

Escuela de Ciencias Físicas y Matemáticas

Programación Matemática 1

Segundo semestre

2023

Examen final

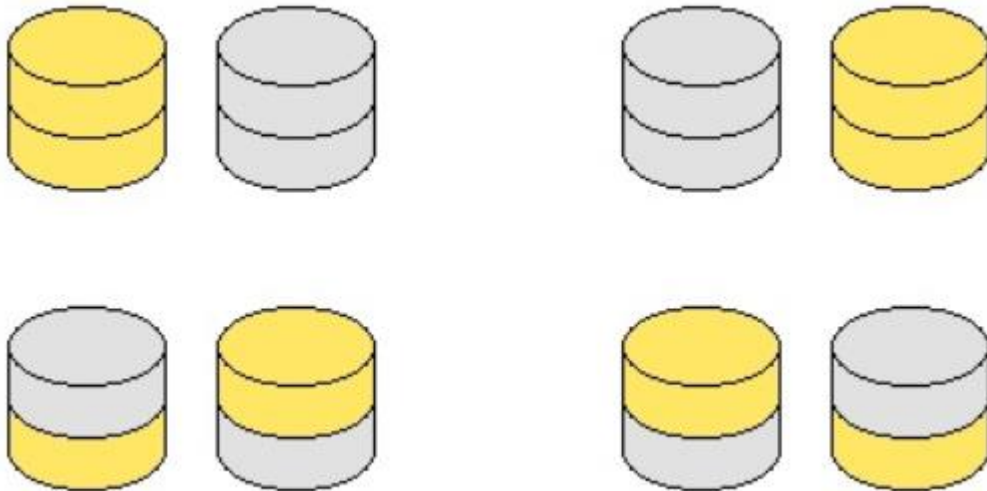
Instrucciones: resolver los siguientes problemas planteados y entregar los códigos fuente escritos en Python. Cada problema, deberá tener un tiempo de ejecución máxima de 3 minutos. Soluciones que sobrepasen ese tiempo tendrán penalización sobre la nota final y duplicar el tiempo máximo anula la solución.

Problema 1

Hugo y Rodrigo juegan un juego con monedas de oro y plata puestas en un número de pilas verticales. El juego se lleva a cabo por turnos. En el turno de Hugo el elige una moneda de oro y la retira del juego junto con todas las monedas que estén sobre ella. Rodrigo hace lo mismo en su turno removiendo monedas de plata. El primer jugador que se queda sin poder realizar una jugada pierde.

Un arreglo es llamado «justo» si la persona a que mueve primero, sin importar quien sea, pierde el juego sin importar si ambos juegan de manera óptima.

Sea $F(n)$ el número de arreglos justos de n pilas, todas de tamaño 2. Diferentes ordenamientos de las pilas se cuentan por separado. Así, $F(2)=4$ siendo los arreglos los siguientes:



Se sabe que $F(10) = 63594$. Calcule $F(9898)$ y de su respuesta módulo 989898989.

Problema 2

Un número perfecto es aquel que se puede escribir como la suma de sus divisores propios. Un número es llamado deficiente si la suma de sus divisores propios es menor a el y abundante si su suma es mayor a el.

Así, 12 es el número abundante más pequeño y 24 es el número más pequeño que se puede escribir como la suma de dos números abundantes. Por análisis matemático, se puede probar que todos los enteros mayores que 28123 se pueden escribir como la suma de dos números abundantes, pero este límite superior no se puede reducir con análisis a pesar que se sabe que el número más grande que no se puede expresar como la suma de dos abundantes es más pequeño que este límite.

Encuentre la suma de todos los enteros positivos que no se pueden escribir como la suma de dos números abundantes.

Problema 3

Se te dan cuatro números a, b, c y d . Determine si existe un rectángulo cuyos lados sean de tamaño a, b, c y d (en cualquier orden).

Entrada:

La primera línea contiene un solo entero T que denota el número de casos de prueba. Les siguen T líneas con los casos de prueba.

Cada caso de prueba tiene cuatro enteros separados por un espacio siendo a, b, c y d estos enteros respectivamente.

Salida:

Para cada caso de prueba se imprimirá YES o NO según corresponda.