2021 RESUMEN CLASE (1) MSU 3K3.

Temas

* PRESENTACION GENERAL.
  - DOCENTES
  - MODALIDAD ACADEMICA
  - Bibliografía.
  - Aula Virtual.
    - Material Estudio
    - Ejercicios
    - Foros.

* Repaso NUMEROS COMPLEJOS.

* SEÑALES
  - TIPOS
  - TRANSFORMACIONES DE LA V. INDEPTE
    - Escalamiento
    - Reflexión
    - Desplazamiento en t.

* SEÑALES BÁSICAS
  - Impulso unitario $\delta(t)$
  - Escalón unitario $u(t)$
  - Relación entre $u(t)$ y $\delta(t)$
  - Propiedades del impulso $\delta(t)$

Clase ① MATEMATICA SUPERIOR (1)

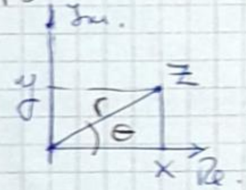
Unidad 1. Repaso n° Complejos - Señales - Introducción a las Señales

① Números complejos: Formados por una parte real y una imag.

FORMAS DE REPRESENTAR

Formas de Represen

Representac. Gráfica



x, y: coord cartesianas } de z
r, θ: coord. polares }

Representación Analítica.

→ Cartesiana o Rectangular $\boxed{z = x + j \cdot y}$ → { x, y = n°s reales; $j = \sqrt{-1}$; $x = Re\{z\}$ (Part Real); $y = Im\{z\}$ (Part Imag)

→ Polar $\boxed{z = r \cdot e^{j\theta}}$ { $r = |z|$ (magnitud de z); $\theta = \measuredangle z$ (áng. de fase); $r > 0$.

→ Relación de Euler $\boxed{e^{j\theta} = \cos\theta + j\,\operatorname{sen}\theta}$

Permite relacionar ambas formas de representar

Otra: $e^{-j\theta} = \cos\theta - j\,\operatorname{sen}\theta$

Además: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $\theta = \operatorname{arctg} y/x$

Números Conjugados

si { $z = x + jy$, $z^* = x - jy$
{ $z = r\,e^{j\theta}$, $z^* = r\,e^{-j\theta}$

$*$: conjugado

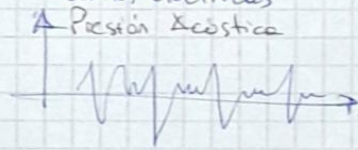
SEÑALES

a) Definición: Una señal es la manifestación que hace un fenómeno físico cuando se produce en la naturaleza

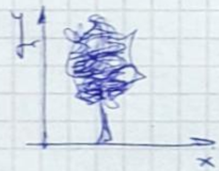
- Tienen la propiedad de describir una variedad amplia de fenómenos físicos
- Se representan matemáticamente como funciones de 1 ó + variables independientes.
- Contienen información en un patrón de variaciones q' adopta una determi. forma

Ej: Sonidos representados en gráficos como fluctuaciones de la presión acústica → se convierten en señales eléctricas → se grafican

Repr. matemática



Ej ②. Imagen Monocromática

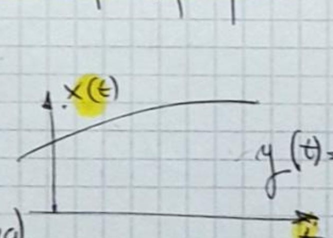


Representa ≠ patrones de brillantez en 2 variables del plano (Es lo que se termina plasmando en una fotog. blanco y negro).

EN ESTA MATERIA ANALIZAREMOS la variación de una variable INDEPENDIENTE en función del tiempo (que puede ser continuo (t) o discreto [n])

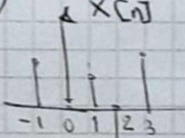
b) Tipos de SEÑALES

- De tiempo Continuo (La variable indep. es continua)



$y(t) = f(t)$

- De tiempo discreto (Definidas para valores de tiempo discretos) La variable indepte toma valores SOLO en VALORES DISCRETOS DE TIEMPO (VALORES ENTEROS DE TIEMPO)



$y[n] = f[n]$.

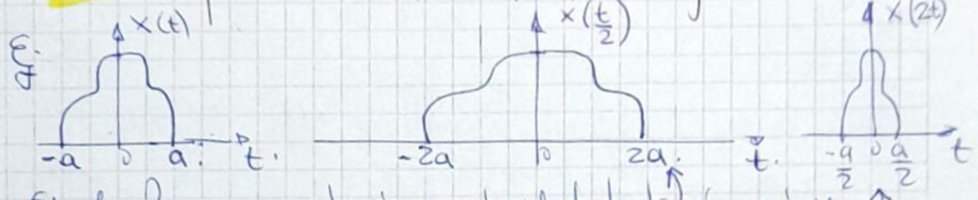
Clase 1 — Matemática Superior — 2

c) TRANSFORMACIONES de la VARIABLE INDEPENDIENTE
(En tiempo continuo y en discreto)

c.1) Escalamiento

Se multiplica t por una cte. Si el dominio de la señal es FINITO se produce un ensanchamiento ó angostam. en el mismo.

Ej:

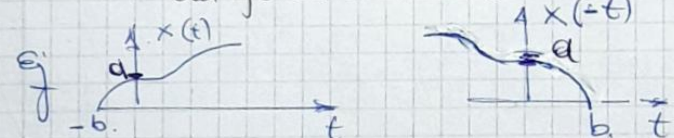


Ejemplo: Pasar una grabación a velocidad lento ó rápido

c.2 Reflexión:

Producto de $t \times (-1)$. Produce una inversión alrededor del eje de ordenadas.

Ej

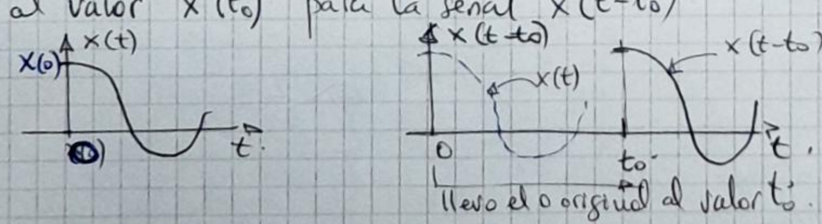


Ej: Pasar una grabación al revés.

Se refleja alrededor del eje de ordenadas (del 0)
(también en $x[n] \rightarrow x[-n]$.

c.3 Desplazamiento en tiempo

Efectuar $x(t-t_0)$ (ó $x[n-n_0]$) es desplazar horizontalmente a la señal. Posicionando el $x(0)$ de la señal $x(t)$ original, al valor $x(t_0)$ para la señal $x(t-t_0)$

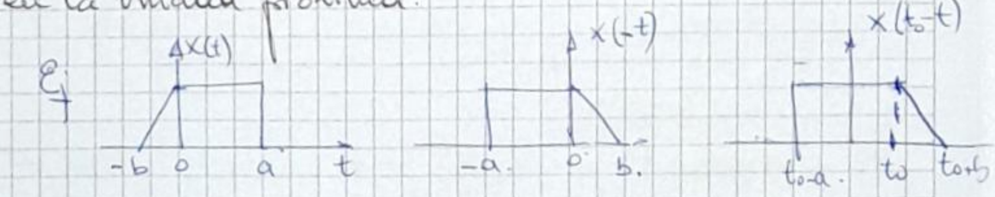


llevo el 0 original al valor t_0.

⊛ Aplicar de manera consecutiva

Las propiedades 2 y 3 es de utilidad en la representación gráfica del proceso de convolución que se ve en la unidad próxima.

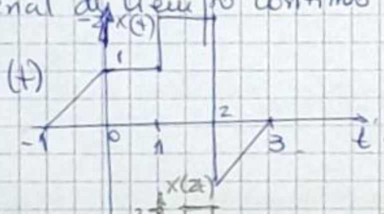
Ej



Ejemplos

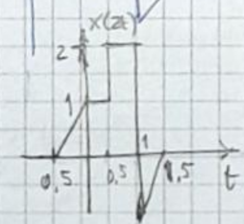
Dada la señal de tiempo continuo $x(t)$, Dibujar $\left\{ \begin{array}{l} x(2t+2) \\ y \\ x(2-\frac{t}{3}) \end{array} \right.$

Siendo $x(t)$

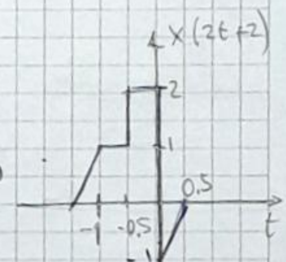


⊙ $x(2t+2)$

Hago 1º $x(2t)$



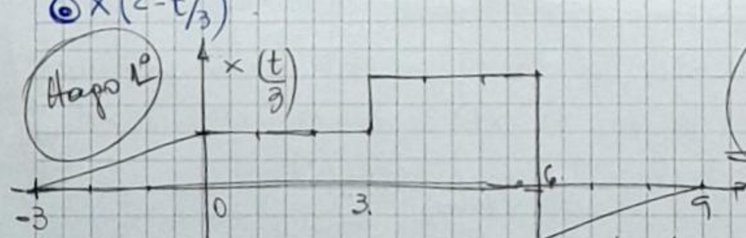
y luego desplazo

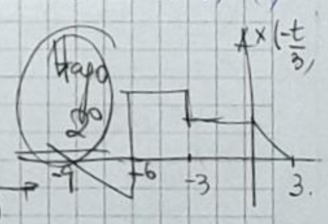


⊛ REGLA: Cuanto debe valer t para que $(2t+2)=0$?
$2t+2=0$. $2t=-2$. $t=-1$.
⇒ DESPLAZO el $x(0)$ a -1

⊙ $x(2-t/3)$

Hago 1º

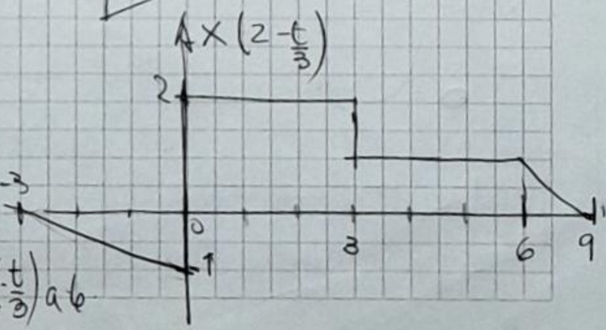




Por último desplazo $x(-\frac{t}{3})$:

$(2-\frac{t}{3})=0$; $\frac{t}{3}=2$;

$t=6$ (llevo el $t(0)$ de $x(-\frac{t}{3})$ a 6



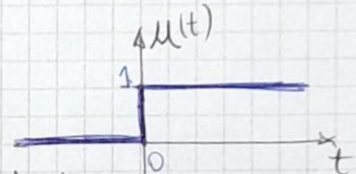
SEÑALES BÁSICAS DE TIEMPO CONTINUO (Primera Parte)

IMPULSO UNITARIO y ESCALÓN UNITARIO (De t cont.)

Son importantes, no sólo porque ocurren con frecuencia en la naturaleza, sino porque sirven como bloques básicos para construir otras señales más complejas y así poder examinarlas y entenderlas mejor.

Función escalón unitario

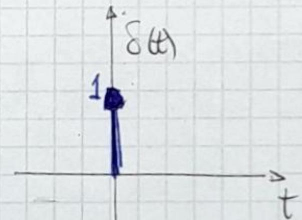
$$u(t) = \begin{cases} 0, & t<0 \\ 1, & t\geq 0 \end{cases}$$



La función tiene una discontinuidad para t=0.

Función impulso unitario

$$\delta(t) = \begin{cases} \text{Area} = 1 & \text{en } t=0 \\ 0, & t\neq 0 \end{cases}$$



RELACIÓN entre $u(t)$ y $\delta(t)$

Estas señales se relacionan entre sí con la ecuación (el escalón es la integral del impulso)

$$\boxed{u(t) = \int_{\tau=-\infty}^{\tau=+\infty} \delta(\tau)\, d\tau} \quad (a)$$

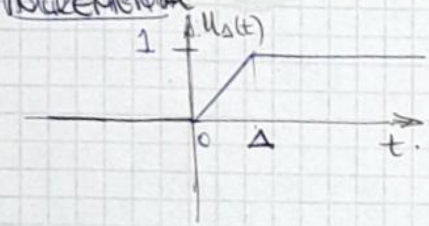
REPRESENTACIÓN INCREMENTAL

Esto podría sugerir otra relación: $\delta(t) = \cancel{\frac{\partial(u(t))}{\partial t}}$ (b) pero, aunque la interpretación de (a) es bastante simple, la de (b) no es tan obvia, sino que es errónea ya que en t=0, $u(t)$ presenta una discontinuidad. Por ello, podemos ana-

3'

lizar la relación entre $\delta(t)$ y $u(t)$ de manera intuitiva, sustituyendo la discontinuidad en $t=0$ y tomando a $u(t)$ como el límite de una función continua $u_\Delta(t)$ para $t=0$ dentro de un intervalo de tiempo Δ. esto

ESCALÓN INCREMENTAL

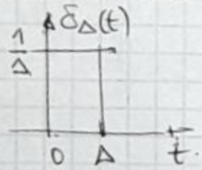


Vemos en este gráfico una aproximación continua al escalón unitario

En esta interpretación incremental, vemos cómo
$u(t) = \lim_{\Delta\to 0} u_\Delta(t)$

podemos expresar ahora que $\delta(t) = \lim_{\Delta\to 0} \dfrac{\partial (u_\Delta(t))}{\partial t}$

IMPULSO INCREMENTAL $(\delta_\Delta(t))$ El impulso incremental es la pendiente de la recta $\frac{1}{\Delta}$ entre 0 y Δ. Tiene área $=1$. Toma valor $=0$ en todo otro valor de t.



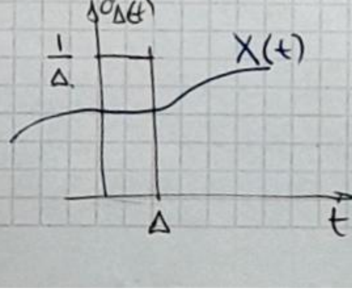
A medida que $\Delta\to 0$, $\delta_\Delta(t)$ se hace más angosta y más alta, manteniendo su área $=1$

En su forma límite: $\boxed{\delta(t) = \lim_{\Delta\to 0} \delta_\Delta(t)}$

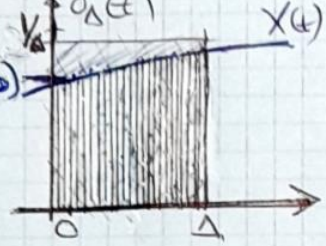
PROPIEDADES DEL IMPULSO UNITARIO.

La visión incremental del impulso, nos permite también interpretar las siguientes expresiones:

* **PRODUCTO DE UNA SEÑAL $x(t)$ POR el impulso unitario**



Si tomamos un Gráfico del intervalo entre 0 y Δ (La porción de $x(t) \cdot \delta_\Delta(t)$ diferente de cero)



Para Δ pequeño

$$\boxed{x(t) \cdot \delta_\Delta(t) \cong x(0) \cdot \delta_\Delta(t)}$$

(las áreas son casi iguales).

Haciendo más pequeño Δ.

($\lim \Delta \to 0$)

podemos decir $\boxed{x(t)\,\delta(t) = x(0)\,\delta(t)}$

Si además desplazamos el $\delta(t)$ hacia $t = t_0$,

Entonces $\boxed{x(t) \cdot \delta(t - t_0) = x(t_0) \cdot \delta(t - t_0)}$

⊛ Recordar que el impulso $\delta(t)$ tiene área $= 1$.