4-29 一质量为1.12kg，长为1.0m的均匀细棒，支点在棒的上端点．开始时棒自由悬挂．以100N的力打击它的下端点，打击时间为0.02s时，若打击前棒是静止的，求：（1）打击时其角动量的变化；（2）棒的最大偏转角．

解：（1）由角动量定理得

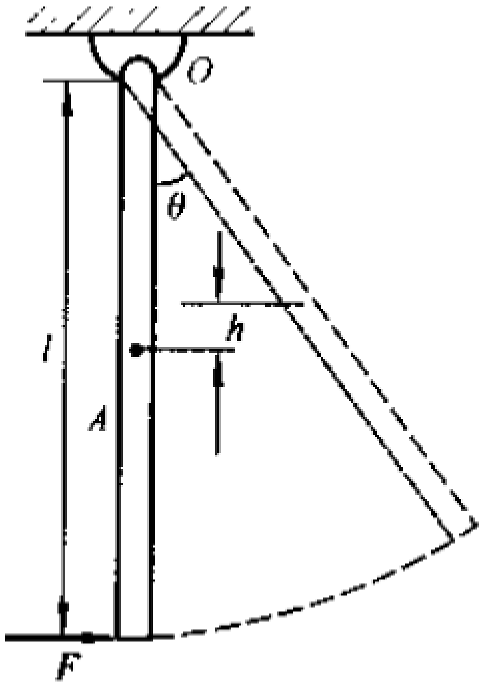
$$\Delta L = J\omega_0 = \int M \mathrm{d}t$$

$$= \bar{F} l \Delta t = 2.0\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$$

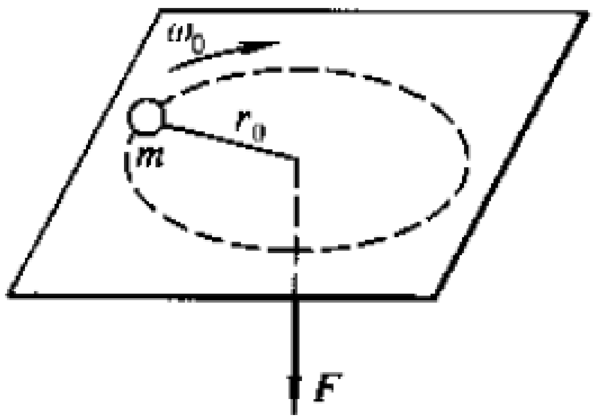
（2）棒转动中满足机械能守恒得

$$\frac{1}{2} J\omega_0^2 = \frac{1}{2} mgl(1-\cos\theta)$$

$$\theta = \arccos\left(1 - \frac{3F^2\Delta t^2}{m^2 gl}\right) = 88°38'$$



4-32 一个质量为m的小球由一绳索系着，以角速度ω_0在无摩擦的水平面上，绕半径为r_0的圆周运动。如图所示，如果在绳的另一端作用一个铅直向下拉力，小球则做以半径$r_0/2$的圆周运动，试求：（1）小球新的角速度；（2）拉力所做的功.



解：（1）由小球转动过程中动量守恒得

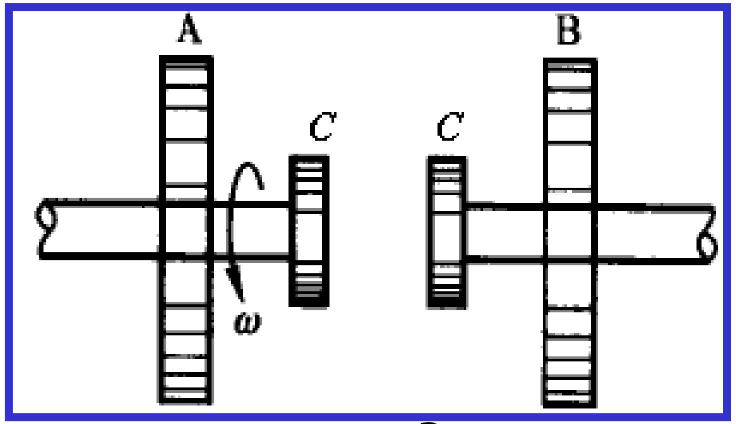
$$mr_0^2\cdot\omega_0=m\left(\frac{r_0}{2}\right)^2\omega_1$$

$$\omega_1=4\omega_0$$

（2）由动能定理守恒得

$$W=\frac{1}{2}J_1\omega_1^2-\frac{1}{2}J_0\omega_0^2=\frac{3}{2}mr_0^2\omega_0^2$$

4-34 如图所示，A与B两飞轮的轴杆可由摩擦啮合器使之连接，A轮的转动惯量J_1=10.0kg m²，开始时B轮静止，A轮以n_1=600r min⁻¹的转速转动，然后使A与B连接，因而B轮得到加速而A轮减速，直到两轮的转速都等于n=200r min⁻¹为止。求：（1）B轮的转动惯量；（2）在啮合过程中损失的机械能



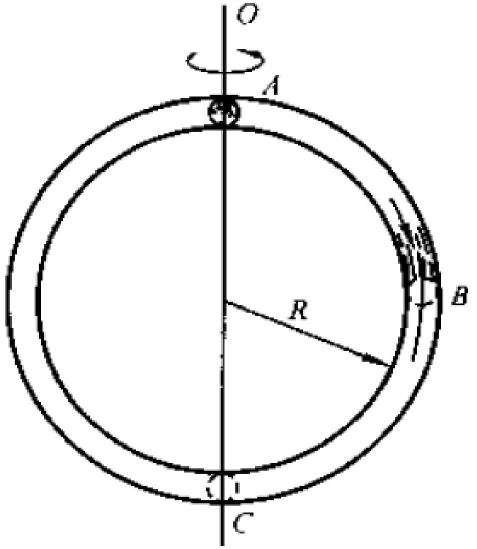
解：两飞轮组成的系统角动量守恒

$$J_1\omega_1 = (J_1 + J_2)\omega_2$$

得 $$J_2 = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2} J_1 = \frac{n_1 - n_2}{n_2} J_1 = 20\ \mathrm{kg \cdot m^2}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}(J_1 + J_2)\omega_2^2 - \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 = -1.32 \times 10^4\ \mathrm{J}$$

4-37 如图所示，有一空心圆环可绕竖直轴OO'自由转动，转动惯量为J_0，环的半径为R，初始的角速度为ω_0，今有一质量为m的小球静止在环内A点，由于微小扰动使小球向下滑动。问小球到达B、C点时，环的角速度与小球相对于环的速度各为多少？(假设环内壁光滑。)



解：由角动量守恒得

$$J_0\omega_0=(J_0+mR^2)\omega_B$$

$$v_{B地}^2=(R\omega_B)^2+v_B^2$$

$$\frac{1}{2}J_0\omega_0^2+mgR=\frac{1}{2}J_0\omega_B^2+\frac{1}{2}mv_{B地}^2$$

$$\Rightarrow \omega_0=\frac{J_0\omega_0}{J_0+mR^2}，\quad v_B=\sqrt{2gR+\frac{J_0\omega_0^2R^2}{J_0+mR^2}}$$

$\omega_C=\omega_0$ 同理得：$v_C=\sqrt{4gR}$

4-18一通风机的转动部分以初角速度ω_0绕其轴转动，空气的阻力矩与角速度成正比，比例系数C为一常量。若转动部分对其轴的转动惯量为J，问：（1）经过多少时间后其转动角速度减少为初角速度的一半？（2）在此时间内共转过多少转？

解：（1） $M=-c\omega=J\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$

$$\int_{\omega_0}^{\omega}\frac{\mathrm{d}\omega}{\omega}=\int_0^t-\frac{c}{J}\mathrm{d}t \qquad \omega=\omega_0 e^{-\frac{c}{J}t}$$

$$\omega=\frac{\omega_0}{2}=\omega_0 e^{-\frac{c}{J}t}\rightarrow t=\frac{J}{c}\ln 2$$

（2） $\int_0^{\theta}\mathrm{d}\theta=\int_0^t\omega_0 e^{-\frac{c}{J}t}\mathrm{d}t \qquad \theta=\dfrac{J\omega_0}{2c} \qquad n=\dfrac{\theta}{2\pi}=\dfrac{J\omega_0}{4\pi c}$

4-30 我国1970年4月24日发射的第一颗人造卫星，其近地点为4.39×10⁵m、远地点为2.38×10⁶m．试计算卫星在近地点和远地点的速率。(设地球半径为6.38×10⁶m)

解：由角动量守恒得

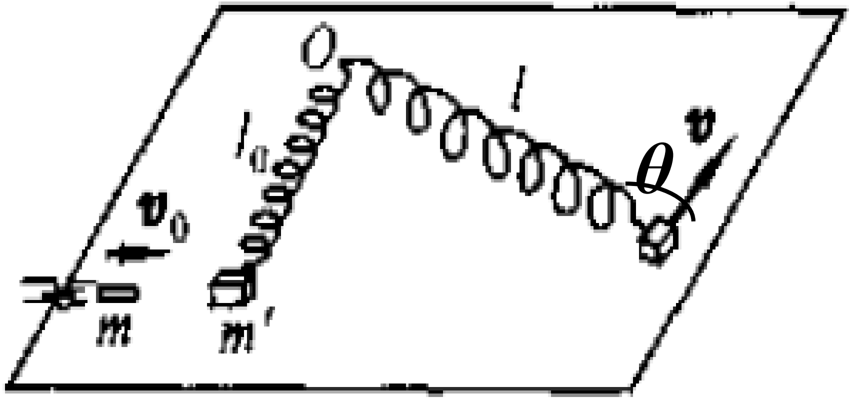
$$mv_1r_1 = mv_2r_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - G\frac{m_E m}{r_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - G\frac{m_E m}{r_2}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2Gm_E r_2}{r_1(r_1+r_2)}} = 8.11\times10^3 m\cdot s^{-1}$$

$$v_2 = \frac{r_1}{r_2}v_1 = 6.31\times10^3 m\cdot s^{-1}$$

4-39 如图所示，在光滑的水平面上有一轻质弹簧(其劲度系数为k)，它的一端固定，另一端系一质量为m'的滑块，最初滑块静止时，弹簧呈自然长度l_0，今有一质量为m的子弹以速度v_0沿水平方向并垂直于弹簧轴线射向滑块且留在其中，滑块在水平面内滑动，当弹簧被拉伸至长度l时，求滑块速度v的大小和方向。



解：由子弹射入前后动量守恒得

$$mv_0=(m+m')v'$$

子弹射入前后角动量守恒得

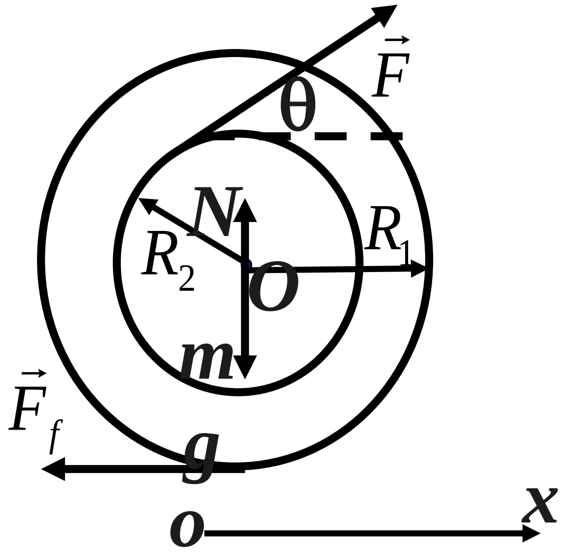
$$(m'+m)v'l_0=(m'+m)vl\sin\theta$$

子弹和滑块一起运动满足机械能守恒得

$$\frac{1}{2}(m'+m)v'^2=\frac{1}{2}(m'+m)v^2+\frac{1}{2}k(l-l_0)^2$$

$$v=\sqrt{\left(\frac{m}{m'+m}\right)^2v_0^2-\frac{k(l-l_0)^2}{m'+m}}\qquad \theta=\arcsin\frac{mv_0l_0}{(m+m')vl}$$

4-41 如图所示，一绕有细绳的大木轴放置在水平面上，木轴质量为m，外轮半径为R_1，内柱半径为R_2，木轴对中心轴O的转动惯量为J_c。现用一恒定外力F拉细绳一端，设细绳与水平面夹角θ保持不变，木轴滚动时与地面无相对滑动。求木轴滚动时的质心加速度a_c和木轴绕中心轴O的角加速度α。



解：

$$F\cos\theta - F_f = ma_c$$

$$F_f R_1 + F R_2 = J_c \alpha$$

$$a_c = \alpha R_1$$

$$\therefore a_c = \frac{FR_1(R_1\cos\theta + R_2)}{mR_1^2 + J_c} \qquad \therefore \alpha = \frac{a_c}{R_1} = \frac{F(R_1\cos\theta + R_2)}{mR_1^2 + J_c}$$