

14-22 若一电子的总能量为**5.0MeV**，求该电子的静能、动能和动量和速率。

解：电子静止能量

$$\begin{aligned} E_0 &= m_0 c^2 = 9.11 \times 10^{-31} \times 9 \times 10^{16} \\ &= 8.20 \times 10^{-14} J = 0.511 MeV \end{aligned}$$

电子的动能 $E_k = E - E_0 = 7.18 \times 10^{-13} J = 4.488 MeV$

$$E^2 = E_0^2 + p^2 c^2 \quad \therefore p = \frac{1}{c} \sqrt{E^2 - E_0^2} = 2.66 \times 10^{-21} kg \cdot m \cdot s^{-1}$$

$$\therefore E = E_0 / \sqrt{1 - v^2 / c^2} \quad \text{得} \quad v = 0.995c$$



14-24 在美国费米实验室中能产生 $1.0 \times 10^{12} eV$ 的高能质子，问该质子的速度约为多大？

$$E = mc^2 = 1.0 \times 10^{12} eV,$$

$$E_0 = m_0 c^2 = 9.38 \times 10^8 eV$$

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

解得

$$v = 0.99999996c$$



14-27 如果将电子由静止加速到速率为 $0.1c$ ，需对它做多少功？如将电子由速率为 $0.80c$ 加速到 $0.90c$ ，又需对它做多少功？

解：

$$\begin{aligned}\Delta E_k &= E_{k2} - E_{k1} = (m_2 c^2 - m_0 c^2) - (m_1 c^2 - m_0 c^2) \\ &= m_0 c^2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - v_2^2 / c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - v_1^2 / c^2}} \right\}\end{aligned}$$

$$W = \Delta E_k = 4.13 \times 10^{-16} \text{ J} = 2.58 \times 10^3 \text{ eV}$$

$$W' = \Delta E_k' = 5.14 \times 10^{-14} \text{ J} = 3.21 \times 10^5 \text{ eV}$$



相对论

14-28 在惯性系中，有两个静止质量都是 m_0 的粒子A和B，它们以相同的速率 v 相向运动，碰撞后合成一个粒子，求这个粒子的静止质量 m_0' 。

解：

$$\frac{m_0 \vec{v}_A}{\sqrt{1-v_A^2/c^2}} + \frac{m_0 \vec{v}_B}{\sqrt{1-v_B^2/c^2}} = \frac{m_0' \vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$\because \vec{v}_A = -\vec{v}_B, v_A = v_B = v \therefore v = 0$$

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = m_0' c^2$$

$$m_0' = \frac{2m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$



§ 5-3 电场强度

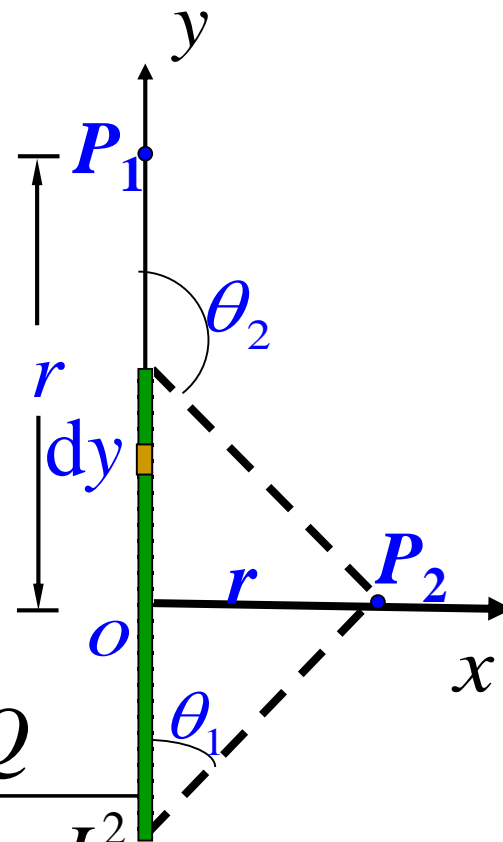
5-10 若电荷 Q 均匀分布在长为 L 的细棒上，求

(1) 在棒的延长线上且离棒中心为 r 处的电场强度；

(2) 在棒的垂直平分线上，且离棒 r 处的电场强度。

解： (1)

$$\begin{aligned} E &= \int dE = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L(r-y)^2} dy \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L} \frac{1}{r-y} \Big|_{-L/2}^{L/2} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L} \left[\frac{1}{r-L/2} - \frac{1}{r+L/2} \right] = \frac{1}{\pi\epsilon_0} \frac{Q}{4r^2 - L^2} \end{aligned}$$



§ 5-3 电场强度

$$(2) \quad dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L(y^2 + r^2)} dy$$

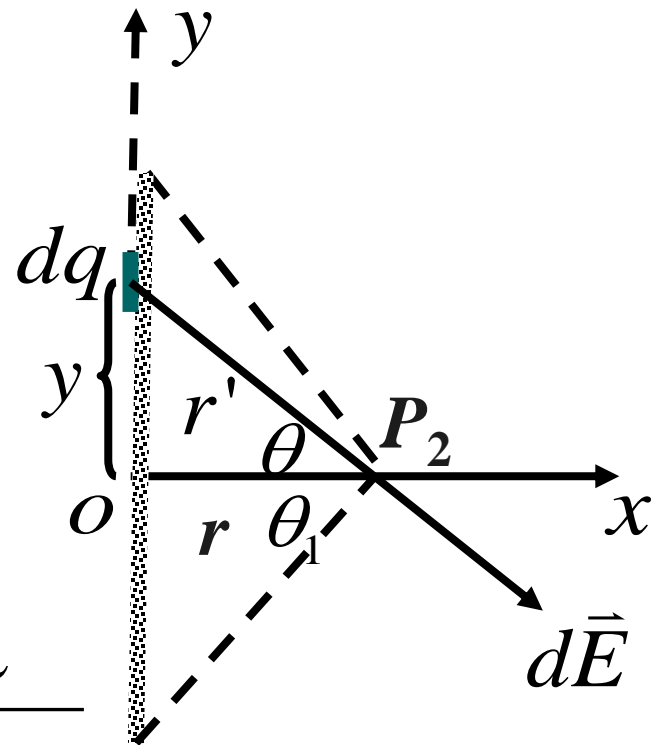
$$E = \int dE_x = \int \cos \theta dE = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{rQ}{L(y^2 + r^2)^{3/2}} dy$$

设 $y = r \tan \theta \quad dy = \frac{r}{\cos^2 \theta} d\theta$

$$E = \int_{-\theta_1}^{\theta_1} \frac{rQ \cos^3 \theta}{4\pi\epsilon_0 L r^3} \frac{r}{\cos^2 \theta} d\theta$$

$$E = \frac{Q \sin \theta_1}{2\pi\epsilon_0 L r} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 r} \frac{Q}{\sqrt{4r^2 + L^2}}$$

$$L \rightarrow \infty \Rightarrow E = \frac{Q/L}{2\pi\epsilon_0 r \sqrt{1 + 4r^2/L^2}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$



§ 5-3 电场强度

5-11 一半径为 R 的均匀带电半球面。其面电荷密度为 σ ，求该半球面球心处的电场强度大小。

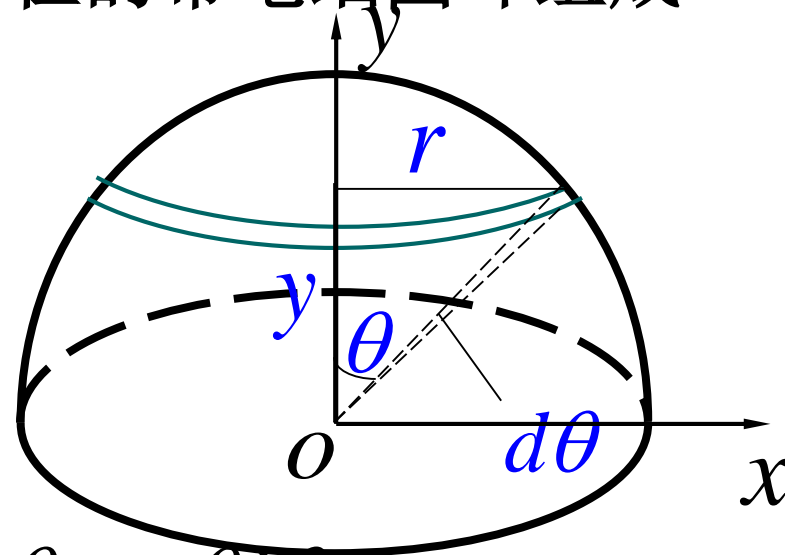
解：将半球面分成由一系列不同半径的带电细圆环组成

在 O 点电场
$$dE = \frac{y dq}{4\pi\epsilon_0 R^3}$$

$$y = R \cos \theta$$

$$dq = 2\pi(R \sin \theta)(R d\theta)\sigma$$

$$\begin{aligned} E = \int dE &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi R^3 \sin \theta \cos \theta d\theta}{R^3} \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sin \theta \cos \theta d\theta = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \end{aligned}$$



§ 5-3 电场强度

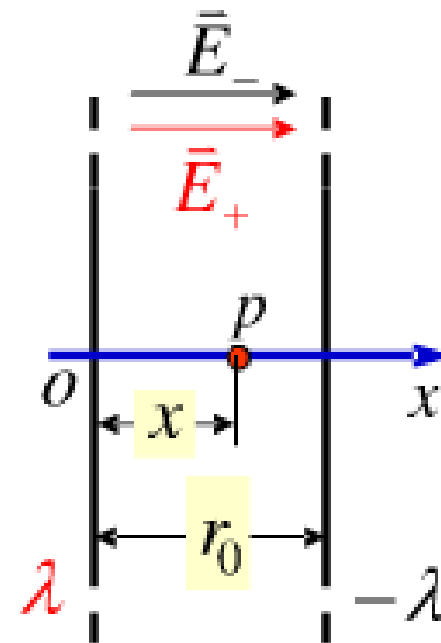
5-13 两条无限长平行直导线相距为 r_0 ，均带有等量异号电荷，电荷线密度为 λ 。(1)求两导线构成的平面上任意一点的电场强度（设该点到其中一线的距离为 x ）(2)求每一根导线上单位长度导线受到另一根导线上电荷作用的电场力。

解：(1) 在**所有**区间

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{r_0 - x} \right) \vec{i} \\ &= \frac{\lambda r_0}{2\pi\epsilon_0 x(r_0 - x)} \vec{i}\end{aligned}$$

$$(2) \quad \vec{F}_+ = \lambda \vec{E}_+ = \frac{\lambda^2}{2\pi\epsilon_0 r_0} \vec{i}$$

$$\vec{F}_- = -\lambda \vec{E}_- = -\frac{\lambda^2}{2\pi\epsilon_0 r_0} \vec{i}$$

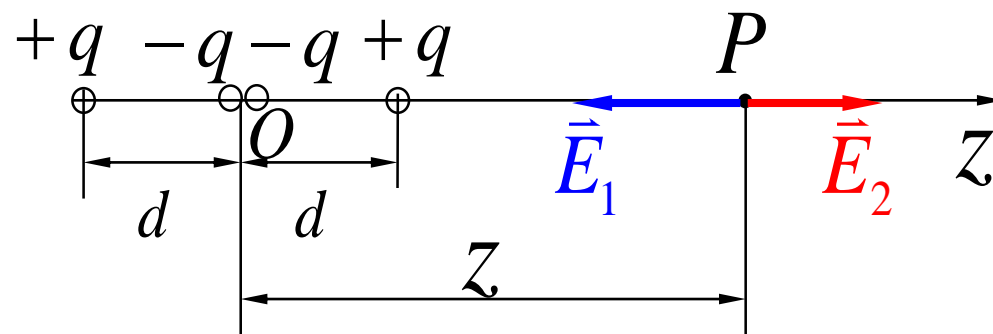


注意：式中场强是除去自身电荷外其它电荷的合场强。

§ 5-3 电场强度

5-14 如图所示为电四极子，电四极子是由两个大小相等、方向相反的电偶极子组成，试求在电偶极子延长线上距中心为 z 的一点 P 的电场强度（假设 $z \gg d$ ）。

解：在电偶极矩延长线上



$$E = \frac{2p}{4\pi\epsilon_0 x^3}$$

电四极子 P 的电场强度

$$\vec{E} = \left[\frac{2qd}{4\pi\epsilon_0 (z - d/2)^3} - \frac{2qd}{4\pi\epsilon_0 (z + d/2)^3} \right] \vec{k}$$

$$z \gg d$$

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3qd^2}{z^4} \vec{k}$$