

## 真空中的导体和电介质

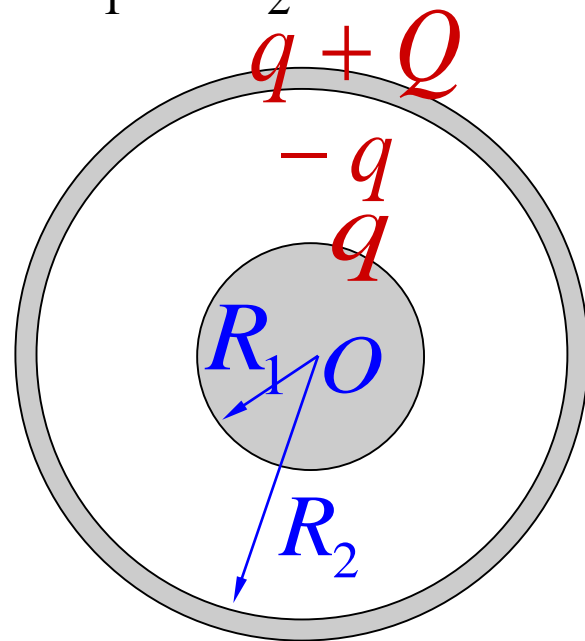
6-8 一导体球半径为 $R_1$ ，外罩一半径分别为 $R_2$ 同心薄导体球壳，带电量为 $Q$ ，而内球的电势为 $V_0$ ，求此系统的电场与电势的分布

解 设内导体球带电 $-q$ ，球壳内表面电荷为 $-q$ ，外表面电荷为 $q+Q$ 。

$$\text{当 } r \leq R_1, \quad E_1 = 0 \quad V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{R_1} + \frac{Q}{R_2} \right) = V_0$$

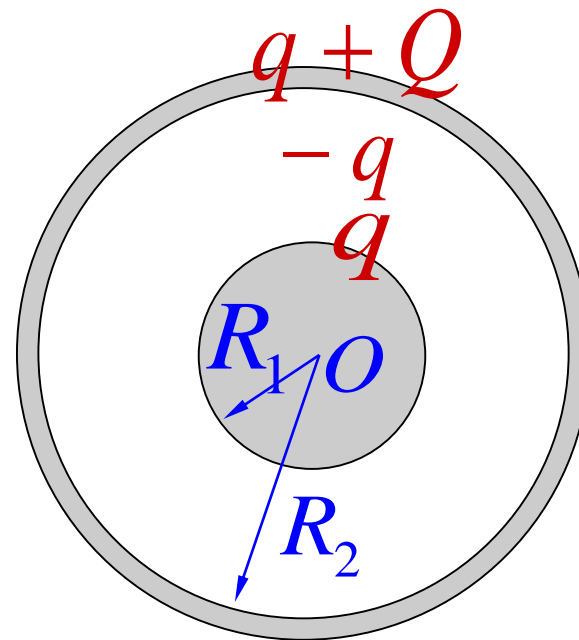
$$q = 4\pi\epsilon_0 R_1 V_0 - \frac{R_1}{R_2} Q$$

$$\begin{aligned} \text{当 } R_1 < r \leq R_2, \quad E_2 &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \\ &= \frac{R_1 V_0}{r^2} - \frac{R_1}{4\pi\epsilon_0 R_2 r^2} Q \end{aligned}$$



# 真空中的导体和电介质

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{r} + \frac{Q}{R_2} \right)$$
$$= \frac{R_1 V_0}{r} - \frac{r - R_1}{4\pi\epsilon_0 R_2 r} Q$$



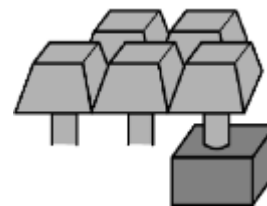
当  $R_2 < r$ ,  $E_3 = \frac{q + Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{R_1 V_0}{r^2} + \frac{R_2 - R_1}{4\pi\epsilon_0 R_2 r^2} Q$

$$V_3 = \frac{q + Q}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{R_1 V_0}{r} - \frac{R_2 - R_1}{4\pi\epsilon_0 R_2 r} Q$$



## 真空中的导体和电介质

**6-20** 电容式计算机键盘的每一个键下面连接一小块金属片，金属片与底板上的另一块金属片间保持一定空气间隙，构成一小电容器(图)。当按下按键时电容发生变化，通过与之相连的电子线路向计算机发出该键相应的代码信号。假设金属片面积为 $50.0\text{mm}^2$ ，两金属片之间的距离是 $0.600\text{mm}$ 。如果电路能检测出的电容变化量是 $0.250\text{pF}$ ，试问按键需要按下多大的距离才能给出必要的信号？



解： 
$$\Delta C = \varepsilon_0 S \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} \right)$$

$$\Delta d = d_0 - d = \frac{\Delta C d_0^2}{\Delta C d_0 + \varepsilon_0 S} = 0.152\text{mm}$$

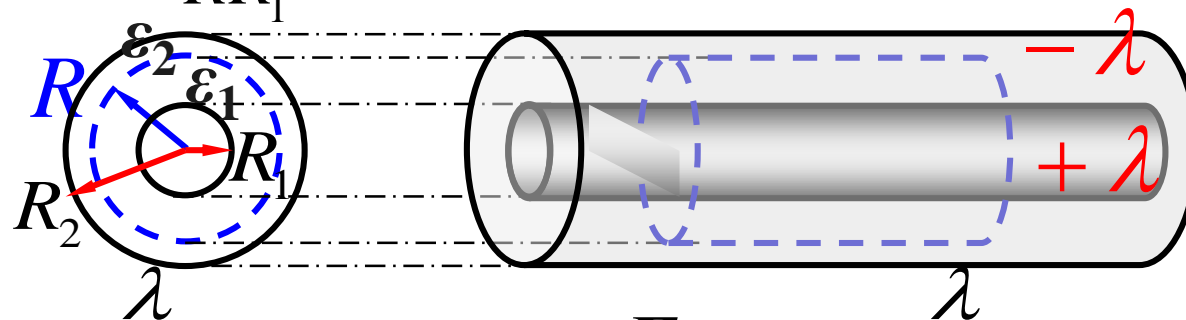


# 真空中的导体和电介质

6-34 共轴的两导体圆筒，内筒的外半径为 $R_1$ ，外筒的内半径为 $R_2$  ( $R_2 < 2R_1$ )，其间有两层均匀电介质，内层电介质的电容率为 $\epsilon_1$ ，外层电介质的电容率为 $\epsilon_2 = \epsilon_1/2$ ，两层介质的交界面是半径为 $R$ 的圆柱面，已知两种介质的击穿场强相等，都为 $E_m$ ，试证明：两导体圆筒间的最大电势差为

$$U_m \leq \frac{1}{2} R E_m \ln \frac{R_2^2}{R R_1}$$

解：



$$R_1 < r < R, \quad E_1 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_1 r}$$

$$\therefore E_{1m} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_1 R_1}$$

$$R < r < R_2, \quad E_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_2 r} \quad \therefore E_{2m} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_2 R} = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_1 R}$$

# 真空中的导体和电介质

$$E_{1m} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_1 R_1} \quad E_{2m} = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_1 R}$$

$\because R < R_2 < 2R_1 \therefore E_{2m} > E_{1m}$  即当电压升高时外层介质先被击穿

$$\therefore E_{2m} = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_1 R} \leq E_m \quad \lambda \leq \pi\epsilon_1 R E_m$$

$$\begin{aligned} V_1 &= \int_{R_1}^R \vec{E}_1 \cdot d\vec{r} + \int_R^{R_2} \vec{E}_2 \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{R_1}^R \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_1 r} \cdot dr + \int_R^{R_2} \frac{\lambda}{\pi\epsilon_1 r} \cdot dr \\ &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_1} \ln \frac{R}{R_1} + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_1} \ln \left( \frac{R_2}{R} \right)^2 \leq \frac{R E_m}{2} \ln \frac{R_2^2}{R R_1} \end{aligned}$$



# 真空中的导体和电介质

6-36 一空气平板电容器,空气层厚1.5cm,两极间电压为40kV,该电容器会被击穿吗?现将一厚度为0.3cm的玻璃板插入此电容器,并与两极平行. 若该玻璃的相对电容率为7.0,击穿电场强度为 $10\text{MV m}^{-1}$ ,则此时电容器会被击穿吗?

解: 空气击穿电场强度为  $3.0 \times 10^6 \text{V m}^{-1}$

$$E = U / d = 2.7 \times 10^6 \text{V} \cdot \text{m}^{-1}$$

所以未插入玻璃时不会被击穿

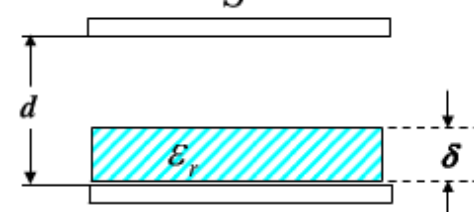
插入玻璃后 ( $U=40\text{kV}$ ), 玻璃板外场强

$$E_1 = \frac{\epsilon_r U}{\delta + \epsilon_r (d - \delta)} = 3.2 \times 10^6 \text{V} \cdot \text{m}^{-1}$$

所以空气被击穿,40kV全加在玻璃板上

$$E = U / \delta = 1.3 \times 10^7 \text{V} \cdot \text{m}^{-1}$$

大于玻璃击穿电场强度为 $10\text{MV m}^{-1}$ 所以玻璃也将被击穿

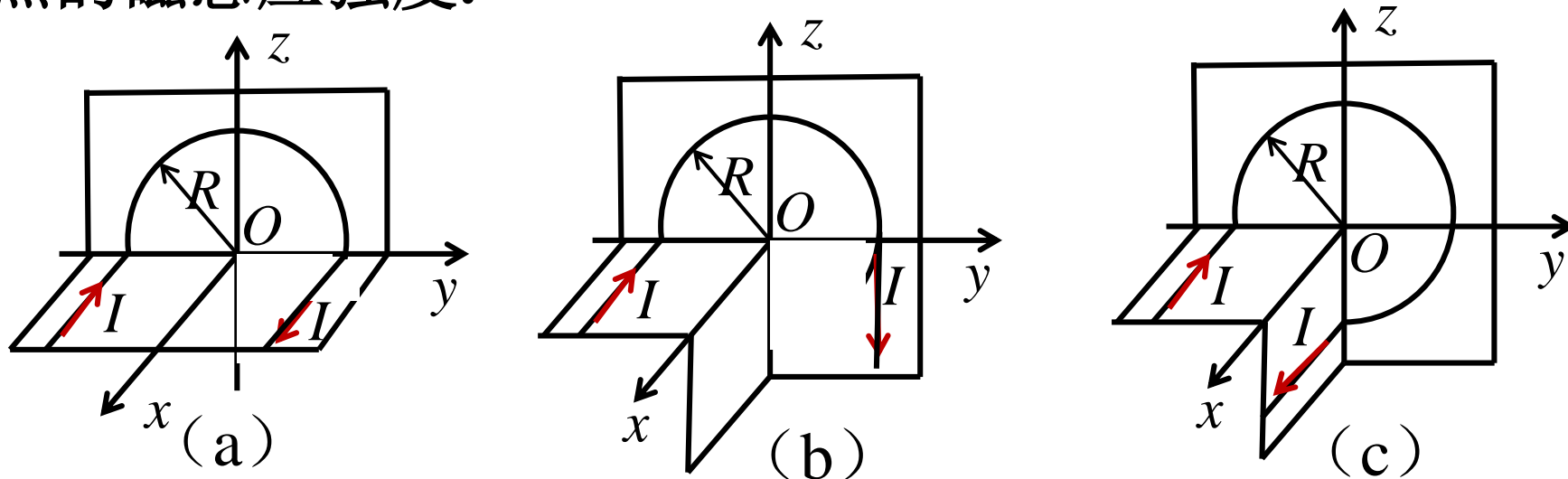


$$E_1(d - \delta) + \frac{E_1}{\epsilon_r} \delta = U$$



# 稳恒磁场习题解答

7-12 载流导线形状如图所示（直线部分伸向无限远），求O点的磁感应强度。



$$\vec{B}_a = -\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \vec{k} - \frac{\mu_0 I}{4R} \vec{i} - \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \vec{k} = -\frac{\mu_0 I}{4R} \vec{i} - \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \vec{k}$$

$$\vec{B}_b = -\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \vec{i} - \frac{\mu_0 I}{4R} \vec{i} - \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \vec{k} = -\frac{\mu_0 I}{4R} \left( \frac{1}{\pi} + 1 \right) \vec{i} - \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \vec{k}$$

$$\vec{B}_c = -\frac{3\mu_0 I}{8R} \vec{i} - \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \vec{j} - \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \vec{k}$$

