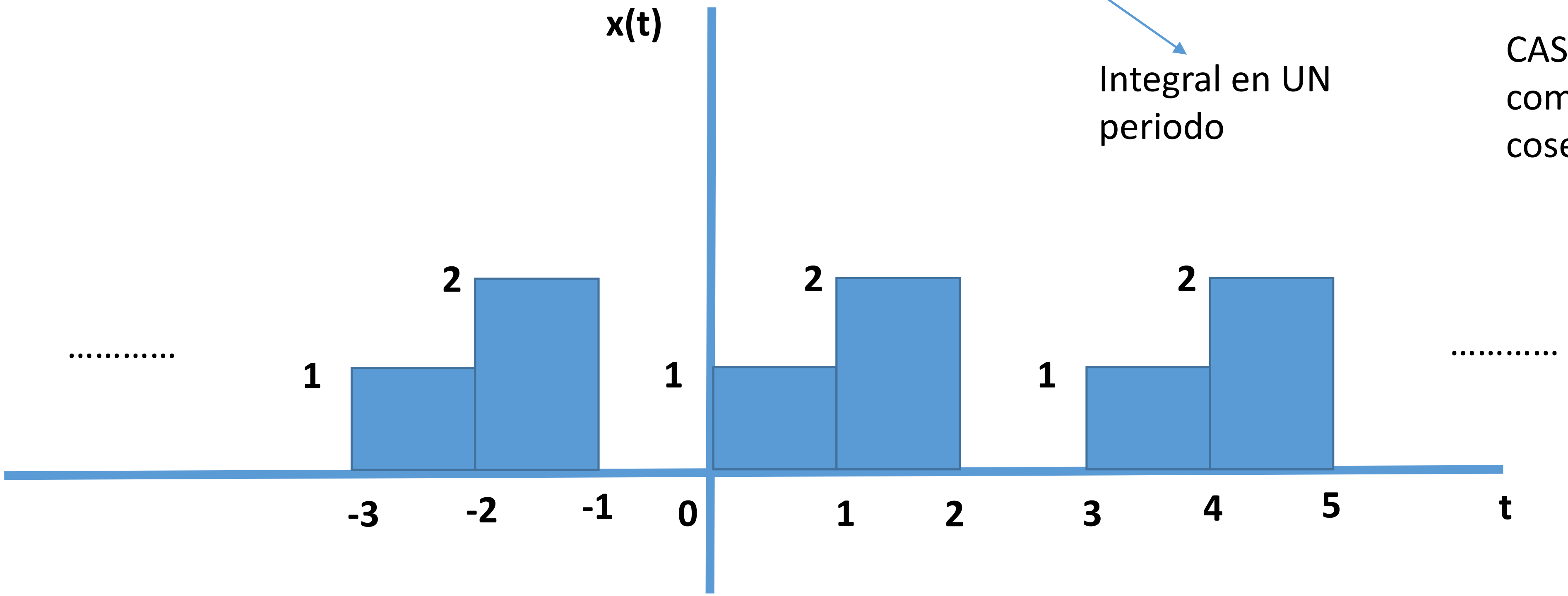
$$w_0=\frac{2\pi}{T0}=\frac{2\pi}{3}$$

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} a_k \, e^{jkw_0 t}$$

$$a_k = \frac{1}{To}\int_{To} x(t) e^{-jkw_0 t} dt$$

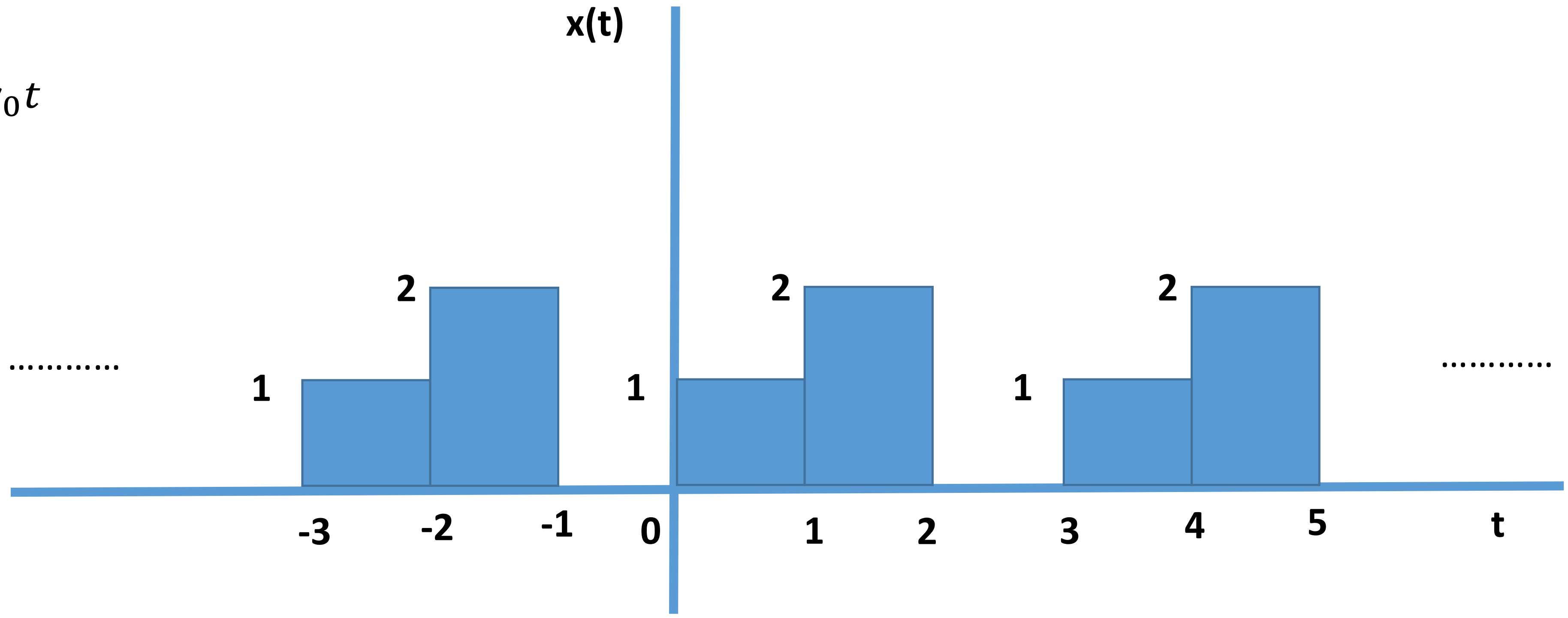
Integral en UN periodo

CASO 2: x(t) No es una combinación lineal de senos y cosenos.



$$a_k = \frac{1}{To}\int_{To} x(t) e^{-jkw_0 t} dt = \frac{1}{3}\int_0^3 x(t)\, e^{-jk\frac{2\pi}{3}t} dt =$$

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} a_k \, e^{jkw_0 t}$$



$$a_k = \frac{1}{To}\int_{To} x(t) e^{-jkw_0 t} dt = \frac{1}{3}\int_0^3 x(t)\, e^{-jk\frac{2\pi}{3}t} dt = \frac{1}{3}\left[\int_0^1 1.\, e^{-jk\frac{2\pi}{3}t} dt + \int_1^2 2.\, e^{-jk\frac{2\pi}{3}t} dt\right]$$

$$ak = \frac{1}{3}\left[\frac{1}{-jk\,\frac{2\pi}{3}}\left(e^{-jk\frac{2\pi}{3}} - 1\right) + \frac{2}{-jk\,\frac{2\pi}{3}}\left(e^{-jk\frac{4\pi}{3}} - e^{-jk\frac{2\pi}{3}}\right)\right]$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} a_k \, e^{jk\frac{2\pi}{3}t}$$

SERIE DE FOURIER: RESOLUCIÓN DE SISTEMAS LTI CUANDO LA ENTRADA x(t) ES PERIÓDICA

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} a_k \, e^{jkw_0t}$$

$$a_k = \frac{1}{To}\int_{To} x(t)e^{-jkw_0t}dt$$

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

$$H(kw_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{-jkw_0t}dt$$

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} a_k \, H(kw_0) \, e^{jkw_0t}$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} a_k \, e^{jkw_0 t}$$

$$H(kw_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-jkw_0 t} dt$$

y(t) = x(t) * h(t)

$$x(t) = 2sen(4\pi t) + 8$$

$$PERIÓDICA \;\; con \;\; w0 = 4\pi$$

$$h(t) = e^{2t} u(-t)$$

$$x(t) = 2\frac{1}{2j}\left(e^{j4\pi t} - e^{-j4\pi t}\right) + 8$$

$$x(t) = \frac{1}{j} e^{j4\pi t} - \frac{1}{j} e^{-j4\pi t} + 8$$

a1 = 1/j

a-1 = -1/j

a0 = 8

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} a_k \, e^{jkw_0 t}$$

$$x(t) = \frac{1}{j} e^{j4\pi t} - \frac{1}{j} e^{-j4\pi t} + 8$$

a1 = 1/j

a-1 = -1/j

a0 = 8

$$H(kw_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-jkw_0 t} dt$$

$$h(t) = e^{2t} u(-t)$$

$$H(kw_0) = \int_{-\infty}^{0} e^{2t} e^{-jk4\pi t} dt = \int_{-\infty}^{0} e^{2t-jk4\pi t} dt =$$

$$H(kw0) = \frac{1}{2 - j4\pi k}$$

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} a_k \, H(kw_0) \, e^{jkw_0 t}$$

$$y(t) = \frac{1}{j} \frac{1}{2 - j4\pi} e^{j4\pi t} - \frac{1}{j} \frac{1}{2 + j4\pi} e^{-j4\pi t} + 8 \frac{1}{2}$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} a_k\, e^{jkw_0t}$$

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} a_k\, H(kw_0)\, e^{jkw_0t}$$

$x(t)$ **es periódica** *con período* 3; $x(t) = e^{-3t}$ *para* $1 < t < 4$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{3}$$

$$h(t) = \delta(t\ + 2)$$

$$H(kw_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t\ + 2)\, e^{-jkw_0t} dt$$

$$a_k = \frac{1}{To}\int_{To} x(t)e^{-jkw_0t}dt$$

$$H(kwo) = e^{-jk\frac{2\pi}{3}(-2)}$$

$$ak = \frac{1}{3}\int_{1}^{4} e^{-3t}e^{-jk\frac{2\pi}{3}t}\, dt$$

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} a_k\, H(kw_0)\, e^{jk\frac{2\pi}{3}t}$$

RESOLVER LOS SIGUIENTES PROBLEMAS

1) Encontrar la representación en Serie de Fourier de las siguientes señales:

$a)\ x(t) = \cos(4t + \pi) + sen(6t) - 20$

$$x(t) = \frac{1}{2}\ e^{j\pi} e^{j4t} + \frac{1}{2}\ e^{-j\pi} e^{-j4t} + \frac{1}{2j}\ e^{j6t} - \frac{1}{2j}\ e^{-j6t} - 20$$

a2 = 1/2e^{jPI}

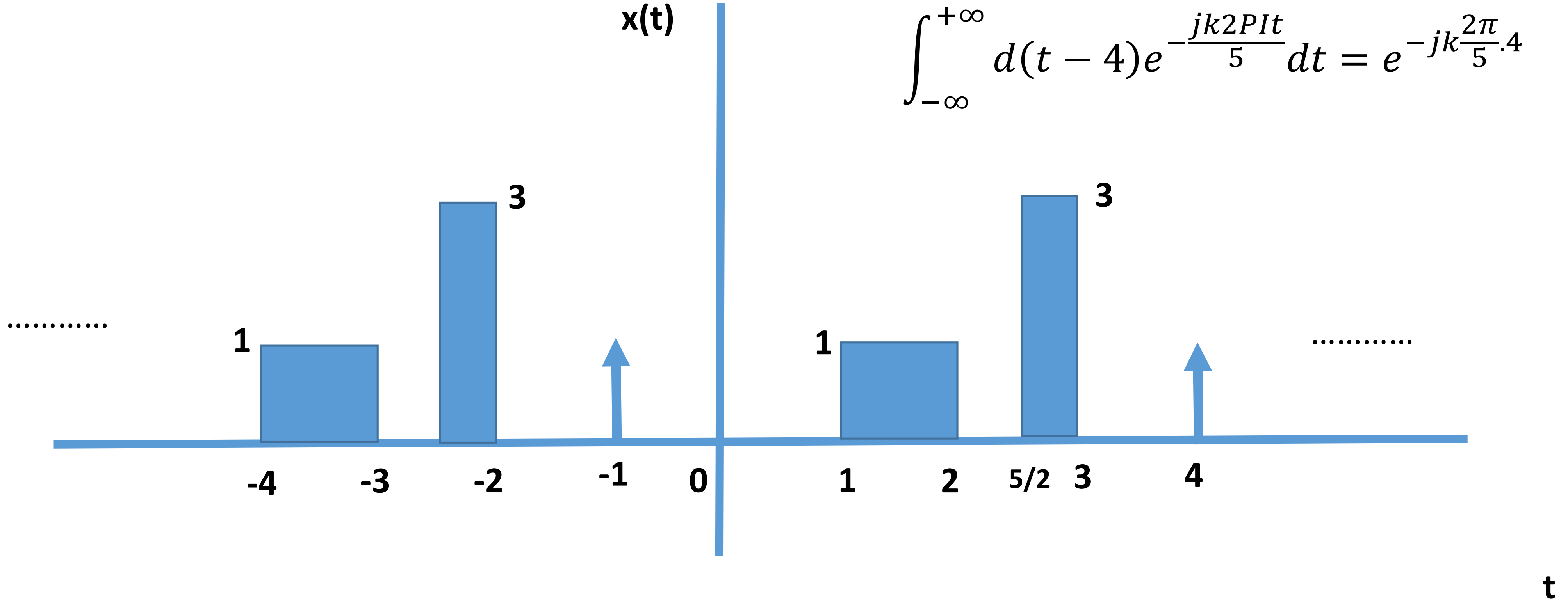
a2 = 1/2e^{-jPI}

a3 = 1/2j

a-3 = -1/2j

a0 = -20

b)



$$\int_{-\infty}^{+\infty} d(t-4)e^{-\frac{jk2PIt}{5}}dt = e^{-jk\frac{2\pi}{5}.4}$$

$$a_k = \frac{1}{5}[\int_1^2 e^{-jk\frac{2\pi}{5}t}dt + \int_{5/2}^3 3e^{-jk\frac{2\pi}{5}t}dt + e^{-jk\frac{8\pi}{5}}]$$

c) Dado el siguiente sistema LTI: y(t) = x(t) * h(t)

$$x(t) = \cos(2\pi t) + 9$$

$$h(t) = e^{-2t}[u(t+1) - u(t)]$$

Encontrar el coeficiente a0 de la salida del sistema.

a0 (de x(t)) = 9

$$H(kw_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{-jkw_0 t}dt = \int_{-1}^{0} e^{-2t}e^{-jk2\pi t}dt = \int_{-1}^{0} e^{(-2-jk2\pi)t}dt$$

H(kwo)= $\frac{1}{-2-jk2\pi}\left(1 - e^{2+jk2\pi}\right)$

$$\boldsymbol{a_0(DE\ LA\ SALIDA) = -\frac{9}{2}(1 - e^2)}$$

$$H(0) = -\frac{1}{2}(1 - e^2)$$