东 南 大 学 考 试 卷 （A卷）

课程名称 工科数分（下）期中 考试学期 18-19-3 得分 ______

适用专业 选学工科数分的各类专业 考试形式 闭 卷 考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六
得分						
评阅人						

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

学号______ 姓名______

密 封 线

一、 填空题（本题共8小题，每小题4分，满分32分）

1. 已知函数$z=f(x,y)$连续且满足$\lim\limits_{(x,y)\to(1,0)}\dfrac{f(x,y)-x+2y+2}{\sqrt{(x-1)^2+y^2}}=0$，

 则 $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{f(1+t,0)-f(1,2t)}{t}=$______.

2. 函数 $u=x^3+y^4-z^2$ 在点 $(1,1,0)$ 处方向导数的最大值与最小值的积为____.

3. $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_0^1 |x-y|\mathrm{d}y=$______.

4. 设$z=f(x,y)$满足$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=x+y$且$f(x,0)=x^2, f(0,y)=y$,则$f(x,y)=$____.

5. 交换积分次序 $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_{x^3}^{x^2} f(x,y)\mathrm{d}y=$______.

6. 设曲线C为圆$x^2+y^2=1$在第一象限的部分, 则曲线积分$\int_C (x+y)^2\mathrm{d}s=$______.

7. 曲线$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=6 \\ x+y+z=0 \end{cases}$ 在点 $M(1,-2,1)$ 处的法平面方程为______.

8. 设 Σ为上半球面$x^2+y^2+z^2=R^2(z\geq 0)$, 则$\iint\limits_{\Sigma}(x+y+z)^2\mathrm{d}S=$______.

二、 计算下列各题（本题共4小题，每小题8分，满分32分）

1. 设 $z=f(x\sin y, x^2-y^2)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2. 计算二重积分$\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}\sigma$,其中$D$由$x=\sqrt{2y-y^2}$与$y=x$围成的闭区域.

3. 计算三重积分 $\iiint\limits_\Omega (2x^2y+z)\mathrm{d}V$, 其中 $\Omega: z\le x^2+y^2+z^2\le 2z$.

4. 在曲面 $z^2=2(x-1)^2+(y-1)^2$ $(z>0)$ 上求点 $P_1(x_1,y_1,z_1)$，使点 P_1 到原点的距离最短，并求最短距离和曲面上过 P_1 点的切平面方程.

三、 （本题满分10分）

计算二重积分 $\iint\limits_D e^{\max\{x^2,y^2\}}dxdy$, 其中$D=\{(x,y)|0\le x\le 2, 0\le y\le 2\}$.

四、 （本题满分10分）

计算曲面积分 $\iint\limits_\Sigma (x^2+|y|)\mathrm{d}S$, 其中 Σ 是 $x^2+y^2=a^2$ $(a>0, 0\le z\le 1)$.

五、（本题满分10分） 求锥体 Ω： $x^2+(y-z)^2 \le (1-z)^2\ (0 \leqslant z \leqslant 1)$ 的形心坐标.

六、(本题满分6分) 设 D 是 xOy 平面上有界闭区域，函数 $u(x,y)$ 在 D 上二阶偏导数连续，在 D 的内部成立 $u_{xx}+u_{yy}+cu=0$，其中$c<0$为常数，证明：

(1) u 在 D 上的正最大值(负最小值)不能在 D 的内部取得.

(2) 若 u 在 D 上连续，且在 D 的边界上 $u=0$，则在 D 上 $u=0$.