Serie de Fourier
(sólo para señales periódicas)

$$\boxed{x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \cdot e^{jk\omega_0 t}}$$

Comb. lineal de exponenciales complejos armónicos.
a_k = coeficientes de la comb. lineal

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ Período Fund. $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ Frecuencia Fund.

Tengo que determinar los a_k por → deducción: cuando la señal es senoidal.
→ fórmula = para los otros casos

Fórmulas de euler: $e^{j\theta} = \cos\theta + j\,\text{sen}\,\theta$ $\cos\theta = \frac{1}{2}e^{j\theta} + \frac{1}{2}e^{-j\theta}$

$e^{-j\theta} = \cos\theta - j\,\text{sen}\,\theta$ $\text{sen}\,\theta = \frac{1}{2j}e^{j\theta} - \frac{1}{2j}e^{-j\theta}$

Fórmula de a_k p/ señales periódicas no senoidales

$$\boxed{a_k = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} x(t) \cdot e^{-jk\omega_0 t}\,dt}$$

Ejercicios del libro: 4.1

(a)

e^{j200t} comparo con $a_k e^{j\omega_0 k t}$ ($a_k \to 1$, $k \to 1$, $\omega_0 \to 200$)

$a_0 = 0$
$a_1 = 1$
$a_{-1} = 0$

(b)

$$x(t) = \cos\left[\pi/4\,(t-1)\right] = \frac{1}{2}\left[e^{j(\pi/4(t-1))} + e^{-j(\pi/4(t-1))}\right]$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2}e^{j\pi/4 t} \cdot e^{-j\pi/4}}_{a_1} + \underbrace{\frac{1}{2}e^{-j\pi/4 t} \cdot e^{j\pi/4}}_{a_{-1}}$$

$\boxed{\omega_0 = \pi/4}$ Máximo común divisor

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}} = 8$

$$x(t) = \sum_{\substack{k=-1 \\ k \neq 0}}^{1} a_k \cdot e^{j\pi/4 t}$$ con $a_1 = \frac{1}{2}e^{-j\pi/4}$

$a_{-1} = \frac{1}{2}e^{j\pi/4}$

(c) $x(t) = \cos 4t + \text{sen } 8t$

$\omega_0 = 4$ Máximo común divisor entre 4 y 8

aplico Euler

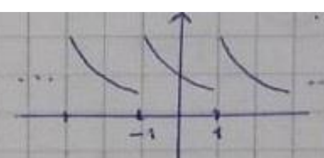
$$= \underbrace{\frac{1}{2}e^{j4t}}_{k=1} + \underbrace{\frac{1}{2}e^{-j4t}}_{k=-1} + \underbrace{\frac{1}{2j}e^{j8t}}_{k=2} - \underbrace{\frac{1}{2j}e^{-j8t}}_{k=-2}$$

$a_1 = \frac{1}{2}$ $\quad a_{-1} = \frac{1}{2}$ $\quad a_2 = \frac{1}{2j}$ $\quad a_{-2} = -\frac{1}{2j}$ $\quad a_0 = 0$

$$\boxed{x(t) \sum_{k=-2}^{2} a_k \cdot e^{jk4t}}$$

(e)

$x(t)$ periódica con periodo 2 y $x(t) = e^{-t}$ p/ $-1 < t < 1$



$T_0 = 2$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{2} = \pi$

$$a_k = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} e^{-t} \cdot e^{-jk\pi t}\, dt$$

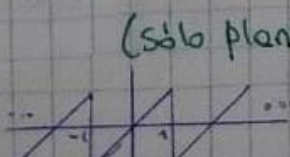
$$a_k = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} e^{-t(1+jk\pi)}\, dt = \frac{1}{2} \cdot \left. \frac{e^{-t(1+jk\pi)}}{-(1+jk\pi)} \right|_{-1}^{1}$$

$$a_k = \frac{-1}{2(1+jk\pi)} \cdot \left(e^{-(1+jk\pi)} - e^{(1+jk\pi)}\right)$$

$$\boxed{x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{-1}{2(1+jk\pi)}\left(e^{-(1+jk\pi)} - e^{(1+jk\pi)}\right) \cdot e^{jk\pi t}}$$

(f) (sólo planteo)

defino $x(t)$ entre 1 y -1 como t (recta que pasa por el origen)

$x(t)$ 

$T_0 = 2$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{2} = \pi$

$$a_k = \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} \underbrace{t}_{u} \cdot \underbrace{e^{-jk\pi t}}_{dv}\, dt$$

se resuelve con integral por partes

Serie de Fourier para la Salida

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \cdot e^{jk\omega_0 t}$$ S.Fourier Entrada

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \, H(k\omega_0) \, e^{jk\omega_0 t}$$ S. Fourier Salida

$$H(k\omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot e^{-jk\omega_0 \tau} \, d\tau$$

4.4 a i

$h(t) = e^{-4t}\mu(t)$ $\quad \omega_0 = 2\pi \quad T_0 = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$

$x(t) = \cos 2\pi t$

por euler:

$$x(t) = \underbrace{\frac{1}{2} e^{j2\pi t}}_{k=1} + \underbrace{\frac{1}{2} e^{-j2\pi t}}_{k=-1}$$

$a_1 = \frac{1}{2}$

$a_{-1} = \frac{1}{2}$

$$H(k\omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-4\tau} \mu(\tau) \cdot e^{-jk2\pi\tau} d\tau$$

$$= \int_{0}^{\infty} e^{-4\tau - jk2\pi\tau} d\tau$$

$$= \int_{0}^{\infty} e^{-\tau(4+jk2\pi)} d\tau = \frac{-1}{4+jk2\pi} \cdot e^{-\tau(4+jk2\pi)} \Big|_0^{\infty}$$

$$= \frac{-1}{4+jk2\pi} \cdot (\overset{0}{e^{-\infty}} - \overset{1}{e^{0}}) = \frac{1}{4+jk2\pi}$$

$$\boxed{y(t) = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4+j2\pi} \cdot e^{j2\pi t}}_{k=1} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4-j2\pi} \cdot e^{-j2\pi t}}_{k=-1}}$$