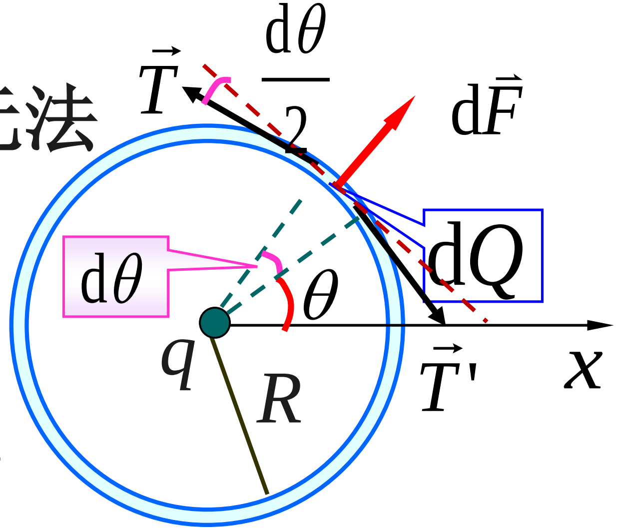
5-9 如图所示，电荷Q均匀分布在半径为R的圆环上，现在环中央放置一个电荷量为q的点电荷，试求由于q的出现而在环中出现的张力.

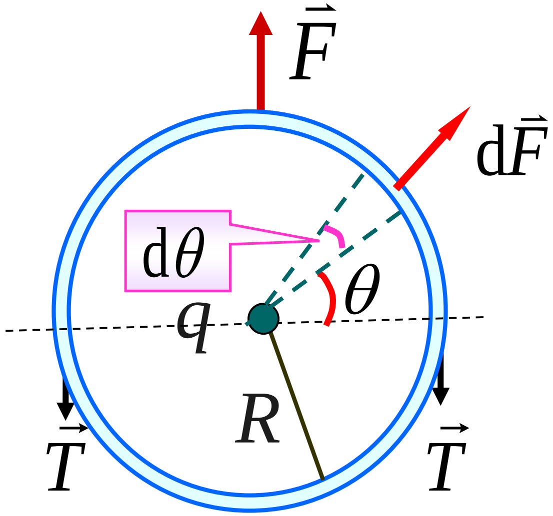
解：整个圆环受力为零 方法一：微元法



$$dF = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} dQ = 2T\sin\frac{d\theta}{2} \approx T d\theta$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \cdot \frac{Q}{2\pi R} \cdot R d\theta \quad \therefore T = \frac{qQ}{8\pi^2\varepsilon_0 R^2}$$

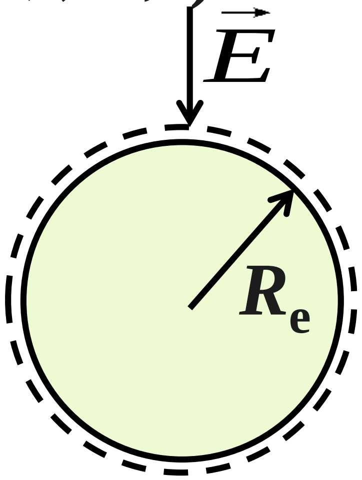
方法二：平衡法（上半圆环）



$$F = 2T = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \frac{Q}{2\pi R} R d\theta$$

$$\to T = \frac{qQ}{8\pi^2\varepsilon_0 R^2}$$

5-17 地球周围的大气犹如一部大电机，由于雷雨云和大气气流的作用，在晴天区域大气电离层总是带有大量的正电荷，地球表面必然带有负电荷。晴天大气电场平均电场强度约为120V m^{-1}，方向指向地面。试求地球表面单位面积所带的电荷(以每平方厘米的电子数表示)。



解：$R=R_e$处作一球形高斯面

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad -E\cdot 4\pi R_e^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\sigma = \frac{q}{4\pi R_e^2} = -\varepsilon_0 E = -1.06\times 10^{-9}\,\mathrm{C\cdot m^{-2}}$$

$$n = \frac{\sigma}{-1.6\times 10^{-19}} = 6.63\times 10^{9}\,\mathrm{m^{-2}} = 6.63\times 10^{5}\,\mathrm{cm^{-2}}$$

5-19 一无限大均匀带电薄平板，电荷面密度为**σ**，在平板中部有一半径为**r**的小圆孔，求圆孔中心轴线上与平板相距为**x**的一点**p**的电场强度。

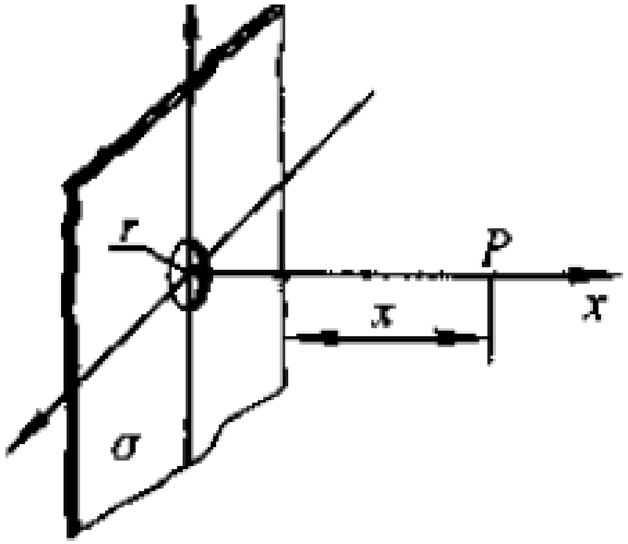
解：方法一

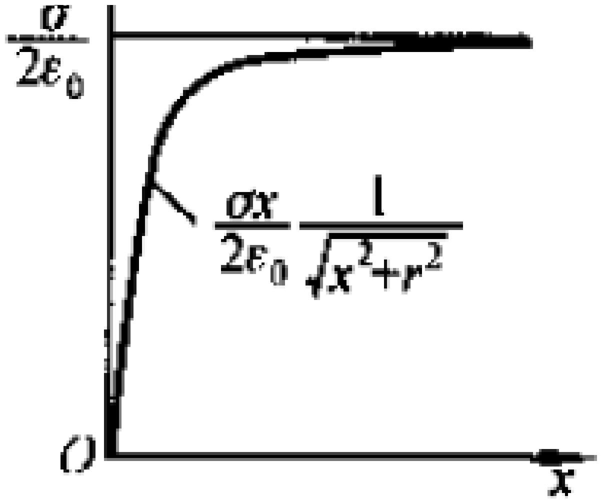
$$\mathrm{d}E_x = \frac{\mathrm{d}q \cdot x}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{x r \mathrm{d}r}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$E = \int \mathrm{d}E_x = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0} \int_r^{\infty} \frac{r\mathrm{d}r}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

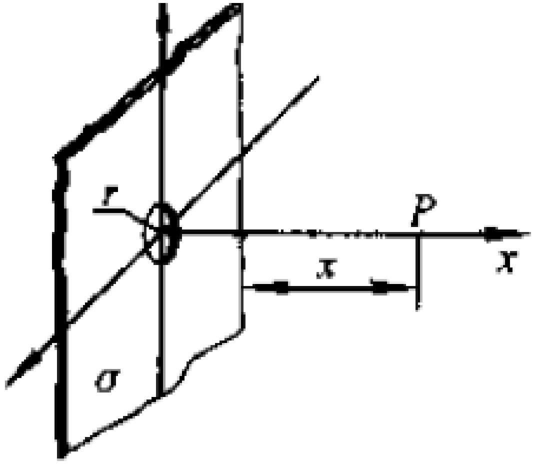
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{x}{\sqrt{x^2 + r^2}} \vec{i}$$

$$x >> r \Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{i}$$





方法二：无限大均匀带电平面



$$\vec{E}_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{i}$$

均匀带电薄圆盘轴线上的电场强度

$$\vec{E}_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + r^2}}\right)\vec{i}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 - \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{x}{\sqrt{x^2 + r^2}}\vec{i}$$

$$x >> r \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

5-26 已知均匀带电直线附近的电场强度近似为

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{e}_r$$

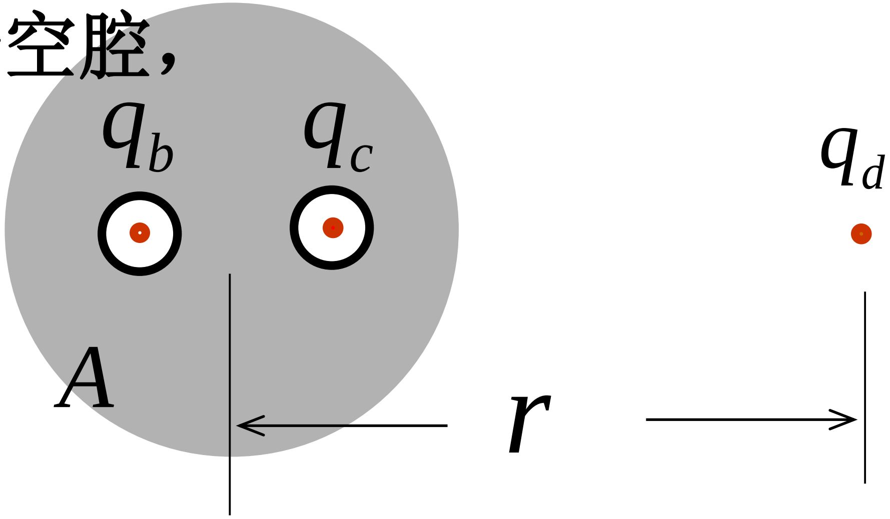
式中，λ为电荷线密度。（1）求在 $r=r_1$ 和在$r=r_2$两点间的电势差；（2）在点电荷的电场中,我们曾取$r\to\infty$处的电势为零，求均匀带电直线附近的电势能否这样取？试说明

解：（1）

$$U = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\mathrm{d}r = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

（2）不能，取$r\to\infty$处的电势为零即带电直线到∞电势都为零

6-6 半径为R导体 A含有两个空腔，在腔中心分别有q_b、q_c导体本身不带电。在距 A中心 r远处有另一电荷q_d。问q_b、q_c、q_d各受多大力?



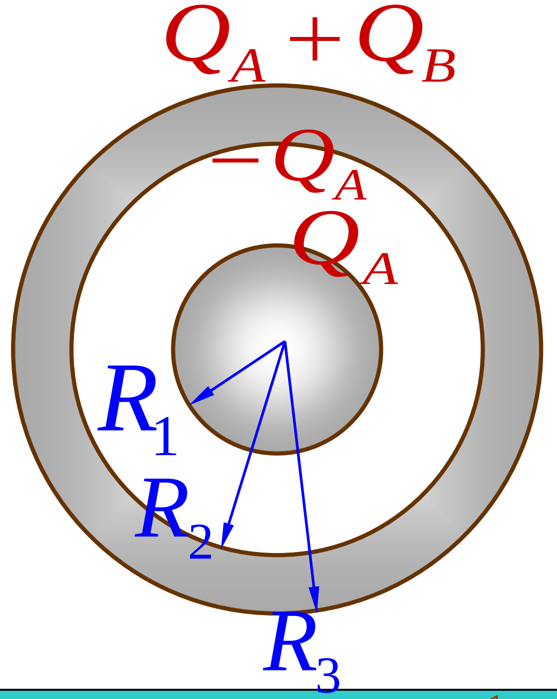
分析：两空腔内的电场都不受外界影响；内表面感应电荷均匀分布，腔中心分别有q_b、q_c，因此q_b、q_c受力为零。

根据电荷守恒，当$r>>R$,导体外表面感应电量电荷均匀分布，因此，电荷q_d受力为

$$\frac{(q_b+q_c)q_d}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

这个答案是近似的。

6-10 在一半径为R_1=6.0cm的金属球A外套有一个同心的金属球壳B。已知球壳B的内、外半径分别为R_2=8.0cm，R_3=10.0cm。设A球带有总电量$Q_A=3\times10^{-8}$C，球壳B带有总电量$Q_B=2\times10^{-8}$C，求：（1）球壳B内、外表面上所带的电荷以及球A和球壳B的电势；（2）将外球B壳接地后断开，再把球壳A接地，球壳B内、外表面上所带的电荷以及球A和球壳B的电势。



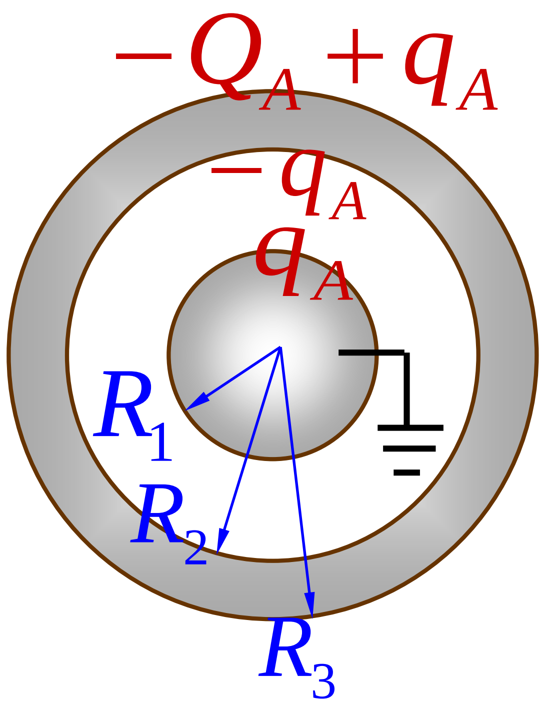
解（1）球壳内表面电荷为 $-Q_A$,外表面电荷为 Q_A+Q_B

$$V_A=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_A}{R_1}-\frac{Q_A}{R_2}+\frac{Q_A+Q_B}{R_3}\right)$$

$$=5.6\times10^3V \quad V_B=\frac{Q_A+Q_B}{4\pi\varepsilon_0 R_3}=4.5\times10^3V$$

（2）将外球B壳接地后断开，则外球壳总带电量为$-Q_A$，再把球壳A接地（$V_A=0$），设球壳A带电q_A

$$V_A=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_A}{R_1}-\frac{q_A}{R_2}+\frac{-Q_A+q_A}{R_3}\right)=0$$



$$\therefore\quad q_A=\frac{R_1R_2Q_A}{R_1R_2+R_2R_3-R_1R_3}$$

$$=2.1\times10^{-8}C$$

$$V_B=\frac{-Q_A+q_A}{4\pi\varepsilon_0R_3}\quad=-7.9\times10^{2}V$$

6-11 同轴传输线由长直圆柱形导线和同轴导体圆筒构成，导线的半径为R_1，电势为V_1，圆筒的半径为R_2，电势为V_2，试求它们之间距轴线为r处（$R_1<r<R_2$）的电场强度.

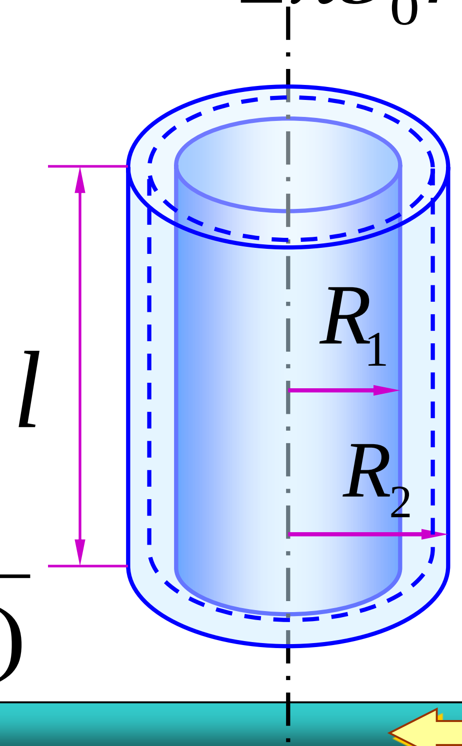
解：假设导线电荷线密度为λ

$$R_1 < r < R_2, \quad \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = E2\pi rl = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0} \qquad E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

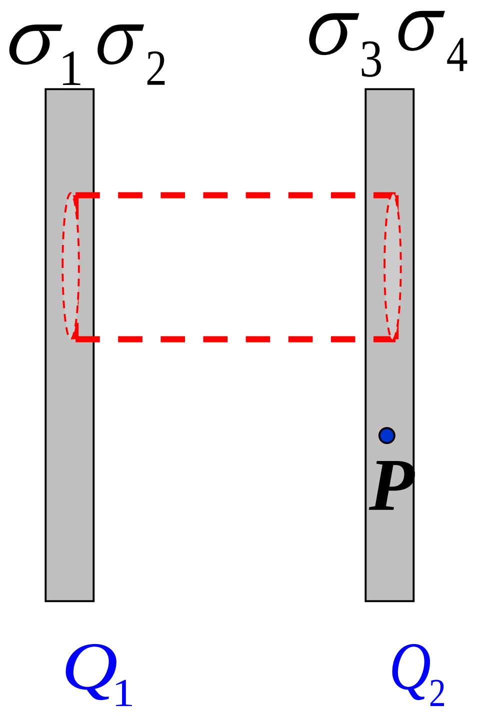
$$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\mathrm{d}r = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

得： $$\lambda = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln(R_2/R_1)}(V_1 - V_2)$$

所以 $$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{V_1 - V_2}{r\ln(R_2/R_1)}$$



6-14 将带电荷为Q的导体板A从远处移至不带电的导体板B附近，两导体板集合形状相同，面积均为S，间距为d.（1）忽略边缘效应求两导体间的电势差；（2）若将B接地，结果又如何？



解：（1）$(\sigma_1+\sigma_2)S=Q \quad (\sigma_3+\sigma_4)S=0$

$$\sigma_2+\sigma_3=0$$

$$E_p=0 \qquad \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0$$

解得 $\sigma_1=\sigma_2=-\sigma_3=\sigma_4=\dfrac{Q}{2S}$

$$E=\frac{Q}{2\varepsilon_0 S} \qquad U_{AB}=\frac{Qd}{2\varepsilon_0 S}$$

（2）

$$\sigma_1'=\sigma_4'=0,\ \sigma_2'=-\sigma_3'=\frac{Q}{S} \qquad E'=\frac{\sigma_2'}{\varepsilon_0} \qquad U_{AB}=E'd=\frac{Qd}{\varepsilon_0 S}$$