

(d)  $4e^{j(\pi/6)}$

(e)  $\sqrt{2} e^{j(25\pi/4)}$

(f)  $je^{j(11\pi/4)}$

(g)  $3e^{j4\pi} + 2e^{j7\pi}$

(h) El número complejo  $z$  cuya magnitud es  $|z| = \sqrt{2}$  y cuyo ángulo es  $\angle z = -\pi/4$

(i)  $(1 - j)^9$

(j)  $\frac{6e^{-j\pi/3}}{1 - j}$

2.6. Expresé cada uno de los siguientes números complejos en forma polar y grafíquelos en el plano complejo, indicando la magnitud y el ángulo de cada número.

(a)  $1 + j\sqrt{3}$

(b)  $-5$

(c)  $-5 - 5j$

(d)  $3 + 4j$

(e)  $(1 - j\sqrt{3})^3$

(f)  $(1 + j)^5$

(g)  $(\sqrt{3} + j^3)(1 - j)$

(h)  $\frac{2 - j(6/\sqrt{3})}{2 + j(6/\sqrt{3})}$

(i)  $\frac{1 + j\sqrt{3}}{\sqrt{3} + j}$

(j)  $j(1 + j)e^{j\pi/6}$

(k)  $(\sqrt{3} + j)2\sqrt{2} e^{-j\pi/4}$

(l)  $\frac{e^{j\pi/3} - 1}{1 + j\sqrt{3}}$

2.7. Demuestre las siguientes relaciones, donde  $z$ ,  $z_1$  y  $z_2$  son números complejos arbitrarios.

(a)  $(e^z)^* = e^{z^*}$

(b)  $z_1 z_2^* + z_1^* z_2 = 2 \operatorname{Re} \{z_1 z_2^*\} = 2 \operatorname{Re} \{z_1^* z_2\}$

(c)  $|z| = |z^*|$

(d)  $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$

(e)  $\operatorname{Re} \{z\} \leq |z|$ ,  $\operatorname{Im} \{z\} \leq |z|$

(f)  $|z_1 z_2^* + z_1^* z_2| \leq 2|z_1 z_2|$

(g)  $(|z_1| - |z_2|)^2 \leq |z_1 + z_2|^2 \leq (|z_1| + |z_2|)^2$

2.8. Las relaciones consideradas en este problema son usadas en muchas ocasiones a lo largo del libro.

(a) Pruebe la validez de las siguientes expresiones:

$$\sum_{n=0}^{N-1} \alpha^n = \begin{cases} N, & \alpha = 1 \\ \frac{1 - \alpha^N}{1 - \alpha}, & \text{para cualquier número complejo } \alpha \neq 1 \end{cases}$$

(b) Demuestre que si  $|\alpha| < 1$ , entonces

$$\sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n = \frac{1}{1 - \alpha}$$

(c) Demuestre que si  $|\alpha| < 1$ , entonces

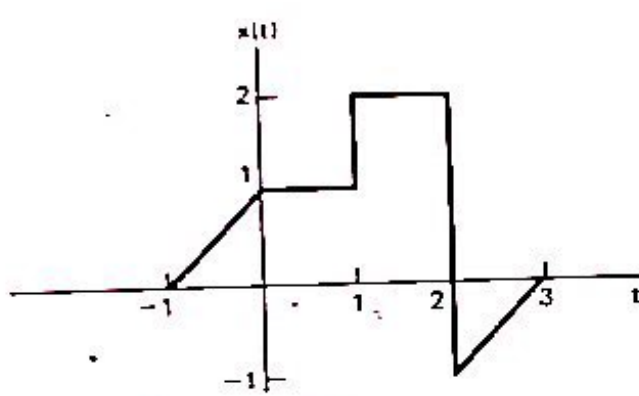
$$\sum_{n=0}^{\infty} n\alpha^n = \frac{\alpha}{(1 - \alpha)^2}$$

(d) Evalúe

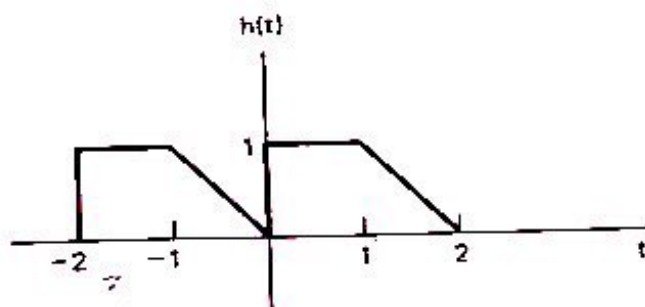
$$\sum_{n=k}^{\infty} \alpha^n$$

considerando que  $|\alpha| < 1$ .

2.9. (a) Una señal de tiempo continuo  $x(t)$  se muestra en la figura P2.9(a). Dibuje y rotule con cuidado cada una de las siguientes señales.



(a)



(b)

Figura P2.9

- (i)  $x(t - 2)$
- (ii)  $x(1 - t)$
- (iii)  $x(2t + 2)$
- (iv)  $x(2 - t/3)$
- (v)  $[x(t) + x(2 - t)]u(1 - t)$
- (vi)  $x(t)[\delta(t + \frac{3}{2}) - \delta(t - \frac{3}{2})]$

(b) Para la señal  $h(t)$  dibujada en la figura P2.9(b), dibuje y rotule con cuidado cada una de las siguientes señales.

- (i)  $h(t + 3)$
- (ii)  $h(t/2 - 2)$
- (iii)  $h(1 - 2t)$
- (iv)  $4h(t/4)$
- (v)  $\frac{1}{2}h(t)u(t) + h(-t)u(t)$
- (vi)  $\frac{1}{2}h(t/2)\delta(t + 1)$
- (vii)  $h(t)[u(t + 1) - u(t - 1)]$

(c) Considere de nuevo las señales  $x(t)$  y  $h(t)$  mostradas en la figura P2.9(a) y (b), respectivamente. Dibuje y rotule con cuidado cada una de las siguientes señales.

- (i)  $x(t)h(t + 1)$
- (ii)  $x(t)h(-t)$
- (iii)  $x(t - 1)h(1 - t)$
- (iv)  $x(1 - t)h(t - 1)$
- (v)  $x(2 - t/2)h(t + 4)$

2.10. (a) Una señal de tiempo discreto  $x[n]$  se muestra en la figura P2.10(a). Dibuje y rotule con cuidado cada una de las siguientes señales.