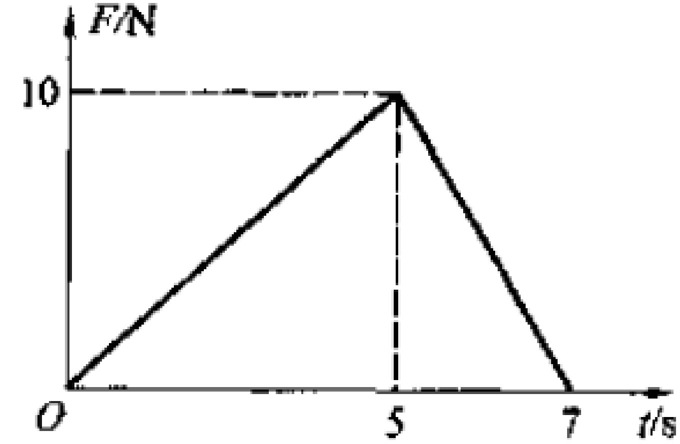
2-15 一质点沿x轴运动,其所受的力如图所示,设t=0时,v_0=5m s^{-1}, x_0=2m,质点质量m=1kg,试求该质点7s末的速度和位置坐标。



解:
$$a=\frac{F(t)}{m}=\begin{cases}2t & 0<t<5\text{s}\\ 35-5t & 5\text{s}<t<7\text{s}\end{cases}$$

$$0<t<5\text{s},\ \int_5^v \mathrm{d}v=\int_0^t a\mathrm{d}t=\int_0^t 2t\mathrm{d}t$$

$$v=5+t^2$$

$$\int_2^x \mathrm{d}x=\int_0^t v\mathrm{d}t=\int_0^t (5+t^2)\mathrm{d}t \qquad x=\frac{1}{3}t^3+5t+2$$

$$t=5\text{s},v_5=30\text{m/s},x_5=68.7\text{m}$$

$$5\text{s}<t<7\text{s},\ \int_{30}^v \mathrm{d}v=\int_5^t a\mathrm{d}t=\int_5^t (35-5t)\mathrm{d}t \qquad v=-2.5t^2+35t-82.5$$

$$\int_5^{x_7} \mathrm{d}x=\int_5^7 v\mathrm{d}t=\int_5^7 (-2.5t^2+35t-82.5)\mathrm{d}t \qquad x_7=142$$

$$t=7\text{s},\ v_7=40\text{m/s},x_7=142\text{m}$$

2-17 轻型飞机连同驾驶员总质量为1.0×10³kg．飞机以55.0m s⁻¹的速率在水平跑道上着陆后，驾驶员开始制动，若阻力与时间成正比，比例系数α=5.0×10²N s⁻¹，空气对飞机升力不计，求：（1）110s后飞机的速率；（2）飞机着落后10s内滑行的距离。

解：以运动方向为正方向

$$-\alpha t = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

$$\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}v = -\int_0^t \frac{\alpha t\mathrm{d}v}{m}$$

$$v = v_0 - \frac{\alpha}{2m}t^2$$

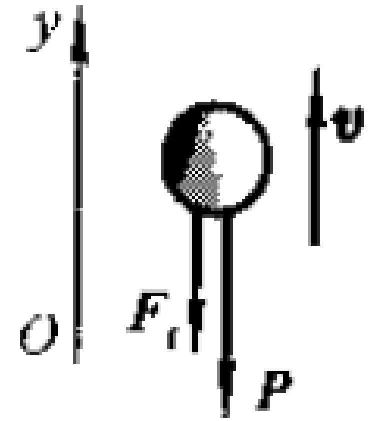
$$t = 10s \Rightarrow v = 30\mathrm{m/s}$$

$$v = v_0 - \frac{\alpha}{2m}t^2 = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

$$\int_{x_0}^{x}\mathrm{d}x = -\int_0^{10}(v_0 - \frac{\alpha t^2}{2m})\mathrm{d}t$$

$$\Rightarrow x - x_0 = 467$$

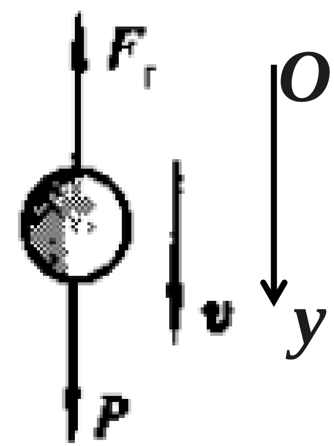
2-24 一物体自地球表面以速率v_0竖直上抛,假定空气对物体阻力的值为$F_r=kmv^2$，其中m为物体的质量，k为常量. 试求：（1）该物体能上升的高度；（2）物体返回地面时速度的值.(设重力加速度为常量.)



解:

$$-mg-kmv^2=m\frac{dv}{dt}=m\frac{dv}{dy}\frac{dy}{dt}=mv\frac{dv}{dy}$$

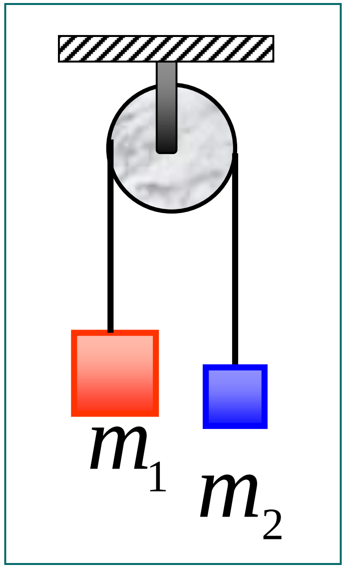
$$-\int_0^{y_{max}}dy=\int_{v_0}^{0}\frac{v\,dv}{g+kv^2}\qquad y_{max}=\frac{1}{2k}\ln\left(\frac{g+kv_0^2}{g}\right)$$



$$mg-kmv^2=mv\frac{dv}{dy}$$

$$\int_0^{h}dy=\int_0^{v}\frac{v\,dv}{g-kv^2}\qquad v=v_0\sqrt{\frac{g}{g+kv_0^2}}$$

2-28 电梯相对于地面以加速度a竖直向上运动,电梯中有一个滑轮固定在电梯顶部,滑轮两侧用轻绳悬挂着质量分别为m_1和m_2的物体,A和B.设滑轮的质量和滑轮与绳索间的摩擦均略去不计.已知$m_1 > m_2$，如以电梯为参照系，求物体相对于地面的加速度和绳的张力



解　以电梯为参考系

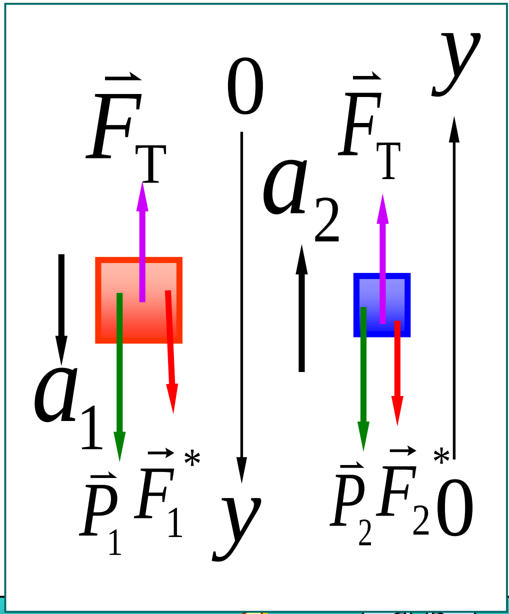
设两物体相对电梯的加速度为 $\vec{a}_{\mathrm{r}}$

$$m_1 g - F_{\mathrm{T}} + m_1 a = m_1 a_r$$

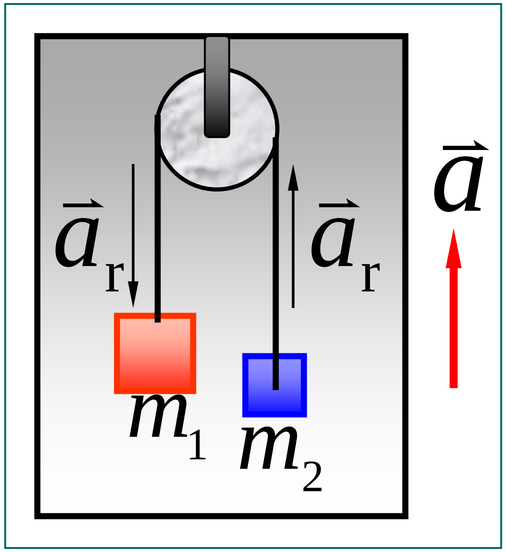
$$-m_2 g + F_{\mathrm{T}} - m_2 a = m_2 a_r$$

$$a_1 = a_{\mathrm{r}} - a$$

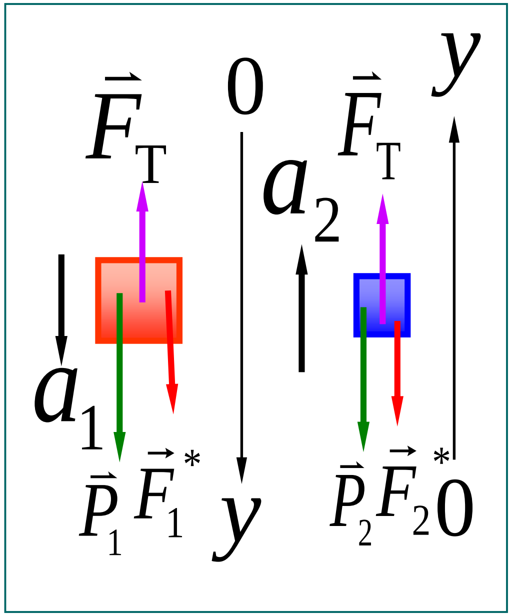
$$a_2 = a_{\mathrm{r}} + a$$



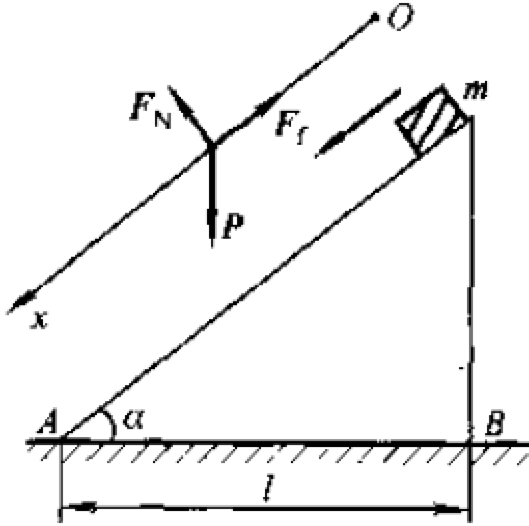
$$\begin{cases} a_r = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}(g+a) \\ F_T = \dfrac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}(g+a) \end{cases}$$



$$\begin{cases} a_1 = a_r - a = \dfrac{(m_1 - m_2)g - 2m_2 a}{m_1 + m_2} \\ a_2 = a_r + a = \dfrac{(m_1 - m_2)g + 2m_1 a}{m_1 + m_2} \end{cases}$$



2－6 图示一斜面，倾角为 α，底边 AB 长为 $l=2.1$ m，质量为 m 的物体从斜面顶端由静止开始向下滑动，斜面的摩擦因数为 $\mu=0.14$. 试问，当 α 为何值时，物体在斜面上下滑的时间最短？其数值为多少？



解：

$$\begin{cases} mg\sin\alpha-\mu mg\cos\alpha=ma \\ l/\cos\alpha=at^2/2 \end{cases}$$

$$t=\sqrt{\frac{2l}{g\cos\alpha(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}}$$

令 $\dfrac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\alpha}=0$

$$-\sin\alpha(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)+\cos\alpha(\cos\alpha+\mu\sin\alpha)=0$$

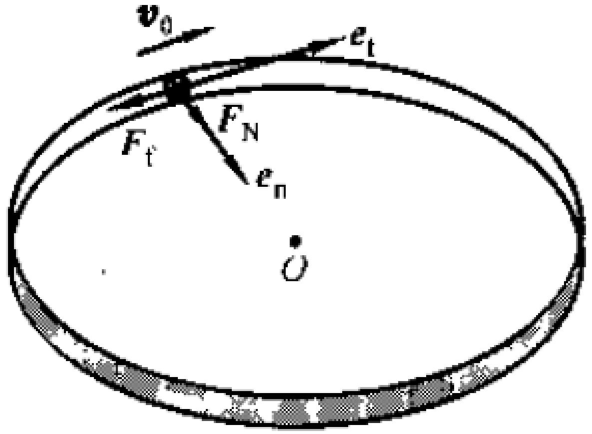
$$\tan 2\alpha=-1/\mu,\alpha=49^\circ \qquad t_{\min}=0.99\mathrm{s}$$

2-21 光滑的水平桌面上放置一半径为R的固定圆环,物体紧贴环的内侧做圆周运动，其摩擦因数为μ，开始时物体的速率为v_0，求：

（1）t时刻物体的速率；

（2）当物体速率从v_0减少到0.5 v_0时，物体经历的时间和路程。

解：（1）



$$\begin{cases} F_N = \dfrac{mv^2}{R} \\ -\mu F_N = m\dfrac{dv}{dt} \end{cases} \rightarrow \mu\frac{mv^2}{R} = -m\frac{dv}{dt}$$

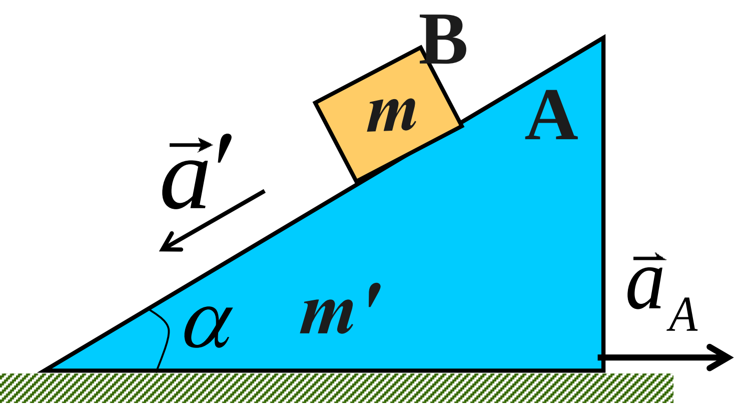
$$\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v^2} = -\frac{\mu}{R}\int_0^t dt$$

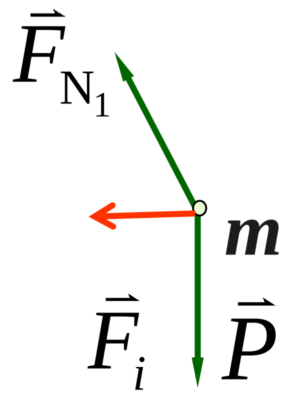
$$\therefore v = \frac{Rv_0}{R+\mu v_0 t}$$

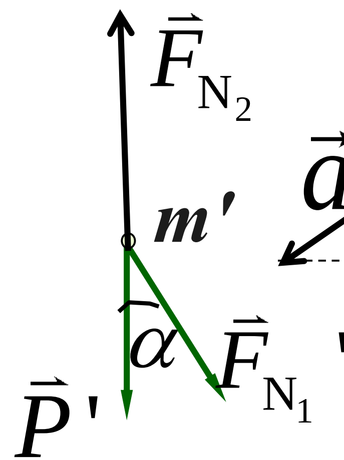
（2）当 $v = \dfrac{v_0}{2}$ 时 $t = \dfrac{R}{\mu v_0}$

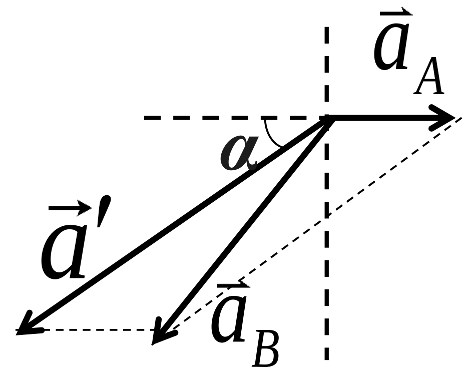
$$s = \int_0^{\frac{R}{\mu v_0}} v\,dt = \int_0^{\frac{R}{\mu v_0}} \frac{Rv_0}{R+\mu v_0 t}dt = \frac{R}{\mu}\ln 2$$

2-29 如图所示,在光滑水平面上，放一质量为m'的三棱柱A，它的斜面的倾角为α。现把一质量为m的滑块B放在三棱柱的光滑斜面上，试求：（1）三棱柱相对于地面的加速度$\vec{a}_A$；（2）滑块相对于三棱柱的加速度$\vec{a}\,'$；滑块与三棱柱之间的正压力$\vec{F}_{N_1}$．



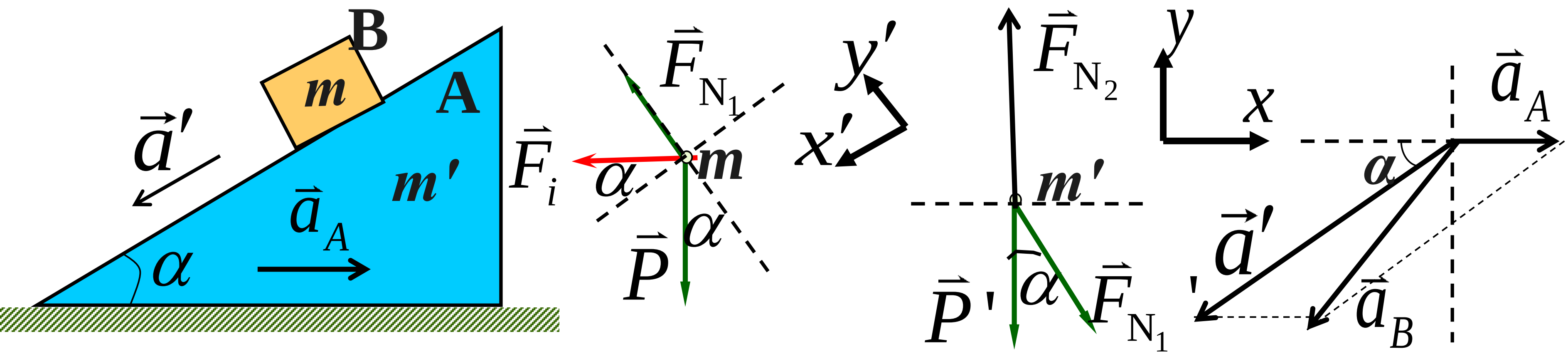






解：设滑块相对于地的加速度为 $\vec{a}_B$

方法一：对滑块B以m'为参考系引入惯性力 $\vec{F}_i = -m\vec{a}_A$



对**m**以**m′**为参考系：

x' 方向　$mg\sin\alpha + ma_A\cos\alpha = ma'$

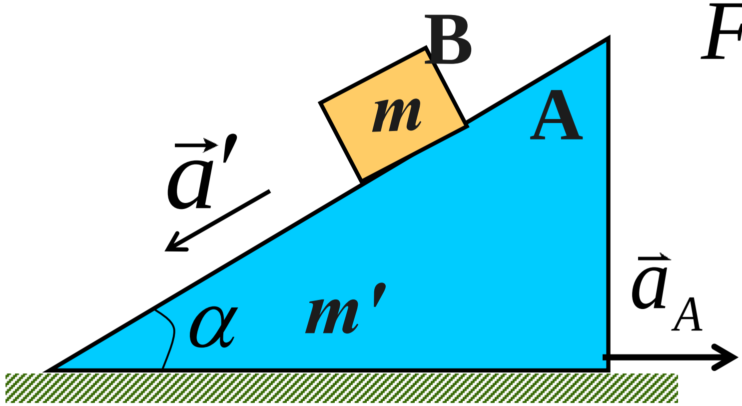
y' 方向　$F_{N_1} + ma_A\sin\alpha - mg\cos\alpha = 0$

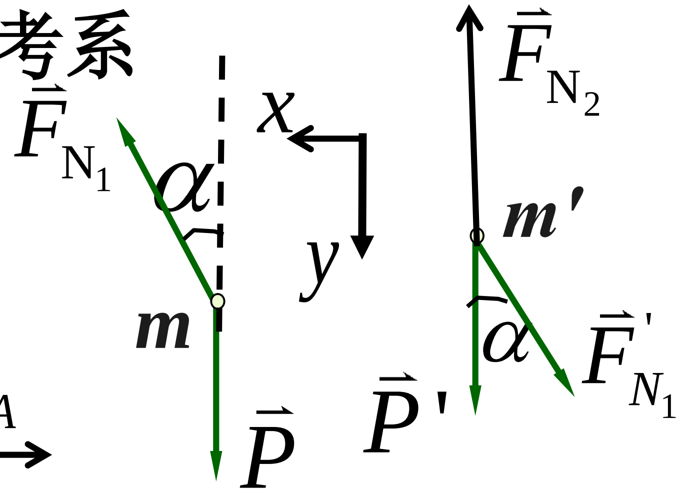
对**m′**以地面为参考系：x方向　$F_{N_1}\sin\alpha = m'a_A$

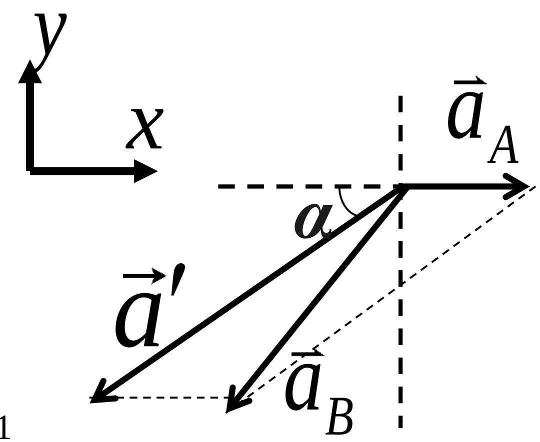
$$a_A = \frac{m\sin\alpha\cos\alpha}{m' + m\sin^2\alpha}g \qquad a' = \frac{(m'+m)\sin\alpha}{m' + m\sin^2\alpha}g$$

$$F_{N_1} = \frac{m'm\cos\alpha}{m' + m\sin^2\alpha}g$$

方法二：以地面为参考系







对滑块B：　x方向　$F_{N_1}\sin\alpha = m(a'\cos\alpha - a_A)$

y方向　$mg - F_{N_1}\cos\alpha = ma'\sin\alpha$

对三棱柱A：　x方向　$F_{N_1}\sin\alpha = m'a_A$

$$a_A = \frac{m\sin\alpha\cos\alpha}{m' + m\sin^2\alpha}g \qquad a' = \frac{(m'+m)\sin\alpha}{m'+m\sin^2\alpha}g$$

$$F_{N_1} = \frac{m'm\cos\alpha}{m'+m\sin^2\alpha}g$$