1-6 一质点沿x轴作直线运动，其运动方程为$x=2+6t^2-2t^3$，式中x以m计，t以s计，求：

（1）质点在运动开始后4s内的位移；

（2）质点在该时间内所通过的路程；

（3）t=4s时质点的速度和加速度。

解：（1）

$$\Delta x = x_4 - x_0 = -32m$$

位移的大小为32m，方向：x轴负向

（2）由 $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=0 \rightarrow$ t=2s 质点换向.

$$s = \left|x_2 - x_0\right| + \left|x_4 - x_2\right| = 48m$$

（3）

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -48m/s \qquad a = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -36m/s^2$$

速度的大小为48m·s^{-1}，方向沿x轴负方向

加速度的大小为436m·s^{-2}，方向沿x轴负方向

1-9 质点的运动方程为$x=-10t+30t^2$和$y=15t-20t^2$,式中x,y的单位为m,t的单位为s，试求：(1) 初速度的大小和方向；（2） 加速度的大小和方向

解: 速度 $\vec{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j}=(-10+60t)\vec{i}+(15-40t)\vec{j}\ \ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

加速度 $\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=60\vec{i}-40\vec{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$

$t=0$时， $\vec{v}_0=-10\vec{i}+15\vec{j}\quad \mathrm{m\cdot s^{-1}}$,

$v_0=\sqrt{v_{0x}^2+v_{0y}^2}=18\mathrm{m\cdot s^{-1}}\qquad \tan\alpha=\frac{v_{0y}}{v_{0x}}=-\frac{3}{2}$

与x轴夹角为$\alpha=123^0 41'$

$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=18\mathrm{m\cdot s^{-2}}\qquad \tan\beta=\frac{a_y}{a_x}=-\frac{2}{3}$

与x轴夹角为$\beta=-33^0 41'$

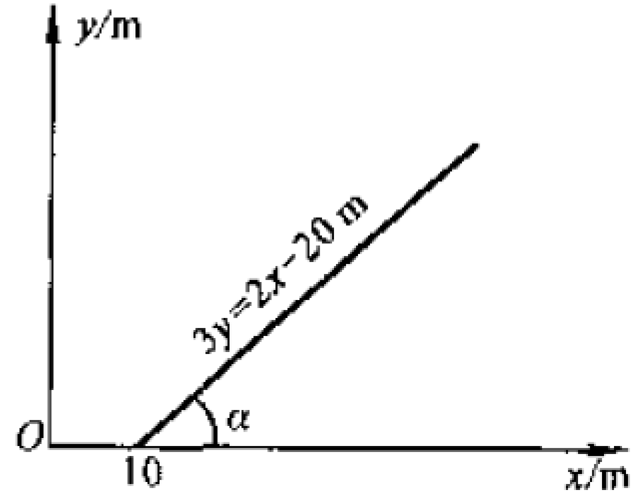
1-15 一质点具有恒定加速度 $\vec{a}=6\vec{i}+4\vec{j}$，式中a的单位为m/s 在t=0时,其速度为零,位置矢量 $\vec{r}_0=10m\vec{i}$.求（1）在任意时刻的速度和位置矢量,（2）质点在oxy平面上的轨迹方程,并画出轨迹的示意图

解：（1）$\int_0^{\vec{v}} d\vec{v}=\int_0^t \vec{a}dt=\int_0^t (6\vec{i}+4\vec{j})dt=6t\vec{i}+4t\vec{j}$

$$\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r}=\int_0^t \vec{v}dt=\int_0^t (6t\vec{i}+4t\vec{j})dt=(10+3t^2)\vec{i}+2t^2\vec{j}$$

（2） $x=10+3t^2 \quad ; \quad y=2t^2$

$$y=\frac{2}{3}x-\frac{20}{3} \quad (m)$$



1-16 质点沿直线运动，加速度a=4-t^2式中a的单位为m/s^2，当t=3s时，x=9m，v=2m/s，求质点的运动方程？

解：

$$\int_2^v \mathrm{d}v = \int_3^t a\mathrm{d}t = \int_3^t (4-t^2)\mathrm{d}t$$

$$\rightarrow v = 4t - \frac{t^3}{3} - 1$$

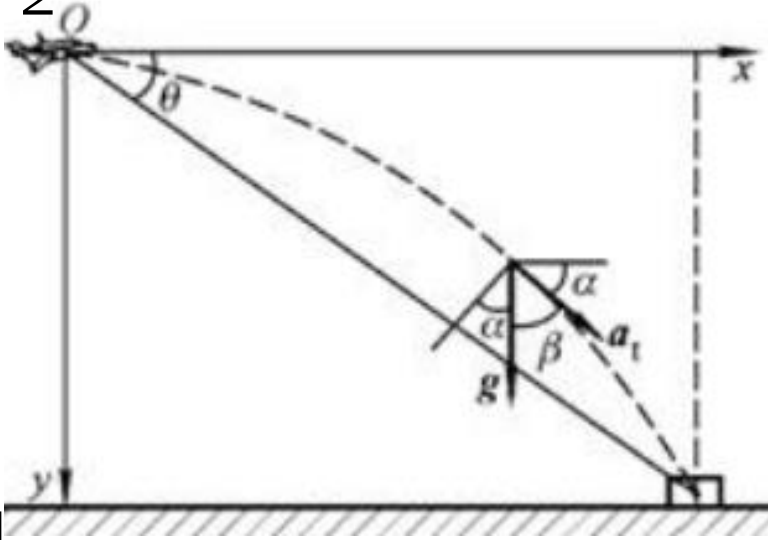
$$\int_9^x \mathrm{d}x = \int_3^t v\mathrm{d}t = \int_3^t \left(4t - \frac{t^3}{3} - 1\right)\mathrm{d}t$$

$$\rightarrow x = 2t^2 - \frac{t^4}{12} - t + \frac{3}{4}$$

1-23 飞机以100m•s—1的速度沿水平直线飞行,在离地面高为100m时,驾驶员要把物品空投到前方某一地面目标处,问:⑴此时目标在飞机下方前多远?⑵投放物品时,驾驶员看目标的视线和水平线成何角度?(3)物品投出2.0s后,它的法向加速度和切向加速度各为多少?

解: (1) $v_x = 100m/s,\quad x = v_x t \quad y = \frac{1}{2}gt^2$

$$\rightarrow x = v_x\sqrt{\frac{2y}{g}} = 100\sqrt{\frac{200}{10}} = 452$$



(2)

$$\theta = \tan^{-1}(\frac{y}{x}) = \tan^{-1}(\frac{\sqrt{5}}{10}) = 12.5°$$

(3)

$$\alpha = \tan^{-1}(\frac{v_y}{v_x}) = \tan^{-1}(\frac{gt}{v_x}) = \tan^{-1}(\frac{1}{5})$$

$$a_t = g\sin\alpha = \frac{5\sqrt{26}}{13} = 1.88m/s^2\ ;\ a_n = g\cos\alpha = \frac{25\sqrt{26}}{13} = 9.62m/s^2$$

（3）方法二

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{100^2+g^2t^2}$$

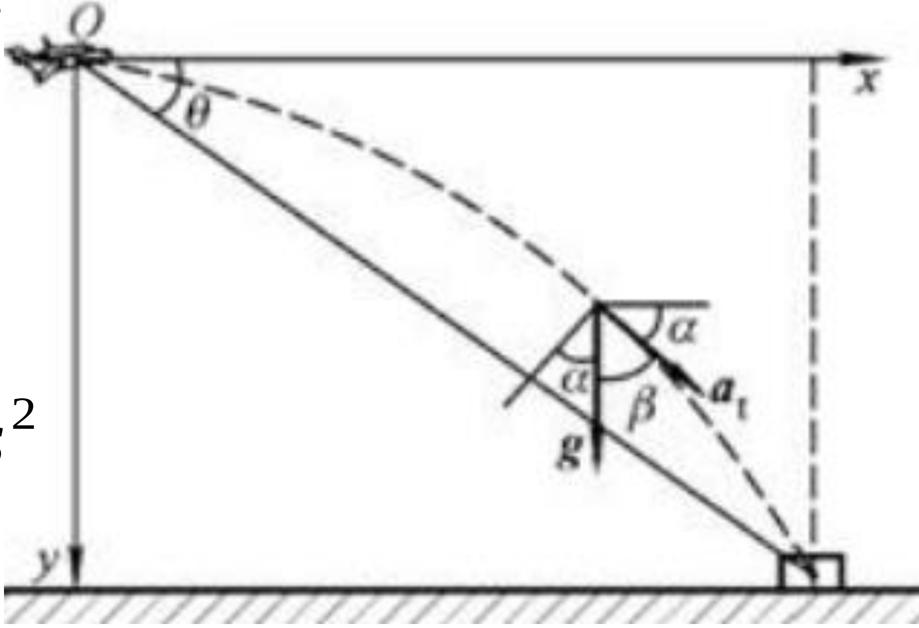
$$t=2s\rightarrow v=\sqrt{100^2+100t^2}$$

$$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{200}{\sqrt{100^2+100t^2}}$$

$$t=2s\rightarrow a_t=\frac{5\sqrt{26}}{13}m/s^2$$

$$a_n=\sqrt{g^2-a_t^2}$$

$$\rightarrow a_n=\frac{25\sqrt{26}}{13}m/s^2$$



1-24 质点沿半径为R的圆周按规律 $s = v_0 t - \frac{1}{2} bt^2$ 运动，v_0、b都是常量，(1)求t时该点质点的总加速度；(2)t为何值总加速度在数值上等于b？(3)当加速度达到b时质点已沿圆周运动了多少圈？

解（1）

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = v_0 - bt$$

$$a_t = -b\,,\quad a_n = \frac{(v_0 - bt)^2}{R} \qquad \vec{a} = -b\vec{e}_t + \frac{(v_0 - bt)^2}{R}\vec{e}_n$$

或

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \frac{\sqrt{R^2 b^2 + (v_0 - bt)^4}}{R}$$

其方向与切线之间的夹角为

$$\theta = \arctan\frac{a_n}{a_t} = \arctan[-\frac{(v_0 - bt)^2}{Rb}]$$

（2）要使 $|a| = b$，由 $\dfrac{\sqrt{R^2b^2 + (v_0 - bt)^4}}{R} = b$

得： $t = \dfrac{v_0}{b}$

（3）从t=0开始到$t = v_0/b$ 时，质点经过的路程为

$$s = s_1 - s_0 = \frac{v_0^2}{2b}$$

因此质点运行的圈数为

$$n = \frac{s}{2\pi R} = \frac{v_0^2}{4\pi R b}$$

1-26 一质点沿半径为**0.10m**的圆周作圆周运动，其角位置为 θ=2+4t³(rad). 求（1）t=2秒时质点的切向加速度和法向加速度；（2）当切向加速度恰好等于总加速度大小的一半时，θ值为多少？（3）切向加速度和法向加速度恰好相等时，t值是多少？

解：

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 12t^2 \qquad a_t = r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = 2.4t \qquad a_\mathrm{n} = \omega^2 r = 14.4t^4$$

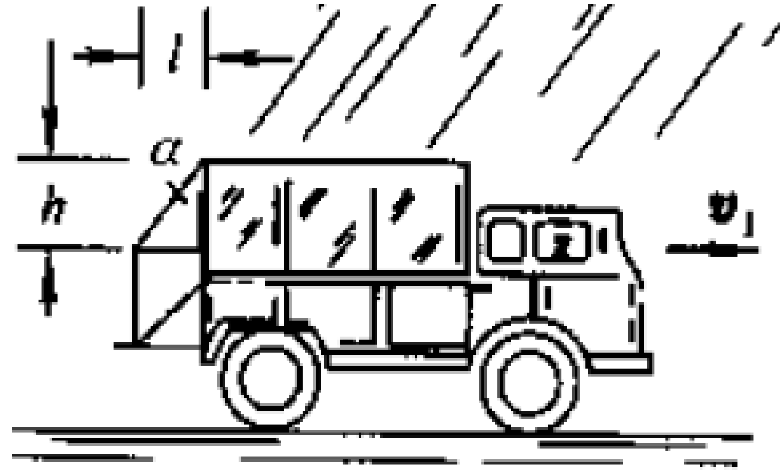
（1）t=2秒时 $a_t = 4.8\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ $\quad a_n = 230\mathrm{m\cdot s^{-2}}$

（2）当 $a_t = a/2 = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}\,/\,2 \qquad 3a_t^2 = a_n^2$

$$3(2.4t)^2 = (14.4t^4)^2 \qquad t^3 = \frac{1}{2\sqrt{3}} \qquad \theta = 2 + 4t^3 = 2 + \frac{2\sqrt{3}}{3} = 3.15\mathrm{rad}$$

（3）当 $a_t = a_n \qquad 2.4t = 14.4t^4 \qquad t = 0.55\mathrm{s}$

1-30 如图所示，一汽车在雨中沿直线行驶，其速率为v_1，下落雨滴的速度方向偏于竖直方向之前θ角，速率为v_2。若车后有一长方形物体，问车速v_1为多大时，此物体正好不会被雨水淋湿？



解： 由$\vec{v}_2 = \vec{v}' + \vec{v}_1$有

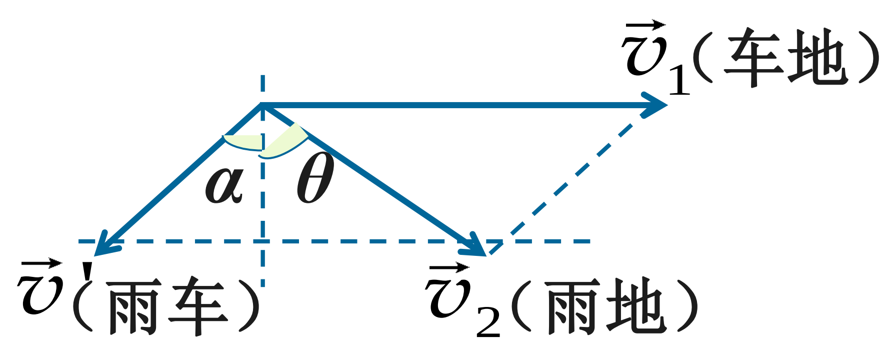
$$\tan\alpha = \frac{v_1 - v_2\sin\theta}{v_2\cos\theta}$$

物体不淋雨即满足

$$\tan\alpha \geq \frac{l}{h}$$

$$\frac{v_1 - v_2\sin\theta}{v_2\cos\theta} \geq \frac{l}{h}$$

$$v_1 \geq v_2\left(\frac{l\cos\theta}{h} + \sin\theta\right)$$



1-25 一半径为0.5m的飞轮在启动时的短时间内，其角速度与时间的平方成正比，在t＝2s时测得轮缘一点的速率为4m/s，求（1）该轮在t'＝0.5s时的角速度，轮缘一点的切向加速度和总加速度；（2）该点在 t＝2s内转过的角度.

解：（1）$\omega = kt^2 \qquad t = 2s, k = \dfrac{v/r}{t^2} = 2\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-2} \qquad \omega = 2t^2$

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = 4t$$

t'＝0.5s时， $\omega = 0.5\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}, \alpha = 2\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-2}$

$$a_t = r\alpha = 1.0\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1} \qquad a_n = r\omega^2 = 0.125\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

$$\vec{a} = 1.0\vec{e}_t + 0.125\vec{e}_n\ (\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}) \qquad a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = 1.01\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$$

（2）

$$\theta = \int_0^2 \omega \mathrm{d}t = \int_0^2 2t^2 \mathrm{d}t = 5.33\mathrm{rad}$$