

Fizika jedra in osnovnih delcev

Sara Lisjak

^aUniversity of Ljubljana,

Abstract

Fizika jedra in osnovnih delcev (FJOD) je izbrirni predmet v 2.semestru 3. letnika na FMF-ju in skripta je oblikovana, kot odgovori na vprašanja za ustni izpit predmeta. Zapiske sem oblikovala po knjigah Jedrska fizika in Kvarkovski modeli hadronov, predavanjih profesorja Križana in kjer je relevantno primerih iz vaj. Za morebitne napake se opravičujem.

Fizika jedra in osnovnih delcev

Sara Lisjak

^bUniversity of Ljubljana,

1. Fizika jedra

1.1. Semiempirična masna enačba

Zanimajo nas lastnosti jeder, kot so masa, porazdelitev gostote in naboja, spin in magnetni moment. Vemo, da je masa vezanega jedra manjša od seštevka mase vseh gradnikov, kar pojasnimo z vezavno energijo W oziroma specifično vezavno energijo $\omega = \frac{W}{A}$. Gledano prek celotnega periodnega sistema (po vrstnem številu Z), ta vrednost najprej pada, doseže minimum pri Fe in nato narašča, razlog se skriva v različnem nastanku teh jeder.

$$W(A, Z) = -\omega_0 A + \omega_1 A + \omega_2 \frac{Z}{A} + \omega_3 \frac{(2Z - A)}{A} + \omega_4 \delta(A, Z) A \quad (1)$$

Za nukleone na površini velja, da imajo manj sosedov in so zato šibkeje vezani. Večina jeder je SS, le štiri so LL (št. protonov, št. nevtronov).

- Povezava med A in Z
- Odvinost za jedra z velikim Z , odvisnost za jedra z majhnim A

1.2. Sipanje projektila na porazdelitvi naboja, oblikovni faktor; informacija o jedru, ki jo dobimo iz sipanja.

Ob opazovanju sipanja projektila na jedru z neko porazdelitvijo naboja upoštevamo kvantnomehanski opis stanja opišemo z valovnimi funkcijama (ravnima valovoma; vpadni delec i in sipalni delec f). Vpeljemo tudi matrični element, ki opiše gostoto naboja.

$$\Psi_{if} = \frac{1}{\sqrt{V_{i,f}}} e^{i\vec{k}\vec{r}} \quad (2)$$

Gostota stanj:

$$\frac{d\rho_f}{d\Omega} = V_n \frac{mp_f}{(2\pi\hbar)} \quad (3)$$

Matrični element za prehod:

$$V_{fi} = \int \Psi_f^* V(r) \Psi(r) dr = \frac{1}{V_N} \int e^{ik_f r} V(r) e^{-ik_i r} dr = \quad (4)$$

$$\frac{1}{V_N} \int e^{i(k_i - k_f)r} V(r) dr = \frac{1}{V_N} \int e^{iqr} V(r) dr \quad (5)$$

V naslednjem koraku, želimo zvezo povezati z definicijo Greenove funkcije tako, da v enačbo vpeljemo gostoto porazdelitve $\nabla^2 \mathcal{U}(r) = -\frac{\rho_e}{\epsilon_0}$. To upoštevamo prek enakosti $\int e^{iqr} \nabla^2 \mathcal{U}(r) d^3 r = \int V(r) (-q^2) e^{iqr} d^3 r$:

$$V_{fi} = \frac{1}{V_N} \int e^{iqr} V(r) d^3 r = -\frac{1}{q^2} \frac{1}{V_n} \int e^{iqr} \nabla^2 \mathcal{U}_e(r) d^3 r = \quad (6)$$

$$= \frac{e}{\epsilon_0 q^2 V_n} \int e^{iqr} \rho_e(r) d^3 r \quad (7)$$

Člen v integralu imenujemo oblikovni faktor. Prepišemo:

$$V_{fi} = \frac{e}{\epsilon_0 q^2 V_n} \mathbf{F}(\mathbf{q}) \quad (8)$$

Elastično sipanje:

Z upoštevanjem diferenciala energije, porazdelitve po kotu $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dW_{fi}/d\Omega}{\rho_i v_i}$ in oblikovnega faktorja, enačbo za elastično sipanje prepišemo.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dW_{fi}/d\Omega}{\rho_i v_i} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{|V_{fi}|^2}{\rho_i v_i} V_N \frac{m^2 v_i}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{2\pi V_N^2}{\hbar} \frac{m^2}{(2\pi\hbar)^3} \frac{e^2}{\epsilon_0^2 q^4} \frac{1}{V_N^2} |F(q)|^2 \quad (9)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2\pi}{\hbar} \left[\frac{m}{\epsilon_0 q^2} \right]^2 \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} |F(q)|^2 \quad (10)$$

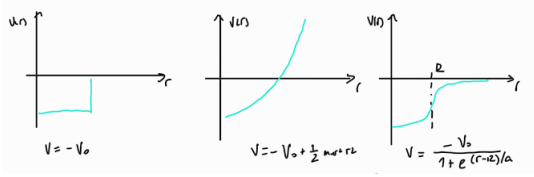
Ob upoštevanju $E_i = E_f$ in kosinusnega izreka $\vec{q}^2 = k_i^2 + k_f^2 - 2k_i k_f \cos\theta$ z poenostavitvijo $k_i^2 = k_f^2 = \frac{p^2}{\hbar^2}$, pridemo do formule, ki po strukturi spominja na Rutherfordovo sipanje:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left[\frac{me}{8\pi\epsilon_0 p^2} \right]^2 \frac{1}{(\sin^4(\frac{\theta}{2}))} |F(q)|^2 \quad (11)$$

Ta se v limiti točkastega jedra, ko izvednostimo strukturni faktor z porazdelitvijo naboja $\rho(r) = Ze\delta(r - r')$ poenostavi v le to. Sklep: Različni strukturni faktorji določajo različno porazdelitev gostote naboja jedru.

1.3. Dipolni magnetni momenti jeder, efektivno spinsko giro-magnetno razmerje

Za jedro lahko zapišemo SE, ob upoštevanju, da so nukleoni v jedru tesno vezani in je privlak med najbližjimi sosedi ter da se v povprečju le ti gibljejo v povprečnem potencialu (v jedru). Iz predpostavk zapisemo SE za posamezen nukleon, ob upoštevanju, da je lahko potencial skatlast, harmonski ali Sawxon-Woods. Nato resimo SE in izračunamo energijske nivoje in preverimo, ali se magična stevila ujemajo z eksperimentom. Če se ne, zamenjamo potencial. Spin jedra je posebej enostavno določiti za jedra z nesparjenim nukleonom v najvišji lupini.



Slika 1: Potencial v odvisnosti od razdalje.

Kvantno mehanski opis magnetnega momenta jedra, ob upoštevanju Bohrovega magnetona $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$:

$$\hat{\mu} = \frac{e}{2m} \hat{l} \quad (12)$$

$$\hat{\mu}^2 \Psi = \left(\frac{e\hbar}{2m}\right)^2 l(l+1) \Psi \quad (13)$$

1.4. Razpad α , tuneliranje skozi potencialno barijero

Razpad:

$$X_Z^A \Rightarrow Y_{Z-2}^{A-4} + He_2^4 \quad (14)$$

Razpolovni čas:

$$\log T_{1/2} \propto \frac{1}{T_\alpha} \quad (15)$$

Lastnosti:

- Večino T odnese delec α , $T_\alpha + T_y = (m_x - m_y - m_\alpha)c^2$
- Kinematično možni od $A = 155$, verjetnost postane znatna pri $A = 207+$
- Geiger-Nuttalovo pravilo $\omega_\alpha \propto e^{-g}$

Tuneliranje (izpeljava faktorja g) upoštevajoč $k = \sqrt{\frac{2mT_\alpha}{\hbar^2}}$ in $\kappa = \sqrt{\frac{2m(V'-T_\alpha)}{\hbar^2}}$:

$$\left[\frac{4kre}{k^2 + \kappa^2}\right]^2 e^{-2sR\kappa} \quad (16)$$

$$\Pi_i e^{-2\kappa\Delta R} = e^{-2 \int_R^{\kappa(r)} \kappa(r) dr} \quad (17)$$

$$g \approx \sqrt{\frac{2m}{\hbar}} \sqrt{V(R)} R \left[\pi \sqrt{\frac{V(R)}{T_\alpha}} - 2y \right] \quad (18)$$

$$\omega_\alpha \propto e^{-g} \quad (19)$$

$$\ln \omega_\alpha \propto -k_1 \frac{RV(R)}{\sqrt{T_\alpha}} + k_2 R \sqrt{V(R)} \quad (20)$$

1.5. Razpad β , Fermijev opis, porazdelitev po energ. elektrona, izbirna pravila

Razpad β^+ :

$$X_Z^A \Rightarrow Y_{Z+1}^A + e^- + \bar{\nu}_e \quad (21)$$

Razpad β^- :

$$X_Z^A \Rightarrow Y_{Z-1}^A + e^+ + \nu_e \quad (22)$$

V prvem razpadu nevtron razpade na proton, elektron in elektronski antinevtrino, v drugem pa proton na nevtron, pozitron in

elektronski nevtrino. Energije razpada so reda $0.5 - 1 \text{ MeV}$, kjer elektrone obravnavamo relativistično.

Opomba: Prost nevtron ima razpadni čas $\tau = 880 \text{ s}$.

Pogoj za β^- :

$$m_x c^2 - m_y c^2 - m_e c^2 \Rightarrow 0 \quad (23)$$

$$Zm_p c^2 + (A-Z)m_n c^2 + W_x - (Z+1)m_p c^2 - (A-Z-1)m_n c^2 - W_y - m_e^2 c^2 = \quad (24)$$

$$= W_x - W_y \Rightarrow -0.78 \text{ MeV} \quad (25)$$

Pogoj za β^+ :

$$|W_y| - |W_x| \geq 1.80 \text{ MeV} \quad (26)$$

Verjetnost za β razpad izračunamo prek Fermijeve izpeljave, kjer upoštevamo, da sta $\varphi_e, \varphi_\nu = \frac{1}{\sqrt{V} e^{i\mathbf{k}_e, \mathbf{r}}}$ ravna vala:

$$W_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho_g(E_i) \quad (27)$$

$$V_{fi} = G_F \int \Psi_f^* \Psi_e \varphi_\nu \Psi_i d^3 r = \frac{G_F}{V} \int \Psi_f^* \Psi_i e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d^3 r \quad (28)$$

$$V_{fi} = \frac{G_F}{V} \int \Psi_f^* \Psi_i [1 - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})^2}{2!} + \dots] d^3 r = \quad (29)$$

$$= \frac{G_F}{V} \left[\int \Psi_f^* \Psi_i d^3 r - i \int \Psi_f^* \Psi_i (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d^3 r + \dots \right] \quad (30)$$

Upoštevamo, da je prvi člen različen od 0 in s tem dovoljen razpad, vendar v primeru, ko je prvi ničeln in drugi neničeln je le razpad enkrat prepovedan. Velja tudi, da ima $\frac{1}{l!} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})^l$ kotno odvisnost $Y_{lm}(\theta, \varphi)$.

Spekter (porazdelitev e^- po energiji) za e^-, e^+ :

$$d^6 N_f = V^2 \frac{d^3 p_e d^3 p_\nu}{(2\pi\hbar)^6} = d^6 \rho_f dE_f \quad (31)$$

$$d^2 N_f = 16\pi^2 V^2 p_e^2 dp_e p_\nu^2 dp_\nu \frac{1}{(2\pi\hbar)^6} \propto p_e^2 dp_e (E - E_e)^2 dE \quad (32)$$

$$\frac{d\rho_f}{dp_e} = \frac{d^2 N_f}{dE_f dp_e} \propto p_e^2 (E - E_e)^2 \quad (33)$$

$$\frac{dW_{fi}}{dp_e} \propto p_e^2 (E - E_e)^2 \quad (34)$$

$$\frac{dW_{fi}}{dE_e} = \frac{dW_{fi}}{dp_e} \frac{dp_e}{dW_{fi} E_e} \propto p_e E_e (E - E_e)^2 = \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4} E_e (E - E_e)^2 \quad (35)$$

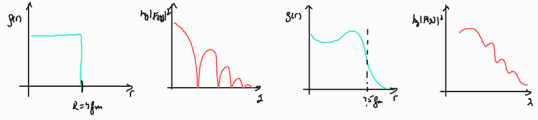
Kot vedno bomo tudi tokrat upoštevali mnoge diferencialne in bom postopke, kako smo do teh prišli izpustila, povezave za energijo pa ne $E_i = m_x c^2 = m_y c^2 + E_e + E_\nu, E = E_e + E_\nu$ in $dE_f = dE$.

Izbirna pravila:

- Ohranitev vrtilne količine $\mathcal{J}_i = \mathcal{J}_f + \mathcal{J}_{ev}$

Velja, da je \mathcal{J}_{ev} celotna vrtilna količina para iz tirnega in spinskega prispevka, ki opredeli ali je razpad Fermijev $s_{ev} = 0 \rightarrow \mathcal{J}_{ev} = l$ ali Gamov-Tellerjev $s_{ev} = 1 \rightarrow \mathcal{J}_{ev} = l, l+1$.

- Ohranitev parnosti $\hat{P}\Psi(\mathbf{r}) = \Psi(-\mathbf{r}), \hat{P}\hat{P}\Psi(\mathbf{r}) = \Psi(\mathbf{r}) \rightarrow P = \pm 1$ torej je pogoj $P_i = P_f P_{ev}$ in $P_i = P_f (-1)^l$.



Slika 2: Prikaz porazdelitve z razliko med elektronom in pozitronom zaradi privlaka oziroma odboja od jedra.

1.6. Razpad γ , magn. in elek. prehodi, izbirna pravila

Elektromagnetna interakcija, ki smo jo klasično opisali kot oscilacije električnega dipola pri katerih je verjetnost za izsevanje fotona γ : $\omega_e = \frac{\bar{p}}{\hbar\omega} = \frac{k^3 p_{e0}^2}{3\pi\epsilon_0\hbar}$.

Weigner-Eouartov teorem: Pričakovana vrednost komponent nerazcepnega tenzorja ranga k T_q^k med stanji $|f', m'\rangle$ in $|j, m\rangle$ poda matrični element različen od 0, če je zadoščeno pravilo $m = m' + q$ in $|j' - k| < j < j' + k$:

$$\langle j, m | T_q^k | j', m' \rangle = C_{kq, j' m'}^{j m} \langle j || T^k || j' \rangle \quad (36)$$

Matrični element za električni dipolni prehod:

$$\mathbf{p}_e = \int \Psi_f^* \mathbf{e} \mathbf{r} \Psi_i d^3 \mathbf{r} \quad (37)$$

Matrični element za magnetno dipolno sevanje:

$$\mathbf{p}_m = \mu_N \int \Psi_f^* (g_l \mathbf{l} + g_s \mathbf{s}) \Psi_i d^3 r \quad (38)$$

Za multipolna sevanja velja kotna odvisnost (razvoj po sferičnih harmonikih) in $\mathbf{l} \nabla Y_{lm}(\theta, \varphi)$.

Splošen prehod γ (upoštevajoč $\hat{O}_l^{(l)}(l=1) = \mathbf{e} \mathbf{r}$):

$$V_{fi} = \int \Psi_f^* [\sum_l \hat{O}_l^{(m)} + \hat{O}_l^{(l)}] \Psi_i d^3 r \quad (39)$$

Velja, da je $\mathcal{J}_i = \mathbf{l} + \mathcal{J}_f$. Električne prehode za $l=1$ označimo z E1, magnetne z M1 in za dan l je verjetnost za $E_l \gg M_l$ oziroma zmaga električni, ko sta oba možna.

Dipolna prehoda:

$$\frac{\omega_m}{\omega_e} = \frac{p_{m0}^2}{c^2 p_{e0}^2} = \frac{\mu_N^2}{c^2 e^2 R^2} \frac{(\hbar c)^2}{(2m_N c^2 R)^2} \approx 4 \cdot 10^{-4} \quad (40)$$

Operator parnosti (el. prehod):

$$P_i = P_f P_{Y_{lm}} = P_f (-1)^l \quad (41)$$

Operator parnosti (mag. prehod):

$$P_i = P_f = P_f (-1)^{l+1} \quad (42)$$

2. Fizika osnovnih delcev

Osnovni delci je poglavje, ki zajema osnovne gradnike narave (leptoni in kvarki) in interakcije med njimi ter delce (bosone), ki so nosilci teh interakcij.

Leptoni: $e^\pm, \mu^\pm, \tau^\pm, \nu_e, \bar{\nu}_e, \dots$

Kvarki: u, s, t, d, s, b (in antidelci)

Interakcije:

- elektromagnetna (nosilec je foton), ki deluje med nabitimi delci
- šibka (gluon), odgovorna za razpad β
- močna (šibki bozon W^+, W^-, Z^0), ta veže kvarke v hadrone

Osnovne gradnike in interakcije med njimi opišemo s standardnim modelom.

2.1. Klein-Gordonova enačba, Yukawin potencial, doseg interakcije

Valovno enačbo za relativistične delce lahko obravnavamo relativistično (klasično: $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$ ali kvantno: $\hat{E}^2 \Psi = (\hat{p}^2 c^2 + m^2 c^4) \Psi$), upoštevajoč operatorje $\hat{p} = -i\hbar \nabla$ in $E = -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} = -\hbar^2 \nabla^2 c^2 \Psi + m^2 c^4 \Psi$ zapišemo Klein-Gordonovo enačbo:

$$\nabla^2 \Psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Psi - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \Psi = 0 \quad (43)$$

Variacije:

- $m = 0$

$$\nabla^2 \Psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Psi = 0 \quad (44)$$

- Stacionarna rešitev $\frac{du}{dt} = 0$

$$\nabla^2 u = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \frac{du}{dr}) = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} u \quad (45)$$

$$u = \frac{g}{r} e^{-\frac{r}{R}} \quad (46)$$

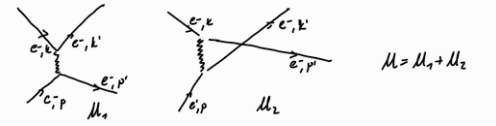
Potencial v polju, ki ga prenaša delec z maso m in doseg je sorazmeren $e^{-\frac{r}{R}}$.

Yukawin potencial:

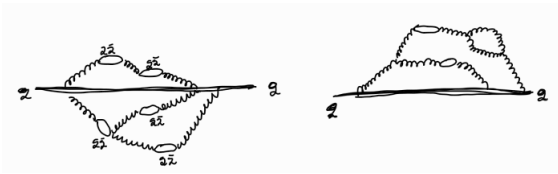
- Potencial med nukleoni ima končen doseg, $m \approx 100 \text{ MeV}/c^2$
- $R \approx \text{nekaj fm}$
- Najprej odkrili mion; $m_\mu c^2 = 104 \text{ MeV}$ (ne interagira dovolj)
- Nato odkrili pion; $\pi^- \rightarrow \mu^- X$

Doseg interakcije (podobno izpeljava sipanju na jedru):

$$f = \int u(r) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} d^3 r = g 4\pi \int d^3 r e^{-\frac{r}{R}} e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} \frac{1}{r} = g 4\pi \int e^{-\omega} \frac{\omega}{(\frac{1}{R} - i\mathbf{q})^2} d\omega = \quad (47)$$



Slika 3: Eksperimentalna potrditev razpada $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$



Slika 4: Primer, ko EM interakcija ni možna in primer, ko je

$$= \frac{q^4 \pi}{(\frac{1}{R} - iq)^2} \int_0^\infty e^{-\omega} \omega d\omega \quad (48)$$

Doseg:

$$\sigma \propto |f|^2 \propto \frac{q^2}{(m^2 c^4 + \hbar^2 q^2 c^2)^2}; m = 0 \quad (49)$$

$$\sigma \propto \left[\frac{m_e}{8\pi\epsilon_0 p^2} \right] \frac{1}{\sin^4(\frac{\theta}{2})} |F(q)|^2 \quad (50)$$

Doseg šibke interakcije:

$$\sigma_W \propto \frac{q^2}{(m_e^2 c^4 + \hbar^2 q^2 c^2)^2} \xrightarrow{m_e c^2 \gg \hbar q c} \frac{q^2}{(m_e^2 c^4)^2} \quad (51)$$

2.2. Osnovne interakcije med delci, sklopitvene konstante, senčenje naboja in polarizacija vakuumu

Ponovno, poznamo elektromagnetno, šibko in močno interakcijo (v naravi obstaja tudi gravitacija, vendar je za izjemno majhne mase irelevantna).

Postavimo se v dielektrik. Ko se naboju približamo do neke razdalje, vidimo goli naboj, katerega privlak je večji, ko kadar smo dlje (pojavo pravimo senčenje). V vakuumu do pojava ne pride, saj ni snovi, ki bi vplivala na naboj. Velja, da okrog e^- sega oblak fotonov in parov e^-e^+ do razdalje $R \approx \frac{c\hbar}{2\Delta E} \approx \frac{c\hbar}{2m_e c^2} \approx 200 fm$. Doseg oblaka pa je reda $10^3 fm$.

Opomba: Senčenje pomeni, da bližje kot gremo tem manjša bo sklopitvena konstanta in s tem šibkejša sklopitev.

Sklopitvene konstante:

- EM interakcija $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c}$
- Šibka interakcija

Diagrami:

Polarizacija vakuumu:

Slika 5: Odvisnost sklopitvenih konstant od energije. V inverzni sliki je prelom v strmini posledica dodatnih masivnih delcev. Supersimetrični partnerji delcev (spin $1/2 \rightarrow$ spin 0) in $e^- \rightarrow e^-$. Iz tega grafa je očitno tudi, da pride v neki točki do poenotenja, kar porodi vprašanje ali je morda pri visoki energiji ena interakcija, ki se v nižjih skalah razcepi v več.

2.3. Kvarkovski model hadronov, izospin, konstrukcija valovnih funkcij barionov, deкупlet in oktet barionov iz kvarkov u, d in s

V kvarkovskem modelu hadronov predpostavimo, da so delci, ki jih srečamo v naravi, zgrajeni iz kvarkov in antikvarkov. Barioni (fermioni s spinom mnogokratnikom $1/2$), so zgrajeni iz treh kvarkov, mezoni (bozoni s celoštevilskim spinom) pa iz kvarka in antikvarka. Interakcijo med kvarki posredujejo gluoni z barvnim nabojem, zato je interakcija odvisna od barvnih stanj kvarkov. Osnovne gruče s po tremi kvarki ustrezajo barionom, gruče s šestimi, devetimi,... kvarki pa atomskim jedrom. Po tri kvarkarke sklopimo v izospinske multiplete z izospinom $1/2$ ali $3/2$, katere elementi (člani) se ločijo po tretji komponenti izospina; multiplet z izospinom $3/2$ ima tako lahko 4 komponente, multiplet z izospinom $1/2$ 2. Za sklapljanje delcev v multiplete so pravila, ki morajo zadoščati tudi predpostavkam oblike valovne funkcije (npr. naj bo ta antisimetrična).

Izospin je kvantno število (močna interakcija) s katerim razlikujemo med nukleonoma (protonom in nevtronom) - obravnavamo ju kot dve stanji istega delca. Poznamo še 3.komponento izospina I_3 na protonih in nevtronih (ti enako interagirajo, zato lahko predpostavimo, da imajo enake mase).

- $I_3(p) = 1/2$
- $I_3(n) = -1/2$
- $I_+|p\rangle = 0$
- $I_+|n\rangle = |p\rangle$
- $I_-|p\rangle = |n\rangle$
- $I_-|n\rangle = 0$

Poleg stanj in posameznih kvarkov, lahko delujemo tudi na valovne funkcije npr.: $\Psi_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}[|duu\rangle + |udu\rangle + |uud\rangle]$:

- $\hat{I}_-|uuu\rangle = \sum_{i=0}^3 I_{i-}|uuu\rangle = |duu\rangle + |udu\rangle + |uud\rangle$
- $\hat{I}_+|ddd\rangle = \sum_{i=0}^3 I_{i+}|ddd\rangle = |udd\rangle + |dud\rangle + |ddu\rangle$

Konstrukcija valovnih funkcij barionov:

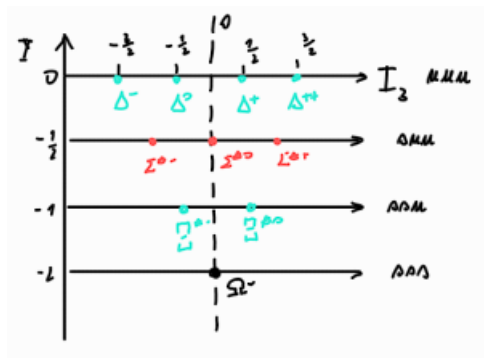
Ločimo simetrične, antisimetrične in valovne funkcije z mešano simetrijo in za opis le teh uvedemo lastnost čudnost ($s=-1,0,1$), ki se ohranja pri močni in EM interakciji, ne pa pri šibki. Za nadaljen opis potrebujemo dodatno prostorsko stopnjo (barvo), kjer velja da imajo lahko kvarki rdečo (R), modro (B) ali zeleno (G) in valovna funkcija vseh barionov mora zadoščati pogojem:

$$\Psi_\Delta(\text{barva}) = \frac{1}{\sqrt{r_0}}[|RGB\rangle + |GBR\rangle + |BRG\rangle - |GRB\rangle - |RBG\rangle - |BGR\rangle] \quad (52)$$

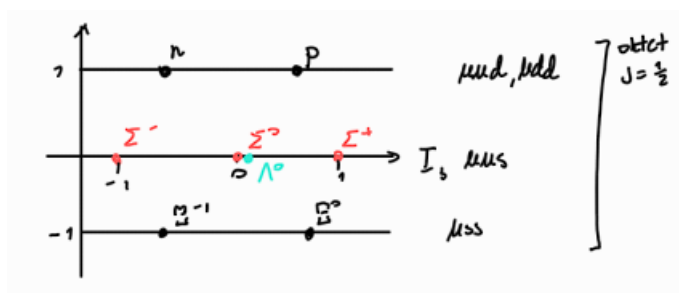
Oblika mešane antisimetrične valovne funkcije:

Klasifikacija barionov:

- Dekuplet ($I_3, Y = B + S$, simetrične valovne funkcije, spin $s = 3/2$)
- Oktet ($J = 1/2$)



Slika 6: x-os ima 3.komponento izospina, y-os ima hipernaboj.



Slika 7: Nivo pri vrednosti 1 ima energijo 0,94GeV, nivo pri vrednosti 0 1,19GeV in pri -1 1,315GeV.

2.4. Dipolni magnetni momenti barijonov

Upoštevamo, da je $J = 1/2$.

$$\Psi = [\Psi_{ms1}(okus) + \Psi_{ms1}(spin) + \Psi_{ma1}(okus) + \Psi_{ma1}(spin)] \quad (53)$$

Operator magnetnega momenta:

$$\hat{\mu} = g_s \frac{e_0 Q_i s_i}{2m_i} \quad (54)$$

Ločeno iščemo vrednosti za proton in nevtron ter njuno razmerje, ob upoštevanju (naboja) $Q_u = +2/3, Q_d = -1/3$ dobimo: $\mu_p = \frac{e_0}{2mq}$ in $\mu_n = \frac{-2e_0}{6mq}$ ter razmerje $\frac{\mu_n}{\mu_p} = -\frac{2}{3}$, kar se skoraj povsem ujema z eksperimentalno vrednostjo, ki je -0,685.

$$\mu_p = \langle p | \sum_i \hat{\mu}_{si} | p \rangle \quad (55)$$

$$|p^\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} [2|u \uparrow u \uparrow d \downarrow\rangle - |u \uparrow u \downarrow d \uparrow\rangle - |u \downarrow u \uparrow d \downarrow\rangle + \quad (56)$$

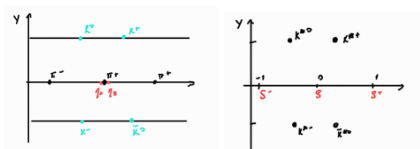
$$2|d \downarrow u \uparrow u \uparrow\rangle - |d \uparrow u \downarrow u \uparrow\rangle - \quad (57)$$

$$|d \downarrow u \uparrow u \uparrow\rangle + 2|u \uparrow d \downarrow u \uparrow\rangle - |u \downarrow d \uparrow u \uparrow\rangle - |u \uparrow d \uparrow u \downarrow\rangle] \quad (58)$$

2.5. Kvarkovski model hadronov, konstrukcija valovnih funkcij mezonov, oktet in singlet mezonov iz kvarkov u, d in s

Mezoni so vezana stanja kvarka in antikvarka $\bar{q}_i \bar{q}_j$. Med kvarkom in antikvarkom prehajamo z operatorjem konjugacije naboja \hat{C} : $\hat{C}|q\rangle = |\bar{q}\rangle e^{i\varphi}$.

Izospin:



Slika 8: Spin za vse je 0, velja da je ν_0 singlet in $\nu_8(3\pi, 4K)$ oktet.

- $I_-|u\rangle = I_-|I = 1/2, I_3 = -1/2\rangle = |I = 1/2, I_3 = -1/2\rangle = |d\rangle$
- $I_+|d\rangle = |u\rangle$
- $I_3(u) = 1/2, I_3(d) = -1/2, I_3(\bar{u}) = -1/2, I_3(\bar{d}) = 1/2$
- $I_-(d) = -|\bar{u}\rangle, I_+|\bar{u}\rangle = -|\bar{d}\rangle$
- Kaoni: $K^+ : I_3 = 1/2, K^- : I_3 = -1/2, \bar{K}^0 : I_3 = 1/2, K^0 : I_3 = -1/2$.

$$\text{Primer: } I_- (|d\bar{d}\rangle - |u\bar{u}\rangle) = -|d\bar{u}\rangle - |d\bar{u}\rangle = -2|d\bar{u}\rangle$$

- $|\pi^+\rangle = |d\bar{d}\rangle; I_3 = 1$
- $|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|d\bar{d}\rangle - |u\bar{u}\rangle); I_3 = 0$
- $|\pi^-\rangle = |d\bar{u}\rangle; I_3 = -1$

Ob zamenjavi kvarkov, dobimo nove delce (stanja):

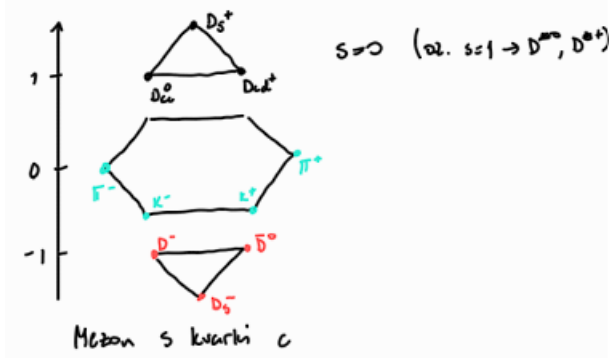
- $d \rightarrow s : |\pi^+\rangle \rightarrow |u\bar{s}\rangle = |K^+\rangle$ in $|\pi^-\rangle \rightarrow |s\bar{u}\rangle = |K^-\rangle$
- $u \rightarrow s : |\pi^+\rangle \rightarrow |s\bar{d}\rangle = |\bar{K}^0\rangle$ in $|\pi^-\rangle \rightarrow |d\bar{s}\rangle = |K^0\rangle$

Izpeljava...

- $|\nu_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|d\bar{d}\rangle + |u\bar{u}\rangle + |s\bar{s}\rangle)$
- $|\nu_8\rangle = a|u\bar{u}\rangle + b|d\bar{d}\rangle + c|s\bar{s}\rangle$

Velja torej $\langle \nu_0 | \nu_8 \rangle = b + a + c = 0$ in $\langle \pi^0 | \nu_8 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(b - a) = 0$, kar pomeni, da je $b = a$ in $2b = c$. Prepišemo še enkrat: $|\nu_8\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}(|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle - 2|s\bar{s}\rangle)$.

- spin = 0
 $|\nu\rangle = \sin\theta|\nu_0\rangle + \cos\theta|\nu_8\rangle$
 $|\nu'\rangle = \cos\theta|\nu_0\rangle + \sin\theta|\nu_8\rangle$
- spin = 1
 $|\Phi\rangle = \sin\theta'|\Phi_0\rangle + \cos\theta'|\Phi_8\rangle$
 $|\omega\rangle = \cos\theta'|\Phi_0\rangle - \sin\theta'|\Phi_8\rangle$



Slika 9: Mezoni s kvarki C ($D^{*0}, D^{*+}, ?$ in podobno za mezone s kvarki b ($b\bar{b} = B^0, b\bar{u} = B^-, \bar{b}d = B^0, \bar{b}u = B^+$)

2.6. Verjetnostna gostota, tok delcev, normalizacija in antidelci pri Klein-Gordonovi enačbi

Iz kvantne mehanike vemo, da je verjetnostna gostota $|\Psi|^2 = \Psi^* \Psi$ in tok delcev \vec{j} , kar zapisano v kontinuitetni enačbi zglada takole: $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0$.

Tok (prek kontinuitetne enačbe):

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi = 0 \quad (59)$$

$$-i\hbar \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi^* = 0 \quad (60)$$

Enačbi križno pomnožimo z $i\Psi^*$ in $i\Psi$ in seštejemo:

$$\Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} + \frac{i\hbar}{2m} [\Psi \nabla^2 \Psi^* - \Psi^* \nabla^2 \Psi] = 0 \quad (61)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Psi \Psi^*) + \frac{i\hbar}{2m} \nabla [\Psi \nabla \Psi^* - \Psi^* \nabla \Psi] = 0 \quad (62)$$

Verjetnostna gostota:

$$\vec{j} = \frac{i\hbar}{2m} [\Psi \nabla \Psi^* - \Psi^* \nabla \Psi] \quad (63)$$

Klein-Gordonova enačba:

Z upoštevanjem naravnih enot in funkcije za ravni val prepisemo tok delcev v $\vec{j} = \frac{i\hbar}{2m} [\Psi \nabla \Psi^* - \Psi^* \nabla \Psi] = \frac{i\hbar}{2m} [i\vec{p} \frac{1}{V} - i\vec{p} \frac{1}{V}] = \frac{\vec{p}}{V}$. Upoštevamo operator $\hat{E}\phi = (\hat{p} + m)\phi$ in ponovno pomnožimo obe enačbi za valovno funkcijo in njeno konjugirko z $-i\phi$ oz. $-i\phi^*$ ter pridemo do:

$$i(\phi \frac{\partial \phi}{\partial t} - \phi^* \frac{\partial \phi^*}{\partial t}) - i[\phi \nabla \phi - \phi^* \nabla \phi] = 0 \quad (64)$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} (\phi \frac{\partial \phi}{\partial t} - \phi^* \frac{\partial \phi^*}{\partial t}) - i \nabla [\phi \nabla \phi - \phi^* \nabla \phi] = \frac{\partial}{\partial t} \rho + \nabla \cdot \vec{j} = 0 \quad (65)$$

In z enačenjem ustreznih členov, verjetnostne gostote in toka delcev. Za ravni val se enačbi poenostavita v $\rho = \frac{2E}{V}$ in $\vec{j} = \frac{1}{V} 2\vec{p}$.

Normalizacija: Pri SE imamo en delec na volumen, pri KG 2E delcev; s pomočjo Lorentzove transformacije lahko

predvidimo verjetnost, da bo v danem volumenskem elementu delec.

$$d^3x \xrightarrow{LT} d^3x \sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2} \quad (66)$$

$$\rho \xrightarrow{LT} \frac{\rho}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \quad (67)$$

Verjetnost se po LT ohranja.

Antidelec je delec z negativno energijo in $-\vec{p}$ po Feynman-Stuckelbergovi interpretaciji antidelca. Upoštevamo $\Phi = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}_\mu}$, kjer je $x_\mu = (t, -\vec{R})$ in $p_\mu = (E, -\vec{p})$. Po definiciji imamo $E = \pm \sqrt{p^2 + m^2}$. Podobno kot za definicijo antidelca velja za tok elektronom in protonov enačba $j^\mu = \pm e_0 \frac{2}{V} (E, \vec{p})$.

2.7. Lorentzovo inv. zapis dif. sipalnega preseka

2.8. Diracova enačba

$$\hat{H}\Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = [\vec{\alpha} \vec{p} + \beta m] \Psi \quad (68)$$

$$[\vec{\alpha} \vec{p} + \beta m]^2 = (\vec{\alpha} \vec{p})^2 + \vec{\alpha} \vec{p} \beta m + \beta m \vec{\alpha} \vec{p} + \beta^2 m^2 = \quad (69)$$

$$= (\alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3)(\alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \quad (70)$$

$$\alpha_3 p_3) + (\alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3) \beta m + \beta m (\alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3) + \beta^2 m^2 = \quad (71)$$

$$\alpha_1^2 p_1^2 + \alpha_2^2 p_2^2 + \alpha_3^2 p_3^2 + (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_2 \alpha_1) p_1 p_2 + (\alpha_1 \alpha_3 + \alpha_3 \alpha_1) p_1 p_3 + \quad (72)$$

$$(\alpha_2 \alpha_3 + \alpha_3 \alpha_2) p_2 p_3 + (\alpha_1 \beta + \beta \alpha_1 + \alpha_2 \beta + \beta \alpha_2 + \alpha_3 \beta + \beta \alpha_3) m + \beta^2 m^2 = \hat{p}^2 + m^2 \quad (73)$$

Z upoštevanjem, da $\alpha - e$ ne komutirajo in kopice enakosti pridemo do 4x4 matrik $\hat{\alpha}$ (komponente le te so matrike σ in matriko β).

$$\vec{\alpha} = \begin{bmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{bmatrix} \quad (74)$$

$$\beta = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} \quad (75)$$

$$\sigma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (76)$$

$$\sigma_2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \quad (77)$$

$$\sigma_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (78)$$

Diracova enačba:

$$\hat{H}\Psi = [\vec{\alpha} \vec{p} + \beta m] \Psi = i \frac{\partial}{\partial t} \Psi \quad (79)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = [-i \vec{\alpha} \vec{p} + \beta m] \Psi \quad (80)$$

Preoblikujemo jo lahko še v matrično obliko, upoštevajoč $i\beta\frac{\partial\Psi}{\partial t} = [-i\beta\vec{\alpha}\vec{\nabla} + \beta m]\Psi$ oz. $i(\beta\frac{\partial}{\partial t} + \beta\vec{\alpha}\vec{\nabla} - m)\Psi = 0$. Tu uvedemo $\gamma^\mu = (\beta, \beta\vec{\alpha})$ in $\gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}$, kjer uvedemo matrični tenzor:

$$g^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (81)$$

Diracova enačba v drugem zapisu:

$$[i\gamma^\mu\partial_\mu - m]\Psi = [i\gamma^\mu\partial_\mu - m]u(\vec{p})e^{-ip^\mu x_\mu} = 0 \quad (82)$$

2.9. Rešitve Diracove en., spinorji

Rešitve za prost delec iščemo v obliki $\Psi = u(\vec{p})e^{-ip^\mu x_\mu}$, kjer je $u(\vec{p})$ bispinor. Za poljuben četverec velja $a_\mu \rightarrow \gamma^\mu a_\mu = \mathcal{A}$. Rešujemo enačbo za $u(\mathbf{p})$:

$$[\vec{\alpha}\mathbf{p} + \beta m]u(\mathbf{p}) = Eu(\mathbf{p}) \quad (83)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \vec{\sigma}\mathbf{p} \\ \vec{\sigma}\mathbf{p} & 0 \end{bmatrix}u(\mathbf{p}) + \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}u(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}u(\mathbf{p}) \quad (84)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \vec{\sigma}\mathbf{p} \\ \vec{\sigma}\mathbf{p} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \end{bmatrix} \quad (85)$$

$$\begin{bmatrix} \vec{\sigma}\mathbf{p}u_B \\ \vec{\sigma}\mathbf{p}u_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} mu_A \\ -mu_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Eu_A \\ Eu_B \end{bmatrix} \quad (86)$$

Kar privede do dveh enačb... Rešitvi sta dve (spinorja): $u_A^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \chi^1$ ali $u_A^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \chi^2$. Obravnavamo primera za energiji (ter spinorja (s) = 1,2):

- $E \geq 0$:

$$u_B^{(s)} = \frac{\vec{\sigma}\mathbf{p}u_A^{(s)}}{E+m}; u^s = N\left(\frac{\chi^s}{\frac{\vec{\sigma}\mathbf{p}}{E+m}\chi^s}\right)$$

- $E \leq 0$:

$$u_A^{(s)} = \frac{\vec{\sigma}\mathbf{p}}{E-m}u_B^s = -\frac{\vec{\sigma}\mathbf{p}}{|E|-m}u_B^s; u^s = N\left(-\frac{\vec{\sigma}\mathbf{p}}{|E|-m}u_B^s\right)$$

Razlog za degeneracijo se skriva v naslednjem vprašanju.

2.10. Komutator vrtilne količine in Hamiltoniana v Diracovi enačbi, sučnost

$$\hat{H} = [\vec{\alpha}\mathbf{p} + \beta m]; \mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}; \mathbf{p} = -i\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_i} \quad (87)$$

Upoštevajoč $[x_i, p_j] = \delta_{ij}$

$$[\hat{H}, L_1] = [\vec{\alpha}\mathbf{p} + \beta m^*, x_2p_3 - x_3p_2] = [\vec{\alpha}\mathbf{p}, x_2p_3 - x_3p_2] + [\beta m, x_2p_3 - x_3p_2] =$$

$$[\alpha_1p_1 + \alpha_2p_2 + \alpha_3p_3, x_2p_3 - x_3p_2] = [\alpha_2p_2, x_2p_3] - [\alpha_3p_3, x_3p_2] = \quad (88)$$

$$-i\alpha_2p_3 + i\alpha_3p_2 = -i[\alpha_2p_3 - \alpha_3p_2] = -i[\vec{\alpha} \times \vec{p}]_1 \quad (89)$$

\mathbf{L} ni več dobro kvantno število zato uvedemo in Paulijeve matrike, redefiniramo σ .

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{bmatrix} \quad (90)$$

$$\sigma_i^2 = I \quad (91)$$

$$[\sigma_1, \sigma_2] = 2i\sigma_3; [\sigma_2, \sigma_3] = 2i\sigma_1; [\sigma_3, \sigma_1] = 2i\sigma_2 \quad (92)$$

$$[\vec{\alpha}\mathbf{p}, \Sigma_1] = \left[\begin{bmatrix} 0 & \vec{\sigma}\mathbf{p} \\ \vec{\sigma}\mathbf{p} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{bmatrix} \right] = \cdot = \begin{bmatrix} 0 & [\vec{\sigma}\mathbf{p}_1] \\ [\sigma_1, \sigma_2] & 0 \end{bmatrix} \vec{p} = \quad (93)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -2i\sigma_3 \\ -2i\sigma_3 & 0 \end{bmatrix} \vec{p}_2 + \begin{bmatrix} 0 & 2i\sigma_2 \\ 2i\sigma_2 & 0 \end{bmatrix} \vec{p}_3 = 2i[-\alpha_3\vec{p}_2 - \alpha_2\vec{p}_3] = 2i(\vec{\alpha} \times \vec{p})_1 \quad (94)$$

Skupno:

$$[\hat{H}, \hat{\Sigma}] = 2i(\vec{\alpha} \times \vec{p}) \quad (95)$$

Sestavimo količino (vijačnost), ki z hamiltonianom komutira $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \frac{1}{2}\vec{\Sigma}$.

2.11. Gostota in tok delcev v Diracovi enačbi

Začnemo z Diracovo enačbo:

$$[i\gamma^\mu\partial_\mu - m]\Psi = 0 \quad (96)$$

$$i\gamma^\mu\frac{\partial\Psi}{\partial t} + i\gamma^k\frac{\partial\Psi}{\partial x^k} - m\Psi = 0 \quad (97)$$

$$-i\frac{\partial\Psi^+}{\partial t}\gamma^{v+} + \frac{\partial\Psi^+}{\partial x^k}(-i)\gamma^{k+} - m\Psi^+ = 0 \quad (98)$$

Pomnožimo z matriko $\gamma^{0+} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} = \gamma^0$ in upoštevamo enakost $\gamma^{k+} = -\gamma^k$ in $\gamma^0\gamma^k = -\gamma^k\gamma^0$:

$$-i\frac{\partial\Psi^+}{\partial t}\gamma^0 + \frac{\partial\Psi^+}{\partial x^k}\gamma^k - m\Psi^+ = 0 \quad (99)$$

$$-i\frac{\partial\Psi^+}{\partial t}\gamma^0\gamma^0 + i\frac{\partial\Psi^+}{\partial x^k}\gamma^k\gamma^0 - m\Psi^+\gamma^0 = 0 \quad (100)$$

$$i\frac{\partial\Psi^+}{\partial t}\gamma^0\gamma^0 + i\frac{\partial\Psi^+}{\partial x^k}\gamma^0\gamma^k - m\Psi^*\gamma^0 = 0 \quad (101)$$

2.12. Interakcija z EM poljem v Diracovi enačbi, spinsko giro-magnetno razmerje fermijonov

Interakcija z magnetnim poljem prek: $\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ieA_\mu$; $A_\mu = (A_0, \vec{A})$; $\vec{E} = -\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} - \nabla A_0$; $p_\mu \rightarrow p_\mu - eA_\mu$; $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$.

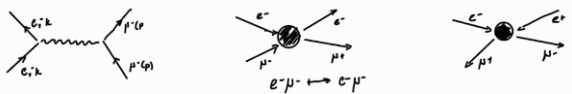
$$[i\gamma^\mu(\partial_\mu - ieA_\mu) - m]\Psi = 0 \quad (102)$$

$$[\beta E - \beta\vec{\alpha}\mathbf{p} + e\beta A_0 - e\beta\vec{\alpha}\mathbf{A} - m]u = 0 \quad (103)$$

$$[E - \vec{\alpha}\mathbf{p} + eA_0 - e\vec{\alpha}\mathbf{A} - \beta m]u = 0 \quad (104)$$

$$[\vec{\alpha}(\mathbf{p} + e\mathbf{A}) - eA_0 + \beta m]u = Eu \rightarrow \begin{bmatrix} m - eA_0 & \vec{\sigma}(\mathbf{p} + e\mathbf{A}) \\ \vec{\sigma}(\mathbf{p} + e\mathbf{A}) & -m - eA_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \end{bmatrix} \quad (105)$$

Slika 11: $p_a = -p_b = \vec{p}_i$ in $p_c = -p_d = \vec{p}_f$



Slika 12: Shema procesa, kjer so vpadni delci p_a, p_b z $k, p, k, -k$. Opomba: Znotraj trka/interakcije se lahko dogaja karkoli.

Energija sistema, upoštevajoč $E(\text{težiščni sistem}) = E_a + E_b$, zapišemo $dQ = \frac{1}{4\pi^2} \frac{p_f^2 dp_f d\Omega}{2E_c 2E_d} \delta(E_c + E_d - E)$, $E = E_c + E_d = \sqrt{p_f^2 m_c^2 + \dots}$

$$\int \frac{d^3 p_d}{2E_d} \delta^4(p_c + p_d - p_a - p_b) = \frac{1}{2E_d} \delta(E_c + E_d - E_a - E_b) \quad (126)$$

$$\int dE \rightarrow dQ = \frac{p_f}{16\pi^2 E} d\Omega \quad (127)$$

$$\mathcal{F} = 4p_i E \quad (128)$$

Sipalni presek:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{|\mathcal{U}|^2 p_f}{64\pi^2 p_i E^2} \quad (129)$$

Ultrarelativistična limita:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{|\mathcal{U}|^2}{64\pi^2 E^2} \quad (130)$$

2.15. Anihilacija $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$, diferencialni sip. presek

Zanima nas, kako je proces povezan z $e^- \mu^- \rightarrow e^+ \mu^+$. Ko spremenimo e^+ v e^- je ekvivalentno, kot, da bi spremenili smer gibalne količine.

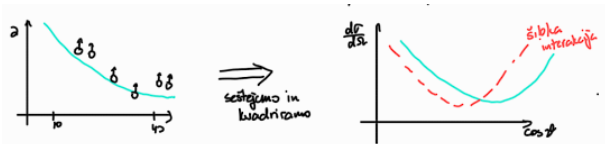
$$|\mathcal{U}|^2 = 8 \frac{e^4}{q^4} [(-p \cdot p')(-k \cdot k') + ((-p) \cdot (-k'))(k \cdot p') + m_e^2 p' \cdot k' + m_\mu^2 p \cdot k + 2m_e^2 m_\mu^2] \quad (131)$$

Upoštevajoč $k = (E/2, p_i)$ in $k' = (E/2, p_f)$ ter $p = (E/2, -p_i)$ in $p' = (E/2, -p_i)$ in izraz $q^2 = (k' - k)^2$.

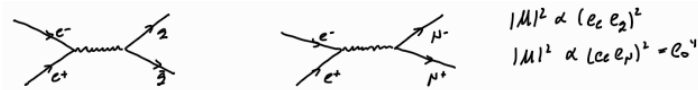
Ultrarelativistična limita:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{|\mathcal{U}|^2}{64\pi^2 E^2} = \frac{\frac{1}{2} e^4 E^4}{64\pi^2 E^2} [(1 - \cos\theta)^2 + (1 + \cos\theta)^2] = \frac{e^4}{64\pi^2 E^2} (1 + \cos^2\theta) \quad (132)$$

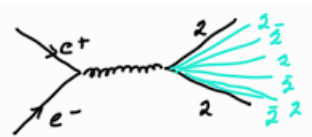
Sipalni presek izrazimo kot $\sigma = \int d\Omega \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = 2\pi \int_{-1}^1 d(\cos\theta) \frac{e^4}{64\pi^2 E^2} (1 + \cos^2\theta) = \dots = \left(\frac{e^2}{4\pi} \right)^2 \frac{4\pi}{3E^2}$.



Slika 13: Meritve na trkalniku Petra, Hamburg.



Slika 14: Shema procesa.



Slika 15: Razpad prideve do kupa hadronov, z energijami $E \gtrsim 3\text{GeV}$ z $q = u, d, s$.

2.16. Anihilacija $e^- e^+ \rightarrow q\bar{q}$, $\sigma(e^- e^+ \rightarrow \text{hadrone})/\sigma(e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+)$

Primer: $e^- e^+ \rightarrow q\bar{q}$ Velja, da je $|\mathcal{U}|^2 \propto (e_e e_q)^2$.

$$\frac{\sigma_{e^- e^+ \rightarrow q\bar{q}}}{\sigma_{e^- e^+ \rightarrow \mu^+ \mu^-}} = \frac{|\mathcal{U}_{q\bar{q}}|^2}{|\mathcal{U}_{\mu^+ \mu^-}|^2} \propto \frac{e_e^2 e_q^2}{e_e^2 e_\mu^2} = \left(\frac{e_q}{e_0} \right)^2 \quad (133)$$

Upoštevajoč barvo, dobimo ven 3 kombinacije:

$$\frac{\sigma_{e^- e^+ \rightarrow q\bar{q}}}{\sigma_{e^- e^+ \rightarrow \mu^+ \mu^-}} = 3 \cdot \left(\frac{e_q}{e_0} \right)^2 \quad (134)$$

Primer: kvarki, ki niso prosti

$$\frac{\sigma_{(e^+ e^- \rightarrow \text{hadroni})}}{\sigma_{e^+ e^- \rightarrow \mu^- \mu^+}} = \sum \left(\frac{e_q}{e_0} \right)^2 \quad (135)$$

To, da barva res obstaja lahko pokažemo prek vezanih kvarkov oz. skokov, ki tvorijo vezana stanja kvarkov.

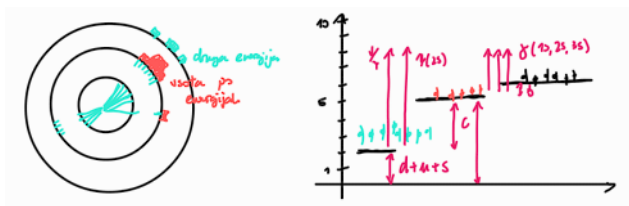
2.17. Razlogi za vpeljavo nabite šibke interakcije, Fermijev zapis

Fermi je davnega leta 1932 uvedel zapis za šibko interakcijo, ki je analogen EM interakciji.

$$-i\mathcal{U} = e^2 [\bar{u}_p \gamma^\mu u_p] \frac{-q_{\mu}}{q^2} [\bar{u}_e \gamma^\mu e_e] \quad (136)$$

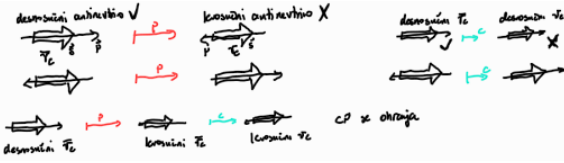
$$-i\mathcal{U} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}_n \gamma^\mu u_p] [\bar{u}_e \gamma_\mu u_e] \quad (137)$$

Nato se je leta 1950 pojavila $\Theta^+ \gamma \pi^+$ uganka, kjer sta bili pri razpadu masa delcev Θ^+ in π^+ enaki in se je izkazalo, da sta ista K^+ . Najprej so mislili, da delca nista enaka, ker se parnost ni ohranila. To, da se pri šibki interakciji parnost ne ohranja je bilo dokazano 1956 s strani T.D.Lee-ja in O.Yank-a.



Slika 16: Desno: Skoki kvarkov, tako se tvorijo vezana stanja kvarkov...

Slika 17: Primer šibkega procesa (razpad beta) $C_p^{10} \rightarrow Be + e + \nu_e$



Slika 18: Kršena parnost, operacija, ki preslika delec v antidelec in obe skupaj.

2.18. Kršitev parnosti in konjugacije naboja pri šibki int., eksperiment s Co^{60} , sučnost nevtrinov

Primer: Eksperiment s Co^{60} (razpad v močnem magnetnem polju)

Shematski prikaz razpada: $Co^{60} \rightarrow Ni^{60} e^- \bar{\nu}_e$, kjer zaradi ohranitve vrtilne količine mora veljati, da je za Co^{60} : $J = 5$, Ni^{60} : $J = 4$ in $e^-, \bar{\nu}_e := 1/2$. Pri poskusu izmerimo naboj v smeri magnetnega polja in v nasprotni smeri in se prepričamo, da je:

Sklep: Posamezno sta kršeni obe operaciji, skupno pa se CP ohranja (vendar ne vedno!!!).

Primer: Zapis \mathcal{U} , da bo poskrbejlo za neohranitev parnosti

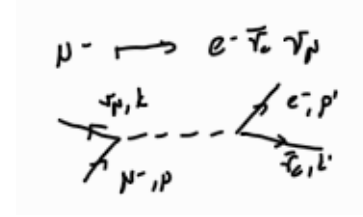
$$-i\mathcal{U} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}_n \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_p] [\bar{u}_e \gamma_\mu (1 - \gamma^5) u_\nu] \quad (138)$$

- $\gamma^5 = \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 = \begin{bmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{bmatrix}$
- $-\gamma^{5\dagger} = \gamma^5$
- $(\gamma^5)^2 = I$
- $\gamma^5 \gamma^\mu + \gamma^\mu \gamma^5 = 0$
- $u_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u$
- $u_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)u$
- Z nekaj izpeljavami se da dokazati, da je $u_L + u_D = u$.

- Levoročni bispinor: $u_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u = \frac{N}{2} \begin{bmatrix} I & -I \\ -I & I \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi \end{pmatrix} = \frac{N}{2} \begin{pmatrix} \chi - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi \\ -\chi + \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi \end{pmatrix}$

V ultrarelativistični limiti ($E \gg m$) je $u_L = \frac{N}{2} \begin{pmatrix} \chi - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E} \chi \\ -\chi + \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E} \chi \end{pmatrix} = \frac{N}{2} \begin{pmatrix} 1 - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E} \\ -1 + \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E} \end{pmatrix} u$ in sučnost je $\sum \vec{p} u_L = \begin{bmatrix} \vec{\sigma} \cdot \vec{p} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \end{bmatrix} u_L = \frac{N}{2} \begin{bmatrix} \vec{\sigma} \cdot \vec{p} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \chi - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E} \chi \\ -\chi + \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E} \chi \end{bmatrix} = \frac{N}{2} \begin{bmatrix} \vec{\sigma} \cdot \vec{p} (1 - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E}) \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{p} (-1 + \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E}) \end{bmatrix} = \frac{N}{2} \begin{bmatrix} \vec{\sigma} \cdot \vec{p} - 1 \\ -\vec{\sigma} \cdot \vec{p} + 1 \end{bmatrix} = -u_L$

Opomba: Nevtrini so vedno v ultrarelativistični limiti. V UR limiti je levoročen delec tudi levo sučen in desnoročen delec desno sučen. Končna oblika matričnega elementa za šibek proces je tako $-i\mathcal{U} = [\frac{g_w}{\sqrt{2}} \bar{u}_f \gamma (1 - \gamma^5) u_i] (-\frac{g_w}{M_W^2 - Q^2}) [\frac{g_w}{\sqrt{2}} \bar{u}_f' \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_i']$. Tukaj manjkajo tehnikacije z limitami... Pri β razpadu se konstanta poenostavi v $G_F = \frac{g_w^2}{\sqrt{2} M_W^2}$



Slika 19: Shema razpada.

2.19. Ročnost in sučnost, visokoenergijska limita

Morda se ujema z prejšnjim, idk.

2.20. Razpad $\mu \rightarrow e + \nu_e + \nu_\mu$, spekter elektronov, življenjski čas

Razpadna širina:

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}; d\Gamma = \frac{|\bar{U}|^2}{2E} dQ \quad (139)$$

Fazni prostor:

$$dQ = \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2E'} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2\omega} \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3 2\omega'} (2\pi)^4 \delta^4(p - p' - k - k') \quad (140)$$

Spekter elektronov $\frac{d\Gamma}{dE'}$:

Najprej integrirajmo po k in pri tem upoštevamo identiteto $\int \frac{d^3 k}{2\omega} = \int d^4 k \Theta(\omega) \delta(k^2)$

$$dQ = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{d^3 p'}{dE'} \frac{d^3 k'}{2\omega'} \int d^4 k \Theta(\omega) \delta(k^2) \delta^4(p - p' - k - k') = \quad (141)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{d^3 p'}{dE'} \frac{d^3 k'}{2\omega'} \Theta(E - E' - \omega') \delta((p - p' - k)^2) \quad (142)$$

Matrični element za opisan primer je:

$$\mathcal{U} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}(k) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u(p)] [\bar{u}(p') \gamma_\mu (1 - \gamma^5) u(-k')] \quad (143)$$

Bispinor za antidelec:

$$u^{(3,4)} e^{-(-ipx)} = v^{(2,1)} e^{ipx}; E > 0 \quad (144)$$

Diracova enačba:

$$(\mathcal{P} + m)v = 0 \quad (145)$$

Polnostna relacija za u :

$$\sum_{s=1,2} v^{(s)}(p) \bar{v}^{(3)}(p) = \mathcal{P} - m \quad (146)$$

$$|\mathcal{U}|^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{G_F}{\sqrt{2}} \right)^2 \sum_{s=1,2} [\bar{u}(k) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u(p)] [\bar{u}(p') \gamma_\mu (1 - \gamma^5) v(k')] \dots \quad (147)$$

$$\dots [\bar{u}(k) \gamma^\sigma (1 - \gamma^5) u(p)]^\dagger [u(p') \gamma_\sigma (1 - \gamma^5) v(k')]^\dagger \quad (148)$$

Vmes se upošteva še nekaj zvez $a^* = a^\dagger$ in upoštevajoč, da seštevamo po začetnih in končnih stanjih s .

- 1.tok: $[\bar{u}(k)\gamma^\sigma(1-\gamma^5)u(p)]^\dagger = [u^\dagger(k)\gamma^0\gamma^\sigma(1-\gamma^5)u(p)]^\dagger = u^\dagger(p)(1-\gamma^5)^\dagger\gamma^{\sigma\dagger}\gamma^{0\dagger}u(k) = u^\dagger(p)(1-\gamma^5)\gamma^{\sigma\dagger}\gamma^0u(k) = u^\dagger(p)\gamma^0(1+\gamma^5)\gamma^{\sigma\dagger}u(k) = \bar{u}(p)\gamma^\sigma(1-\gamma^5)u(k)$
- 2.tok: $[u(p')\gamma_\sigma(1-\gamma^5)v(k')]^\dagger = \bar{v}(k')\gamma_\sigma(1-\gamma^5)u(p')$

$$|\bar{U}|^2 = \frac{G_F}{4} \sum_{sp,\mu,\nu_\mu} [\bar{u}(k)\gamma^\mu(1-\gamma^5)u(p)][\bar{u}(p)\gamma^\sigma(1-\gamma^5)u(k)] \dots \quad (149)$$

$$\dots \sum_{sp,e,\nu_e} [\bar{u}(p')\gamma_\mu(1-\gamma^5)v(k')][\bar{v}(k')\gamma_\sigma(1-\gamma^5)u(p')] = \quad (150)$$

$$= \frac{G_F^2}{4} Tr[(\mathcal{K}+m_{\nu_\mu})\gamma^\mu(1-\gamma^5)(\mathcal{P}+m_\mu)\gamma^\sigma(1-\gamma^5)] Tr[(\mathcal{P}+m_e)\gamma_\mu(1-\gamma^5)(\mathcal{K}'-m_{\nu_e})\gamma_\sigma(1-\gamma^5)] - \quad (151)$$

$$= \frac{G_F}{4} Tr[\mathcal{K}'\gamma^\mu(1-\gamma^5)(\mathcal{P}+m_\mu)\gamma^\sigma(1-\gamma^5)] \cdot Tr[\mathcal{P}'\gamma_\mu(1-\gamma^5)\mathcal{K}'\gamma_\sigma(1-\gamma^5)] \quad (152)$$

Poskusimo se znebiti k-ja in zapišemo v težiščnem sistemu ($p = (m_\mu, 0)$) in upoštevamo zveze za računanje s četverci.

$$|\bar{U}|^2 = \frac{G_F^2}{4} 256(k \cdot p')(p \cdot k') = \frac{G_F^2}{4} 256 \frac{1}{2} [m_\mu^2 \dots \quad (153)$$

$$\dots - 2m_\mu\omega' + \omega'^2 - k'^2] = 32G_F^2(m_\mu^2)[m_\mu - 2\omega']\omega' \quad (154)$$

Razpadna širina:

$$d\Gamma = \frac{|U|^2}{2E} dQ = \frac{1}{2m_\mu} G_F^2 32m_\mu^2(m_\mu - 2\omega')\omega' \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{d^3p'}{2E'} \frac{d^3k'}{2\omega'} \delta((p-p'-k')^2) \quad (155)$$

Upoštevamo še:

- $d^3p' = 4\pi E'^2 dE'$
- $d^3k' = 4\pi\omega'^2 d\omega' d(\cos\theta)$
- $\cos\theta = \frac{m_\mu^2 - 2m_\mu E' - 2m_\mu\omega' + 2E'\omega'}{2E'\omega'}$
- $\delta((p-p'-k')^2) = \dots = \delta(m_\mu^2 - 2m_\mu E' - 2m_\mu\omega' + 2E'\omega' (1 - \cos\theta)) \cdot \frac{1}{2E'\omega'}$
- Levi neenačaj: $-4E'\omega' \leq m_\mu^2 - 2m_\mu E' - 2\omega'm_\mu$
- Desni neenačaj: $\omega' \gg \frac{m_\mu}{2} - E'$

$$d\Gamma = \frac{G_F^2}{2\pi^3} m_\mu \omega' (m_\mu - 2\omega') dE' d\omega' \delta(\dots + \cos\theta) d(\cos\theta) \quad (156)$$

Tukaj je relevantno, na koliko delcev razpade mion: ko na dva je $E' = \frac{m_\mu}{2}$, ko na tri je $E' < \frac{m_\mu}{2}$. Podobno gre za določitev mej ω' .

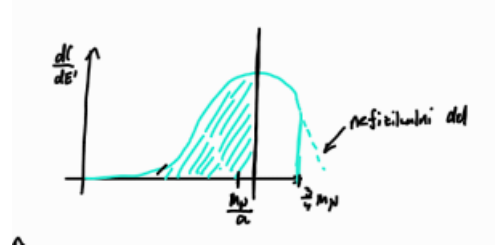
$$d\Gamma = \frac{G_F^2}{2\pi^3} m_\mu dE' \int_{\frac{m_\mu}{2}-E'}^{\frac{m_\mu}{2}} d\omega' [\omega' (m_\mu - 2\omega')] = \dots = \quad (157)$$

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \frac{G_F^2}{12\pi^3} m_\mu^2 E'^2 (3 - \frac{4E'}{m}) \quad (158)$$

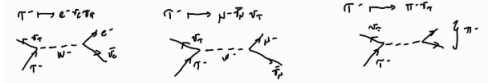
$$\Gamma = \frac{G_F^2}{192\pi^3} m_\mu^5 \quad (159)$$

Razpadni čas:

$$\tau_\mu = \frac{\hbar}{\Gamma} \approx 2,1 \mu s \quad (160)$$



Slika 20: Spekter za razpad miona. Opomba: merimo τ_μ , določimo G_F .



Slika 21: Sheme vseh treh razpadov...

2.21. Razpad leptona τ , življenjski čas

Poglejmo si 3 tipske razpade:

1. $\tau^- \rightarrow e^- \nu_e \nu_\tau$: $\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \nu_e \nu_\tau) = \frac{G_F^2}{192} \frac{m_\tau^5}{\pi^3}$
2. $\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$: $\Gamma(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau) = \frac{G_F^2}{192\pi^3} m_\tau^5$
3. $\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau$: $\Gamma(\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau) = 3 \cdot \frac{G_F^2}{192\pi^3} m_\tau^5$; Upoštevajmo faktor 3 zaradi barve

Skupno je razpadna širina:

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau_\tau} = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 = 5 \cdot \frac{G_F^2}{192\pi^3} m_\tau^5 \quad (161)$$

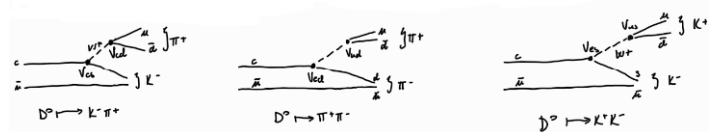
2.22. Razlogi za vpeljavo nevtralne šibke interakcije, zapis invariantne amplitude, vektorska in aksialna sklopitvena konstanta

2.23. Cabibbov kot, matrika Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, parametrizacija

Obravnavamo šibke razpade mezonov, kjer se pojavijo razlike v masah, ki vplivajo na razmerja razpadnih širin.

- $D^0 \rightarrow K^- \pi^+$: $\Gamma(D^0 \rightarrow K^- \pi^+) = |V_{CS}|^2 |V_{CD}|^2$
- $D^+ \rightarrow \pi^+ \pi^-$: $\Gamma(D^0 \rightarrow \pi^- \pi^+) = |V_{CD}|^2 |V_{UD}|^2$
- $D^0 \rightarrow K^+ K^-$: $\Gamma(D^0 \rightarrow K^- K^+) = |V_{CS}|^2 |V_{US}|^2$

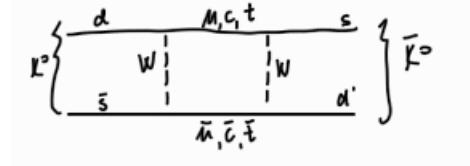
Verteksi v stičiščih predstavljajo elemente tako imenovane matrike Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM), ki je kompleksna. Naivno bi lahko razpadne širine ocenili prek mas začetnih delcev, recimo za razpad $\Gamma(D^0 \rightarrow K^- \pi^+) \approx m_D^5$ vendar se izkaže, da so mase v napačnih razmerjih: $m_D \approx$



Slika 22: Prikazi vseh treh razpadov mezona...

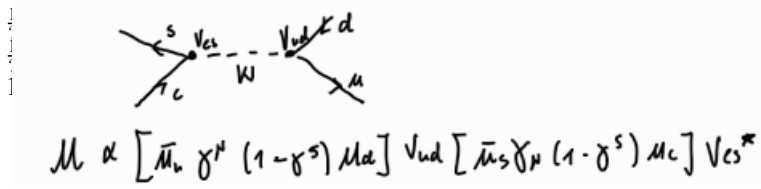
Slika 23: Caption

Slika 24: Caption



Slika 26: Shema možnega procesa iz $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$, kjer delca nista LF celotnega Hamiltoniana.

$1,865 GeV, m_K \approx 0,5 GeV, m_\pi \approx 0,135 GeV$, zato je natančneje $\Gamma(D^0 \rightarrow K^- \pi^+) \approx (m_D - m_L)^5$.



Slika 27: Shema razpada...

$$CP|K_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\bar{K}^0\rangle - |K^0\rangle) = -|K_2\rangle: CP = -1$$

Konstrukcija delca in antidelca $|K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\bar{K}_1\rangle + |K_2\rangle)$, $|\bar{K}^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\bar{K}_1\rangle - |K_2\rangle)$ oziroma od časa odvisen $|K^0(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K_1\rangle e^{-im_1 t} e^{-t/\tau_1} + |K_2\rangle e^{-im_2 t} e^{-t/\tau_2}) = a_1(t)|K^0\rangle + a_2(t)|\bar{K}^0\rangle$. Zanima nas parnost in CP parnost pri razpadih $K \rightarrow \pi\pi$ in $K \rightarrow \pi\pi\pi$, za prvi je 1 za drugi -1. Če se ohranja CP parnost, potem pogledamo razpadne širine in razpadna časa τ_1 in τ_2 . Pri nizkih gibalnih količinah velja, da je majhen fazni prostor torej majhen Γ in velik τ . Mase delcev so $M_{K_0} \approx 0,5 GeV$ in $M_\pi \approx 0,14 GeV$. Za 2π razpad je dosti večja kot pri 3π , torej je $\Gamma_{\pi\pi} \gg \Gamma_{\pi\pi\pi}$ in obratno za razpadni čas. To vpliva na hitrost padanja časovno odvisnih členov, kjer velja, da gre tisti z $|K_1\rangle$ veliko hitreje proti 0 oz. ilustrativno bi na koncu dolgega tunela ostali le $|K_2\rangle$, ki bi razpadli na $\pi\pi\pi$.

Če se CP ne ohranja je možno, da $|K_2\rangle$ razpade na dva piona. Za uvod ali zaključek naj omenim, da je Saharov prejel Nobelovo nagrado za mir in omembe vreden je opis sestave vesolja, ki je bilo na začetku z enako delci in antidelci in danes velja, da antidelcev skoraj ni (razen, kolikor je narejenih v pospeševalnikih).

Pogoji Saharova:

- Delci se razlikujejo od antidelcev == kršena simetrija CP
- Barionsko število se ne ohranja
- Razvoj vesolja je šel skozi fazo daleč od ravnovesnega stanja

Kršitev parnosti v standardnem modelu $\mathcal{U} \propto [\bar{u}_i \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_d] V_{ud} [\bar{u}_s \gamma_\mu (1 - \gamma^5) u_c] V_{cs}^*$. Iz te situacije lahko iztržimo matriko CKM, ki je unitarna $V^\dagger V = I$ z kompleksnimi matričnimi elementi, prek kršitve simetrije CP med delci in antidelci:

$$\begin{bmatrix} V_{ud}^* & V_{cd}^* & V_{zd}^* \\ V_{us}^* & V_{cs}^* & V_{zs}^* \\ V_{ub}^* & V_{cb}^* & V_{zb}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{cd} & V_{zd} \\ V_{us} & V_{cs} & V_{zs} \\ V_{ub} & V_{cb} & V_{zb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

Slika 25: Caption

$$CKM = \begin{bmatrix} V_{UD} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{CD} & V_{CS} & V_{CB} \\ V_{ZD} & V_{ZS} & V_{ZB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |V_{UD}| & |V_{us}| & |V_{ub}| \\ |V_{CD}| & |V_{CS}| & |V_{CB}| \\ |V_{ZD}| & |V_{ZS}| & |V_{ZB}| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{20} \\ \frac{1}{20} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (162)$$

$$\begin{bmatrix} 1 - \lambda^2 & \lambda & A\lambda^3(\rho + i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(\rho + i\eta) & A\lambda^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (163)$$

Velja, da so po velikosti drugi in tretji razpad podobna oz. lahko izrazimo razmerja razpadnih širin. Po velikosti so $V_{ud}, V_{cs}, V_{zb} \approx 1$, $|V_{us}|, |V_{cd}| \approx 0,22$, kjer je v spodnji vrstici zapis z Wolfsteinovo parameterizacijo s pomočjo katere lahko določimo Cabibbo kot: $\lambda = 0,22 = \sin\theta_c$.

Opomba: CM matrika je unitarna $U^\dagger U = I$. Skalarni produkt stolpcev med sabo je 1 ali 0 $V_{cd}V_{ud}^* + V_{cd}V_{ud}^* + V_{td}V_{tu} = 1$, $|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1$ in $V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0$.

Kako do matričnih elementov CKM prek meritev V_{ub} ?

- V_{ub} razpad:
- V_{us} razpad: $K^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e$
- V_{cd} razpad:

2.24. Kršitev simetrije CP pri nevtralnih kaonih

2.25. Kršitev simetrije CP in matrika CKM, Saharovi pogoji

Poglejmo si nevtralne mezone (K^0, D^0, B^0, B_s^0 in njihove antidelce \bar{K}^0, \dots

$$\Psi_{K^0} \neq A e^{iK_k t} e^{-iK_k \tau} \quad (164)$$

In splošno stanje:

$$\Psi = a_1 |K^0\rangle + a_2 |\bar{K}^0\rangle \quad (165)$$

Izkaže se, da sta lastni stanji:

- $|K_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle); m_1, \tau_1$
- $|K_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle); m_2, \tau_2$

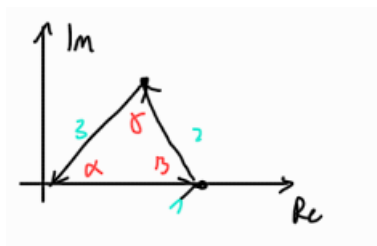
CP parnost:

- $CP|K_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\bar{K}^0\rangle + |K^0\rangle) = |K_1\rangle: CP = +1$

The image shows two Feynman diagrams representing particle interactions. The first diagram shows a quark line (u) and a quark line (d) interacting via a W boson. The second diagram shows a quark line (u) and a quark line (d) interacting via a W boson, with a vertex correction involving a quark loop. Below the diagrams is the equation:

$$M' \propto [\bar{M}_d \gamma^\mu (1 + \gamma^5) M_d] V_{ud}^* [\bar{M}_u \gamma^\mu (1 - \gamma^5) M_u] V_{us}$$

Slika 28: Zamenjamo lahko tudi delce z antidelci.



Slika 29: Kompleksne matrične elemente izmerimo prek krsitev simetrije CP med delci in antidelci. Matrika CKM je unitarna (in kompleksna, ker so očitno vsi koti trikotnika različni od 0. Naprej sledi meritev kota centralnega trikotnika...